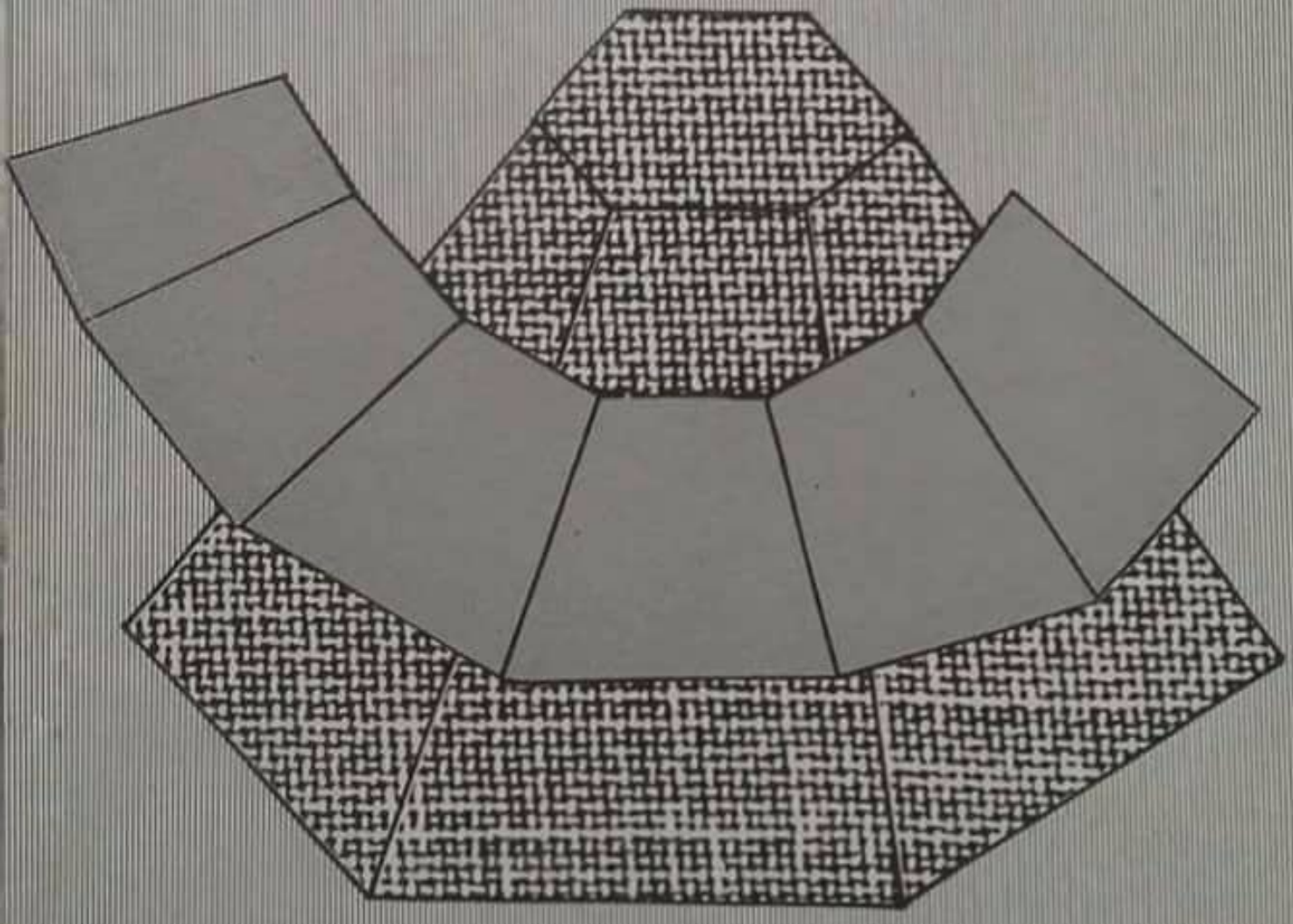
الجمهورية العراقية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

الهندسة الوصفية

خليل شهاب عيادي



تم رفع الكتاب بواسطة

نور الدين رشيد العقبي

nooraldeenrshed@gmail.com

@aboalmktba

ابو المكتبة

@albnd.iq

البند

2023/3/4

بسم الله الرحمن الرحيم

مقـــدمـــة

الحمد لله الذي علم الانسان ما لم يعلم ، وأنعم عليه نعمة العقل . والصلاة والسلام على سيدنا وامامنا محمد (ص) القائل « العلم فريضة على كل مسلم ومسلمة» . أما بعد، فقد وجدت بعد ممارسة تدريسية في علم الهندسة الوصفية تزيد عن ربع قرن في المعاهد الصناعية والكليات الهندسية والجامعة التكنولوجية من المفيد أن أقوم بتأليف كتاب في مادة الهندسة الوصفية ، خاصة عندما لاحظت خلال تدريسي لهذه المادة الشكوى المستمرة من الطلاب بشأن عدم استيعابهم لها رغم توفر الكتب فيها وذلك لانعدام الوضوح التام فيها ، فهي اما تكون ذات غزارة في مادتها بعيدة جداً عن ذهنية الطالب المستجد او أن بعضها توجز في الشرح الى حد التقصير ويترك أستنتاج المعلومات الكثيرة للطالب مما يجهده ويجعله ينفر من دراسة هذه المادة او بعضها يسهب في الكلام مكتفياً بالأشكال المستوية الوصفية غافلاً تمثيلها بالاشكال الفراغية، او بعضها يتجه اتجاهاً نظرياً بحتاً فيكثر من النظريات الهندسية والبراهين . . . الى غير ذلك . لذلك توخيت في تأليف هذا الكتاب ان يكون واضحاً في مادته سهلاً في تعبيره محتوياً على انواع من التمارين المختلفة بحيث يكون فيها السهل والصعب بالإضافة الى شرح طرق حلها مبينة بالأشكال الفراغية والوصفية معاً . حتى يسهل على الطالب فهم هذه الماده الأساسية ومساعدة في فهم بقية المواد الهندسية الأخرى التي لها علاقة مباشرة بها . فالكتاب يحتوي على عشرة فصول تبدأ في طرق الاسقاط على مستويين متعامدين (طريقة مونج) وتمثيل النقط ، والخط المستقيم ، والمستويات الأساسية المساعدة ، السطوح والقطاعات في الاجسام وأفراد السطوح والقطاعات المخروطية والمنحنيات البريمية والسطوح البريمية

والمنحنيات الأخرى (المنحنى الدويري ، المنحنى الدويري العلوي والسفلي والباسط) مما ينسجم ومنهاج الدراسة لهذه المادة في اقسام الجامعة التكنولوجية العلمية ،مع العلم ان استعمال الزاوية الزوجية الأولى في الرسم قد اعتمدت حيث أنها تستعمل في جميع الجامعات العربية وغالبية دول العالم وانسجاماً مع ما يدرسه الطالب في الرسم الهندسي والميكانيكي .

أملي بعد هذا المجهود أكون قد وفقت الى تقديم مؤلف مفيد لأبناء وطني وللمكتبة العربية وأرحب بكل نقد يؤدي الى تحسين مواده والله ولي التوفيق .

جاسم شهاب الحياني

بغداد في تشرين الأول ١٩٨١

أستاذ مساعد

تمهيـــد

الهندسة الوصفية علم يبحث في معالجة طرق تمثيل الاجسام الهندسية تمثيلاً بيانياً على سطح مستوى كسطح ورقة الرسم ، فهي تبحث في طرق الاسقاط المختلفة لبيان العلاقات بين النقط والخطوط والسطوح والاجسام في الفراغ . بحيث يمكن تعيين مواصفاتها واشكالها وابعادها الحقيقية من الرسم بطريقة القياس المباشر تبعاً لوحدة القياس .

والهندسة الوصفية كعلم تعتمد في أغلب عملياتها على نظريات الهندسة المستوية والفراغية . ولهذا يجب الالمام الكامل بهما حتى يستطيع الطالب فهم نظرياتها الاساسية حيث تساعده على تقوية وتوسيع ملكة التصور فيه ، مما تساعده في فهم الاجزاء المعقدة من الاجسام الهندسية في رسم كثير من المنشئات الهندسية واجزاءها وأبرازها في وضوح تام على ورق الرسم .

كما انها تعتبر بحق لغة التخاطب بين المهندسين والفنيين وأنها ذات فائدة كبيرة لتحقيق النظريات الفراغية تحقيقاً عملياً ولهذا تعتبر الهندسة الوصفية من العلوم الاساسية للمهندس الذي لا غنى له عنها في حياته العملية .

ولا يعرف على وجه التحديد التأريـخ الذي بدأ الانسان فيه التعبير بالرسم عما يريد بيانه من مجسمات ومنشئـات وتدل الرسوم والمخطوطات التي اكتشفت بين آثار البابليين والأشوريين وقدماء المصريين على انهم متقدمين في هذا المجال . اما بداية تدريس مادة الهندسة الوصفية كعلم فهو حديث العهد ويرجع الفضل في ذلك الى استاذ الرياضيات الفرنسي « جسبار مونج » فقد بدأ مونج عام ١٧٩٥ بالقاء

محاضراته في الهندسة الوصفية في مدرسة المعلمين بباريس وبعد ذلك في مدرسة الهندسة بباريس .

وقد جمعت هذه المحاضرات في كتاب واحد أصدره مونج عام ١٧٩٨ وبعد ذلك تبوأ هذا العلم المكانة العالمية في زمن قصير سواء في تلك المدرسة او في مدارس الهندسة في العالم .

وتعتمد جميع كتب الهندسة الوصفية الحديثة على كتاب مونج ، ولاجل تفهم دراسة الهندسة الوصفية رأيت من الواجب ان اورد بعض التعاريف الأولية والنظريات الاساسية وكذلك الرموز التي ستستعمل في هذا الكتاب .

الرموز الآتية سنصطلح على استعمالها في ابواب الكتاب

الرمز	معناه	الرمز	معناه
مر	مستوى الاسقاط	ا ـ ف	الأثر الافقي لأي مستوى
مر١	المستوى الأفقي	أ ـ ر	الأثر الرأس لأي مستوى
مر٢	المستوى الرأسي	أ م ن	المستوى المعلوم بأثريه
مر٣	المبستوى الجانبي	ط١	المستوى المنصف الأول
س	محور السينات	ط٢	المستوى المنصف الثاني
ص	محور الصادات	ل٢١	خط تقاطع لمستوى مساعد
ع	محور العينات	ل٣٢	خط تقاطع لمستوى مساعد
و	نقطة الأصل	ل	خط تقاطع لمستوى مساعد
ل ل	خط تقاطع المستوى الأفقي والرأسي (خط الأرض)	∝	زاوية ميل المستقيم والمستوى على المستوى الأفقي
ا	النقطة في الفراغ	B	زاوية ميل المستقيم أو المستوى على المستوى الرأسي
اَ	المسقط الأفقي لنقطة		
اً	المسقط الرأسي لنقطة	هـ	الزاوية المحصورة بين الأثرين
اًّ	المسقط الجانبي لنقطة		الرأس الأفقي لأي مستوى
ف	الأثر الافقي لأي مستقيم	< ز	زاوية زوجية بين مستويين
ر	الأثر الرأسي لأي مستقيم		
فَ	المسقط الأفقي للأثر الأفقي		
فً	المسقط الرأسي للأثر الأفقي		
صف	الأحداثي الأفقي للأثر الأفقي		
رً	المسقط الرأس للأثر الرأسي		
رَ	المسقط الأفقي للأثر الرأسي		
عر	الاحداثي الرأس للأثر الرأسي		

بند ١ ـ تعاريف اولية ونظريات أساسية

الجسم المادي : هو كل شكل يشغل حيزاً محدوداً من الفراغ وله طول وعرض وسمك ومقدار الحيز الذي يشغله الجسم يسمى حجمه .

السطح : هو الحد الذي يفصل الجسم عما يحيطه من الفراغ وله طول وعرض فقط .

الخط : هو ما يحد السطح وله طول فقط ويكون الخط مستقيماً أو منحنياً أو منكسراً .

النقطة : هي نهاية الخط او محل تقابله بخط آخر وليس لها عرض ولا سمك .

الشكل : يطلق لفظ شكل على كل مجموعة من النقط والخطوط والسطوح .

المستوى : هو أبسط السطوح وهو السطح الذي اذا انتخبت فيه نقطتان أيا كانتا واتصلتا بمستقيم كان هذا المستقيم وامتداده واقعين في هذا السطح وعلى ذلك يستنتج أنه اذا احتوى أي مستوى على نقطتين فانه يحتوي على جميع نقط الخط المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين وامتداده . والمستوى في الاعتبار الهندسي غير محدود وانما يمثل عادة بشكل محدود وعلى شكل مستطيل .

الخط الرأسي : الخط الرأسي في اي مكان هو الاتجاه الذي يأخذه خيط الشاقول في ذلك المكان ، وكل المستويات التي تحتوي على مثل هذا الخط رأسية .

المستوى الأفقي : المستوى الأفقي في أي مكان هو ما كان موازيا لسطح الماء الساكن عند ذلك المكان . وكل الخطوط المحتوى عليها المستوى الأفقي أفقية .

المستويات المتوازية : هي التي لا تتقاطع مهما امتدت او يقال انها تتقاطع في اللانهاية : .

الخط المستقيم : هو الذي لا تتقاطع معه مهما امتد او يقال انه يقطعه في اللانهاية .

الخط المستقيم العمودي على المستوى : هو الخط المستقيم الذي يكون عمودياً على جميع الخطوط الواقعة في ذلك المستوى .

الزاوية الزوجية : هي الزاوية المحصورة بين اي مستويين متقاطعين ، وتقاس بمقدار الزاوية المحصورة بين خطين مستقيمين مرسوم كل في مستوى من خط نقطة مشتركة واقعة على خط تقاطع المستويين وكل من هذين المستقيمين عمودي على خط التقاطع هذا .

الإسقاط : اذا رسم من جميع نقط شكل ما خطوط تصل الى مستوى معين فإن نقط تلاقي هذه الخطوط بالمستوى تعين شكلا هو مسقط الشكل الاصلي على المستوى ويسمى هذا المستوى بمستوى الاسقاط وتعرف هذه الخطوط : بخطوط الاسقاط .

وقد تكون هذه الخطوط متوازية فيسمى المسقط « بالمسقط المتوازي » للشكل الأصلي واذا تلاقت هذه الخطوط في نقطة واحدة سمى المسقط « بالمسقط المركزي » او « المسقط المنظوري » واذا كانت خطوط الأسقاط المتوازية مائلة على مستوى الأسقاط سمي « الاسقاط مائلاً » اما اذا كانت خطوط الاسقاط المتوازية متعامدة مع مستوى الاسقاط سمي « بالاسقاط العمودي » . وهذا الاسقاط الأخير هو الكثير الاستعمال في مسائل الهندسة الوصفية .

١) كل مستويين يشتركان في نقطة يشتركان في مستقيم .
٢) كل مستويين يشتركان في ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ينطبق احدهما على الآخر مهما امتدا .
٣) يتقاطع المستويان في مستقيم .
٤) المستويان اما أن ينطبق أحدهما على الآخر مهما امتدا واما أن يتقاطعا في خط مستقيم اولا يشتركان في اية نقطة وفي هذه الحالة يقال انهما متوازيان .
٥) خطا تقاطع مستوى بمستويين متوازيين مستقيمان متوازيان .
٦) اذا تقاطع مستويان ومر احدهما بمستقيم يوازي المستوى الآخر كان خط تقاطع المستويين موازيا لذلك المستقيم .
٧) اذا توازى مستقيمان فكل مستوى مار بأحدهما او مواز له اما ان يوازي الثاني واما ان يمر به .
٨) المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان .
٩) اذا وازى كل من مستويين مستقيما كان خط تقاطعهما موازيا لذلك المستقيم .
١٠) اذا توازى مستقيمان ومر بكل منهما مستوى كان خط تقاطع المستويين موازياً لهذين المستقيمين موازياً لهما .
١١) اذا توازى مستويان فأي مستقيم يقطع احدهما يقطع الثاني .
١٢) المحل الهندسي لجميع المستقيمات العمودية على مستقيم معلوم من نقطة مفروضة عليه هو مستوى عمودي على ذلك المستقيم .
١٣) يتعين وضع المستوى بمستقيم عمودي عليه ونقطة يمر المستوى بها .
١٤) الزاوية المحصورة بين المائل ومسقطه على المستوى أصغر من الزاوية المحصورة بين المائل واي مستقيم آخر في المستوى المار بموقع المائل .
١٥) كل مستقيمين ليسا في مستوى واحد (ويطلق عليهما مستقيمان شماليان) يمكن ان يرسم بينهما عمود مشترك ولا يمكن رسم سواه وهذا العمود هو اقرب بعد بين المستقيمين المذكورين .

١٦) كل مستقيمين ليسا في مستوى واحد يمكن ان يمر بهما مستويان متوازيان كل بمستقيم ولا يمكن ان يمر بهما غيرهما .

١٧) كل مستوى مار به بمستقيم عمودي على مستوى يكون عمودياً على ذلك المستوى .

١٨) اذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوى ثالث فخط تقاطعهما عمود على هذا المستوى .

الباب الأول

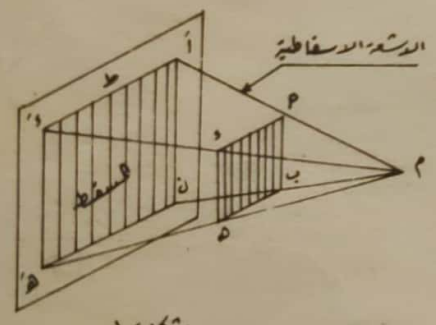
الاسقاط العمودي (طريقة مونج)

الفصـــل الأول

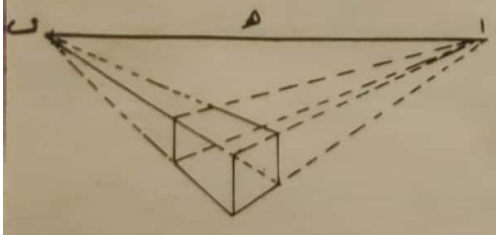
بند ١ ـ الصورة الظاهرية

١ ـ الاسقاط المركزي

ان الفكرة الاساسية التي تبنى عليها نظرية الاسقاط هي تلك التي تبحث عن الاسقاط الفراغي ذي ثلاثة ابعاد لصورة او مستوى رسم لذلك يختار نقطة (م) ثابتة في الفضاء تسمى بمركز الاسقاط ثم يصل هذا المركز بمستقيمات الى نقط المجموعة الفراغية المراد تمثيلها فاذا تقاطعت هذه المستقيمات مع مستوى معلوم (ط) يسمى بمستوى الاسقاط فان نقط التقاطع يتألف منها الشكل البياني المطلوب الممثل للمجموعة والذي يسمى بمسقط المجموعة الفراغية من مركز المعلوم على المستوى المعلوم وتسمى المستقيمات الموصلة من مركز الاسقاط الى المستوى المعلوم بالاشعة الاسقاطية كما هو مبين بالشكل (١) .

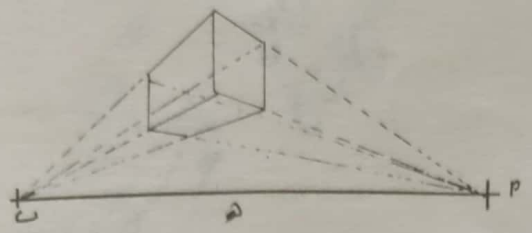


شكل ١


شكل ٢

ان الرسم الذي يقدم الصورة كما تراها العين يسمى بالمنظور الفوتوغرافي بحيث تظهر جميع خطوطها الممتدة من نقطة الرصد او نقطة التلاشي (او نقطة التلاقي في مالا نهاية) وهذا النوع من الرسم له نقطتا تلاقي هما النقطة (أ) التي تتلاقى عندها جميع الخطوط التي تكون في الحقيقة غير متوازية والنقطة (ب) هي الاخرى التي تتلاقى عندها جميع الخطوط ، وتقع النقطتان على

خط مستقيم وهو يسمى خط الافق ويلاحظ ان نقطة الرصد اما ان تقع أعلى الجسم وامامه او اسفل الجسم وتحته كما في شكل (٢أ)، (٢ ب) .



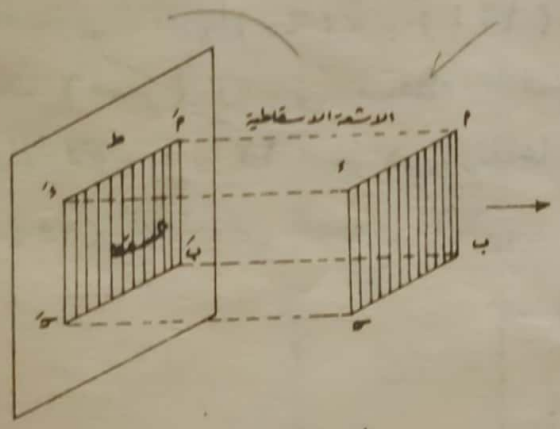
شكل ٢ ب

ان عيب الاسقاط المركزي (المنظور) هو عدم اظهار ابعاد الشكل وزواياه على حقيقتها ويلاحظ من الشكلين (٢ أ ، ٢ ب) ان الأوجه المستطيلة لمتوازي المستطيلات لا تحتفظ بشكلها وابعادها وذلك لعدم توازي احرفها ولو ان المنظور يصور منظراً طبيعياً للأشكال الا انه يصعب تنفيذها بأبعادها الطبيعية المطلوبة .

الفصل الأول ـ (طريقة مونج)

٢ ـ الاسقاط المتوازي

اذا وقعت نقطة الرصد (نقطة التلاشي) في مالا نهاية فأن الاشعة الاسقاطية تؤول الى مستقيمات متوازية كما في الشكل (٣) ويسمى هذا **الاسقاط بالمتوازي** واذا كانت أشعة الاسقاط مائلة على مستوى المسقط يسمى **بالاسقاط المتوازي المائل** وهذا النوع من الاسقاط يعطي مساقط واضحة للجسم وقواعده أبسط من الاسقاط المركزي ومن مميزاته ان احرف الجسم المتوازية في الفراغ تتوازى كذلك في المسقط ويستعمل هذا النوع بكثرة لتمثيل منشآت الاشغال العامة والجسور وكذلك في تمثيل بعض القطع الميكانيكية ، وهناك ثلاثة انواع للاسقاط المتوازي لتمثيل الجسم وكلها تعتمد على زاوية الرؤية وتسمى بـ **الاسقاط العمودي** .



شكل ٢/

٢ ـ الاسقاط العمودي

يقسم الاسقاط العمودي الى ثلاثة انواع حسب وضع مستوى المسقط في الفراغ .

أ ـ الاسقاط الاكسونوتري (الاسقاط بواسطة المحاور)

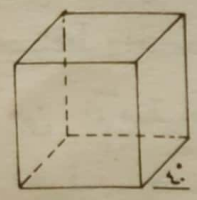
في هذا النوع من الاسقاط يسقط الجسم عمودياً على مستوى مائل على ثلاث اتجاهات رئيسية فيه اي ثلاثة محاور (س ، ص ، ع) الطول والعرض والارتفاع وتمثل

الاجسام بأمالتهابزاوية ٣٠° على الافقي لمستوى الاسقاط كان ينظر اليها بزاوية ٣٠ من اعلى وترسم الحوافي المتباعدة للجسم على زاوية ٣٠ وتبقى الابعاد الثلاثة كما هي كما نلاحظ الشكل (٤) الذي يبين رسم المنظور لمكعب . وتعد هذه الطريقة ابسط الطرق عموماً في تمثيل القطع الميكانيكية للعمال والفنيين .

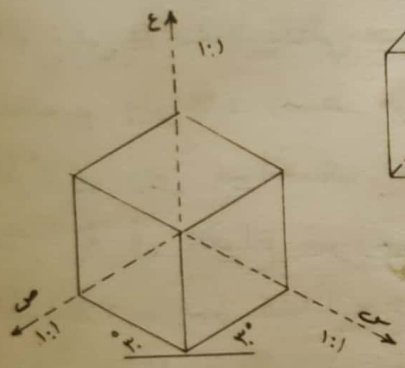
ب ـ الاسقاط المرقوم

ويسمى بالاسقاط العمودي على مستوى واحد وفيه يتم اسقاط الجسم عمودياً على ورقة الرسم وتحديد نقاطه بان يذكر بجوار كل نقطة منسوبها او رقمها (اي بعدها العمودي عن هذا المستوى) ويستعمل هذا النوع من الاسقاط بصفة خاصة في اعداد خرائط المساحة الطبوغرافية التي يمكن بواسطتها تمثيل سطح الارض غير منتظم التكوين مع بيان ما به من مرتفعات ومنخفضات كما يستعين المهندس المدني في تخطيط الترع والمصارف وانشاء الطرق والجسور وبقية الاعمال المدنية .

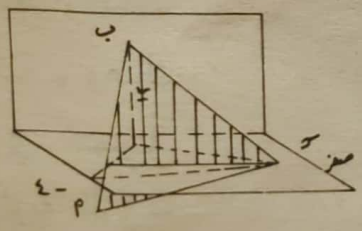
كما هو مبين في شكل رقم (٥) المثلث على المستوى الافقي أ (ـ ٤) ، ب (+ ١٢) ، حـ (صفر) ويسمى مسقطه الرقمي والارقام ـ ٤ ، ١٢ صفر هي ارتفاعات رؤوس المثلث عن المستوى الافقي .

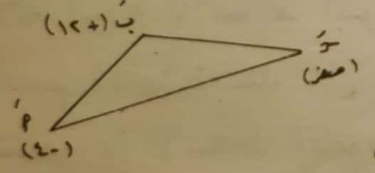


شكل / ٤



شكل / ٤





شكل / ٥

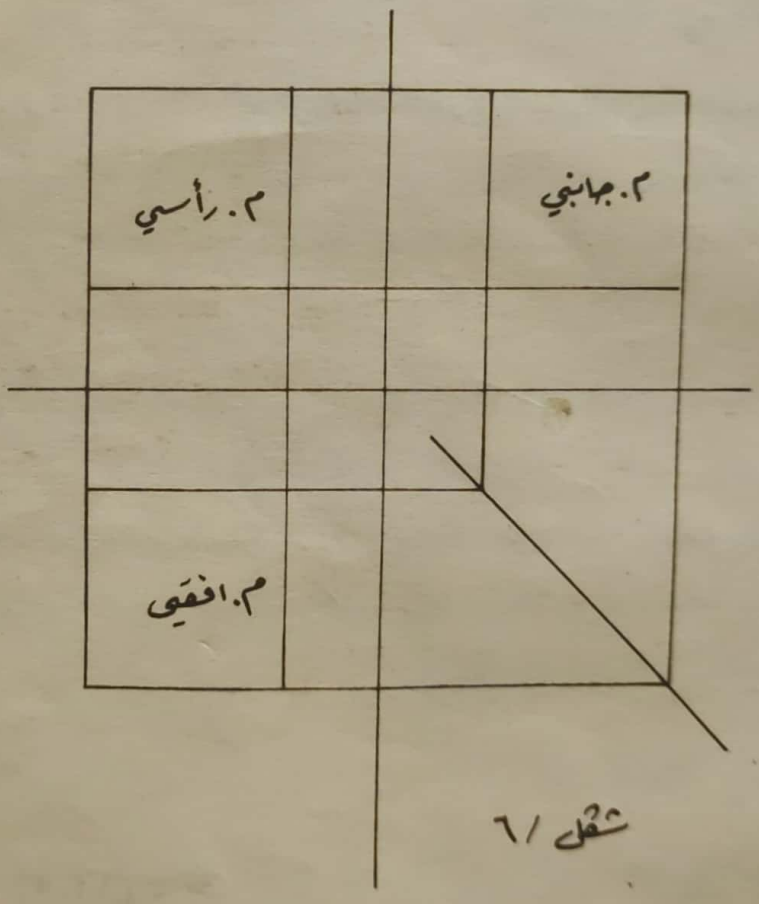
أ (ـ٤) ، ب (+ ١٢) ، حـ (صفر)

جـ ـ الاسقاط العمودي على مستويين (طريقة مونج)

لا شك ان المنظور هو اعم طرق الاسقاط المستعملة في الهندسة الوصفية واكثرها بلاغة في التعبير عن المجسمات الفراغية المراد تمثيلها ولكنه في الوقت نفسه اقلها امكانية في تعيين الابعاد الحقيقية . واسهل طرق الاسقاط على الاطلاق في تعيين الابعاد الثلاث

للاجسام الهندسية هي طريقة الاسقاط العمودي على مستويين احدهما رأسي والآخر افقي ويضع الجسم عادة بحيث ان وجهين من اوجهه الرئيسية يوازيان المستويين وكثيرما يستعان بمستوى ثالث هو المستوى الجانبي لتوضيح بعض تفاصيل الجسم الداخلية .

وهذا النوع من الاسقاط اكثر انـواع الاسقاط استعمالا لبساطته وامكانية وضع الابعاد للجسم على المسقط بطريقة واضحة وان جميع ابعاد الجسم تظهر بأبعادها الحقيقية كما هو مبين في شكل رقم (٦) فهو الطريقة الفنيةالتي يتخاطب بها المهندسون مع غيرهم من المهندسين والفنيين واذا اريدان يتخاطب مع غير المهندسين والفنيين من العمال فلا بد والحالة هذه من استخدام الطرق التصويرية كالمنظور والاسقـاط المتوازي .



شكل / ٦

الفصل الثاني
الاسقاط العمودي على مستويين متعامدين
(او طريقة مونج)

بند ٢ ـ مستويي الأسقاط

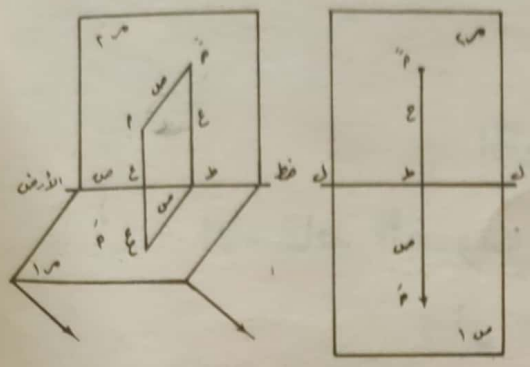
أن الاسقاط يتم على مستويين متعامدين أحدهما أفقي ويسمى بالمستوى الأفقي ويرمز له بالحرف (م١) والثاني رأسي ويسمى بالمستوى الرأسي ويرمز له بالحرف (م٢) . وهذان المستويان يتقاطعان في خط مستقيم يسمى خط الأرض ويرمز له بالحرف (ل ل) .

وهذا النوع من الاسقاط يعتبر أكثر انواع الأسقاط استعمالاً وبما أن الاجسام الهندسية تتكون من عناصر أساسية مثل النقط والخطوط التي تتكون منها أحرف الجسم والمستويات التي تتكون منها اوجه الجسم . لذا فسوف نبدأ بدراسة مقومات الاجسام الآنفة الذكر من حيث طرق تمثيلها على أسطح مستوية كورق الرسم بتعين موضعها وأشكالها وابعادها الحقيقية في الفراغ .

بند ٣ ـ تمثيل النقطة

اذا أريد تمثيل نقطة ما ولتكن (أ) في الفراغ ولنأخذ كرة صغيرة جداً ثم يغرس فيها سلكين بحيث يتعامدان على بعضهما ويحصران بينهما زاوية قائمة ثم يأتي بمستويين متعامدين ويجعل احد السلكين افقياً ينتهي طرفه الأخر بالمستوى الرأسي والسلك الأخر عمودي ينتهي طرفه في المستوى الأفقي ، بحيث يكون كل من السلكين عمودياً على المستوى المسقط عليه كما في الشكل (٧ أ) . فأن نقطة تقاطع السلك الافقي المستوى الرأس تسمى **بالمسقط الرأس** ويرمز له بالحرف (أ) ونقطة تقاطع السلك الأخر بالمستوى

الأفقي تسمى **بالمسقط الافقي** ويرمز له بالحرف (أ) والمسافة بين الكرة ونقطة تقاطع السلك بالمستوى الرأسي (أ أ) تسمى بالاحداثي الأفقي ويرمز له بالحرف (ص) والمسافة بين الكرة ونقطة تقاطع السلك بالمستوى الافقي (أ أ) تسمى بالاحداثي الرأس ويرمز له بالحرف (ع) .



المسقط الفراغي / ٧ أ

المسقط الوصفي / ٧ ب

ومن ملاحظة الشكل الفراغي ، ان النقطة (أ) وخطوط اسقاطها على مستويي الاسقاط قد كونت المستوى أ أ أ العمودي على خط الارض المتقاطع معه في النقطة (ط) وهو كذلك عمودي على كل من مستويي الاسقاط حيث انه يحتوي على خطي الاسقاط أ ط ، أ ط فالشكل المتكون بعد ذلك هو (أ أ ط أ) وهو يمثل المستطيل الذي يسمى **بالمستوى المسقط للنقطة** وهو كذلك عمودي على خط الارض وعليه فأن خط الارض عمودي على أي مستقيم في ذلك المستوى المسقط .

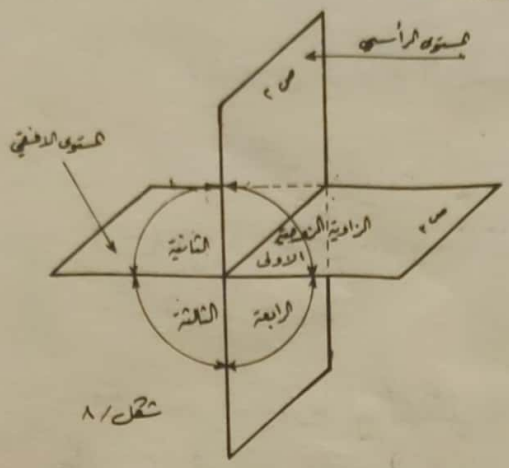
ولما كان تمثيل مساقط النقطة سيكون على الورق وهو بوضعه يمثل زاوية مستقيمة فأن الشكل الفراغي لا يحقق ذلك وانما الغرض منه لتصور وضع النقطة في الفراغ وبناءاً عليه لا بد من تثبيت المستوى الرأسي وجعل المستوى الأفقي يدور بزاوية ٩٠° حتى يكون على استقامة المستوى الرأسي (أي زاوية مستقيمة) كما هو مبين في الشكل (٧ ب) .

ولتعيين المسقطين الرأسي والافقي للنقطة (أ) في هذا الوضع الجديد للمستويين نعين نقطة (ط) على خط الارض ومنها نرسم عموداً أعلى وأسفل خط الارض ثم يعين بعد الاحداثي الرأس (ع) (وحدات) فوق خط الارض ويعين الرأس (أ) ثم يقاس من النقطة (ط) أسفل خط الارض بعد الاحداثي الافقي (ص) (وحدات) ويعين المسقط الافقي (أ) وبذلك نحصل على المسقطين الرأس والافقي للنقطة .

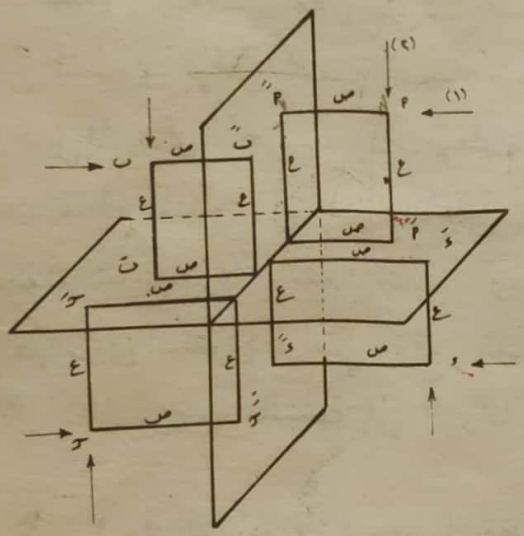
(ويلاحظ ان النقاط أ ، ط ، أ واقعة على خط مستقيم واحد عمودي على خط الارض ويسمى هذا الخط بين المسقطين **بخط التناظر** .

بند ٤ ـ تمثيل النقطة في الزوايا الزوجية الاربع

اذا مد المستويان المتعامدان بحيث يقسمان الفراغ الى أربعة زوايا زوجية مرتبة كما هو مبين في الشكل / ٨ الزاوية الزوجية الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرابعة وقد لاحظنا كيف تم تعين موضع النقطة ومساقطها في الزاوية الزوجية الأولى فيمكن بنفس الطريقة تمثيل مواضيع النقط التالية أ ،ب ،جـ ، د في الزوايا الزوجية الاربعة بأعتبار تمثيل كل نقطة في زاوية زوجية واحدة .



شكل / ٨


شكل / ٩

ولغرض تمثيل النقط المذكورة لا بد من معرفة اولاً أبعاد كل نقطة عن مستويي الاسقاط اي الاحداثي الرأسي والأفقي حيث (ع) يمثل البعد عن المستوى الافقي و (ص) عن المستوى الرأس كما هو مبين في الشكل / ٩ فاذا ما نظر الانسان عمودياً نحو المستوى الرأسي في اتجاه السهم (١) فأن النقطة (أ) تسقط على المستوى الرأسي وبذلك يتعين المسقط الرأسي.

(أً) وعندما ينظر حسب اتجاه السهم (٢) عمودياً نحو المستوى الأفقي فأن النقطة (أ) تسقط على المستوى الأفقي وعندها يتعين المسقط الأفقي (أً) . وهكذا في اسقاط بقية النقاط الأخرى ومن ملاحظة للشكل نجد ان النظر نحو المستوى الافقي في الزاوية الزوجية الأولى والثانية يتم من أعلى الى اسفل بينما يتم النظر نحوه في الزاوية الزوجية الثالثة والرابعة من اسفل الى اعلى وعلى هذا الاساس يكون وضع النقاط المذكورة حسب الآتي :

(أ) تقع في الزاوية الزوجية الأولى امام المستوى الرأس وفوق المستوى الافقي (+ ، +) .

(ب) تقع في الزاوية الزوجية الثانية خلف المستوى الرأس وفوق المستوى الأفقي (+ ، -) .

(جـ) تقع في الزاوية الزوجية الثالثة خلف المستوى الرأس وتحت المستوى الأفقي (- ، -) .

(د) تقع في الزاوية الزوجية الرابعة امام المستوى الرأس وتحت المستوى الأفقي (- ، +) .

وقد سبق ان ذكرنا ان الشكل الفراغي لا ينطبق وواقع ورقة الرسم حيث أنها تكون منبسطة (زاوية مستقيمة) فهي تمثل المستوى الرأس بالنسبة للطالب والسبورة في الصف تمثل المستوى الرأس بالنسبة للمحاضر وعليه اذا ثبت المستوى الرأسي في الشكل (٩أ) وجعل المستوى الأفقي يتحرك نحو اتجاه الاسهم المبينة في الشكل (اي جعل هناك مفصلة بين تقاطع المستوى الرأسي والافقي) فتأخذ المستويات وضعا يختلف عن الأول اي يكون مشابها لورقة الرسم او السبورة ويلاحظ عندئذ ان المستوى الأفقي في الزاوية الأولى انطبق على المستوى الرأسي ووقع خلف المستوى الرأسي في الزاوية الثانية وفي ملاحظة انفراد المستويات بالنسبة الى الزوايا الأربعة بشكل ٩ أ نجد الآتي :

١ - في الزاوية الأولى وقع المسقط الرأسي للنقطة (أ) فوق خط الارض ومسقطها الافقي تحته .

٢ - في الزاوية الثانية وقع المسقط الرأسي للنقطة (ب) فوق خط الارض ومسقطها الافقي فوقه .

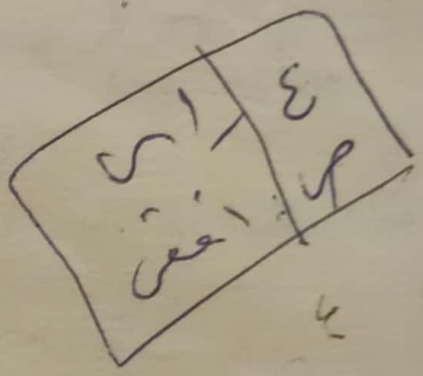
٣ - في الزاوية الثالثة وقع المسقط الرأسي للنقطة (جـ) تحت خط الارض ومسقطها الافقي فوقه .

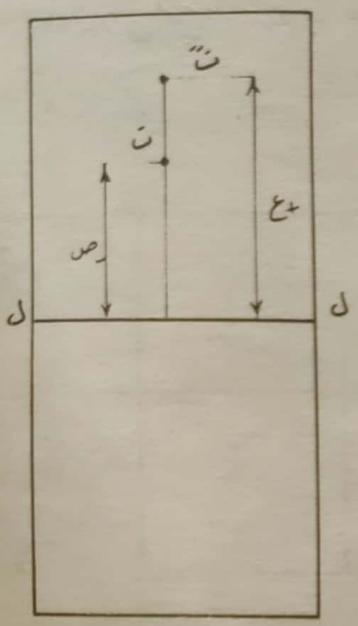
٤ - في الزاوية الرابعة وقع المسقط الرأسي للنقطة (د) تحت خط الارض ومسقطها الافقي تحته .

ونلاحظ عندما تقع اي نقطة في الزاوية الزوجية الأولى تكون اشارة الاحداثي الرأسي (العيني) والأفقي (الصادي)موجبان وفي الزاوية الثانية تكون اشارة

الاحدائي الرأسي موجبة واشارة الاحدائي الافقي سالبة وعندما تقع في الزاوية الزوجية الثالثة تكون كل من اشارة الاحدائي الرأسي والافقي سالبة وفي الزاوية الرابعة تكون اشارة الاحدائي الرأس سالبة واشارة الاحدائي الافقي موجبة ويمكن وضع هذا في جدول .

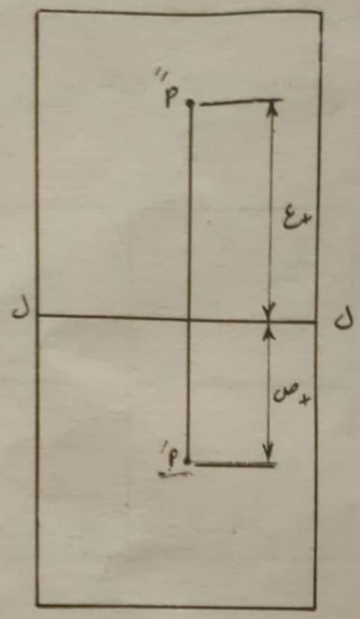
الاحدائي	الزاوية الأولى	الزاوية الثانية	الزاوية الثالثة	الزاوية الرابعة
ع	+	+	−	−
ص	+	−	−	+





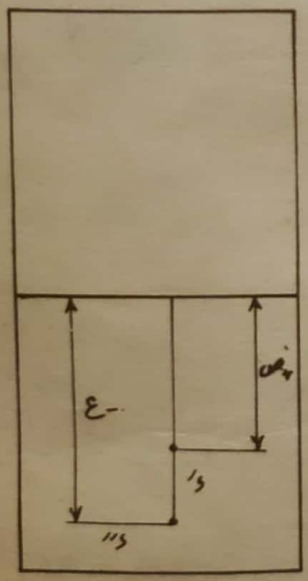
الزاوية الزوجية الثالثة

- ت -



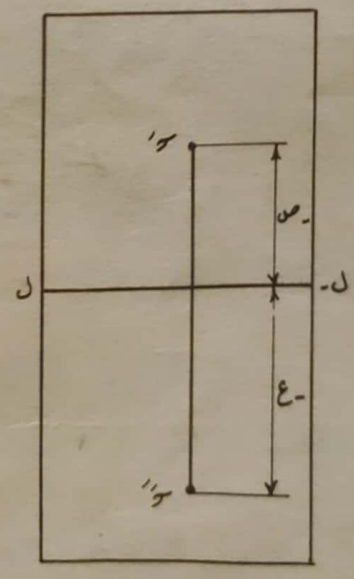
الزاوية الزوجية الاولى

- أ -



الزاوية الزوجية الرابعة

- د -



الزاوية الزوجية الثانية

- حـ -

شكل / ٢٩

بند ٥ ـ اوضاع خاصة بالنقطة

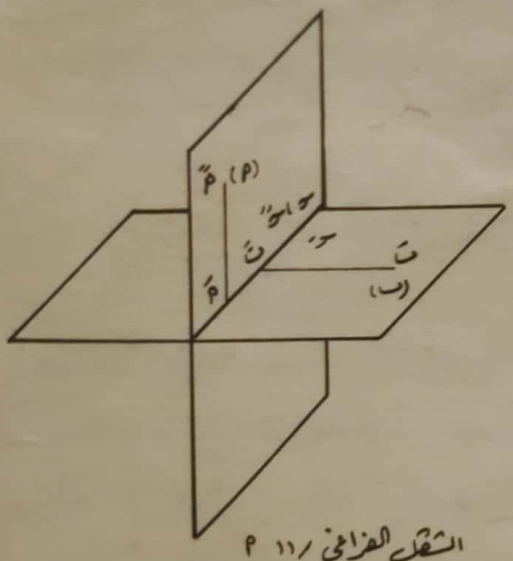
١ ـ اذا وقعت اي نقطة في المستوى الرأسي فأن مسقطها الرأسي ينطبق على النقطة نفسها في المستوى الرأسي ومسقطها الأفقي يقع على خط الأرض اي ان الاحداثي الأفقي (ص) يساوي صفر .

٢ ـ اذا وقعت اي نقطة في المستوى الأفقي فأن مسقطها الأفقي ينطبق على النقطة نفسها في المستوى الأفقي ومسقطها الرأسي يقع على خط الارض اي ان الاحداثي الرأسي (ع) يساوي صفر .

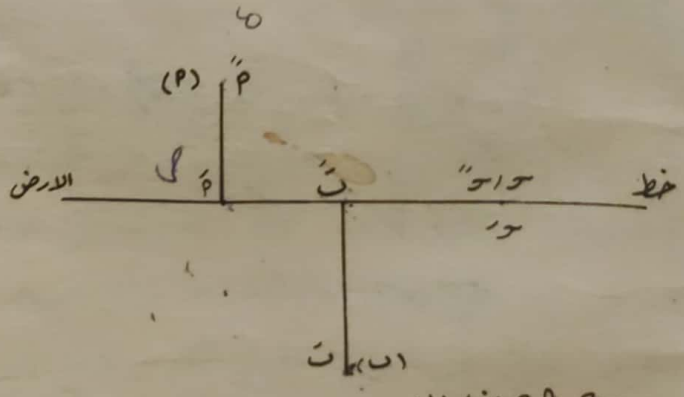
٣ ـ اذا وقعت اي نقطة على خط الارض فأن مسقطها الرأسي والأفقي يقعان على النقطة نفسها على خط الارض اي ان الاحداثي الافقي والرأسي يساويان صفر .

مثال :

عين مسقطي النقط التالية : أ (صفر ، ٢) ، ب (٢ ، صفر) ، جـ (صفر ، صفر) .



الشكل الفراغي / ١١ م



الشكل الوصفي / ١١ ب

ملاحظة :

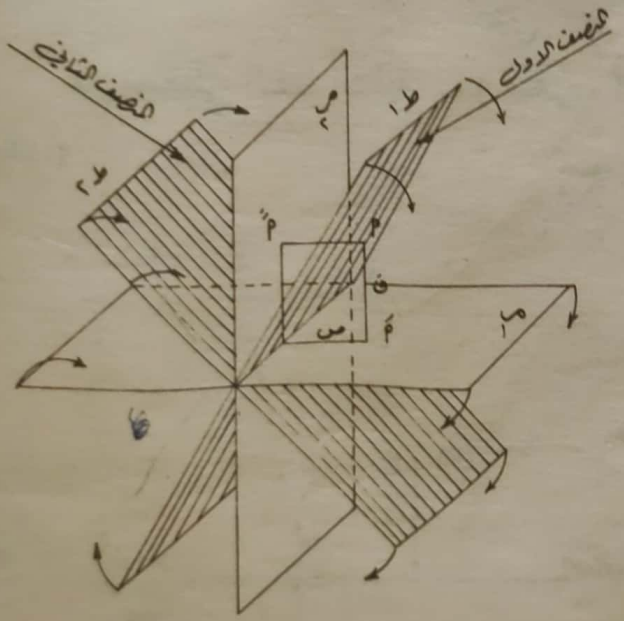
١ ـ ان النقطة (أ) يمكن ان يعبر عنها بأنها مشتركة بين زاويتين زوجيتين الأولى والثانية .

٢ ـ ان النقطة (ب) يمكن انْ يعبر عنها بأنها مشتركة بين زاويتين زوجيتين الأولى والرابعة .

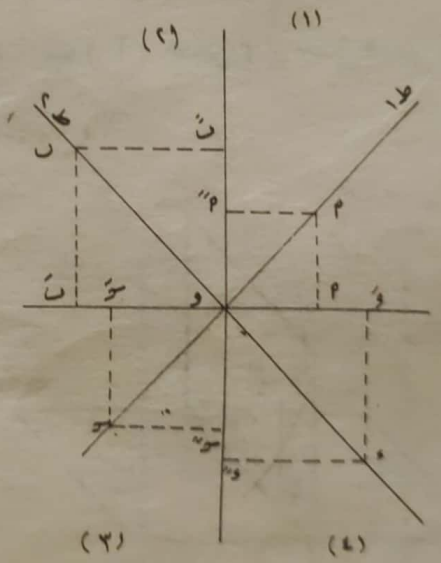
بند ٦ ـ المستويات المنصفة :

المستوى المنصف الأول : هو ذلك المستوى الذي ينصف الزاوية الزوجية الأولى والثالثة ويرمز له بالحرف (ط١) وهو الذي يمثل المحل الهندسي لجميع النقط التي بعدها عن المستوى الأفقي يساوي بعدها عن المستوى الرأسي في المقدار والعلامة اي ان الاحداثي الرأسي (ع) يساوي الاحداثي (ص) كما هو مبين في الشكل رقم (١٢ جـ) .

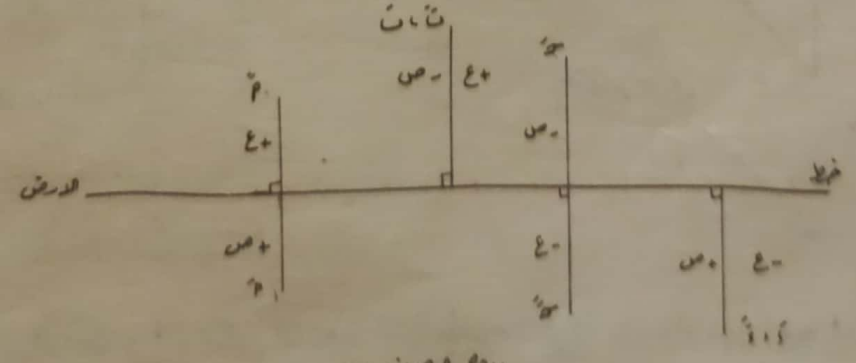
المستوى المنصف الثاني : هو ذلك المستوى الذي ينصف الزاوية الزوجية الثانية



الشكل الفراغي / ١٢ أ



شكل / ١٢ ب



الشكل الوصفي / ١٢ جـ

والرابعة ويرمز له بالحرف (ط٢) وهو لذلك يمثل المحل الهندسي لجميع النقط التي بعديها عن المستوى الرأسي والأفقي متساويان في المقدار ومختلفان في العلامة كما هو في الشكل رقم (١٢ جـ) .

بند ٧ ـ تعيين مواضع ومساقط النقطة في الفراغ المحدد بثلاث مستويات

لقد ذكرنا فيما سبق كيفية تحديد موضع النقطة في الفراغ بواسطة مستويين متعامدين[1] والحصول على مسقطها الرأسي والأفقي بمعلومية بعداها عن مستويي الاسقاط الا ان موضع النقطة في الفراغ لا يتحدد تماماً حيث تقطع النقطة على مستقيم يوازي كل من مستويي الاسقاط وبعداها عنهما يحققا ذلك ولأجل أن يحدد موضع النقطة في الفراغ تحديداً ثابتاً لا بد من الأستعانة بنقطة اخرى ثابتة ومعنى ذلك وجود **بعد ثالث آخر** عن مستوى ثالث عمودي على كل من المستويين م١ ، م٢ فتكون المستويات الثلاث متعامدة بعضها على بعض ومتلاقية بنقطة تسمى **نقطة الأصل** وعلى هذا الأساس ان المستويات الثلاث تتلاقى في ثلاثة مستقيمات متعامدة احداها رأس وهو المحور العيني (ع) ويسمى بمحور العينات والمحورين الأفقيان س ، ص ويسميان محورين السينات والصادات على الترتيب ، ويلاحظ ان المحور س ، ع يكونان المستوى الامامي وس ، ص يكونان المستوى الأفقي وص ، ع يكونان المستوى الجانبي .

ويمكن تعيين موضع اي نقطة مثل (هـ) في الفراغ اذا علمت ابعادها العمودية الثلاث (س ، ص ، ع) عن المستوى الجانبي والأمامي والأفقي الموازية لأتجاهات المحاور الثلاثة المتعامدة وتسمى هذه الأبعاد بأحداثيات النقطة كما في الشكل الفراغي (١٣ أ) وعندما يراد تعريف النقطة بأحداثياتها الثلاث يكتب الحرف الدال على أسمها خارج القوس وبداخله الأحداثيات التابعة لها مثل النقطة هـ (س ، ص ، ع) فيكون البعد (س) عن المستوى الجانبي والبعد (ص) عن المستوى الامامي (الرأسي) والبعد (ع) عن المستوى الافقي وتحديد مساقط النقطة (هـ) المعلومة الاحداثيات تتبع الخطوات التالية :

---

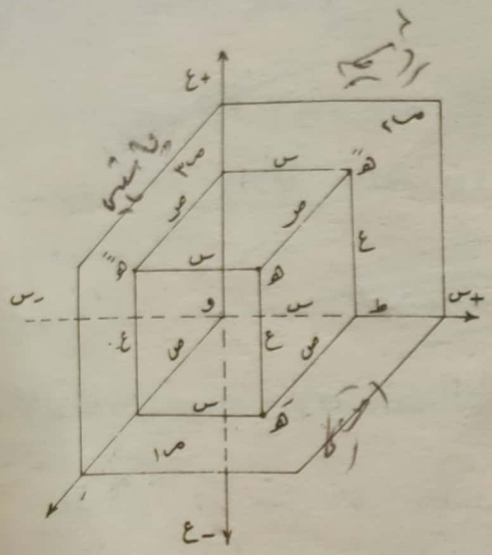
(١) طريقة مونج

١ ـ نختار نقطة الأصل (و) على خط الأرض نرسم منها مستقيماً عمودياً عليه يمثل محور العينات .

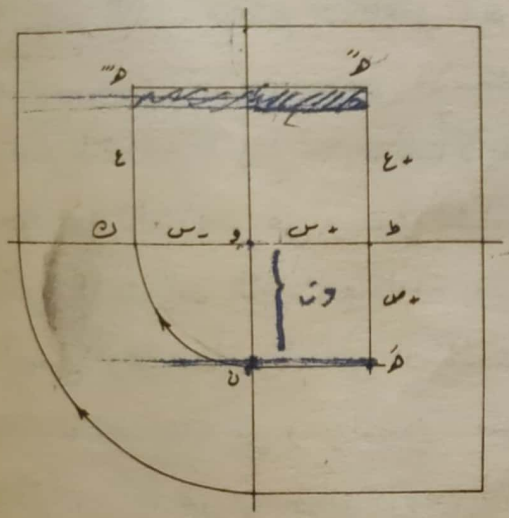
٢ ـ نعين مقدار البعد (س) على يمين نقطة الأصل (و) ان كانت أشارته موجبة وعلى يسارها ان كانت أشارته سالبة ثم نحدد خط التناظر .

٣ ـ نعين على خط التناظر مقدار البعد (ع) أعلى خط الأرض اذا كانت اشارته موجبة وأسفله اذا كانت اشارته سالبة وبذلك يتعين المسقط الرأس (هَـ) .

٤ ـ ثم نعين على خط التناظر مقدار البعد (ص) أسفل خط الارض اذا كانت اشارته موجبة وأعلى خط الارض اذا كانت أشارته سالبة وبذلك يتعين المسقط الأفقي (هَـ) .



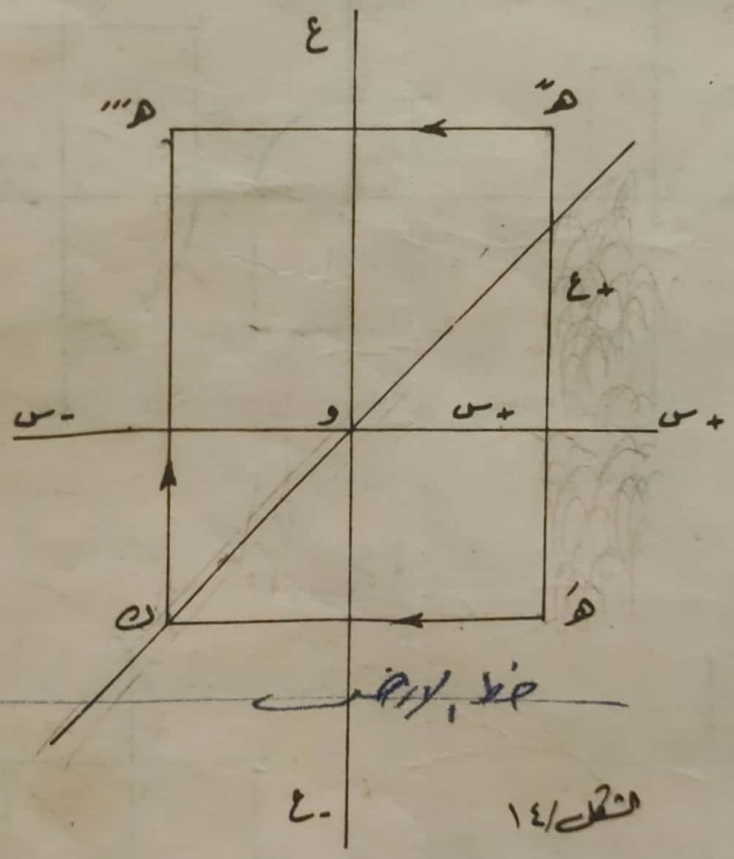
شكل الواصفي /١٣ أ



شكل الواصفي /١٣ب

٥ ـ ولتعيين المسقط الجانبي (هً) نرسم من المسقط الرأسي (هَـ) مستقيماً يوازي خط الأرض وعمودي على محور العينات بحيث يتجاوزه ثم نرسم خطاً آخر من المسقط الافقي (هَـ) موازياً ايضاً لخط الأرض . بحيث يقطع محور العينات في نقطة (ن) ثم يركز الفرجال في نقطة الأصل (و) وبفتحة تساوي (ون) اي بمقدار قيمة الاحداثي الأفقي (ص) وترسم ربع دائرة تقطع خط الأرض في نقطة (ك) ومنها يرسم مستقيماً موازياً لمحور العينات يقابل المستقيم الوارد من المسقط الرأسي بنقطة التقاطع هذه هي المسقط الجانبي (هً) كما في الشكل الوصفي (١٣ ب) . ويقع المسقط الجانبي اما على يمين محور العينات اذا كانت اشارة الاحداثي الأفقي (ص) سالبة او على يساره اذا كانت موجبة كما هو مبين في الشكل (١٣ ب) او يلاحظ ان ربع الدائرة مرسوماً في الربع الثالث عندما تكون قيمة (ص) موجبة ويرسم في الربع الأول عندما تكون قيمة (ص) سالبة .

وهناك طريقة اخرى لايجاد المسقط الجانبي دون حاجة لملاحظة اشارة الاحداثي (ص) وذلك برسم المستوى المنصف للزاوية الزوجية الأولى والثالثة (اي الربع الأول والثالث) وبعد رسم المسقطين الرأس والأفقي للنقطة (هـ) يرسم من المسقط الأفقي (هَـ) مستقيماً يوازي خط الأرض مقابل المنصف (الربع الثالث) في نقطة (ك) ومنها يرسم مستقيماً يوازي محور العينات يقابل المستقيم الوارد من المسقط الرأسي (هَـ) نقطة التقاطع هي المسقط الجانبي (هً) كما هو موضح في الشكل (١٤) وباختصار ان الاحداثي السيني (س) يحدد خط التناظر والاحداثي الصادي (ص) يحدد المسقط الأفقي والأحداثي العيني (ع) يحدد المسقط الرأسي .



الشكل ١٤

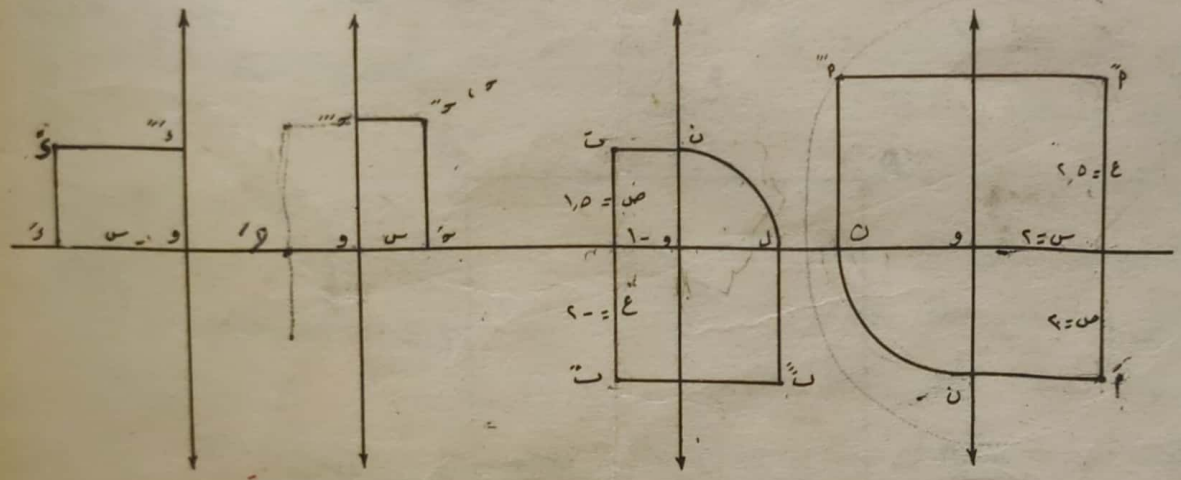
« اسئلة محلولة على النقاط »

(١) ارسم المساقط الثلاثة للنقاط التالية وعين الزاوية الزوجية الواقعة فيها :

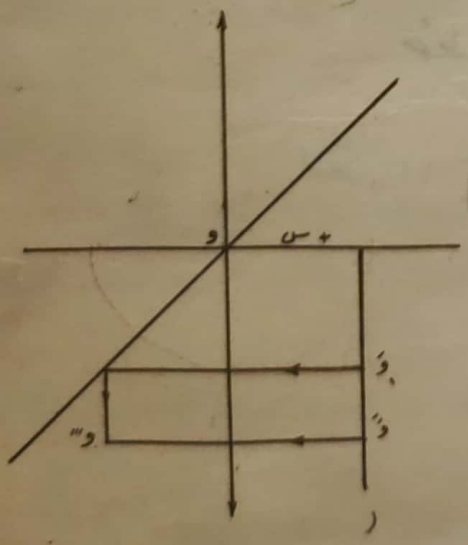
أ (٢ ، ٢ ، ٢,٥) ب (-١ ، -١,٥ ، -٢) جـ (١ ، صفر ، ٢)

د (-٢ ، صفر ، ١,٥) هـ (-٢ ، -٢ ، -٣) و (٢ ، ٢ ، -٣).

الحل



شكل ١٥/ (م) ل١ — شكل ١٦/ (ب) ل٢ — شكل ١٧/ (ح) ل٢ — شكل ١٨/ (ع) ل٢



شكل ١٩/ (هـ) ل٢ — شكل ٢٠/ (و) ل٢

(٢) المطلوب تمثيل النقط الآتية بمسقطيها وتعيين الزاوية الزوجية الواقعة فيها كل نقطة :

(أ) تقع امام المستوى الرأسي بمقدار ١ سم و ٤ سم عن المستوى الأفقي .
(ب) تقع في المستوى الرأسي وتبعد ٥ سم عن المستوى الأفقي .
(جـ) تقع خلف المستوى الرأسي بمقدار ١ سم وتحت المستوى الأفقي بمقدار ٣ سم .
(د) تقع امام المستوى الرأسي بمقدار ٢ سم وتحت المستوى الأفقي بمقدار ٥ سم .

الحل :

قبل ان نبدأ بالحل لا بد من فهم العبارات التالية :

١) أن كلمة امام المستوى الرأسي او عنه تعني بعد الاحداثي الافقي (ص) وفوق او اعلى المستوى الأفقي او عنه تعني الاحداثي الرأسي (ع) وبهذه الحالة النقطة واقعة في الزاوية الزوجية الأولى .

٢) ان كلمة خلف المستوى الرأسي تعني بعد الاحداثي الافقي (ص) . واعلى المستوى الأفقي = الاحداثي الرأسي (ع) والنقطة في هذا الوضع واقعة في الزاوية الزوجية الثانية .

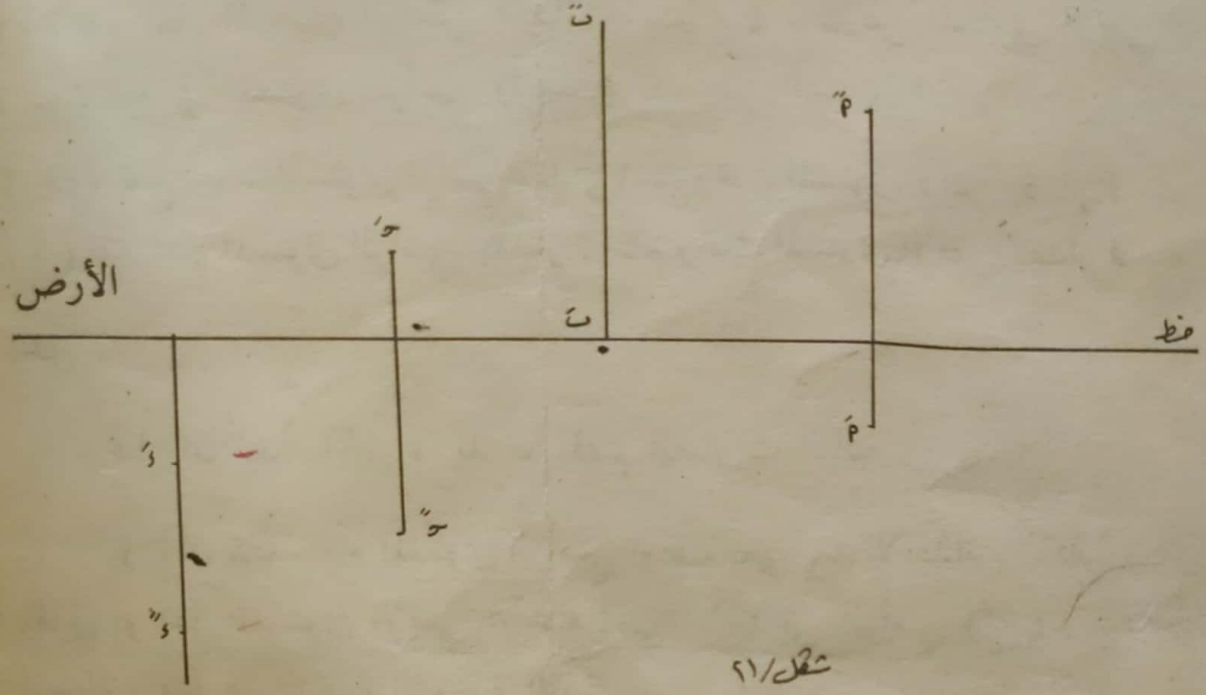
٣) ان كلمة خلف المستوى الرأسي وتحت المستوى الأفقي ان النقطة واقعة في الزاوية الزوجية الثالثة .

٤) ان كلمة امام المستوى الرأسي وتحت المستوى الأفقي ان النقطة الواقعة في الزاوية الزوجية الرابعة .

اولاً ـ تعيين الزوايا والاحداثيان ع ، ص

النقط	مواقعها	بعد الاحداثي (ع)	بعد الاحداثي (ص)
أ	لـ الأولى	٤	١
ب	لـ الأولى والثانية	٥	صفر
جـ	لـ الثالثة	ـ ٣	ـ ١
د	لـ الرابعة	ـ ٥	٢

ثانياً ـ تمثيل النقط (مسقطيها)



شكل/٢١

(٣) عين بعد نقطة أ (٢ ، ٣ ، ٥) عن كل من :
أ ـ محور السينات ، ب ـ محور الصادات ، جـ ـ محور العينات ، د ـ نقطة الأصل و . بالحساب اولاً ثم بالرسم ثانياً ؟

الحل بالحساب

بعد النقطة عن المستوى الجانبي س = ٢ سم
بعد النقطة عن المستوى الرأس ص = ٣ سم
بعد النقطة عن المستوى الأفقي ع = ٥ سم

١) لحساب بعد النقطة عن محور السينات (س) ل س^{٢} = ص^{٢} + ع^{٢}
= ٣^{٢} + ٥^{٢} = ٣٤
ل س = ٥,٨٤ سم

٢) لحساب بعد النقطة عن محور الصادات (ص) ل ص^{٢} = س^{٢} + ع^{٢}
= ٢^{٢} + ٥^{٢} = ٢٩

ل ص = ٥,٣٨ سم

٣) لحساب بعد النقطة عن محور العينات (ع) ل ع^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} .

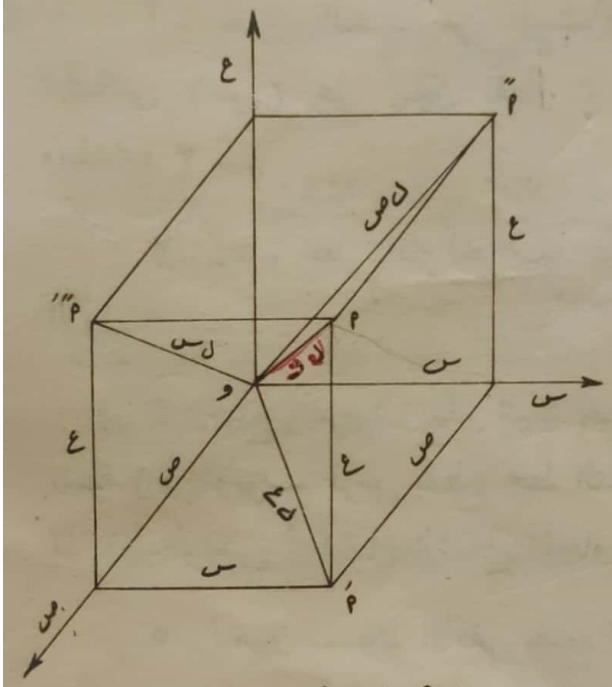
= ٢^{٢} + ٣^{٢} = ١٣

ل ع = ٣,٦ سم

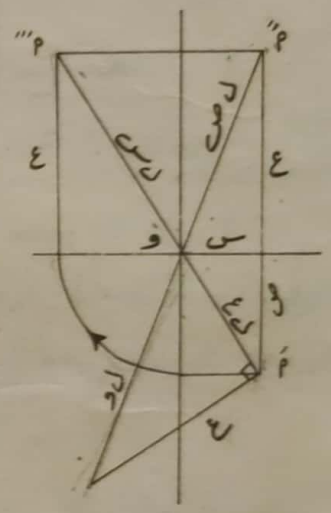
٤) لحساب بعد النقطة عن محور نقطة الأصل (و) ل و^{٢}=س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢}

= ٢^{٢} + ٣^{٢} + ٥^{٢} = ٣٨

ل و = ٦,١٦ سم



الشكل الفراغي / ٢٢ أ

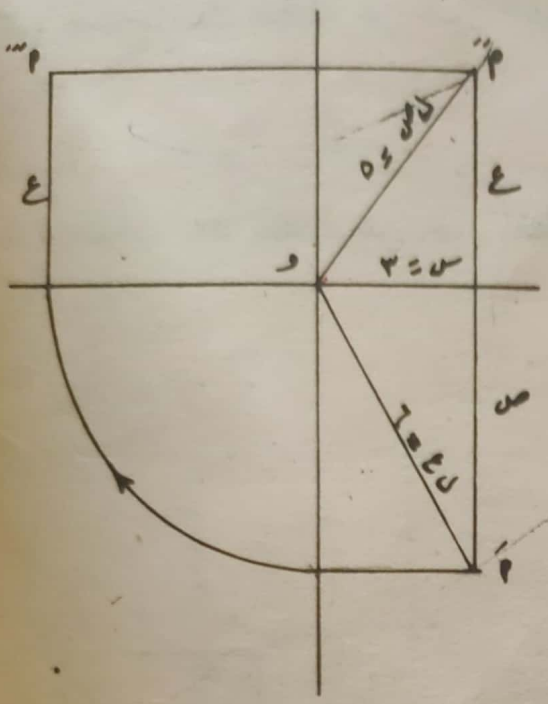


الشكل الوصفي / ٢٢ ب

٤) مثل نقطة (أ) التي تبعد ٣ سم عن المستوى الجانبي و ٥ سم عن محور الصادات و ٦ سم عن محور العينات . ثم عين مساقط نقطة (ب) المتماثلة معها بالنسبة للمستوى الرأس وكذلك مساقط النقطة (جـ) المتماثلة مع نقطة (ب) بالنسبة الى محور الصادات .

الحل :

أولاً - تمثيل النقطة (أ)



شكل / ٢٣

خطوات الحل .

١ - تعين نقطة (و) على خط الأرض ويرسم خط التناظر المار بها (عمودياً على خط الأرض) .

٢ - يعين البعد عن المستوى الجانبي (س) على يمين نقطة و) ومقداره ٣ سم .

٣ - يرسم خط تناظر آخر يبعد عن الأول ٣ سم .

٤ - يفتح الفرجال بقدر البعد عن محور الصادات وهو (٥) سم ثم يركز في نقطة (و) ويرسم قوس يقطع خط التناظر الثاني فوق خط الأرض وبذلك يتعين المسقط الرأسي أ كما في الشكل المجاور (٢٣) .

٥ - لتعيين المسقط الأفقي يفتح الفرجال بقدر البعد عن محور العينات وهو (٦) سم ويركز في نقطة (و) ويرسم قوس يقطع خط التناظر الثاني تحت خط الأرض وبذلك تعين المسقط الأفقي أ .

٦ - يعين المسقط الجانبي حسب الطرق المارة الذكر في المسائل السابقة .

ثانياً - تعين مساقط نقطة (ب) المتماثلة مع نقطة (أ) بالنسبة للمستوى الرأسي :

الحل :

١ - النقطة المتماثلة بالنسبة لأحد المستويات الرئيسية يقصد به تغيير اشارة احداثي بعداه عن ذلك المستوى فقط ، وتبقى ابعادها عن المستويين الرئيسين الأخرين تظل كما هي .

٢ ـ بما ان التماثل سيكون بالنسبة للمستوى الرأسي فالأحداثي الأفقي (ص) للنقطة (أ) اشارته موجبة وعلى هذا الاساس تكون أشارته سالبة بالنسبة للنقطة (ب) .

٣ ـ وعلى هذا الأساس يمكن رسم مساقط النقطة (ب) بأعادة الرسم المبين اعلاه في ش / ٢٣ وتعين المساقط المطلوبة للنقطة (ب) عليه ، كما هو في شكل / ٢٤ .

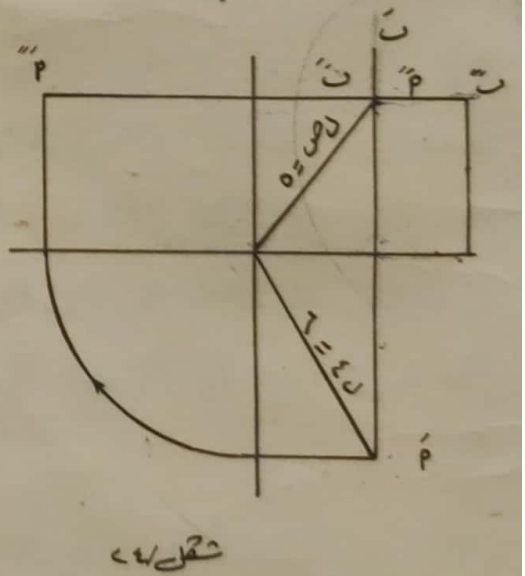
ثالثاً ـ تعين مساقط النقطة (جـ) المتماثلة مع النقطة (ب) بالنسبة لمحور الصادات .

الحل :

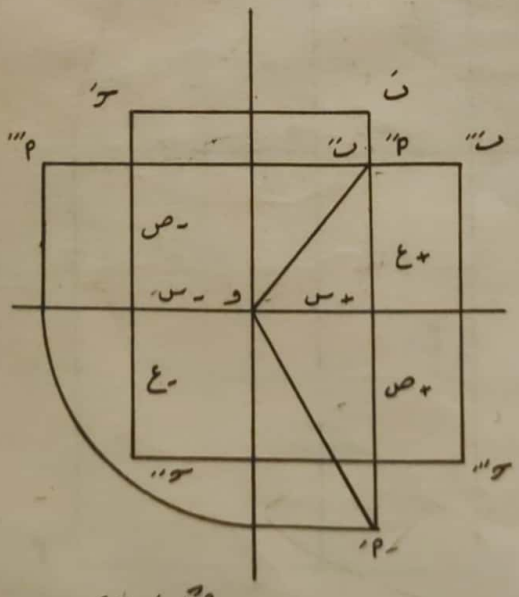
١ ـ النقطة المتماثلة بالنسبة لأحد المحاور الثلاث تتغير اشارتي احداثياتها في اتجاه المحورين الآخرين فقط ويظل احداثيها في اتجاه المحور كما هو .

٢ ـ بما ان رسم مساقط النقطة (جـ) المتماثلة مع النقطة (ب) وبالنسبة لمحور الصادات فأن الأحداثي الأفقي للنقطة (ب) سالب فيبقى كما هو وانما يتغير كل من الأحداثي السيني والعيني .

٣ ـ يعاد الرسم المبين في الشكل ٢٤ ويتم تعيين مساقط النقطة (جـ) عليه . كما في شكل / ٢٥ .



شكل / ٢٤



شكل / ٢٥

٥) عين مساقط النقطة أ (٢ ، ٣ ، ٥) المتماثلة بالنسبة لنقطة الأصل وثم مثلها بالنسبة للمستويات الثلاثة والمحاور الثلاثة بشكل جدول يبين فيه التغيرات الحاصلة في اشارة كل من ابعادها الثلاثة

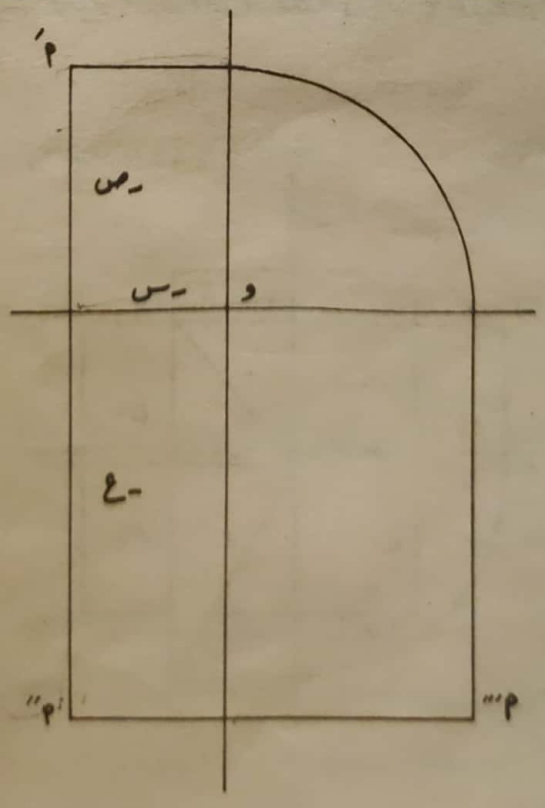
الحل :

اما تمثيل النقطة (أ) المتماثلة بالنسبة لنقطة الأصل (و) فأن اشارة كل من ابعادها الثلاثة تتغير من موجب الى سالب وبالعكس . كما هو مبين بالشكل / ٢٦ وعلى هذا الاساس تكون الاحداثيات كالآتي : -

س = - ٢ ، ص = - ٣ ، ع = - ٥ .

الجدول يعين تمثيل النقطة أ (٢ ، ٣ ، ٥) .

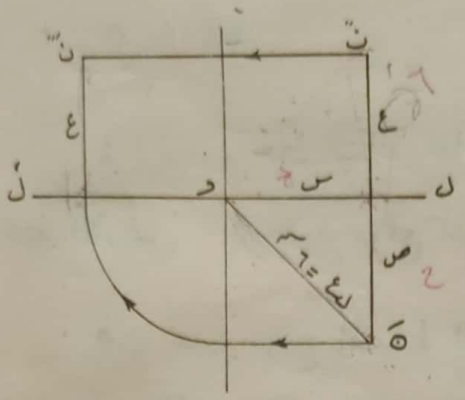
النقطة المتماثلة بالنسبة	الاحداثي	النقطة المتماثلة بالنسبة	الاحداثي
المستوى الأفقي	(٢ ، ٣ ، - ٥)	لمحور س	(٢ ، - ٣ ، - ٥)
المستوى الرأسي	(٢ ، - ٣ ، ٥)	لمحور ص	(- ٢ ، ٣ ، - ٥)
المستوى الجانبي	(- ٢ ، ٣ ، ٥)	لمحور ع	(- ٢ ، - ٣ ، ٥)
		لنقطة الأصل و	(- ٢ ، - ٣ ، - ٥)



شكل/٢٦

٦) مثل النقطة ن التي تبعد ٦ سم عن محور العينات علماً بأنها متساوية البعد عن المستوى الرأسي والجانبي وترتفع ٤ سم فوق المستوى الأفقي ؟

الحل :



شكل/٢٧

١ ـ الاحداثي الصادي ص = الاحداثي السيني (س) .

٢ ـ بعد النقطة ن عن محور العينات يمثل الوتر بالنسبة للاحداثي (س، ص) .

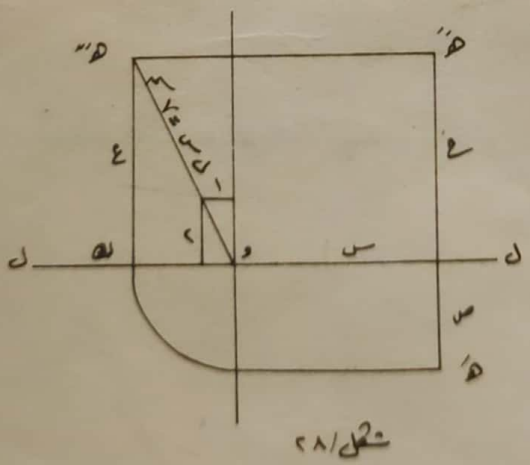
٣ ـ والوتر و نَ يمثل ٤٥° على المستوى الرأسي .

٤ ـ تنصف الزاوية الزوجية الرابعة بخط يحدد عليه بعد النقطة عن المحور ل ع .

٥ ـ بذلك تحدد المسقط الأفقي نَ ومنه يرسم خط التناظر لتحديد المسقط الرأسي نً والذي يبعد ٤ سم عن خط الأرض . كما هو واضح في الشكل / ٢٧ .

٧) مثل النقطة (هـ) التي تبعد ٧ سم عن محور السينات والنسبة بين بعديها عن المستوى الرأسي الى بعدها عن المستوى الأفقي تساوي $\frac{١}{٢}$ وبعدها عن المستوى الجانبي ٦ سم ؟

الحل



شكل/٢٨

١) الاحداثي الأفقي (ص) الى الاحداثي الرأس (ع) = $\frac{١}{٢}$

٢) من مراجعة الشكل (٢٢ ب) نلاحظ ان ما يمثل بعد النقطة عن محور السينات (ل س) واقع في الزاوية الزوجية الثانية .

٣) يرسم مستطيلاً في الربع الثاني بحيث يكون نسبة طوله الى ارتفاعه $\frac{١}{٢}$ ثم

يرسم خطا من نقطة الأصل ماراً بنقطة تقاطع طول المستطيل وارتفاعه ثم يعين عليه بعد النقطة عن محور السينات = ٧ سم وبذلك يتعين المسقط الجانبي هـً) كما يظهر في الشكل / ٢٨ .

٤) يرسم خط التناظر على بعد ٦ سم عن نقطة الأصل وعلى يمينها وامتداد خط الارض . لتحديد موقع المسقط الرأسي (هًـ) بدلالة المسقط الجانبي .

٥). يحدد موقع المسقط الأفقي (هَـ) وذلك بنقل البعد و ك الذي يمثل الاحداثي الأفقي (ض) .

تمارين
تمثيل النقطة

(جميع الأبعاد بالسنتيمترات)

١) ـ عين المساقط الثلاثة للنقط الآتية إذا كانت أبعادها عن المستويات الجانبي والرأسي والأفقي هي على الترتيب :

أ (ـ ١ ، ٢ ، ٣) ، ب (٥ ، ـ ٢ ، ـ ٤) ، جـ (٣ ، ١ ، ـ ٢) ، د (ـ ٢ ، ـ ٤ ، ـ ٥) هـ (صفر ، ٤ ، ـ ٣) ، و (٤ ، ٣ ، صفر) ، ز (صفر ، صفر ، صفر) .

٢) ـ المطلوب رسم مساقط النقط الآتية بعد توضيحها في شكل فراغي :

١ ـ نقطة أ تبعد ٣سم خلف المستوى الرأسي و ٢ سم فوق المستوى الأفقي .

٢ ـ نقطة ب واقعة في الزاوية الزوجية الثالثة واحداثياها الرأس والأفقي على التوالي ـ ٣,٥ سم ، ٢,٥ ـ سم .

٣ ـ نقطة (جـ) منطبقة على المستوى الرأسي ومنخفضة عن المستوى الأفقي ٤,٥ سم .

٣) ـ عين بعد نقطة أ (٢ ، ٣ ، ٥) عن كل من :

أ ـ محور السينات ، ب ـ محور الصادات ، جـ ـ محور العينات ، د ـ نقطة الأصل و .

٤) ـ مثل نقطة هـ (؟ ، ٣ ، ٢) اذا كانت تبعد :

أ ـ ٣ سم عن محور الصادات

ب ـ ٥ سم عن محور العينات

٥) ـ المطلوب تمثيل النقطتين الآتيتين بمساقطيهما الثلاثة وتعيين النقطتين

المتماثلتين لهما بالنسبة الى المستوى الرأسي .

أ ـ تبعد ٣ عن المستوى الجانبي ، ٤ عن محور العينات ، ٦ عن محور السينات .

ب ـ واقعة في الزاوية الثانية وتبعد ٦ عن محور الصادات ، ٤ عن م١ ، ٢ عن م٢ .

٦) ـ المعلوم نقطة ن (١ ، ـ ٣ ، ٢) والمطلوب تعيين النقطة المتماثلة معها بالنسبة الى : ـ

أ ـ المستوى الرأسي ، ب ـ المستوى الأفقي ، جـ ـ المستوى الجانبي د ـ نقطة الأصل و ، هـ ـ محور السينات ، و ـ محور الصادات ، ز ـ محور العينات .

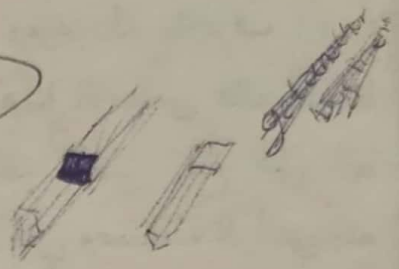
٧) ـ المطلوب تمثيل نقطة هـ واقعة في المستوى المنصف الأول وهي في الزاوية الأولى وتبعد ٤ سم عن المستوى الجانبي ، ٢ سم عن المستوى الأفقي .

٨) ـ المطلوب تمثيل نقطة ن واقعة في المستوى المنصف الثاني وتبعد (ـ ٣) سم عن المستوى الجانبي ، ٢,٥ سم عن المستوى الرأسي .

٩) ـ المطلوب رسم المساقط الثلاثة لمثلث (أ ب جـ) احداثيات رؤوسه كالآتي :

أ (٤ ، ٢ ، ٢,٥) ، ب (١ ، ٥ ، ٤) ، جـ (٢,٥ ، ١ ، ٦) ثم تعيين المساقط الثلاثة لنقطة تلاقي المستقيمات المتوسطة لهذا المثلث واحداثيات هذه النقطة .

الفصل : الثالث
تمثيل المستقيم



بند ٨ : طريقة اسقاط الخط المستقيم

١ ـ تعريف : الخط المستقيم يعبر عن اتجاه مستقيم يمتد الى طول غير محدود في الفراغ .

٢ ـ يتعين مسقطي خط مستقيم على مستويي الاسقاط وذلك بأسقاط نهايتيه على المستويات الثلاث والخط الواصل بين مسقطي نقطتي نهايتيه على أي مستوى يمثل مسقط الخط على ذلك المستوى ويسمى المسقط باسم المستوى الذي يسقط عليه .

٣ ـ (أ) يمكن رسم مساقط الخط المستقيم بمعلومية احداثيات نقطتي نهايتيه الرأسية (ع) والأفقية (ص) والمسافة بين اسقاط النقطتين في اتجاه مواز لخط الأرض (ل ل) .

(ب) أو بمعلومية الأحداثيات الجانبية (س) والأفقية (ص) والرأسية (ع) (كما ورد في البند ٧ ـ تعيين مساقط النقط) .

٤ ـ اذا وازى الخط المستقيم أي من المستويات الثلاثة فان مسقطه على ذلك المستوى يمثل الطول الحقيقي للمستقيم واذا لم يواز الخط المستقيم المستوى المسقط عليه فيكون مسقطه اقصر من طوله .

٥ ـ ميل الخط المستقيم على أي مستوى هو الزاوية المحصورة بين ذلك المستقيم في الفراغ وبين مسقطه على ذلك المستوى ويرمز لميل المستقيم على المستوى الأفقي بالحرف (α) ولميله على المستوى الرأسي بالحرف (β) .

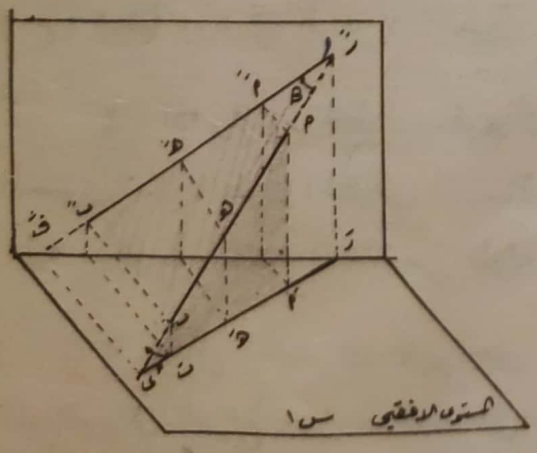
٦ـ أثرا الخط المستقيم على أي مستوى هو نقطة تقابله أو تقابل امتداده مع ذلك المستوى فهذه النقطة تسمى « بالأثر » فاذا قابلت المستوى الرأسي يسمى بالأثر الرأسي ويرمز له بالحرف (ر) ومسقطه الرأسي (رً) ومسقطه الأفقي (رَ) واذا تقابلت مع المستوى الأفقي سمي الأثر بالأثر الأفقي ويرمز له بالحرف (ف) ومسقطه الأفقي (فَ) ومسقطه الرأسي (فً) وعلى هذا الأساس فان المسقط الرأسي للأثر الرأسي يقع في المستوى الرأسي ومسقطه الأفقي يقع على خط الأرض . والمسقط الأفقي للأثر الأفقي يقع في المستوى الأفقي ومسقطه الرأسي يقع على خط الأرض .

نتيجة : اذا وقعت أية نقطة على أي من المستويين فأن المسقط الثاني لتلك النقطة يقع على خط الأرض .

والشكل (٢٩) يبين وضع عام لخط مستقيم (أ ب) في الفراغ وظاهر فيه المسقط الرأسي أً بً والمسقط الأفقي أَ بَ وزاوية ميله عن المستوى الأفقي ∝ ، وبميله على الرأسي B وأثراه الرأسي والأفقي (ر ، ف) .

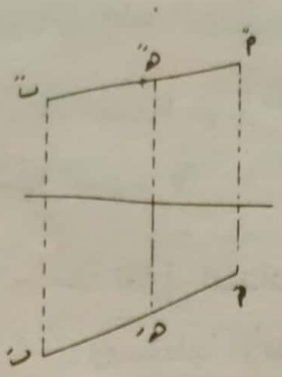
ويسمى المستوى أ ب أَ بَ الذي يمر بالمستقيم أ ب وعمودي على المستوى الأفقي بالمستوى **المسقط أفقيا للمستقيم** .

ويسمى المستوى أ ب أً بً الذي يمر بالمستقيم أ ب وعمودي على المستوى الرأسي بالمستوى **المسقط رأسيا للمستقيم** .



شكل ٢٩

وأي نقطة تقع على المستقيم أ ب مثل هـ ، يقع مسقطها الأفقي هَـ أيضا على المسقط الأفقي أَ بً ويقع كذلك مسقطها الرأسي هًـ على المسقط الرأسي أً بً . كما أن النسبة التي تقسم بها النقطة هـ المستقيم أ ب في الفراغ هي نفس النسبة التي يقسم بها كل من مسقطيها هَـ ، هًـ

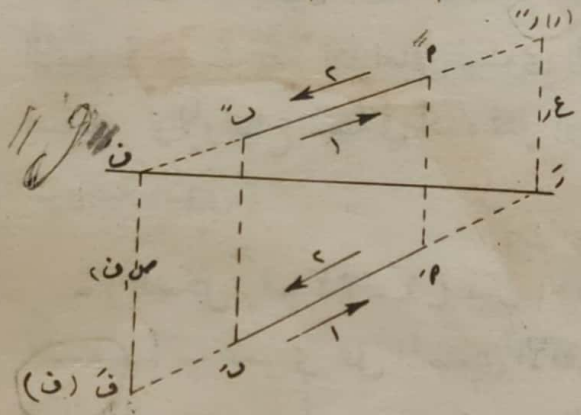


المسقطين أَبَ ، أَ بَ للمستقيم على الترتيب أي أن نسبة التقسيم لا تتغير في المسقط .

$$\frac{\text{أ هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أَ هَـ}}{\text{هَـ بَ}} = \frac{\text{أً هًـ}}{\text{هًـ بً}}$$

بند ٩ ـ طريقة تعيين الأثر الأفقي والأثر الرأسي لخط مستقيم

لايجاد الأثرين الرأسي والأفقي لخط مستقيم اذا علم مسقطاه .



أولاً ـ تعيين الأثر الرأسي V

١ ـ يمد المسقط الأفقي أَبَ إلى الجهة التي يتقابل بها مع خط الأرض في نقطة السهم ١ شكل /٣٠ .

٢ ـ من هذه النقطة يقام عمود أو ينزل عمود . شكل/ ٢٠

٣ ـ يمد المسقط الرأسي أً بً حتى يقطع العمود المقام أو النازل الوارد في الفقرة (٢) السهم ١ شكل/٣٠ .

٤ ـ نقطة تقاطع امتداد المسقط الرأسي مع العمود المقام تسمى بالأثر الرأسي ويرمز لها بالحرف (ر) ومسقطها الرأسي (رً) ومسقطها الأفقي (رَ) والمسافة (رًرَ) تسمى بالأحداثي للأثر الرأسي (ع ر) حسب ما هو مبين في الشكل /٣٠ .

ثانياً ـ تعيين الأثر الأفقي H

١ ـ يمد المسقط الرأسي أً بً إلى الجهة التي يتقاطع بها مع خط الأرض في نقطة حسب السهم ٢ .

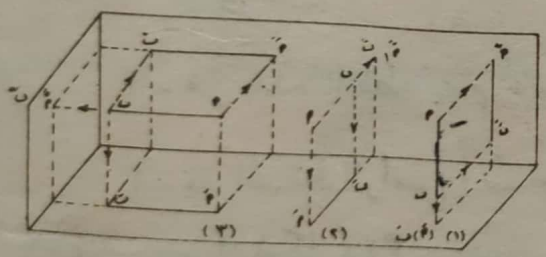
٢ ـ من هذه النقطة يقام او ينزل عمود .

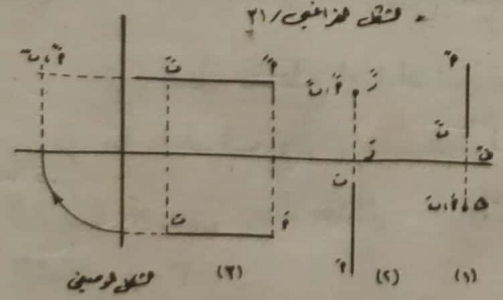
٣ ـ يمد المسقط الأفقي أَ بَ حتى يقطع العمود المقام او النازل الوارد في الفقرة (٢) حسب السهم ٢ .

٤ ـ نقطة تقابل امتداد المسقط الأفقي مع العمود المقام او النازل تسمى بالأثر الأفقي (ف) ومسقطها الأفقي (فَ) ومسقطها الرأسي (فٌ) والمسافة (فَ فٌ) تسمى بالأحداثي الأفقي للأثر الأفقي (ص ف) كما هو مبين في الشكل/ ٣٠ .

بند ١٠ ـ اوضاع الخط المستقيم في الفراغ

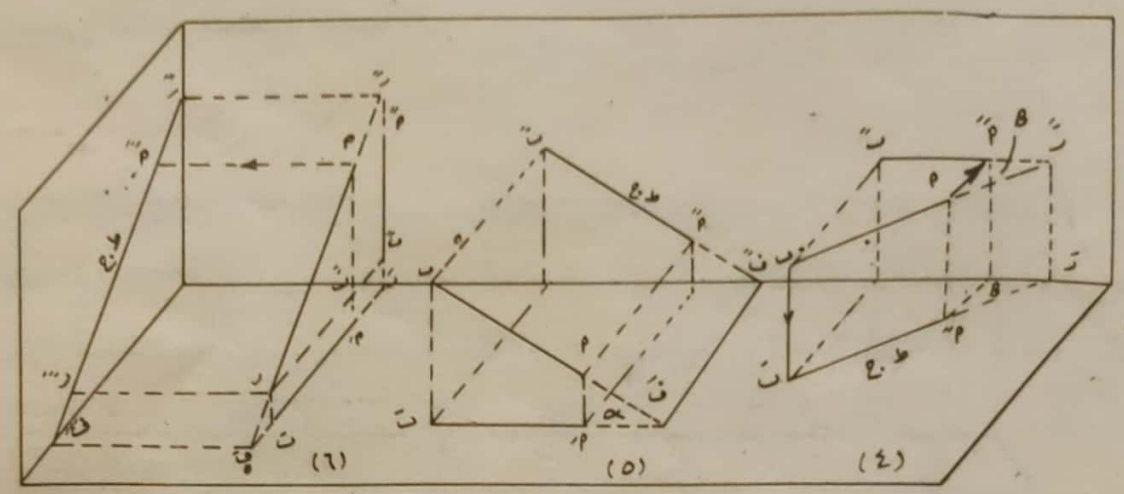
يمكن ان يكون الخط المستقيم في الفراغ في أي وضع بالنسبة الى مستويات الأسقاط بحيث يقع اما امام المستوى الرأسي او خلفه او أعلى المستوى الأفقي او اسفله . والأوضاع المبينة في أدناه تمثل أوضاع الخط المستقيم المختلفة بالنسبة للزاوية الزوجية الأولى .



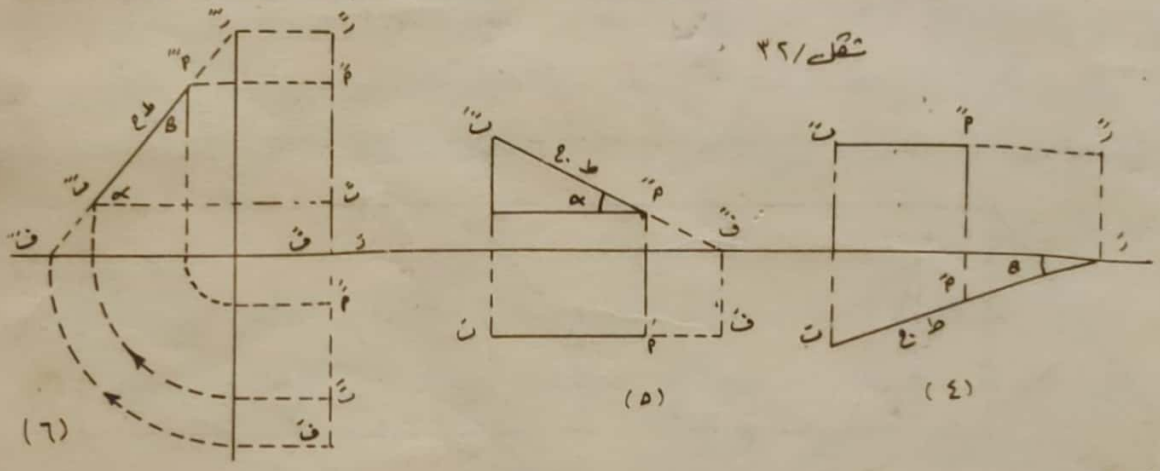


ـ (الشكل رقم ٣١ ـ ١) يبين الخط المستقيم أ ب عمودي على المستوى الأفقي مواز للمستوى الرأسي والجانبي وعليه يظهر المسقط الرأسي أَ بٌ عمودي على خط الأرض وهو يساوي الطول الحقيقي للمستقيم ويكون المسقط الأفقي عبارة عن نقطة لانطباق المسقطين أَ ، بَ احدهما على الآخر . وله أثر أفقي فقط . ويسمى في هذه الحالة مستقيما رأسيا . (والشكل رقم ٣١ ـ ٢) ويظهر فيه ان الخط المستقيم أ ب عمودي على المستوى الرأسي مواز للمستوى الأفقي والجانبي وعليه يكون المسقط الأفقي أَ بَ عمودي على خط الأرض وهو يمثل الطول الحقيقي للمستقيم ويكون المسقط الرأسي عبارة عن نقطة لأنطباق المسقطين أَ ، بٌ أحدهما

على الآخر وله أثر رأسي فقط . (والشكل ٣١ - ٣) يظهر فيه ان الخط المستقيم أ ب عمودي على المستوى الجانبي مواز للمستوى الأفقي والرأسي وعليه يكون المسقطين الرأسي والأفقي أَ بَ ، أً بً موازيان لخط الأرض ويمثلان الطول الحقيقي للمستقيم ومسقطه الجانبي أً ، بً عبارة عن نقطة لأنطباق المسقطين وله أثر جانبي فقط .



شكل ٣٢/



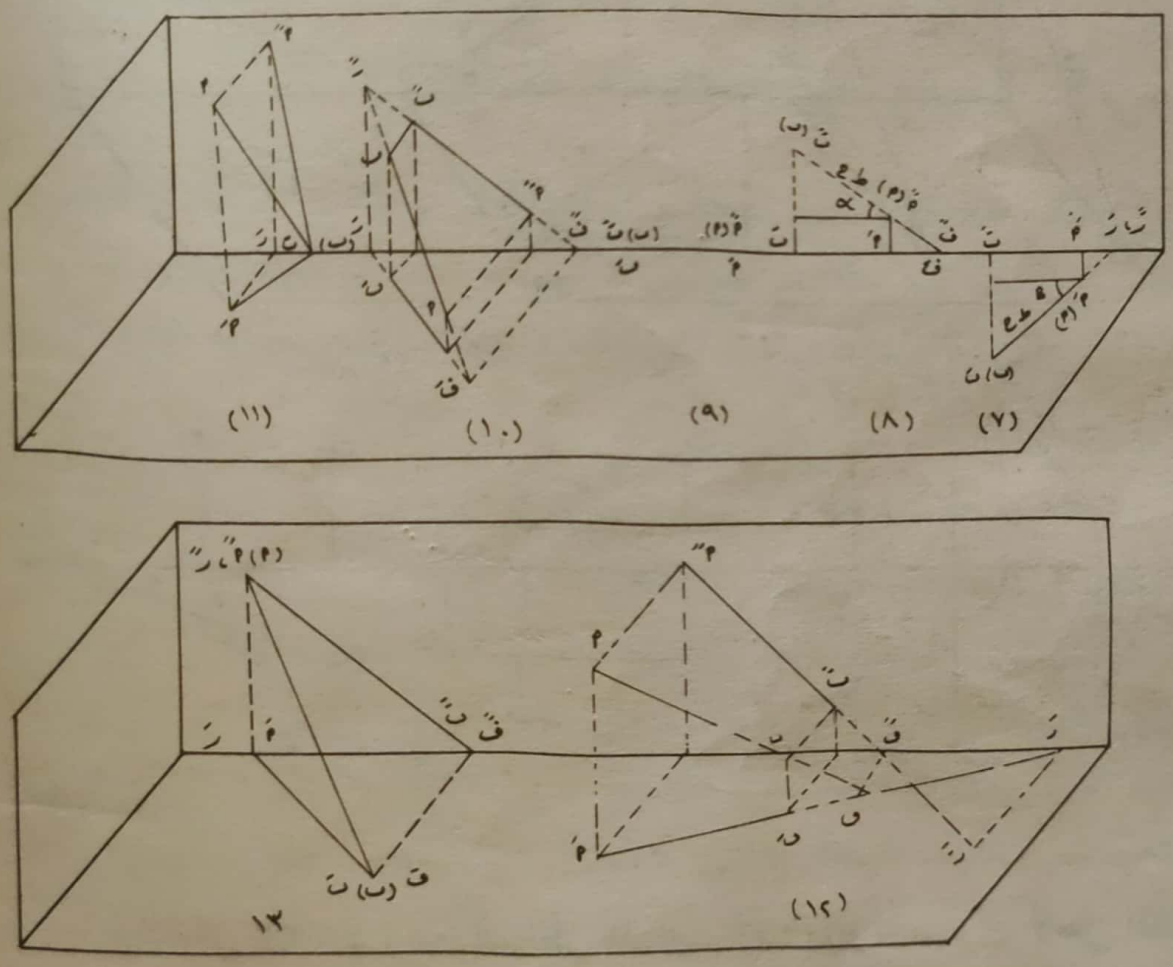
(شكل ٣٢ - ٤)

(الشكل ٣٢ - ٤) يبين مسقطي المستقيم أ ب مواز للمستوى الأفقي المائل على المستوى الرأسي فالمسقط الرأسي أً بً مواز لخط الأرض والمسقط الأفقي أَ بَ يساوي الطول الحقيقي ويصنع مع المستقيم الموازي لخط الأرض زاوية ميله على المستوى الرأسي (β) ويسمى أيضاً مستقيما أفقيا .

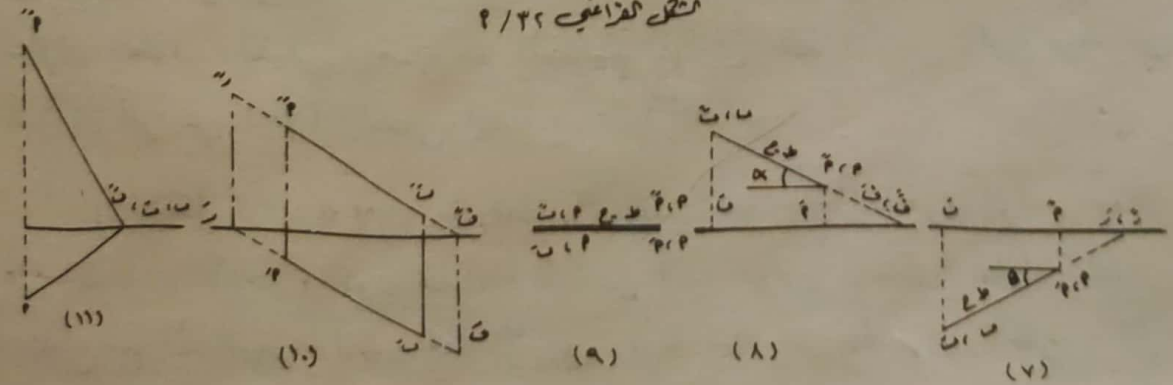
(الشكل ٣٢ - ٥) يبين مسقطي المستقيم أ ب مواز للمستوى الرأسي ومائل على المستوى الأفقي ويكون مسقطه الرأسي أً بً موازياً ومساويا لطوله الحقيقي ويصنع مع المستقيم الموازي لخط الأرض زاوية ميله على المستوى الأفقي (∝)

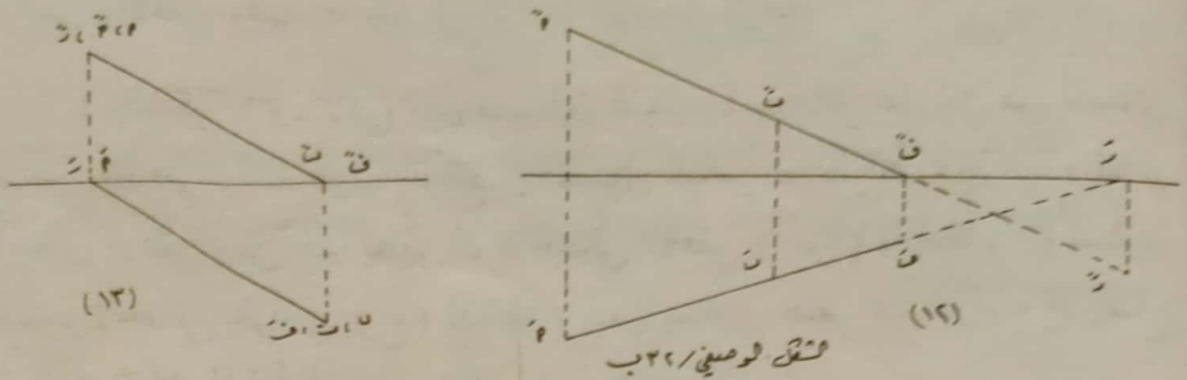
ويسمى أيضا مستقيما وجهيا .

(الشكل ٣٢ ـ ٦) يبين مسقطي المستقيم أ ب مواز للمستوى الجانبي ومائل على كل من المستوى الرأسي والأفقي فيظهر المسقطان أ ب ، أ ب على خط مستقيم واحد متعامدا على خط الأرض ويكون كل منهما اقصر من الطول الحقيقي للمستقيم ويسمى ايضا مستقيما جانبيا .



الشكل الفراغي ٣٢/ ٢





(والشكل ٣٢ ـ ٧) يبين مسقطين لمستقيم معين أ ب منطبق على المستوى الأفقي ويكون فيه المسقط الأفقي أَ بَ مساويا لطوله الحقيقي ويصنع امتداده مع خط الأرض زاوية ميله على المستوى الرأسي (B) ويقع المسقط الرأسي على خط الأرض (أً بً) .

(والشكل ٣٢ ـ ٨) يبين مسقطين للمستقيم أ ب منطبق على المستوى الرأسي ويكون المسقط الرأسي أً بً مساويا لطوله الحقيقي ويصنع مع الخط الموازي لخط الأرض زاوية ميله على الأفقي (∝) ويكون المسقط الأفقي أَ بَ منطبقا على خط الأرض .

(والشكل ٣٢ ـ ٩) يبين مسقطين لمستقيم معين أ ب منطبق على خط الأرض ويكون فيه المسقطان الرأسي والأفقي منطبقين أحدهما على الآخر وعلى خط الأرض ومساويين للطول الحقيقي للمستقيم .

(والشكل ٣٢ ـ ١٠) يبين مسقطين للمستقيم أ ب مائل كل منهما على مستوى الأسقاط الأفقي والرأسي ولا يمثل أي واحد منهما الطول الحقيقي للمستقيم .

(والشكل ٣٢ ـ ١١) يبين مسقطين لمستقيم أ ب مائل على كل من المستوى الأفقي والمستوى الرأسي وأحد الطرفين (ب) واقع على خط الأرض فيظهر المسقطان متقابلين على خط الأرض والنقطتان بَ ،بً منطبقين احدهما على الآخر .

(والشكل ٣٢ ـ ١٢) يبين مسقطين لمستقيم أ ب مائل على كل من المستوى

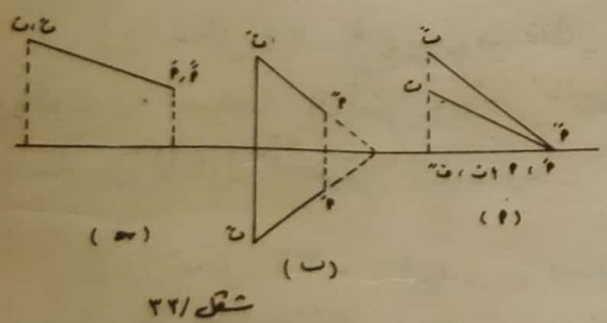
الرأسي والأفقي وامتداده يقع في الزاوية الزوجية الرابعة .

(والشكل ٣٢ ـ ١٣) يبين مسقطين لمستقيم أ ب مائل على كل من المستوى الرأسي والأفقي وأحد طرفيه أ واقع في المستوى الرأسي والطرف الآخر ب واقع في المستوى الأفقي وعلى هذا يظهر ان الأحداثي الأفقي (ص) للنقطة (أ) يساوي صفر والأحداثي الرأسي (ع) للنقطة (ب) يساوي صفر عند دراسة الأوضاع المبينة في اعلاه للخط المستقيم يمكن ان نستنتج الآتي :

أولاً ـ عندما يكون المستقيم عمودياً على أي من مستويي الأسقاط فان مسقطه الثاني على المستوى الآخر يمثل الطول الحقيقي للمستقيم .

ثانياً ـ عندما يكون المستقيم موازيا لأي من مستويي الأسقاط فان مسقطه على ذلك المستوى يمثل طوله الحقيقي .

بند ١١ ـ اوضاع خاصة للمستقيم



شكل/٣٢

والشكل ٣٣ يبين اوضاع خاصة اخرى للمستقيم فمثلا المبين في الوضع (أ) يبين أ ب من خط مستقيم واقع في الزاوية الزوجية الثانية فيلاحظ ان المسقطين أ ، أ يمثلان مسقطي أثريه المنطبقين وهما واقعان على خط الأرض .

والوضع المبين في (ب) فان المستقيم أ ب واقع في المستوى المنصف الأول والأثرين الرأسي والأفقي يقعان على خط الأرض .

اما الوضع المبين في (جـ) فان المستقيم أ ب واقع في المستوى المنصف الثاني .

بند١٢ ـ العلاقة بين المستقيمين في الفراغ

المستقيمان في الفراغ اذا وقعا في مستوى واحد يكونان متوازيين او متقاطعين او لا يقعان في مستوى واحد فانهما لا يتوازيان ولا يتقاطعان ويقال لهما عندئذ مستقيمان شماليان .

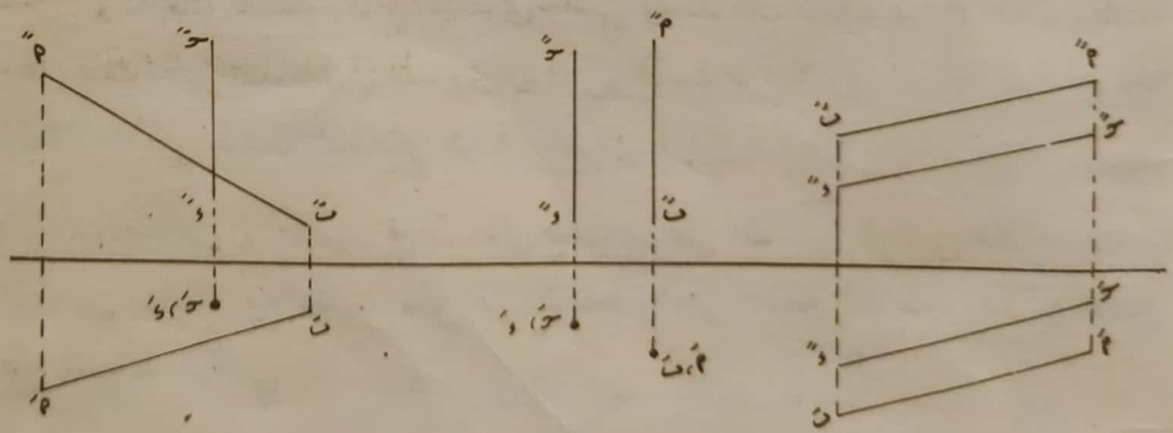
أولاً ـ المستقيمات المتوازية

المستقيمات المتوازية هي التي اذا ما امتدت في الفراغ فانها تتقابل في ما لا نهاية . وأن مسقطيها على مستويي الأسقاط تكون متوازية أيضاً (اذا توازي مستقيمان في الفراغ فان مسقطيهما على مستوى واحد يكونا متوازيين) . وهي إما أن تكون :

١ ـ كل منهما مائل على مستويي الاسقاط الا انهما متوازيين وبذلك يظهر المسقطان الرأسي والأفقي لكل منهما متوازيان كما في الشكل ٣٤ ـ أ .

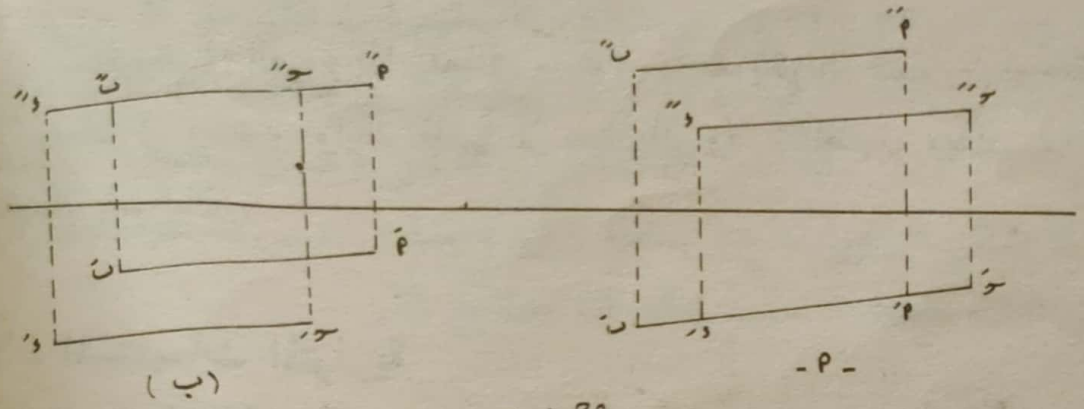
٢ ـ او يكون كل منهما عموديا على المستوى الأفقي ومسقطاهما الرأسيان متوازيان والأفقيان عبارة عن نقطة كما في الشكل ٣٤ ـ ب .

٣ ـ او ان يكون احدهما في وضع عام والآخر عمودي على المستوى الأفقي كما في الشكل ٣٤ ـ جـ .



شكل / ٣٤ جـ　　شكل / ٣٤ ب　　شكل / ٣٤ أ

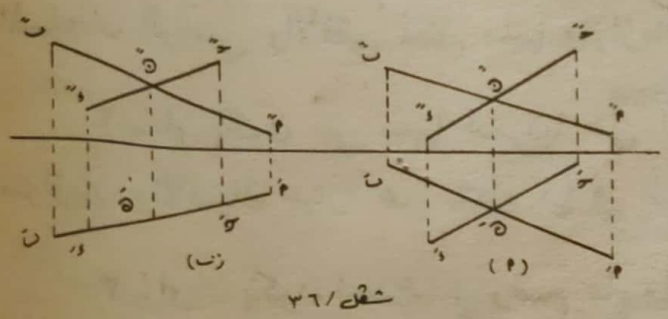
وهناك حالتـان ينطبق فيهما مسقطا الخطين بعضهما على بعض كما في شكل/٣٥



شكل/٣٥

ثانياً ـ المستقيمات المتقاطعة

اذا تقاطع خطان مستقيمان فان نقطة التقاطع تقع على كل منهما وعلى هذا الأساس يقع مسقطها الأفقي على المسقطين الأفقيين ومسقطها الرأسي يقع على المسقطين الرأسيين لهما كما في الشكل (٣٦/ أ) .



شكل/٣٦

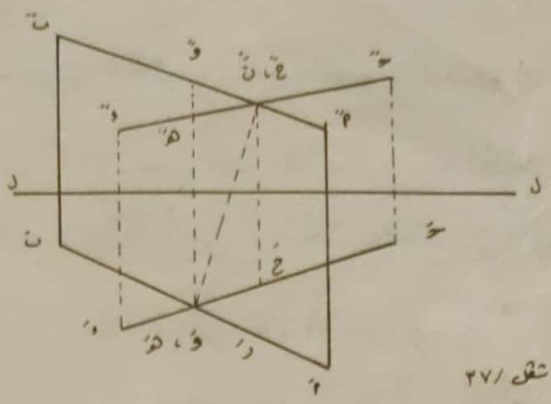
وخط التناظر الواصل بين نقطة تقاطع مسقطيهما الأفقي نَ ومسقطها الرأسي نً خطا عموديا على خط الأرض .

واذا كان المستقيمان في مستوى رأسي واحد فان مسقطيهما الأفقيين ينطبقان وعلى ذلك يظهر التقاطع في المستوى الرأسي للأسقاط أولاً وفي المسقط الرأسي نجد المسقط الأفقي لنقطة التقاطع كما في الشكل (٣٦ / ب) .

واذا كان المستقيمان في مستوى عمودي على المستوى الرأسي فان مسقطيهما الرأسيين ينطبقان وعندئذ نحصل على المسقط الأفقي لنقطة التقاطع وبدلالته نحصل على المسقط الرأسي لها .

ثالثاً ـ المستقيمات الشمالية

هذه المستقيمات هي التي لا يمكن ان يحتويها مستوى واحد في الفراغ ولا يمكن



شكل ٣٧/

ان تتقاطع في أي وضع لها . كما في الشكل / ٣٧ ويلاحظ ان المستقيم الواصل بين نقطتي تقاطع المسقطين الأفقيين والمسقطين الرأسيين يجب ان يُكون غير عمودي على خط الأرض .

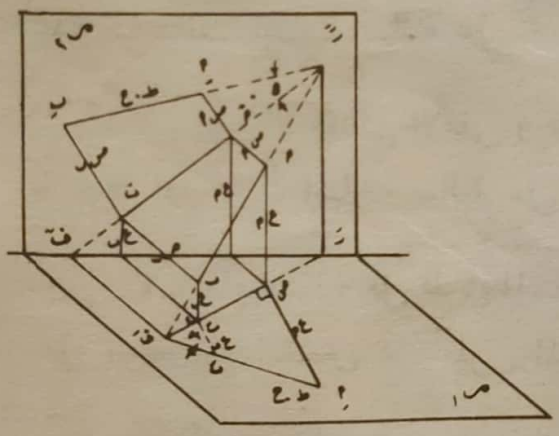
بند ١٣ - تعيين الطول الحقيقي وزاويتي ميل الخط المستقيم

اذا علم مسقطا لجزء مستقيم فيمكن ايجاد الطول الحقيقي له وزاويتي ميله على **مستويي** الاسقاط باحدى الطريقتين التاليتين : -

أولاً - طريقة الانطباق .

ثانياً - طريقة الدوران .

أولاً - طريقة الانطباق



شكل ٣٨/ أ

من ملاحظة الشكل الفراغي (٣٨ أ) ان المستقيم المعلوم أ ب في الفراغ يصنع مع مسقطه على أحد مستويات الأسقاط شكل شبه منحرف . ان الشبه المنحرف العمودي على المستوى الأفقي (أ أَ بَ ب) فيه : -

الضلع أأَ عمودي على المستوى الأفقي والضلع ب بَ عمودي على المستوى الأفقي .

∴ الضلعان متوازيان

يدوّر الشبه المنحرف المذكور حول المسقط الأفقي (أَ بَ) حتى ينطبق على المستوى الأفقي وانطباقه على المستوى الأفقي معناه ان شبه المنحرف أصبح موازيا للمستوى الأفقي وكل بعد فيه يظهر بشكله الحقيقي وبذلك يمثل المستقيم (أِ بِ)

الطول الحقيقي للمستقيم (أ ب) .

وبنفس الطريقة يدور شبه المنحرف حول مسقطه الرأسي أَبً حتى ينطبق على المستوى الرأسي وبذلك يصبح (أِبِ) يمثل الطول الحقيقي للمستقيم أ ب .

اذا فرض ان الاحداثي الرأسي للنقطة أ هو ع أ
اذا فرض ان الاحداثي الرأسي للنقطة ب هو ع ب
اذا فرض ان الاحداثي الأفقي للنقطة أ هو ص أ
اذا فرض ان الاحداثي الأفقي للنقطة ب هو ص ب

ولتحويل الشكل الفراغي ٣٨/أ الى شكل وصفي يمكن اتباع الخطوات التالية :

١ ـ تعين المسافة بين اسقاط النقطتين على امتداد خط الأرض . أي رسم خطي تناظر النقطتين أ ، ب .

٢ ـ يحدد الأحداثي الرأسي ع فوق خط الأرض اذا كانت اشارته موجبة او تحته اذا كانت اشارته سالبة على خطي تناظر النقطتين .

٣ ـ يحدد الأحداثي الأفقي (ص) تحت خط الأرض اذا كانت اشارته موجبة او فوقه اذا كانت اشارته سالبة على خطّي التناظر ايضا .

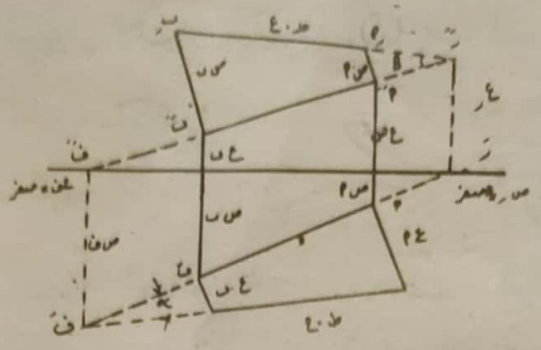
٤ ـ تقام أعمدة على طرفي المسقطين أَبً ، أَبَ ، ثم يحدد الأحداثي الرأسي على العمودين المقامين على طرفي المسقط الأفقي أَبَ فتتعين النقطة أِ ، بِ .

يوصل بينهما فيحصل على الطول الحقيقي أ ب ثم يحدد الأحداثي الأفقي على العمودين المقامين على طرفي المسقط الرأسي أَبً فتتعين كذلك النقطتين أِ ، بِ وبذلك يحصل على الطول الحقيقي . كما هو مبين في الشكل ٣٨/ب .

٥ ـ لا بد من ان يكون الطول الحقيقي لكل من المسقطين متساوي القيمة واذا كان هناك اختلاف فيها . التأكد من اقامة الأعمدة وكذلك نقل الأحداثيات الرأسية والأفقية .

٦ ـ لايجاد زاوية ميله على الرأس . يمد المسقط الرأسي أَبً والطول الحقيقي

إبِ الى الجهة التي يتقاطعا بها الزاوية المحصورة بين امتدادهما تكون هي زاوية ميله على الرأس (β) .



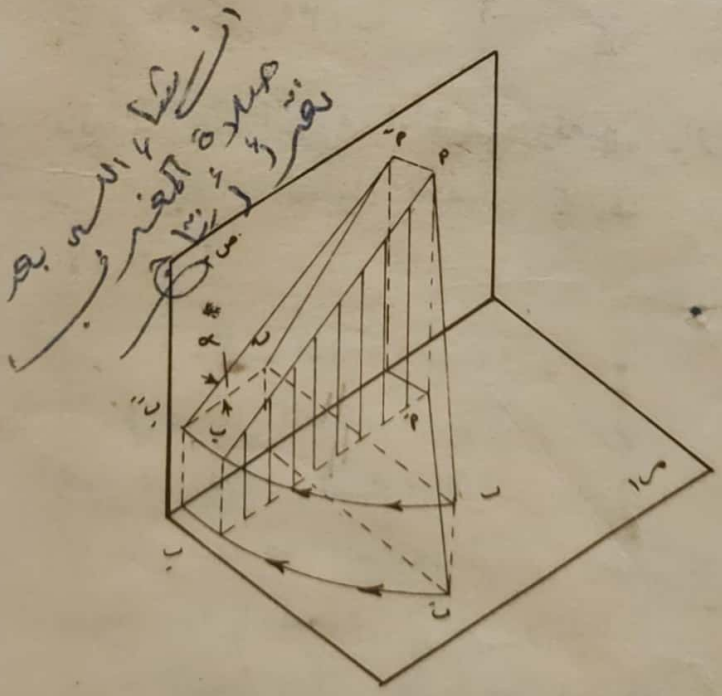
شكل/٢٨ب

٧ ـ لايجاد زاوية ميله على الأفقي يمد المسقط الأفقي أَبَ والطول الحقيقي إبِ الى الجهة التي يتقاطعا بها ، الزاوية المحصورة بين امتدادهما تكون هي زاوية ميله على الأفقي (∝) .

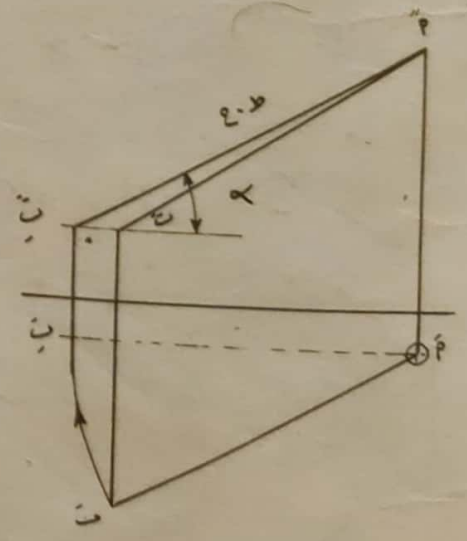
٨ ـ لايجاد الأثرين الرأسي والأفقي رأس زاوية ميله على الرأس يمثل الأثر الرأس (ر) ورأس زاوية ميله على الأفقي يمثل الأثر الأفقي (ف) .

ثانياً ـ طريقة الدوران :

هي عملية جعل المستقيم بحيث يأخذ وضعا يوازي احد مستويي الأسقاط . فان مسقطه على ذلك المستوى يمثل طوله الحقيقي والزاوية التي يصنعها مسقطه هذا مع خط الموازي لخط الأرض تمثل زاوية ميله على المستوى الآخر .



الشكل الفراغي/٢٩ م



الشكل الوصفي/٢٩ب

أولاً ـ لايجاد الطول الحقيقي للمستقيم وتعيين زاوية ميله على المستوى الأفقي

نفرض ان المستقيم (أ ب) في الفراغ مائل على مستويي الاسقاط كما في الشكل الفراغي ٣٩ أ. فان مسقطه الرأسي أ$_{ب}$ ومسقطه الأفقي أ$_{ب}$ ولايجاد طوله الحقيقي بطريقة الدوران نجري الآتي : ـ

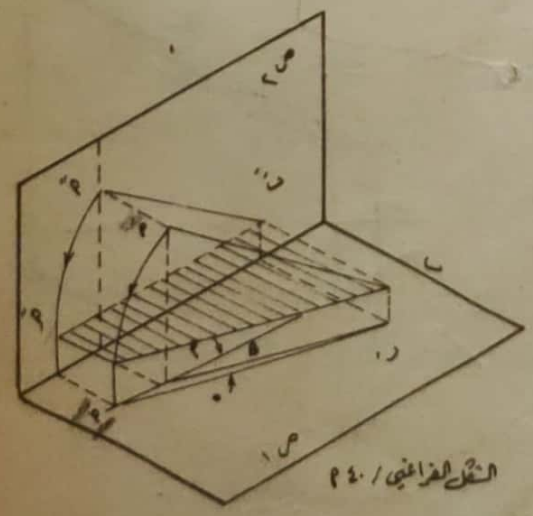
١ ـ نثبت النقطة (أ) في وضعها الأصلي ونجعل المستقيم أ ب يدور حول محور رأس مارا بالنقطة (أ) بدون أي تغير في ميله على المستوى الأفقي حتى يأخذ المستقيم وضعا موازيا للمستوى الرأسي فيصبح المسقط الأفقي (أ$_{ب}$) موازيا لخط الأرض وحيث أن ميله لم يتغير فان مسقطه الأفقي يبقى بطوله ثابتا . والأحداثيات الرأسية لنقطتي أ ، ب تبقى كذلك ثابتة .

٢ ـ المسقط الأفقي للنقطة (ب) يتغير موقعها واصبح ب$_{1}$ فلا بد أن يتبع ذلك تغيير في الموقع المسقط الرأسي لها فتكون (ب$_{1}$) .

٣ ـ المسقط الرأسي الجديد أ$_{ب_1}$ يمثل الطول الحقيقي للمستقيم أ ب والزاوية المحصورة بينه وبين الخط الموازي لخط الأرض يمثل زاوية $\propto$ على المستوى الأفقي . كما في الشكل ٣٩/ب.

ثانياً ـ ايجاد الطول الحقيقي وتعيين زاوية ميله على المستوى الرأس .

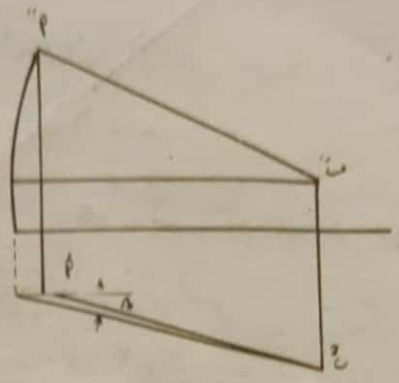
لايجاد الطول الحقيقي يجري الآتي :



الشكل الفراغي / ٤٠ م

١ ـ تثبت النقطة (ب) في وضعها الأصلي وجعل المستقيم أ ب يدور حول محور عمودي على المستوى الرأسي بدون ان يتغير ميله على المستوى الرأسي حتى يصبح موازيا لمستوى الأفقي وبذلك يصبح المسقط الرأسي ب$_{1}$ أ$_{1}$ موازيا لخط الأرض .

٢ ـ المسقط الرأسي للنقطة (أ) تغير موقعه وأصبح أِ . يتبع ذلك تغيير في موقع المسقط الأفقي فيكون أِ كما في الشكل الفراغي ٤٠/أ .



الشكل الواصفي/ ٤٠ ب

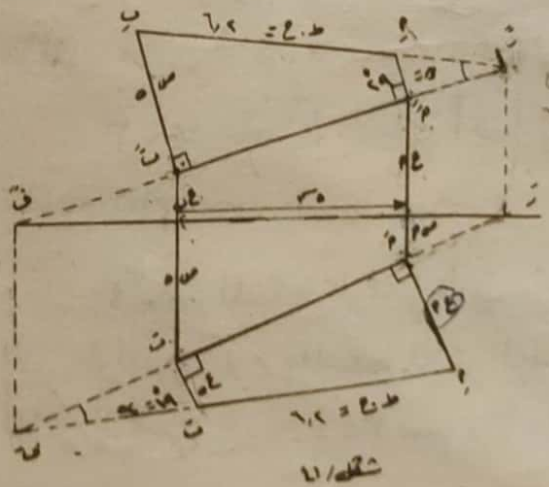
٣ ـ المسقط الأفقي الجديد أِبَ يمثل الطول الحقيقي للمستقيم (أب) والزاوية المحصورة بينه وبين الخط الموازي لخط الأرض يمثل زاوية ميله على المستوى الرأسي (B) كما في الشكل/ ٤٠ ب .

مسائل محلولة عن الخط المستقيم

١ ـ المستقيم (أ ب) في الفراغ كانت احداثيات نهايتيه كالآتي :

عم = ٣ سم ، صم = ١ سم ، ع ب = ١ سم ، ص ب = ٤ سم ، والمسافة بين خطي التناظر = ٥ سم . جد طوله الحقيقي وزاويتي ميله وأثريه بطريقة الانطباق ؟

الحل : ـ



شكل/ ٤١

أولاً ـ لايجاد الطول الحقيقي

أ ـ حدد المسافة بين خطي التناظر على خط الأرض .

ب ـ تحدد الأحداثيات الرأسية على خطي التناظر لكل من نقطة أ ، ب فوق خط الأرض اذا كانت إشارتيهما موجبة برسم المسقط الرأسي أَبَ .

جـ ـ تحدد الأحداثيات الأفقية على خطي التناظر لكل نقطة أ، ب تحت خط الأرض اذا كانت اشارتيهما موجبة ويرسم المسقط الأفقي أِبَ .

د ـ يقام عمود على طرفي المسقط الرأسي أً ، بً ثم يؤخذ عليهما بعد الأحداثي الأفقي ص أ ، ص ب ، لتعين إِ ، بِ فيكون هو الطول الحقيقي وبالقياس = ٦,٢ سم

هـ ـ ثم يقام عمود على طرفي المسقط الأفقي أَ بَ ثم يؤخذ عليهما بعد الأحداثي الرأسي ع أ ، ع ب . لتعيين إِ ، بِ فيكون هو الطول الحقيقي أيضاً ويساوي ٦,٢ سم .

ثانياً ـ لايجاد زاويتي ميله

١ ـ يمد المسقط الرأسي أً بً والطول الحقيقي إِ بِ إلى الجهة التي يتقابلا فيها والزاوية المحصورة بينهما هي زاوية ميله على الرأسي B وبالقياس تساوي ٢٩° .

٢ ـ يمد المسقط الأفقي أَ بَ والطول الحقيقي إِ بِ إلى الجهة الَتي يتقابلا فيها والزاوية المحصورة بينهما هي زاوية ميله على الأفقي $\propto$ وبالقياس = ١٩° .

ثالثاً ـ لايجاد الأثرين

١ ـ يمد المسقط الرأسي أً بً الى الجهة التي يقطع فيها خط الأرض ، من هذه النقطة يقام او ينزل عمود (هنا ينزل عمود) .

٢ ـ يمد المسقط الأفقي أَ بَ الى أن يقطع العمود النازل نقطة التقاطع هي الأثر الأفقي (ف) والمسقط الأفقي فَ والمسقط الرأسي فً والأحداثي الأفقي للأثر الأفقي ص ف = ٥,٦ سم والأحداثي الرأسي الأفقي ع ف = صفر .

٣ ـ يمد المسقط الأفقي أَ بَ الى الجهة التي يقطع فيها خط الأرض من هذه النقطة يقام عمود .

٤ ـ يمد المسقط الرأسي أً بً حتى يقطع العمود المقام في نقطة هذه النقطة هي الأثر الرأسي (ر) والمسقط للأثر الرأسي رً والمسقط الأفقي له رَ والأحداثي الرأسي للأثر الرأسي ع ر = ٣,٧ سم والأحداثي الأفقي للأثر الرأسي ص ر = صفر .

النتائج

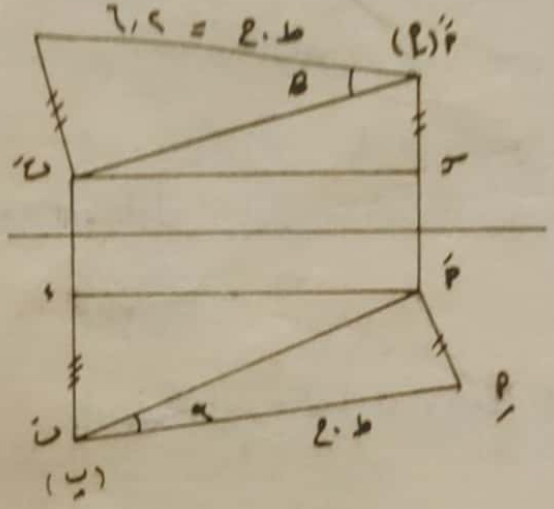
الطول الحقيقي للمستقيم أ ب = ٦,٤٢ سم

زاوية ميله على الأفقي = ١٩°

زاوية ميله على الرأسي = ٢٩°

الأحداثي الرأسي للأثر الرأسي ع ر = ٣,٧ سم

الأحداثي الأفقي للأثر الأفقي ص ف = ٥,٦ سم



شكل / ٤٢

حل آخر

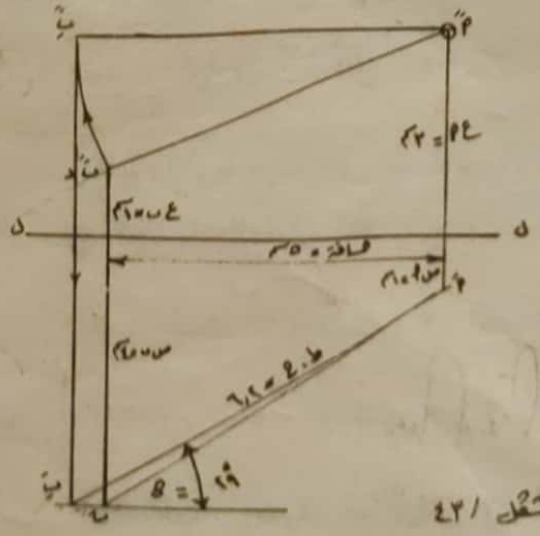
يمكن حل السؤال المذكور حسب الآتي :

١ - يرسم من بَ خط يوازي خط الأرض يقطع الأحداثي الرأسي ع١ في نقطة (جـ) .

٢ - نأخذ المسافة أَ جـ وتحدد على العمود المقام على النقطة أ والحصول على (أَ إِ) وهي تساوي (ع ١ - ع ب) أي الفرق بين الأحداثيين العينيين للنقطة أ ، ب .

٣ - توصل النقطة ت مع إِ يكون الوتر أ ت للمثلث القائم الزاوية في (أ) والوتر أ ت يمثل الطول الحقيقي للمستقيم (أ ب) .

وبنفس الطريقة التي تم تعيين أثرية زاويتين ميله بطريقة الأنطباق تعيين الأثرين وزاويتي ميله أيضا .



شكل / ٤٣

حلّ التمرين المار الذكر بطريقة الدوران

الحل :

١ - يركز الفرجال في النقطة أَ وجعل المسقط الرأسي أَ بَ موازيا لخط الأرض . حيث يأخذ الوضع أَ بَ .

٢ - عيّن المسقط الأفقي للنقطة بَ وذلك برسم عمود من نقطة بَ على خط

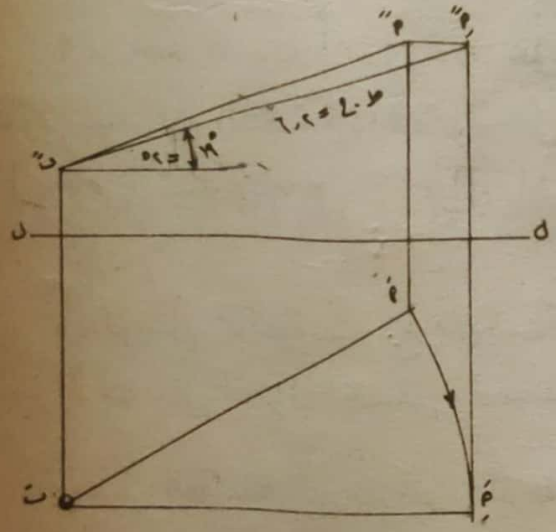
الأرض حتى يتجاوزه إلى أن يقطع الخط المرسوم من نقطة بَ الموازي لخط الأرض بحيث يحفظ بعد بَ عن خط الأرض .

٣ ـ يوصل أَ بِ يكون هو المسقط الأفقي الجديد الذي يساوي الطول الحقيقي للمستقيم أ ب وبالقياس = ٦,٢ سم . كما في الشكل / ٤٣ .

٤ ـ ولايجاد زاوية ميله على الرأس B هي الزاوية المحصورة بين المسقط الأفقي الجديد الطول الحقيقي والخط الموازي لخط الأرض وبالقياس = ٢٩° .

وبالمثل :

١ ـ يركز الفرجال في بَ وجعل المسقط الأفقي أَ بَ موازيا لخط الأرض حيث بأخذ الوضع بَ أِ .



شكل / ٤٤

٢ ـ عيّن المسقط الرأس للنقطة أِ وذلك برسم عمود من نقطة أِ على خط الأرض حتى يتجاوزه الى أن يقطع الخط المرسوم من نقطة أً الموازي لخط الأرض على أن يبقى الأحداثي الرأس ع ثابت المقدار .

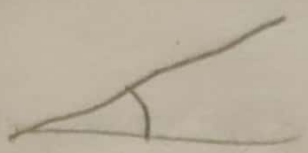
٣ ـ يوصل أِبً يكون هو المسقط الرأسي الجديد الذي يساوي الطول الحقيقي للمستقيم أ ب وبالقياس = ٦,٢ سم . كما في الشكل / ٤٤ .

٤ ـ وزاوية ميله على المستوى الأفقي (∝) هي الزاوية المحصورة بين المسقط الرأسي الجديد الطول الحقيقي والخط الموازي لخط الأرض وبالقياس = ١٩° .

٥ ـ المستقيم (أ ب) في الفراغ احداثيات نهايتيه كالآتي :

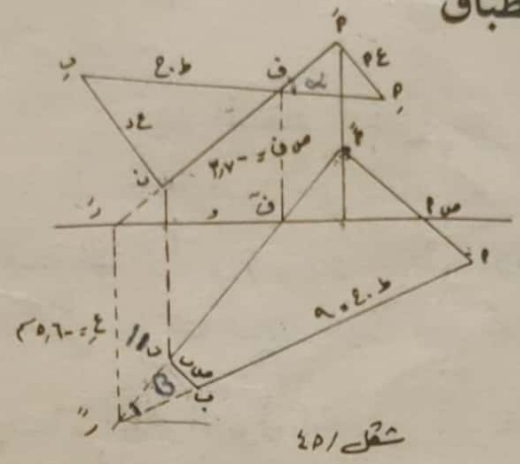
أ (٣، ـ ٥، ٢) ، ب (ـ ٢ ، ـ ١ ، ـ ٤)

جد طوله الحقيقي وزاويتي ميله وأثريه بطريقة الانطباق أولاً وبطريقة الدوران ثانياً ؟ .



الحل :

أولاً ـ ايجاد الطول الحقيقي بطريقة الانطباق



شكل/٤٥

س١ = ٣

ص١ = ـ ٥

ع١ = ٢

س ب = ـ ٢

ص ب = ـ ١

ع ب = ـ ٤

من ملاحظة المسقطين الرأسي والأفقي ان المسقط الرأسي قطع خط الأرض والمسقط الأفقي وقع فوق خط الأرض كما في الشكل/٤٥ .

وعند تطبيق طريقة الانطباق لا بد من ملاحظة علامات كل من الأحداثيين الرأسيين أو الأفقيين فإذا كانت :

(ع١ ، ع ب) علامتهما موجبة أو سالبة فاتجاه الأحداثيين يكون في اتجاه واحد واذا كانا مختلفين في العلامة أي احدهما موجب والآخر سالب فاتجاهما يكون في اتجاهين متضادين أي الواحد عكس الآخر بالنسبة لخط الأرض وهذا ما ينطبق أيضاً على الأحداثيين الأفقيين .

ثانياً ـ ايجاد زاويتي ميله

١ ـ الزاوية المحصورة بين الطول الحقيقي $\overline{أب}$ والمسقط الأفقي تمثل زاوية ميل المستقيم على المستوى الأفقي $\propto$ وبالقياس = ٤٣° .

٢ ـ يمد المسقط الرأسي $\overline{أ'ب'}$ والطول الحقيقي $\overline{أب}$ إلى أن يتقاطعا الزاوية المحصورة بينهما هي زاوية ميل المستقيم على المستوى الرأسي B وبالقياس = ٢٨° .

ثالثاً ـ تعين الأثرين

الأثر الأفقي

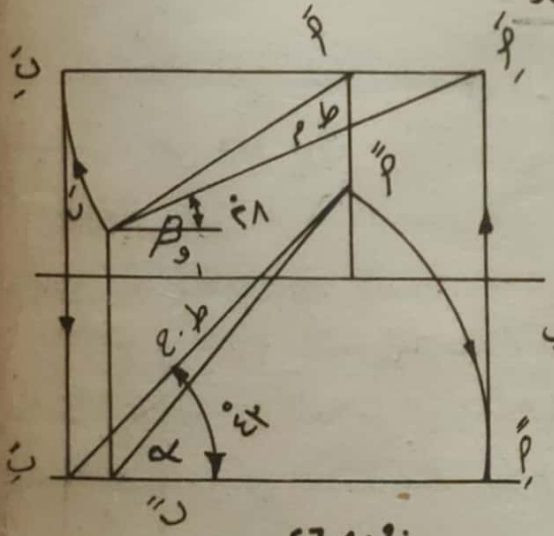
١ ـ من نقطة تقاطع المسقط الرأسي لخط الأرض يقام عمود حتى يقطع المسقط الأفقي هذه النقطة هي الأثر الأفقي (ف) ومسقطها الأفقي فَ ، ومسقطها

الرأسي فً ويلاحظ ان الأحداثي الأفقي للأثر الأفقي علامته سالبة = ص ف = ٣,٨ سم .

الأثر الرأسي

١ ـ عِد المسقط الأفقي حتى يقطع خط الأرض من هذه النقطة ينزل عمود ويمد المسقط الرأسي حتى يقطع العمود في نقطة . هذه النقطة هي الأثر الرأسي (ر) ومسقطها الرأسي (رً) ومسقطها الأفقي (رَ) ونلاحظ ان الأحداثي الرأسي للأثر الرأسي علامته سالبة حيث وقع تحت خط الأرض ومقداره ع = ـ ٥,٦ سم .

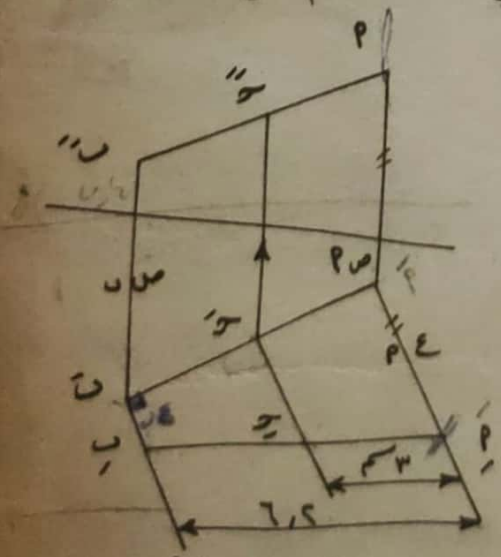
رابعاً ـ ايجاد الطول الحقيقي بطريقة الدوران



شكل/٤٦

لحل السؤال المذكور اعلاه بطريقة الدوران تطبق عليه الخطوات التي أتبعت في حل السؤال الأول المبين في الشكلين ٤٣ ، ٤٤ .

(٣) ـ مستقيم (أ ب) طوله الحقيقي ٦,٢ سم فيه النقطة (أ) تبعد ١ سم عن المستوى الرأسي ونقطة (ب) تبعد ٤ سم عن المستوى الرأسي و ١ سم عن المستوى الأفقي والمسافة بين خطي الأسقاط ٥ سم والمطلوب رسم المسقط الرأسي للمستقيم ثم عين مسقطي النقطة (جـ) التي تبعد ٣ سم عن النقطة (أ) ؟



شكل/٤٧

الحل :

ط.ح = ٦,٢ سم
ع ا = ؟
ع ب = ١ سم
ص ا = ١ سم
ص ب = ٤ سم
المسافة = ٥ سم

١ ـ يقام عمود عند النقطة (بَ) ويحدد عليه بعد الأحداثي الرأسي ع ب =

١ سم وتحدد (بَ) .

٢ ـ يقام عمود آخر عند النقطة (أ) بدون تحديد .

٣ ـ يركز الفرجال في النقطة (بَ) بفتحه تساوي ٦,٢ سم الطول الحقيقي للمستقيم ليقطع العمود المقام عند (أ) في نقطة أِ والمسافة أ أِ هي الاحداثي الرأس ع١ .

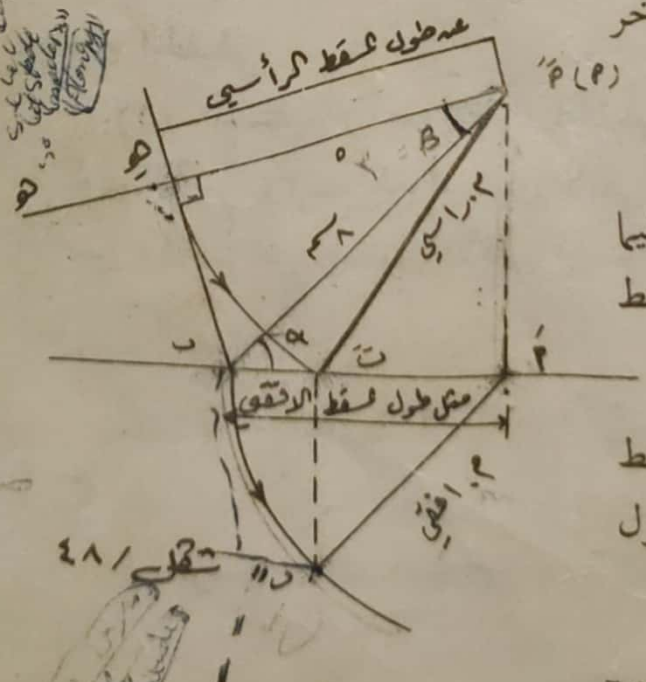
٤ ـ ينقل الأحداثي الرأس ويحدد بعده على خط التناظر النقطة (أ) وبذلك تحدد مسقط الرأس للنقطة (أ) ثم يوصل بً أ فيكون هو المسقط الرأسي .

٥ ـ لتعيين مسقطي نقطة مثل (جـ) واقعة على المستقيم (أ ب) بحيث يأخذ ٣ سم على الطول الحقيقي وتعين عليه النقطة ومنها يسقط عموديا على المسقط الأفقي أ، تَ ومنها يسقط على المسقط الرأس كما هو مبين في الشكل / ٤٧ .

بند ١٤ ـ طريقة رسم مساقط خط مستقيم بمعلومية طوله وزاويتي ميله

لقد مرّ بنا كيفية ايجاد الطول الحقيقي وزاويتي ميل أي خط مستقيم بمعلومية مسقطيه الرأسي والأفقي والآن نتعرف على طريقة رسم المسقطين للخط المستقيم بمعلومية طوله وزاويتي ميله . والمثال التالي يوضح الطريقة الموضوعة البحث .

مستقيم (أ ب) في الفراغ طوله الحقيقي ٨ سم وزاوية ميله على المستوى الأفقي ٤٥° وزاوية ميله على المستوى الرأسي ٣٠° . ارسم مسقطيه اذا علم أن أحد طرفيه ينطبق في المستوى الرأسي والآخر في المستوى الأفقي .



الحل :

١ ـ نرسم من نقطة (ب) مستقيما يمثل الطول الحقيقي ويميل ٤٥° على خط الأرض . وتعيين نقطة (أ) .

٢ ـ يسقط من نقطة (أ) المسقط الأفقي لها أَ والمسافة ب أَ تمثل طول المسقط الأفقي (أَبَ) .

٣ ـ من نقطة (أ) يرسم مستقيما صانعاً ٣٠° مع الطول الحقيقي فيكون المستقيم أ هـ .

٤ ـ من نقطة (ب) يقام عمود على المستقيم أ هـ يقطعه في (هِـ) المسافة (أ هِـ) تمثل طول المسقط الرأس (أَبً) .

٥ ـ يركز في (أ) وبفتحه تساوي المسافة أ هِـ يرسم قوس يقطع خط الأرض في (بً) ولما كانت النقطة (أ) واقعة في الأساس في المستوى الرأس فهي تمثل النقطة الأصلية (أ) والمسقط الرأس لها ، وبذلك حصلنا على المسقط الرأسي أَبً كما هو مبين في الشكل /٤٨ .

٦ ـ المسقط الأفقي للنقطة (أَ) واقع على خط الأرض لذلك تعيين المسقط لها أَ ومن (بً) يسقط عمود ثم يركز الفرجال في (أ) وبفتحة تساوي (أَب) يرسم قوسا يقطع العمود النازل من (بً) في نقطة (بَ) توصل أَ ، بَ نحصل على المسقط الأفقي (أَبَ) كما هو مبين في الشكل/٤٨ .

ويلاحظ ان مجموع (∝ + B) يقع بين صفر ، ٩٠° ، فاذا كان المجموع مساويا صفرا فان مسقطي الخط يكونان موازيين لخط الأرض وعندما يكون المجموع ٩٠° يكونان متعامدين على خط الأرض .

بند ١٥ ـ طريقة رسم مساقط خط مستقيم بمعلومية احداثيات نهايتيه وطوله الحقيقي

(١) ـ المستقيم (أ ب) طوله الحقيقي ٦ سم ونقطة (أ) تبعد ١ سم عن المستوى الرأسي و٣سم عن المستوى الأفقي ونقطة (ب) تبعد ٥سم عن المستوى الرأسي و١سم عن المستوى الأفقي ارسم مسقطيه ؟ .

الحل :

ط.ح = ٦سم ، ع١ = ٣سم ، عب = ١سم ، صِ = ١سم ، صِب = ٥سم .

١ ـ نرسم خط تناظر النقطة (أ) تعيين مسقطيها الرأسي والأفقي أً ، أَ .

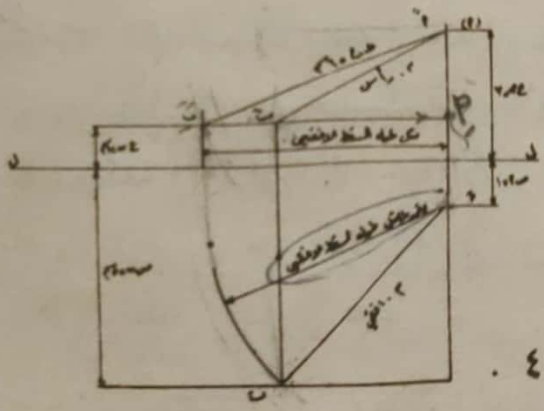
٢ ـ نرسم خطا موازيا لخط الأرض وفوقه يبعد عنه بمقدار الأحداثي الرأسي للنقطة (ب) .

٣ ـ نرسم خطا آخر موازيا لخط الأرض وتحته ويبعد عنه بمقدار الأحداثي الأفقي للنقطة (ب).

٤ ـ وبفتحة تساوي الطول الحقيقي للخط (أ ب) يركز الفرجال في (أ) ويرسم قوسا يقطع الخط الوارد في الفقرة (٢) وبذلك تعين موقع النقطة (ب) للخط المستقيم .

٥ ـ وبفتحة تساوي البعد (ب أ) والذي يمثل طول المسقط الأفقي يرسم قوسا يقطع الخط الموازي الوارد في الفقرة (٣) وفي نقطة (بَ) وهي المسقط الأفقي للنقطة (ب) .

٦ ـ توصل النقطة أَ ، بَ وبذلك تحصل على المسقط الأفقي (أَ بَ) وبدلالة المسقط الأفقي للنقطة (ب) نحصل على المسقط الرأسي بَ نصل أَ وبَ يكون هو المسقط الرأسي المطلوب كما في الشكل/٤٩ .



٤٩/ شكل

(٢) ـ مستقيم أ ب طوله الحقيقي ٧ سم وأحداثياتها يبنيه أ (٢ ، ٤) ، ب (٦ ، ـ١) عين مسقطيه ؟ .

الحل :

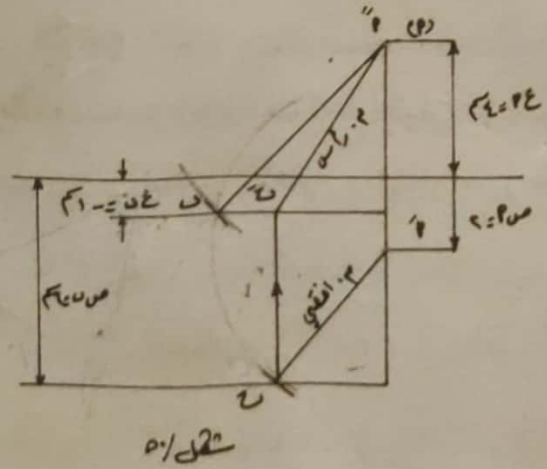
ع ا = ٤ سم

ص ا = ٢ سم

ع ب = ـ ١ سم

ص ب = ٦ سم

ط . ح = ٧ سم



٥٠/ شكل

يتبع عين الخطوات التي تمت في حل السؤال السابق عدا رسم الأحداثي الرأس للنقطة (ب) تحت خط الأرض بسبب علامته السالبة .

تمارين عن الفصل الثالث (الخط المستقيم)

١) ارسم المسقطين الرأسي والأفقي للمستقيم حـ د نهايتيه حـ ترتكز في المستوى الرأسي وتبعد ٢,٥ سم عن المستوى الأفقي ونهايته د أعلى المستوى الأفقي بمقدار ٥ سم مع العلم أن مسقطه الأفقي يميل ٣٠° على خط الأرض ومسقطه الرأسي يميل ٤٥° على خط الأرض .

٢) المستقيم أ ب احداثيات نهايتيه كالآتي :

أ (١، ١، ٥) ، ب (١، ٤، ١) جد طوله الحقيقي وزاويتي ميله بطريقة الأنطباق والدوران ثم عيّن أثريه .

٣) المستقيم (أ ب) في الفراغ نقطة (أ) واقعة في الزاوية الزوجية الرابعة وعلى بعد ($1\frac{1}{2}$) سم عن المستوى الأفقي و(٣) سم امام المستوى الرأسي ونقطة (ب) واقعة في الزاوية الزوجية الأولى وفي المستوى الرأسي وعلى بعد ٣ سم أعلى المستوى الأفقي ، جد طوله الحقيقي وزاويتي ميله وأثريه مع العلم ان المسافة بين اسقاط النقطتين تساوي ٥ سم .

٤) المستقيم (أ ب) طوله الحقيقي $8\frac{1}{2}$ سم يميل بزاوية (٤٠°) على المستوى الأفقي و(٣٥°) على المستوى الرأسي وأحد طرفيه يقع في المستوى الرأسي والطرف الأخر يقع في المستوى الأفقي . ارسم مسقطيه .

٥) أ ب ، حـ د مستقيمان متقاطعان في ن والمطلوب تمثيل المستقيمين علما بأن أ ب مستقيم وجهه طوله الحقيقي ٦ سم ونقطة أ (٧، ٣، ٥) ونقطة ب مرتفعة ٢ سم عن المستوى الأفقي ونقطة حـ (٥، ٢، ٢) ونسبة أن : ب ن = د ن : حـ ن = ٢ : ١ .

٦) المستقيم (أ ب) في الفراغ احداثيات نهايتيه كالآتي :

أ (٣، ١) ، ب (ـ ٢ ، ـ ٢) والمسافة بين خطي التناظر = ٨ سم . جد طوله الحقيقي وزاويتي ميله وأثريه .

٧) المستقيم (أ ب) طول مسقطه الأفقي ٧ سم ويميل ذلك المسقط ٤٥° على

خط الأرض واحداثيا نهايتيه أ ($\frac{1}{2}$ ١ ، ١) ويميل المستقيم نفسه ٣٠° على المستوى الأفقي . ارسم مسقطيه .

٨) ارسم المسقط الرأسي والأفقي لمستقيم (أ ب) نهايتيه أ ترتكز على المستويين الرأسي والجانبي وتبعد ٢,٥ سم عن المستوى الأفقي ويميل مسقطه الأفقي ٣٠°على خطة الأرض ومسقطه الرأسي بميل ٤٥° على خط الأرض وأن نهايتيه (ب) تبعد ٥ سم عن المستوى الأفقي .

٩) المستقيم هـ و يميل مسقطه الرأسي ٤٥° على خط الأرض ومسقطه الأفقي الذي طوله ٥ سم يميل ٣٠° على خط الأرض ويتقابل المسقطان على خط الأرض جد طوله الحقيقي وزاويتي ميله وأثريه .

١٠) المستقيم أ ب طول مسقطه الرأسي ٦ سم ويميل ذلك المسقط ٤٥° على خط الأرض واحداثيا نهايته أ (٢ ، ٣) ويميل المستقيم نفسه ٣٠° على المستوى الرأسي . عين مسقطيه .

١١) المستقيم (أ ب) طوله الحقيقي ١٠ سم وأن نهايته (أ) واقعة في الزاوية الزوجية الأولى واحداثياها (٢ ، ٣) وأن نهايته (ب) واقعة في الزاوية الزوجية الثالثة واحداثياها (٤ ، ٤) ارسم مسقطيه .

١٢) ارسم المساقط الثلاث لمثلث أ ب جـ يرتكز بقاعدته ب جـ على المستوى الأفقي وهذه القاعدة طولها ٤ سم وتميل ٤٥° على المستوى الرأسي ونقطة ب تبعد ١ سم عن كل من المستويين الرأسي والجانبي . وضلعه أ جـ يوازي المستوى الرأسي ويميل ٣٠° على المستوى الأفقي ونقطة أ ترتكز على المستوى الجانبي .

١٣) المستقيم أ ب طوله الحقيقي ٨ سم بميل ٤٥° عن المستوى الأفقي و٣٠° عن المستوى الرأسي عين مسقطيه . اذا علمت ان احداثيات أثره الأفقي (ف) (٢ ، صفر) .

١٤) المستقيم أ ب بميل ٣٠° على المستوى الأفقي واحداثيات أثره الأفقي ف (٣،صفر) والمسافة بين الأثرين ٧ سم ارسم مسقطيه .

١٥) عين مسقطي متوازي الأضلاع أ ب جـ د حيث أ (ـ ٢، ١,٥، ١)

ب (- ١، ٥، ٣) جـ (٢,٥، ؟، ٣) ، د (؟، ١، ؟) .

١٦) مثل المربع أ ب جـ د حيث أ (١، ١، ١) ، ب (٣,٥، ٢، ٣) الضلع أ د وجهي .

١٧) عين مسقطي المعين أ ب جـ د حيث أ (٧، ٥، ٥) ، ب (٥، ٧، ٢) ، جـ (٢,٥، ٦، ؟) .

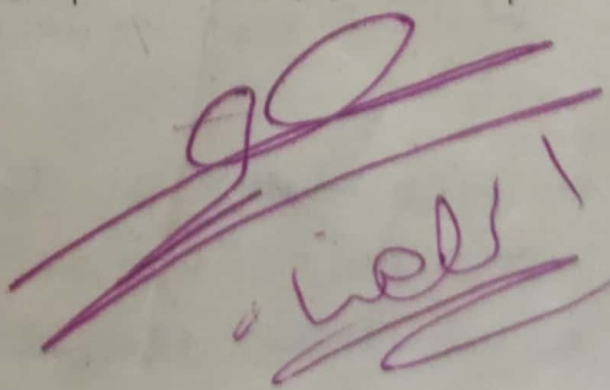
١٨) مثل المستطيل أ ب جـ د حيث أ (٥، ١، ١,٥) ، جـ (صفر ، ٢,٥ ، ٣) والقطر ب د يمر بالنقطة ن (- ١، صفر ، ١) .

١٩) خط مستقيم أ ب طوله ٦ سم ترتفع نقطة منتصفه عن المستوى الأفقي مسافة ٢ سم وتقع امام المستوى الرأسي وعلى بعد ٢,٥ سم عنه ويميل الخط على المستوى الأفقي بزاوية ٣٠° وبزاوية ٤٠° على المستوى الرأسي ارسم مسقطيه .

٢٠) المستقيم (أ ب) طوله ٥ سم فيه النقطة (أ) تبعد ١ سم عن المستوى الرأسي والنقطة (ب) تبعد ٣ سم عن المستوى الرأسي و (١,٥) سم عن المستوى الأفقي والمسافة بين خطي الأسقاط ٤ سم . ارسم مسقطه الرأسي وجد زاويتي ميله .

٢١) المستقيم (أ ب) فيه نقطة (أ) تبعد ٦ سم عن المستوى الأفقي و (٥) سم عن المستوى الرأسي ونقطة (ب) تبعد ١ سم عن المستوى الأفقي والمسافة بين خطي التناظر = ٥ سم ارسم المسقط الأفقي للمستقيم اذا كانت زاوية ميله عن الأفقي = ٣٠° .

٢٢) مثل المربع أ ب جـ د حيث أ (٢، ٤) ، جـ (٧، ٤) والمسافة بين خطي تناظر أ جـ = ٦ سم وأن نقطة (ب) تبعد ٧ سم عن المستوى الأفقي .



الفصل الرابع

بند ١٦ ـ المستوى

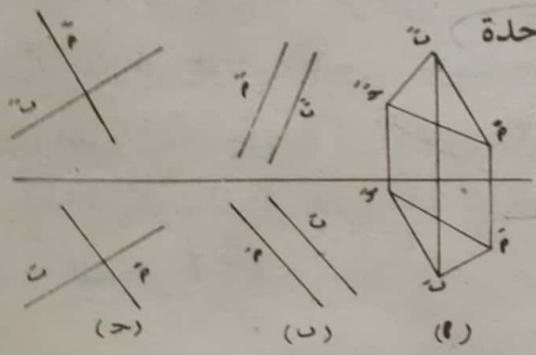
المستوى هو السطح الذي يمكن توصيل اي نقطتين من نقطه بخط مستقيم وهذاالمستقيم يقع بأكمله في سطح المستوى ويتحدد المستوى في الفراغ بمعلومية :

(أ) ثلاثة نقط ليست على استقامة واحدة

(ب) مستقيم ونقطة .

(جـ) مستقيمان متقاطعان او متوازيان

كما هو مبين في الشكل / ٥١ .



شكل/٥١

أثار المستوى

خط تقاطع المستوى مع المستوى الأفقي يسمى بالأثر الأفقي للمستوى ويرمز له بالحرف (أ ـ ف) .

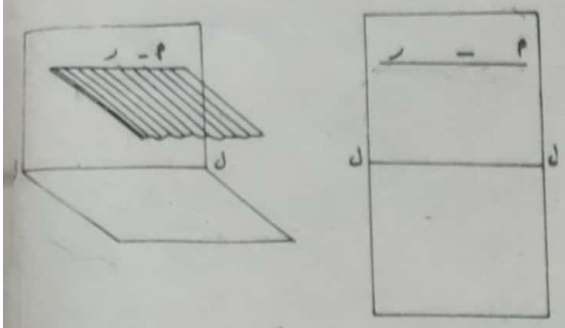
وخط تقاطع المستوى مع المستوى الرأسي يسمى بالأثر الرأسي للمستوى ويرمز له بالحرف (أ ـ ر) والأثران قد يتقاطعا في نقطة على خط الأرض أو لا يتقاطعا تبعا لوضع المستوى . وكما هو معلوم لا يمكن تحديد طولهما لأن المستوى ممتد الى ما لا نهاية في جميع الاتجاهات .

بند ١٧ ـ اوضاع المستوى في الفراغ

يمكن تحديد اوضاع المستوى في الفراغ بالنسبة الى مستويي الاسقاط حسب الآتي :

١ - مستوى أفقي

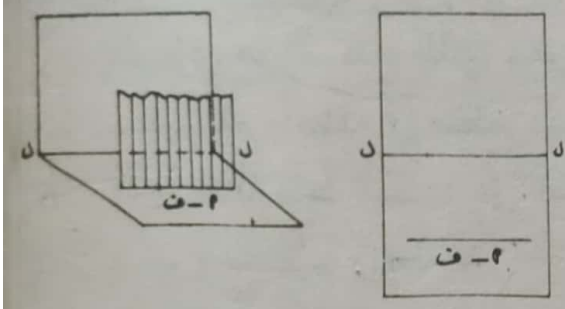
وهو يوازي المستوى الأفقي ويكون عموديا على المستوى الرأسي وأي شكل عليه يظهر مسقطه الأفقي كما هو أي بشكله أو طوله الحقيقي بينما مسقطه الرأسي فيقع على الأثر الرأسي وفي هذه الحالة يكون له أثر رأس فقط كما هو مبين في شكل / ٥٢ .



شكل/٥٢

٢ - مستوى رأسي (وجهي)

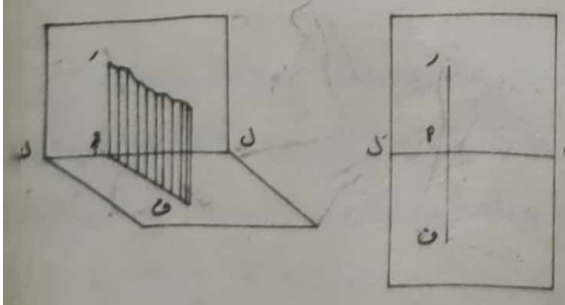
وهو يوازي المستوى الرأسي وعمودي على المستوى الأفقي واي شكل عليه يظهر مسقطه الرأسي كما هو اي بشكله او طوله الحقيقي بينما مسقطه الأفقي فيقع على الأثر الأفقي وفي هذه الحالة يكون له أثر أفقي فقط كما هو مبين في الشكل / ٥٣ .



شكل/٥٣

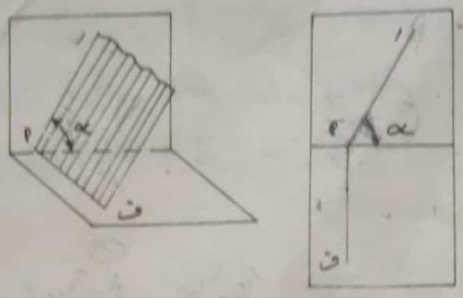
٣ - مستوى جانبي

أي أن المستوى موازي للمستوى الجانبي وعمودي على كل من المستوى الرأسي والأفقي ويقع أثراه على استقامة واحدة بالتعامد مع خط الأرض وأي شكل عليه يظهر مسقطه الرأسي والأفقي خطان متعامدان بينما يظهر المسقط الجانبي على شكله الحقيقي كما هو مبين في شكل /٥٤ .



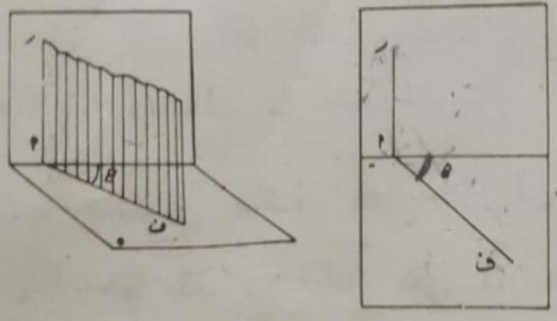
شكل/٥٤

٤ ـ مستوى عمودي على الرأس مائل على الأفقي



شكل/٥٥

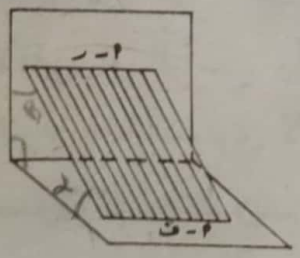
وهو مستوى مائل على الأفقي عمودي على المستوى الرأسي ويميل بزاوية α على المستوى الأفقي وفي هذا الوضع فان زاوية ميله على الأفقي تمثل ميل المستوى وفي نفس الوقت تمثل ميل الأثر الرأس على خط الأرض وفي هذه الحالة أيضا يكون الأثر الأفقي عمودياً على خط الأرض وأي شكل يحتويه المستوى فان مسقطه الرأسي يقع على الأثر الرأسي بينما مسقطه الأفقي يقع على يمين أو يسار الأثر الأفقي حسب موضعه ولا يمثل شكله الحقيقي كما في الشكل / ٥٥ .



شكل /٥٦

٥ ـ مستوى عمودي على الأفقي مائل على الرأس

هو مستوى مائل على الرأس عمودي على الأفقي ويميل بزاوية B ، على المستوى الرأسي وفي هذا الوضع فأن زاوية ميله على الرأس تمثل ميل المستوى وفي نفس الوقت تمثل ميل الأثر الأفقي على خط الأرض ويكون الأثر الرأسي عمودي على خط الأرض وأي شكل يحتويه المستوى فأن مسقطه الأفقي يقع على الأثر الأفقي بينما مسقطه الرأسي يقع على يمين او يسار المستوى حسب موضعه ولا يمثل شكله الحقيقي كما في الشكل/٥٦ .



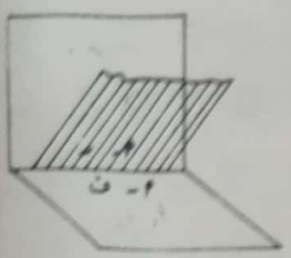
شكل /٥٧

٦ ـ مستوى موازي لخط الأرض

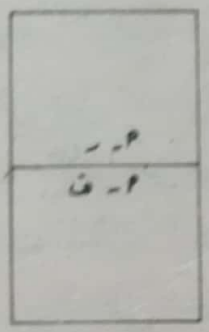
هو المستوى المائل على الرأسي والأفقي وعمودي على المستوى الجانبي

وأثراه الرأسي والأفقي يوازيان خط الأرض فاذا علمت زاوية ميله على المستوى الأفقي يمكن ايجاد زاوية ميله على الرأسي بطرح زاوية α من ٩٠° حيث مجموعهما ($\alpha + B$) = ٩٠°. وهو كما مبين في شكل / ٥٧ .

٧ - مستوى مائل على الرأسي والأفقي ويمر بخط الأرض

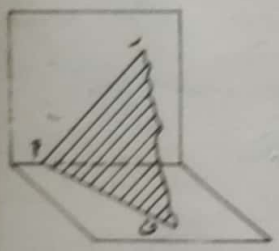


شكل / ٥٨

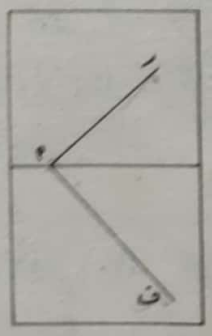


هو المستوى العمودي على المستوى الجانبي المار بخط الأرض واثراه الرأسي والأفقي منطبقان على خط الأرض .

٨ - مستوى مائل على الرأسي والأفقي والجانبي



شكل / ٥٩



هو المستوى المائل على كل من المستويات الثلاث ويطلق عليه ايضا الوضع العام ولهذا المستوى اثاره الثلاثة واما الاثران الأفقي والرأسي فكل منهما يميل بزاوية حادة او منفرجة على خط الأرض ولا تمثل اي من الزاويتين المذكورتين ميل المستوى على المستوى الأفقي او الرأسي وأي نقطة أو شكل يحتويه هذا المستوى لا يقع أي المسقطين على أي من الأثري ولتعيين زاوية ميله على مستويي الاسقاط ويتم معرفة هذا فيما بعد وهو كما مبين في الشكل / ٥٩ .

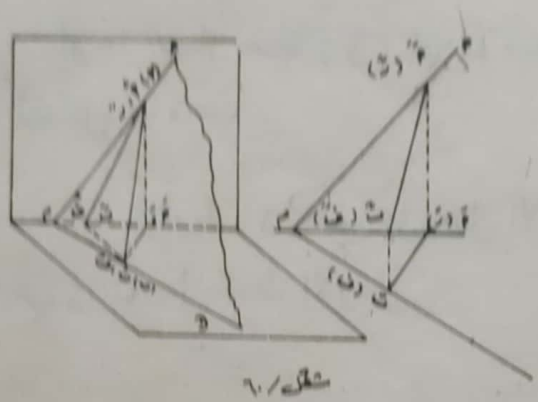
المستوى العمودي

هو الذي يصنع زاوية قائمة مع أي مستو من مستويي الاسقاط كما هو مبين في الأشكال (٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦) .

المستوى المائل

هو الذي يميل على كل من مستويي الاسقاط كما هو مبين في الأشكال (٥٧، ٥٨، ٥٩) .

بند ١٨ - اذا احتوى مستوى على خط مستقيم فان أثري هذا الخط يقعان على أثري المستوى (نظرية) .



شكل / ٦٠

المستوى أ م ن يحتوي المستقيم (أ ب) والمطلوب اثبات أن أثري المستقيم يقعان على أثري المستوى . النقطة (أ) واقعة في المستوى الرأس وعلى الأثر الرأسي للمستوى فهي تمثل النقطة الأصلية (أ) وفي نفس الوقت تمثل المسقط الرأسي (أً) والأثر الرأسي (رً) والنقطة (ب) واقعة في المستوى الأفقي وعلى الأثر الأفقي للمستوى فهي تمثل النقطة الأصلية (ب) وفي نفس الوقت تمثل المسقط الأفقي (بَ) والأثر الأفقي (فَ) فعلى هذا يكون المسقط الرأسي للمستقيم أً بً ، والمسقط الأفقي أ بَ كما هو مبين في الشكل / ٦٠ .

بند ١٩ - طرق تعيين أثري المستوى

أ - بمعلومية زاويتي ميل أثريه على خط الأرض

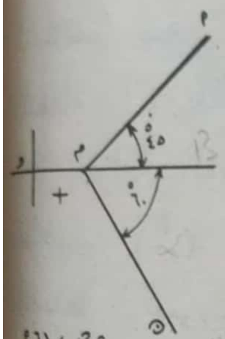
يمكن تعيين أثري أي مستوى اذا علم ميل أثريه على خط الأرض وكذلك بعد نقطة تقاطعهما عن نقطة الأصل (و) سواء كان البعد موجبا او سالبا والمستوى عندئذ يأخذ وضعا تبعا لذلك كما هو مبين في الشكل ٦١ أ ، ٦١ ب .

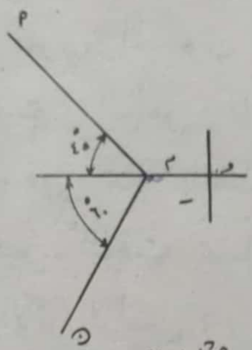
مثال : عيّن أثري المستوى أ م ن حيث (١ ، ٦٠° ، ٤٥°) ، (- ١ ، ٦٠° ، ٤٥°) .

الحل :

١ ـ بأخذ المقدار ١ سم على يمين نقطة الأصل (و) كما هو مبين في الشكل /٦١ أ .

أو على يسار نقطة (و) كما هو مبين في الشكل /٦١ ب .


شكل/٦١أ

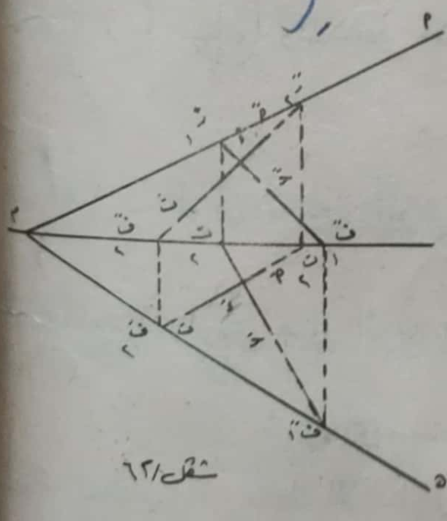

شكل/٦١ب

٢ ـ الزاوية ٦٠° تدل على ميل الأثر الأفقي م ن على خط الأرض .

٣ ـ الزاوية ٤٥° تدل كذلك على ميل الأثر الرأسي أ م على خط الأرض .

ب ـ بمعلومية نقطة ومستقيم معلوم

المستقيم أ ب في وضع عام معلوم بمسقطه الرأسي والأفقي ونقطة مثل (جـ) ويمكن تعيين أثري المستوى المكون منهما بأن نحولهما الى مستقيمين متقاطعين او متوازيين .


شكل/٦٢

وذلك بأن نصل (جـ) في نقطة واقعة على المستقيم أ ب ولتكن د . فيصبح مستقيما آخر (جـ د) نعين الأثر الرأسي لمستقيم أ ب (حسب الطريقة المذكورة في بند ٩) .

ثم نعين الأثر الرأسي للمستقيم (جـ د) . نصل الأثرين الرأسيين حيث أنهما واقعان على الأثر الرأسي للمستوى (أ م ن) وبذلك نحصل على الأثر الرأسي أ م كما هو مبين في الشكل/٦٢ .

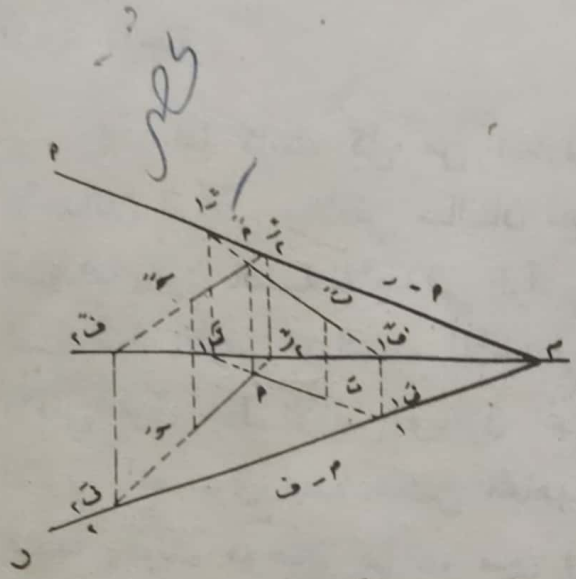
ثم نجد الأثرين الأفقيين للمستقيمين أ ب ، جـ د ونصلهما بنقطة (م) وبذلك نحصل على الأثر الأفقي م ن .

جـ - بمعلومية ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

المفروض ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة وهي أ ، ب ، حـ .

العمل :

١ - نصل النقطتين أ ، ب ثم النقطتين أ ، جـ فنحصل على المستقيمين المتقاطعين أ ب ، أ جـ .



شكل ٦٣

٢ - نعيّن أثري كل من المستقيمين الرأسي والأفقي .

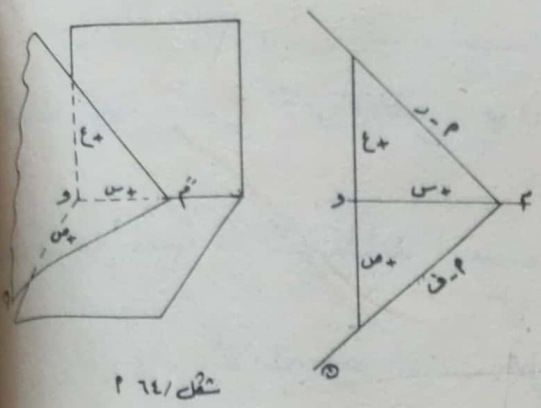
٣ - نصل المسقطين الرأسيين رَّ٢ ، رَّ١ للأثرين بخط مستقيم ونمده حتى يقطع خط الأرض في نقطة (م) وبذلك يكون هو الأثر الرأسي أ م للمستوى المطلوب .

٤ - وبالمثل نصل المسقطين الأفقين فَ١ ، فَ٢ للأثرين بخط مستقيم ونمده حتى يتقابل مع الأثر الرأسي على خط الأرض في نقطة (م) وبذلك يكون هو الأثر الأفقي أ ن للمستوى المطلوب . كما في شكل / ٦٣ .

د - بمعلومية نقط تقابله مع المحاور الثلاث

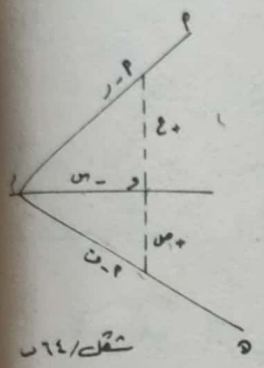
١ - اذا كانت أشارة (س) موجبة نأخذ نقطة (م) على خط الأرض وعلى يمين نقطة الأصل (و) واذا كانت سالبة نأخذ على يسار نقطة الأصل ويكون اتجاه الأثرين للمستوى عكس اتجاه الآخر كما هو مبين في الشكل ٦٤/أ ، ٦٤/ب .

٢ ـ يحدد الأحداثي الرأسي (ع) فوق خط الأرض وعلى خط التناظر المار بنقطة الأصل (و) لتعيين النقطة أ ، اذا كانت اشارته موجبة .



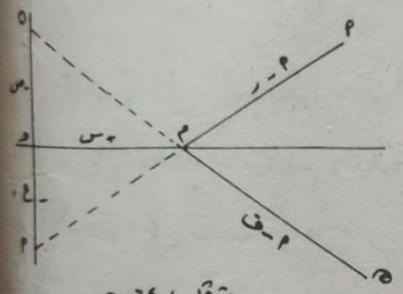
شكل/٦٤ أ

٣ ـ ويحدد الاحداثي الأفقي (ص) تحت خط الأرض اذا كانت اشارته موجبة .



شكل/٦٤ ب

٤ ـ اذا كانت كل من اشارتي الأحداثين الرأسي والأفقي سالبتان فان تحديدهما يكون بالنسبة للأحداثي الرأسي تحت خط الأرض وبالنسبة للأحداثي الأفقي فوق خط الأرض ويكون اتجاه الأثرين للمستوى ايضا عكس اتجاههما عندما يكونان موجبان كما هو مبين في الشكل/٦٤ جـ .



شكل/٦٤ جـ

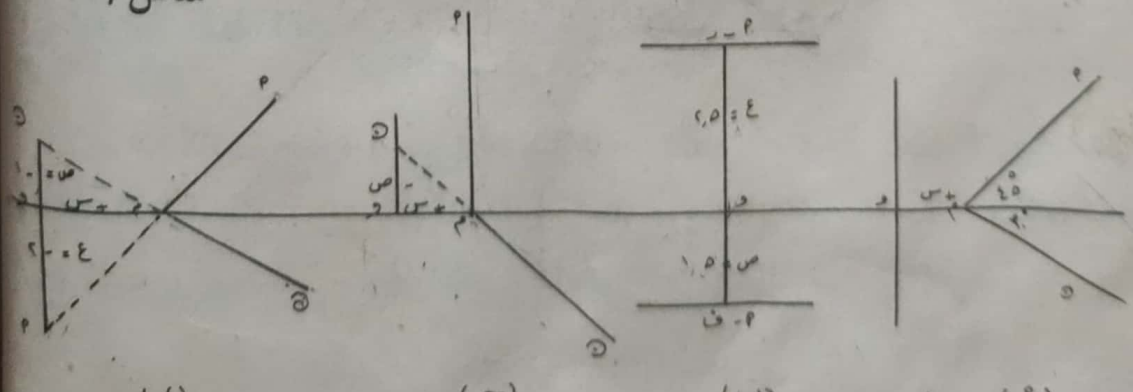
أمثلة محلولة

١ ـ عين أثري كل من المستويات الآتية واذكر نوع كل مستوى :

(١ ، ٣٠° ، ٤٥°) ، (∞ ، ١,٥ ، ٢,٥)

(١ ، ـ ١ ، ∞) ، (٢ ، ـ ١ ، ـ ٢) .

شكل/٦٥

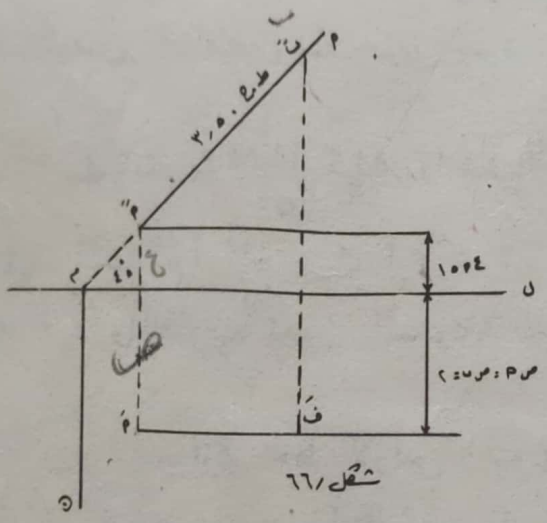


(٩) (حـ) (ب) (ا)

المستوى الأول والرابع هما في وضع عام اما المستوى الثاني فهو مائل على الأفقي والرأسي مواز للجانبي وأما الثالث فهو مستوى عمودي على الأفقي مائل على الرأسي كما هو مبين في الشكل/٦٥ أ ، ب ، جـ ، د .

(٢) ارسم مستويا عموديا على المستوى الرأس مائل على الأفقي ٤٥° . ثم عين مسقطي الخط المستقيم أ ب، الذي يحتويه اذا علمت ان أ (٢ ، ١) والمستقيم يوازي المستوى الرأسي وطوله الحقيقي ٣ ١/٢ سم .

الحل :



١ ـ تحدد نقطة (م) على خط الأرض ويرسم منها الأثر الرأسي بميل ٤٥° على خط الأرض (حيث زاوية ميل المستوى على الأفقي هي عين زاوية ميل أثره الرأسي على خط الأرض) .

٢ ـ لما كان المستقيم (أ ب) موازيا للمستوى الرأسي فان مسقطه الرأسي عليه يمثل طوله الحقيقي وعليه ينطبق على الأثر الرأسي للمستوى وبذلك يمكن تحديد المسقط الرأسي (بً) للنقطة (ب) .

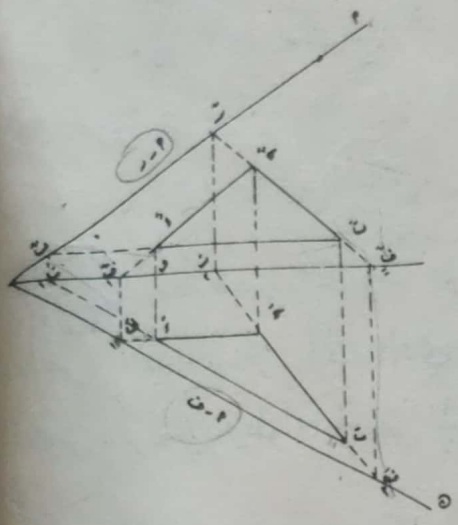
٣ ـ لا يكون المستقيم (أ ب) موازياً للمستوى الرأسي ما لم تكن ابعاد احداثيا نهايتيه متساوية البعد عنه أي ص١ = ص ب .

٤ ـ يحدد المسقط الرأسي والأفقي للنقطة (أ) ثم يأخذ بعد الطول الحقيقي من المسقط الرأسي (أً) ويحدد موقع المسقط الرأسي (بً) ومنه ينزل عمود يقطع المستقيم الموازي لخط الأرض والذي يبعد عنه بمقدار ٢ سم . كما هو مبين في الشكل /٦٦ .

(٣) ـ عيّن المستوى الذي يحتوي النقاط التالية حيث ب (٧ ، ٦ ، ١)، جـ (٤ ، ٢ ، ٣,٥) د (صفر ، ٢ ، ١) .

الحل :

١ ـ نرسم المسقطين لكل نقطة


شكل/٦٧

٢ ـ من ملاحظة الرسم لها ان النقاط الثلاثة ليست على استقامة واحدة .

٣ ـ نصل النقطتين ب ، حـ .
ثم النقطتين حـ ، د فنحصل على المستقيمين المتقاطعين ب حـ ، حـ د .

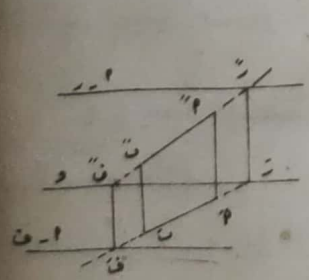
٤ ـ يتم بقية الحل كما هو وارد في البند ١٩ حـ . وهو كما مبين في الشكل/٦٧ .

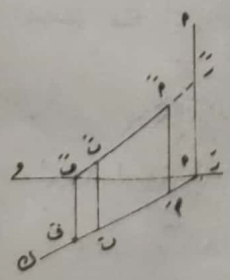
(٤) ـ المستقيم أ ب حيث أ (٢,٥ ، ٠,٢ ، ١,٢) ، ب (١,٣ ، ٠,٨ ، ٠,٣) والمطلوب تعيين المستوى الذي يحتويه اذا كان هذا المستوى :

(أ) يوازي خط الأرض (ب) عمودي على الأفقي (حـ) عمودي على الرأسي (د) متساوي ميل الأثرين على خط الأرض (هـ) أثريه على استقامة واحدة (و) في وضع عام .

ارشادات الحل :

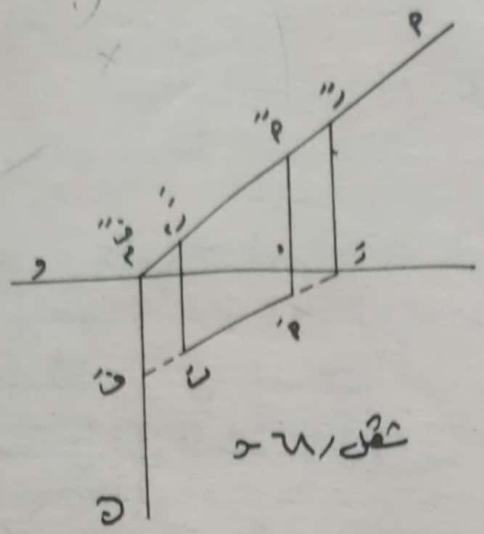
١) نعيّن أثري المستقيم وأثرا المستوى المطلوب يمر بأثري المستقيم المعلوم كما في الشكل/٦٨ أ .


شكل/٦٨ أ


شكل/٦٨ ب

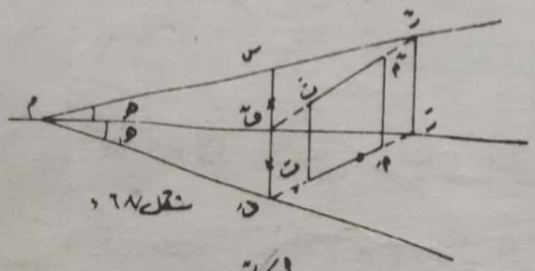
ب) لما كان المستقيم واقع في المستوى العمودي على الأفقي ، معنى ذلك ان المسقط الأفقي ، للمستقيم يقع على الأثر الأفقي للمستوى والأثر الرأسي يمر في الأثر الرأسي للمستقيم كما في الشكل / ٦٨ ب .

حـ) اما بالنسبة للمستوى الرأسي (عمودي على الرأس) فان أثره الرأسي يمر في المسقط الرأسي للمستقيم والأثر الأفقي له يمر بالأثر الأفقي للمستقيم كما في الشكل/٦٨ حـ .

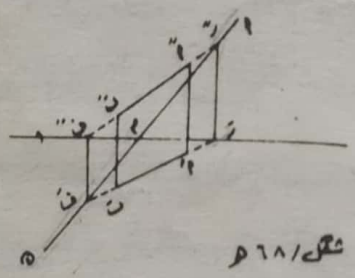


شكل/٦٨ حـ

د) نمد فَ فً يقدره الى س نصل رً س ونمده حتى يقطع خط الأرض في (م) وبذلك حصلنا على الأثر الرأس للمستوى ثم يصل م، فَ وبذلك نحصل على الأثر الأفقي للمستوى ويلاحظ أن زاويتي ميل أثريه على خط الأرض متساوية وهذا المستوى عمودي على المستوى المنصف الأول كما في الشكل /٦٨ د .

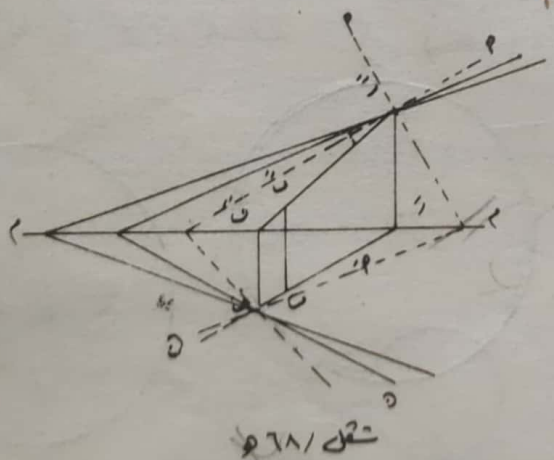


شكل/٦٨ د



شكل/٦٨ هـ

هـ) نصل رَ فً فنحصل على أثري المستوى ويكونان على استقامة واحدة وهذا المستوى عمودي على المستوى المنصف الثاني كما في الشكل/٦٨ هـ



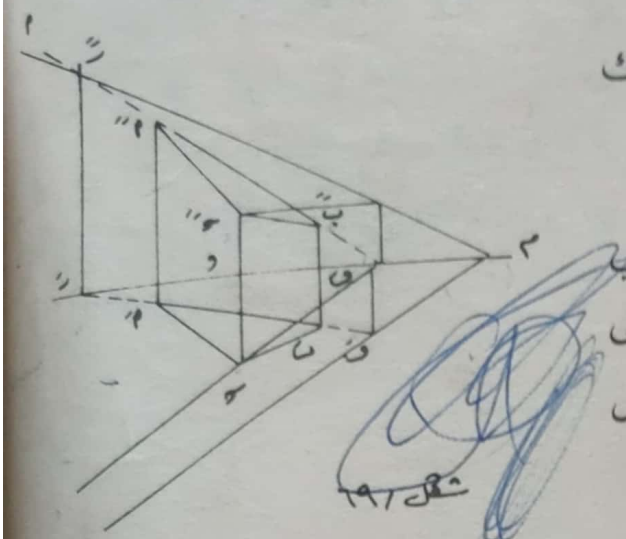
شكل/٦٨ هـ

و) نلاحظ من الشكل/٦٨ وأنه يوجد عدد لا نهائي من المستويات يمكن رسم أثريها .

(٥) ـ مستوى (؟، ١٥٠° ، ؟) يحتوي المثلث أ ب حـ حيث أ (ـ ١ ، ٠,٥ ، ٤) ب (٣، ١,٥، ١) ، حـ (١، ؟، ١,٥) عيّن مسقطي المثلث .

الحل :

أ ـ يعين المستوى (أ م ن) وذلك بتحديد مساقط النقط الثلاث .



شكل ٦٩/

ب ـ نصل المسقط الرأسي للنقطتين (أ ، ب) وبذلك نحصل على المسقط الرأسي للمستقيم أَبً وبالمثل نحصل على المسقط الأفقي أَبَ .

حـ ـ يعين أثري المستقيم (أ ب) ومن الأثر الأفقي للمستقيم(فَ) يرسم الأثر الأفقي للمستوى بزاوية ميله على خط الأرض (١٨٠° ـ ١٥٠°) = ٣٠° .

مارا بالأثر الأفقي (فَ) حتى يقطع خط الأرض في (م) .

د ـ نصل النقطة (م) بالأثر الرأسي (رً) للمستقيم (أ ب) وبذلك نحصل على الأثر الرأسي للمستوى .

هـ ـ يرسم من المسقط الرأسي للنقطة (حـ) خطا موازيا لخطة الأرض حتى يقطع الأثر الرأسي في نقطة ومنها ينزل عمود على خط الأرض يقطعه في نقطة منها يرسم خطا موازيا للأثر الأفقي للمستوى حتى يقطع خط التناظر النقطة (حـ) وبذلك تعيين المسقط الأفقي (حَـ) وكما هو مبين في الشكل /٦٩.

تمـاريـن

١ ـ عيّن المستوى الذي يحتوي المستقيم أ ب والمستقيم الموازي له المار بالنقطة حـ حيث أ (٥، ٦، ٣، ١) ، ب (٩، ٣، ١، ٥) ، النقطة حـ (صفر، ٥، ٢، ٤) .

٢ ـ المعلوم مستوى (ـ ٤، ٣، ٤) يحتوي متوازي الاضلاع أ ب حـ د حيث أ (٢، ؟، صفر) ، ب (صفر ، صفر ، ؟) ، د (؟ ، ٣ ، ١) عين مسقطيه .

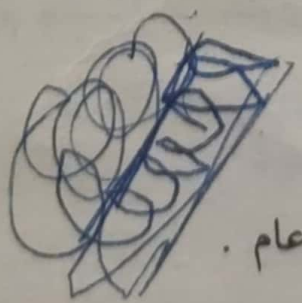
٣ ـ المستوى المائل (أ م ن) يميل أثره الرأسي ٣٠° ويميل أثره الأفقي ٤٥° على خط الأرض يحتوي المثلث أ ب حـ حيث أ (٢ ، ١) والضلع أ ب وجهي طوله ٤ سم ونقطة حـ واقعة في المستوى الأفقي وتبعد ٥ سم عن المستوى الرأسي ، ارسم مسقطيه .

٤ ـ المستوى (∞ ، ٤ ، ٣) يحتوي المثلث أ ب حـ حيث أ (٢ ، ؟ ، ٢) ، ب (٤ ، صفر ، ؟) ، حـ (؟ ، ٢ ، ؟) والضلع أ حـ = ٥ سم عيّن مسقطيه .

٥ ـ عين أثري المستوى (∞ ، ٥ ، ٥ ، ؟) حيث يضع ٣٠° مع المستوى الأفقي ثم عيّن مسقطي المثلث أ ب حـ الواقع فيه اذا كانت أ (٢ ، ؟ ، ٢) ، ب (٥ ، صفر ، ؟) ، حـ (٨ ، ٤ ، ؟) .

٦ ـ المطلوب تمثيل مربع أ ب جـ د رأسه أ (٢ ، ٤ ، ٣) وضلعه ب حـ يقع على المستقيم الأفقي س ص حيث س (٣ ، ١ ، ١) ، ص (ـ ٢ ، ٣ ، ؟) .

٧ ـ المعلوم مستقيمان متقاطعان أ ، ب والمطلوب تعيين أثري المستوى المكون منهما في الحالات الآتية :



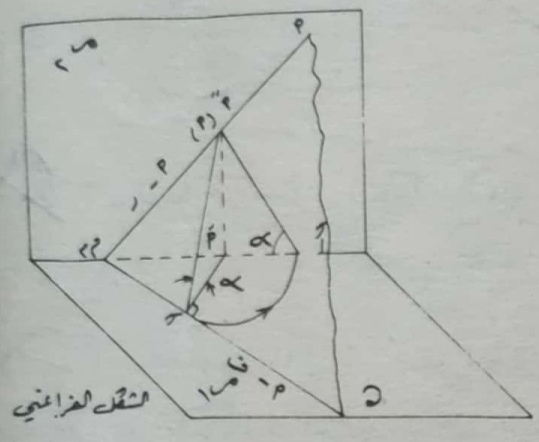
(أ) احدهما أ افقي والآخر وجهي .

(ب) احدهما ب رأسي والآخر أ في وضع عام .

(حـ) احدهما أ في المستوى المنصف الثاني والآخر في المستوى المنصف الأول .

بند ٢٠ ـ ميل المستوى الفراغي على مستويي الاسقاط

يميل المستوى المائل على المستوى الافقي بزاوية تسمى بزاوية α ويميل على المستوى الرأسي ايضا بزاوية تسمى بزاوية B .

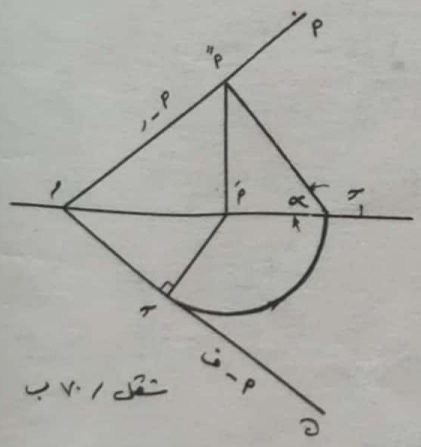


شكل / ٧٠ أ

ولايجاد كل منهما نجري الآتي :

أولاً ـ لايجاد زاوية ميله على الأفقي

نختار أي نقطة على الأثر الرأسي للمستوى أ م ن على أن لا تكون تلك النقطة قريبة جدا من نقطة م ولا بعيدة عنها ولتكن هذه النقطة (أ) فمسقطها الرأسي أً والأفقي أَ (يقع على خط الأرض) .



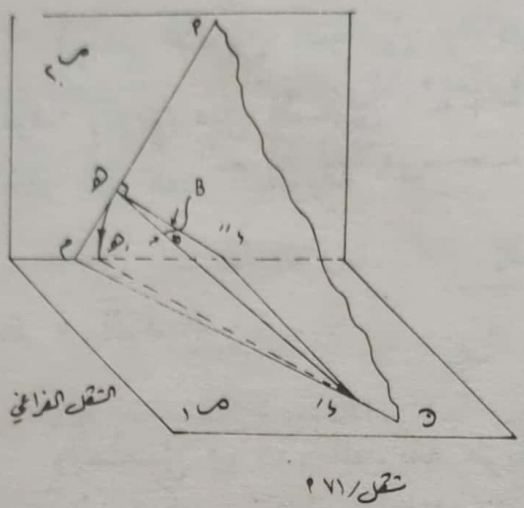
شكل / ٧٠ ب

من المسقط الأفقي أَ ينزل عمود على الأثر الأفقي يقطعه في نقطة (حـ) نصل أً ، حـ نحصل على المثلث أً أَ حـ قائم الزاوية في أَ والزاوية (أَ جـ أً) هي الزاوية التي يميل بها المستوى الأفقي (α) والمستقيم أَ حـ يسمى مستقيم ذو ميل أعظم بالنسبة للمستوى الأفقي .

ويلاحظ ان الزاوية المذكورة لا تمثل القيمة الحقيقية للزاوية (α) وأنما اذا ادرنا المثلث أً أَ حـ حول أً أَ باعتباره محوراً له حتى ينطبق على المستوى الرأسي فأنه يأخذ الوضع أً أَ جِ وأن النقطة حـ ترسم قوس دائرة مركزها أَ ونصف قطرها أَ حـ فتكون الزاوية أً جِ أَ هي الزاوية الحقيقية (α) التي يميل بها المستوى الأفقي كما هو مبين في الشكل / ٧٠ أ الفراغي والوصفي / ٧٠ ب .

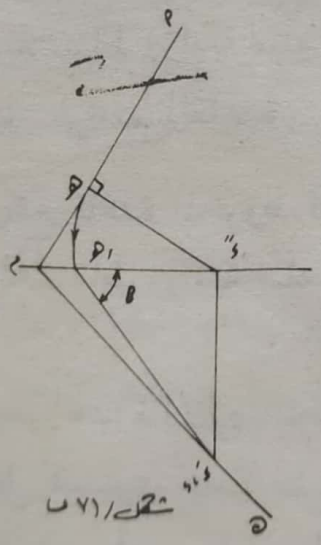
ثانياً ـ لايجاد زاوية ميله على الرأسي

نختار أي نقطة على الأثر الأفقي للمستوى ولتكن هـذه النقـطة (د) فمسقطها الأفقي دَ ومسقطها الرأسي دً يقع على خط الأرض . ومن المسقط الرأسي يقام عمود على الأثر الرأسي يقطعه في نقطة هـ نصل دَ ، نحصـل على المثلث دَ دً هـ الزاوية دَ هـ دً هي زاوية ميل المستوى على المستوى الرأسي (B) والمستقيم دَ هـ يسمى مستقيم ذو ميل أعـظم بالنسبـة للمستـوى الـرأسي .



شكل/٧١ أ

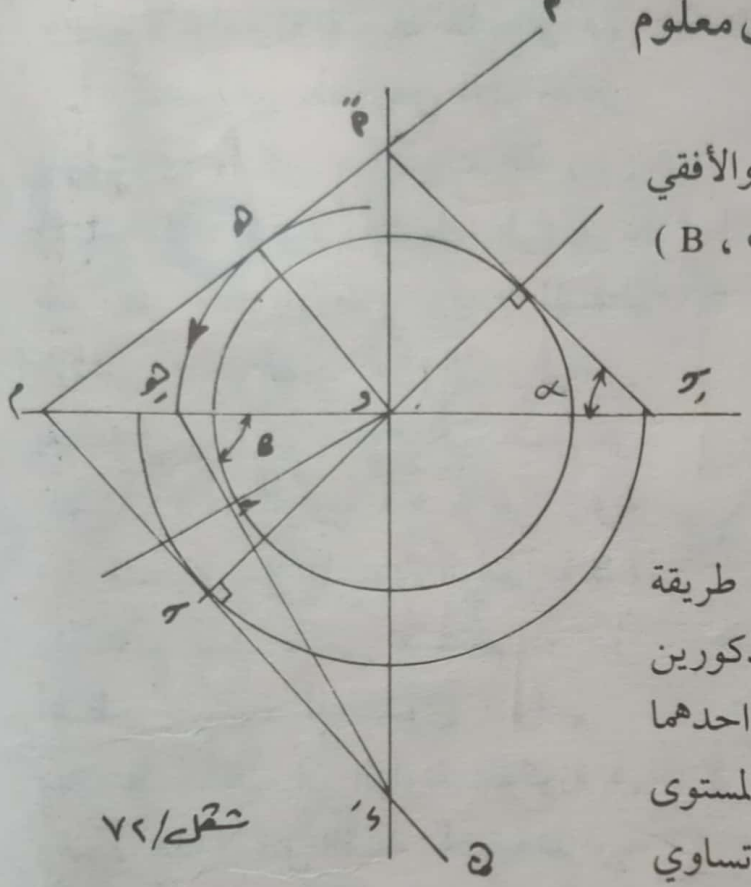
ويلاحظ كذلك ان الزاوية المذكورة في وضعها هذا لا تمثل القيمة الحقيقية للزاوية (B) وانما اذا ادرنا المثلث دَ دً هـ حول دَ دً باعتباره محـورا له حتى ينطبق على المستوى الأفقي فانه يأخذ الوضع دَ دً هِـ وان النقطة هـ ترسم قوس دائرة مركزها دً ونصف قطرها دً هـ فتكون الزاوية دَ هِـ دً هي الزاوية الحقيقية (B) التي يميل بها المستوى على المستوى الرأسي كما هو مبين في الشكـل /٧١أ الفـراغي و٧١ ب الوصفي .


شكل/٧١ ب

ملاحظة :

يلاحظ ان الزاوية ∝ هي عبارة عن ميل المخروط على مستوى قاعدته على المستوى الأفقي . والزاوية B هي عبارة عن ميل المخروط على مستوى قاعدته وعلى المستوى الرأسي .

بند ٢١ - رسم أثري مستوى معلوم ميله



شكل/٧٢

لرسم الأثرين الرأسي والأفقي بمعلومية زاويتي ميل المستوى (∝ ، B) نلاحظ أن هذه الطريقة هي عكس الطريقة الواردة الذكر في البند السابق .

ويستعمل في هذه الطريقة طريقة المخروطين الدائرين القائمين المذكورين في البند السابق بحيث تقع قاعدة احدهما على المستوى الأفقي ومحوره على المستوى الرأسي للاسقاط وزاوية ميله ∝ تساوي زاوية ميل الراسم للقاعدة .

وتقع قاعدة المخروط الثاني على المستوى الرأسي ويقع محوره على المستوى الأفقي للأسقاط وزاوية ميله B تساوي زاوية ميل رأسه على القاعدة .

وعلى هذا فالمستوى المطلوب يكون مماسا لهذين المخروطين واسهل طريقة هو ان نجعل المستوى مماسا مشتركا لسحطي المخروطين وهو ان يحصر بينهما كرة واحدة تمس سطحي المخروطين .

وللوصول الى ذلك نتبع الخطوات التالية :

١ - يرسم خط الأرض ثم عمود عليه يقطعه في نقطة (و) مثلا .

٢ - ترسم دائرة قطرها مناسبا ومركزها و .

٣ - يرسم في الربع الأول مماسا للدائرة المبينة في (٢) بميل بزاوية (∝) . يقطع المماس خط الأرض والعمود في نقطتين جـ ، أ .

٤ ـ يرسم في الربع الثالث مماسا للدائرة كذلك يميل بزاوية (B)يقطع المماس خط الأرض والعمود في نقطتين هـ ، دَ .

٥ ـ النقطة (أ) هي في الأساس نقطة واقعة على الأثر الرأسي والنقطة (دَ) واقعة على الأثر الأفقي والنقطة جـ كانت في الأساس واقعة على الأثر الأفقي وكذلك النقطة هـ كانت واقعة على الأثر الرأسي .

٦ ـ يركز الفرجال في (و) وبفتحة تساوي و جـ ترسم نصف دائرة في الربع الرابع والثالث ويرسم من نقطة دَ مماس لنصف الدائرة المذكورة يقطع خط الأرض في نقطة (م) وبذلك رسم الأثر الأفقي م ن .

٧ ـ يركز في (و) وبفتحة تساوي و هـ يرسم ربع دائرة في الربع الثاني ثم يرسم مماس من نقطة أ لربع الدائرة يقطع المماس المذكور خط الأرض ايضا في نقطة (م) وبذلك رسم الأثر الرأسي للمستوى أ م كما هو مبين في الشكل/٧٢ .

ملاحظة :

ان مجموع زاويتي ($\alpha + B$) يكون محصوراً بين ٩٠° - ١٨٠° وعندما يكون مجموعهما ٩٠° الأثران الرأسي والأفقي متوازيان أي موازيان لخط الأرض .

وعندما يكون مجموعهما ١٨٠° الأثران الرأسي والأفقي عموديان على خط الأرض .

مسائل محلولة

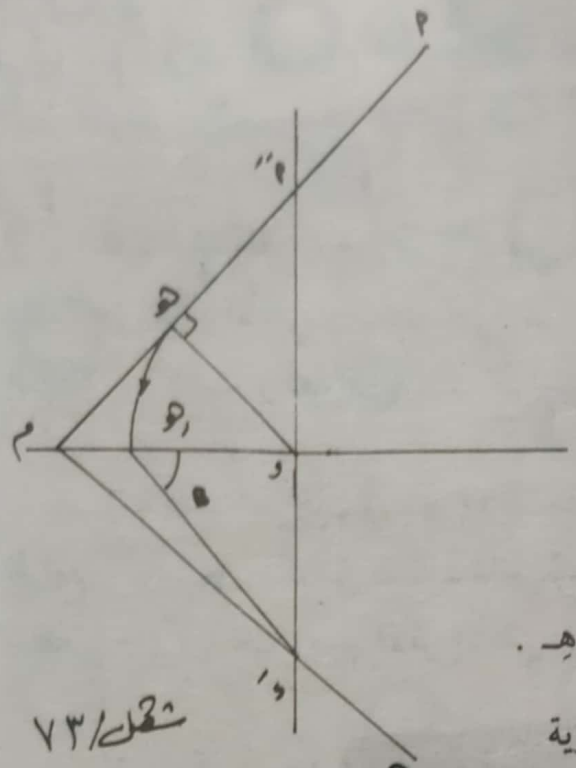
(١) ـ يميل الأثر الرأسي لمستوى بزاوية ٤٥° على خط الأرض ويميل المستوى نفسه ٥٠° على الرأس ارسم أثريه ؟

الحل :

١ ـ نأخذ نقطة م على خط الأرض منها يرسم الأثر الرأس بميل ٤٥° على خط الأرض .

٢ ـ يأخذ خط التناظر مارا في نقطة مثل و ومنها يقام عمود و هـ على الأثر الرأسي .

٣ ـ يركز في و وبفتحة تساوي و هـ يرسم قوس دائرة يقطع خط الأرض في هِـ .

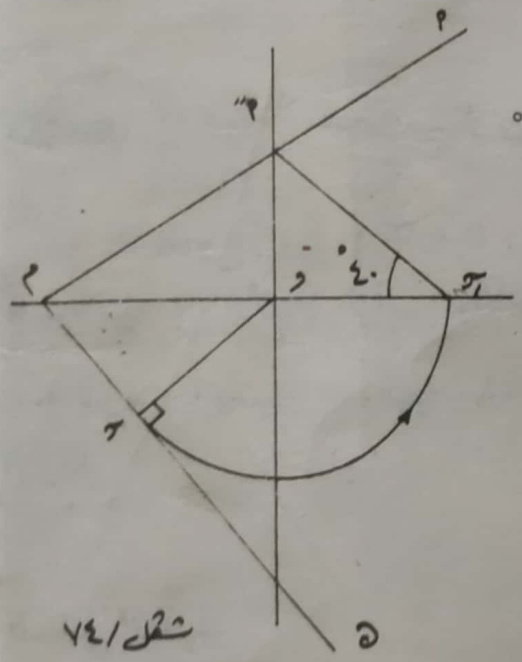


شكل/٧٣

٤ ـ من نقطة هِـ يرسم خط بميل بزاوية ٥٠° وهي ميل المستوى على المستوى الرأسي حتى يقطع خط التناظر في ءَ .

٥ ـ نقطة دَ واقعة على الأثر الأفقي نصلها في نقطة م وبذلك حصلنا على الأثر الأفقي كما هو مبين في الشكل/٧٣ .

(٢) يميل الأثر الأفقي لمستوى بزاوية ٥٠° على خط الأرض ويميل المستوى نفسه ٤٠° على المستوى الأفقي ارسم أثريه .



شكل/٧٤

الحل :

١ ـ نأخذ نقطة م على خط الأرض ومنها يرسم الأثر الأفقي بميل بزاوية ٥٠° على خط الأرض .

٢ ـ يرسم خط التناظر يمر بنقطة (و) ومنها ينزل عمود على الأثر الأفقي يقطعه في (حـ) يركز في (و) وبفتحة تساوي وحـ يرسم قوس دائرة . يقطع خط الأرض في (حِـ) منها يرسم خط يصنع ٤٠° وهي زاوية (∝) حتى يقطع خط التناظر في (أ) النقطة أ واقعة على الأثر الرأسي المطلوب كما هو مبين في الشكل/٧٤ .

تمارين

١ ـ يميل الأثر الرأسي لمستوى ٦٠° ويميل أثره الأفقي ٤٥° على خط الأرض جد زاويتي ميله على المستوى الأفقي والرأسي .

٢ ـ الأثر الرأسي والأفقي موازيان لخط الأرض يبعد الأثر الرأسي عن خط الأرض ٣سم ويبعد الأثر الأفقي عنه $2\frac{1}{2}$ سم جد زاويتي ميله على مستويي الاسقاط .

٣ ـ يميل المستوى على المستوى الأفقي ٥٥° ويميل على المستوى الرأسي ٦٠° ارسم أثريه .

٤ ـ ارسم أثري مستوى يميل ٦٠° على المستوى الأفقي ، ٤٥° على المستوى الرأسي بأخذ قطر الكرة الماسة للمخروطين ٥ سم .

٥ ـ يميل المستوى على المستوى الأفقي ٤٠° ويميل على المستوى الرأسي ٥٠° ارسم أثريه .

الفصل الخامس

بند ٢٢ - المستويات المساعدة او الاضافية

لقد عرفنا ان طريقة مونج كانت تبحث عن الاسقاط على مستوين متعامدين وأستعنا بمستوى آخر عمودي عليهما واسميناه بالمستوى الجانبي ، وظهر لنا أن الخطوط المستقيمة تظهر بأطوالها الحقيقية عندما تسقط على مستويات موازية لها ولا تظهر كذلك اذا كانت عمودية او مائلة عليها .

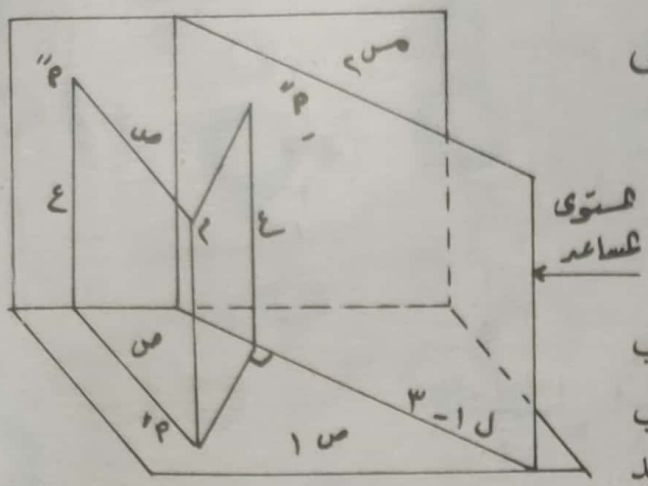
وهذا ما ينطبق ايضاً على السطوح والأجسام . وبما أن الصورة للاجسام عن طريق مسقطيه لا تكون واضحة ربما احتاج الأمر الى اكثر من مسقطين وأن الاسقاط على المستويات الأساسية الثلاثة غير كاف لذا لا بد من الاستعانة بالاسقاط على مستوى جديد آخر وهو أما ان يكون عمودياً على الرأسي مائلاً على الأفقي او عمودياً على الأفقي مائلاً على الرأسي . وهذا المستوى يسمى بالمستوى المساعد والمسقط عليه يسمى بالمسقط المساعد .

والمستوى الجديد هذا يحصر بينه وبين مستويي الاسقاط خط ارض جديد .

والمساقط المساعدة او الاضافية تساعد في اعطاء أشكالٍ واضحة للاجسام حيث تكون قريبة جداً من صورها الحقيقية في الطبيعة فهي تسهل حل المسائل المعقدة وتساعد في الحصول على مساقط اكثر وضوحاً للأجسام . وهي تساعد العمال غير الفنّيين على فهم الرسوم .

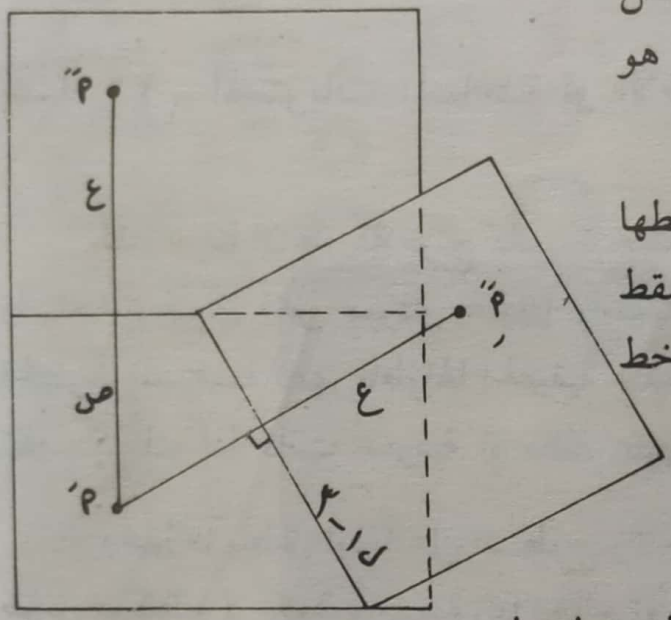
بنـد ٢٣ ـ طريقة الاسقـاط على المستويات الأضافية

اسقاط النقطة



شكل ٧٥/ أ

للنقطة مسقطان مساعدان افقي ورأسي ومن ملاحظة الشكل الفراغي رقم ٧٥ أ استعنا بمستوى مساعد جديد اي غيرنا المستوى الرأسي وبمستوى آخر مساعد وهو عمودي على الأفقي مائـل على الرأسي صانع خط ارض جديد هو (ل١ - ٣) .

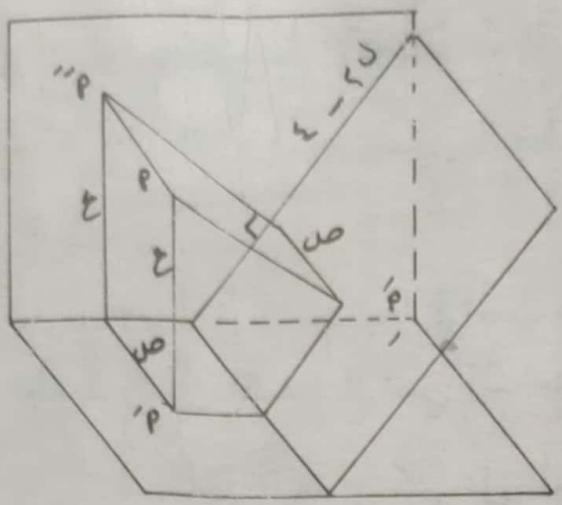


شكل ٧٥/ ب

وان النقطة أ في الفراغ مسقطها الرأسي أً ومسقطها الأفقي أ والمسقط المساعد الرأسي لها أِ وبعده عن خط الارض الجديد ل١ ل١ يساوي نفس بعد المسقط الرأسي أً عن خط الارض القديم فاذا ادير المستوى المساعد الجديد حول خط الارض الجديد ل١ ل١ .

حتى ينطبق على المستوى الأفقي وبذلك نحصل على المسقط الرأس المساعد أِ كما في الشكل الوصفي رقم ٧٥ / ب اي يسقط على المستوى المساعد من المسقط الأفقي للنقطة أ .

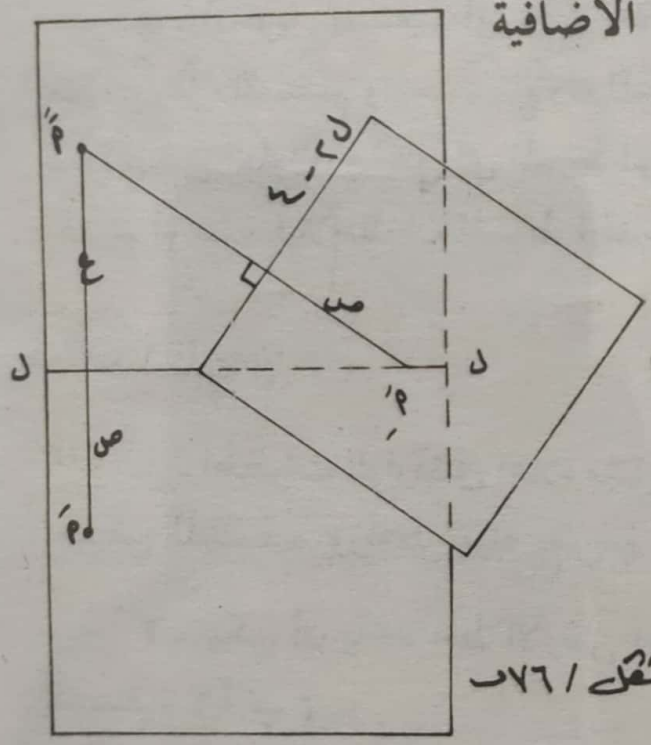
فاذا تغير وضع المستوى المساعد بحيث أصبح عمودياً على الرأسي مائلاً كما في الشكل الفراغي ٧٦ أ صانعاً خط ارض جديد (ل٢ - ٤) .



الشكل الفراغي / ٧٦ م

ولتعيين مسقط النقطة (أ) على المستوى المساعد نجعله يدور حول خط الارض الجديد (ل٢ - ٤) حتى ينطبق على المستوى الرأسي ثم يسقط من المسقط الرأسي أ عمود على خط الارض الجديد ثم خذ الأحداثي الأفقي (ص) على امتداد خط الاسقاط بعد خط الارض الجديد وبذلك تعيين المسقط الأفقي أ كما هو مبين في الشكل الوصفي ٧٦ ب .

بند ٢٤ - تطبيقات على المستويات الاضافية



شكل / ٧٦ ب

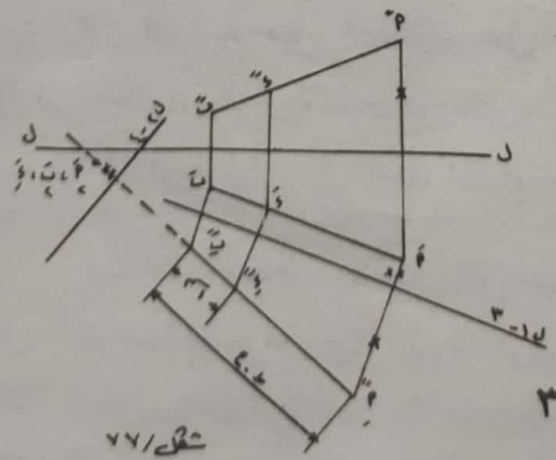
(١) المستقيم (أ ب) احداثيات نهايتيه كالآتي : ع م = ٢,٥ سم، ص١ = ٢ سم، ع ب = ١ سم، ص٢ = ١ سم المسافة بين اسقاط النقطتين = ٣ سم.

جد بطريقة المستوى المساعد الآتي :

اولاً - طوله الحقيقي .

ثانياً - تعيين مسقطي النقطة د عليه بحيث تبعد ١ سم عن نقطة (ب) .

ثالثاً - تحويل المستقيم الى وضع عمودي على مستوى آخر جديد .



شكل / ٧٧

الحل :

١ - نأخذ مستوى رأس جديد ل١ - ٣ بشرط يوازي المستقيم أ ب في الفراغ

(أي يوازي المسقط الأفقي أَ بَ) .

٢ ـ نسقط من نهايتي المسقط الأفقي على خط الأرض الجديد ل١ ـ ٣ عمودين .

٣ ـ ننقل الأحداثين الرأسين على هذين العمودين ابتداء من خط الارض الجديد وتعيين المسقط الرأسي المساعد أِ بِ وهو يمثل الطول الحقيقي للمستقيم .

٤ ـ نأخذ البعد ١ سم على المسقط الرأسي المساعد الجديد ابتداء من نقطة (ب) ثم تعيين النقطة د عليه ومنها يسقط على المسقط الأفقي والرأسي لرسم المسقطين لها .

٥ ـ لتحويل المستقيم الى وضع عمودي نستعين بمستوى ثاني جديد ل٢ ـ ٤ عمودي على المستقيم والمستوى الأول المساعد فيكون خط الارض الجديد ل٢ ـ ٤ عمودي على الطول الحقيقي اي المسقط الرأسي المساعد أِ بِ ثم نعين المسقط الأفقي الجديد أَ٢ بَ٢ فيلاحظ ان المسقط الجديد عبارة عن نقطة كما في الشكل /٧٧.

ملاحظـات :

١ ـ الخطوات الواردة في اعلاه مشابهة تماماً لما سبق ان عرف عند تعيين الطول الحقيقي للمستقيم وزاويتي ميله بطريقة الانطباق (بند ـ ١٣) .

٢ ـ يمكن أن يأخذ خط الارض الجديد ل١ ـ ٣ منطبقاً على احد المسقطين للمستقيم (أ ب) .

٣ ـ لتمديد ميل المستقيم على مستويي الاسقاط يأخذ خط موازي لخط الارض الجديد والزاوية المحصورة بين المسقط المساعد الجديد وهذا الخط يمثل القيمة الحقيقية للزاوية لميله على احد المستويين .

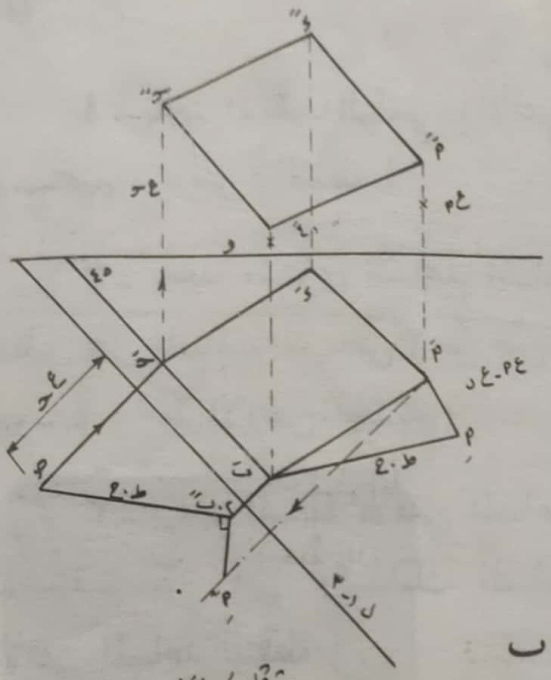
٤ ـ عند اسقاط مستقيم مائل على مستو مساعد عمودي عليه يجب الاسقاط على مستو مساعد مرتين اولاً على مستو يوازي الخط ثم على مستو مساعد عمودي على ذلك الطول الحقيقي ويكون المسقط المساعد عليه للمستقيم عبارة عن نقطة واحدة .

(٢) مثل المربع أ ب جـ د حيث أ (٣ ، ٢ ، ١ ١/٢) ، ب (١/٢ ، ٣ ١/٢ ، ١/٢) والمسقط الأفقي للضلع ب حـ بميل ٤٥° على خط الارض .

الحل :

لحل هذا التمرين يمكن الاستعانة بالقاعدة التالية :

« الزاوية القائمة تسقط قائمة اذا وازى أحد ضلعيها مستوى المسقط » .


شكل / ٧٨

١ ـ تعيين المسقط الرأسي والأفقي للضلع أ ب .

٢ ـ تعيين اتجاه الضلع ب جـ (المسقط الأفقي له) .

٣ ـ نعيّن الطول الحقيقي للضلع أ ب (فرق البعد) كما في الشكل /٧٨ فيكون هو طول ضلع المربع .

٤ ـ نأخذ خط ارض جديد ل١ ـ ٣ يوازي اتجاه المسقط الأفقي للضلع ب حـ .

٥ ـ نعين المسقط الرأسي المساعد الجديد للضلع (أ ب) أَ بً ثم نرسم مستقيماً عمودياً عليه فيكون اتجاه المسقط الرأسي الجديد للضلع (ب حـ) نعين الطول الحقيقي لضلع المربع عليه فيكون بً حً .

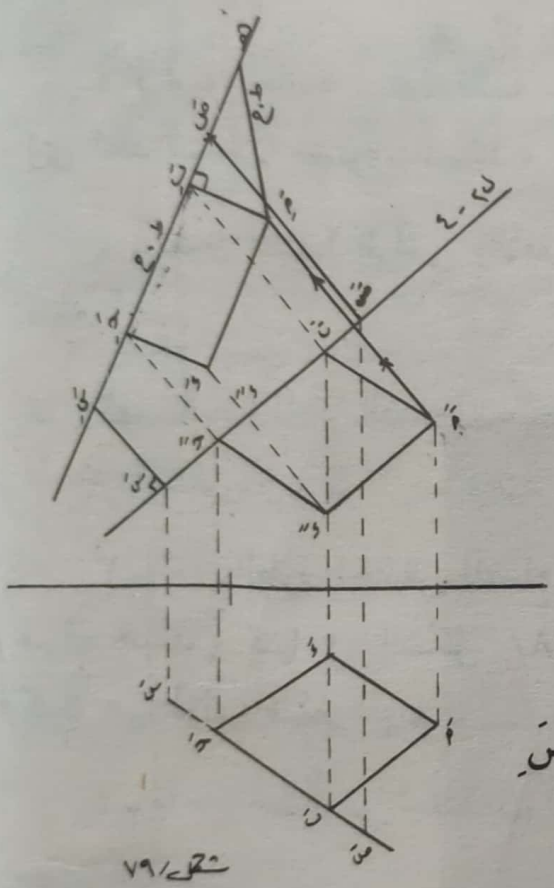
٦ ـ نسقط من المسقط الرأسي المساعد الجديد للضلع بً جً على خط الأرض الجديد ل١ ـ ٣ حيث يتعين المسقط الأفقي للنقطة (حـ) .

٧ ـ يسقط من المسقط الأفقي للنقطة حَ الى المسقط الرأسي حيث يعين مسقط الرأس حً وذلك بنقل الأحداثي الرأسي للنقطة (حـ) (ع حـ) على خط

تناظر النقطة جـ . ثم نكمل المسقط الرأسي والأفقي وبذلك حصلنا على مسقطي المربع .

(٣) مثل المربع أ ب جـ د حيث أ (٣ ، ٢ ، ٢,٥) والضلع ب جـ يقع على المستقيم س ص حيث س (-١ ، ١,٥ ، ١,٥) ، ص (٢ ، ٣,٥ ، ٤) .

الحل :



شكل/٧٩

١ - يعين المسقط الرأسي والأفقي للمستقيم س ص والنقطة أ .

٢ - يأخذ مستوى مساعد اضافي منطبق على المستقيم س ص (سَّ صَّ) ل٢ - ٤ (خط الارض الجديد) .

٣ - يرسم المسقط الأفقي المساعد للمستقيم سَ صَ وكذلك المسقط الأفقي المساعد للنقطة أَ .

٤ - ينزل عمود من النقطة أَ على المسقط الأفقي المساعد للمستقيم سَ صَ (الزاوية القائمة تسقط قائمة اذا وازى احد ضلعيها مستوى المسقط) يقطعه في نقطة بَ .

٥ - يحدد الطول الحقيقي لضلع المربع بأخذ المسافة المعلومة بعلامة (X) وتعيينها على امتداد المسقط الأفقي المساعد للمستقيم (س ص) ابتداء من نقطة (بَ) ونعين نقطة هـ . نصل أَ ، هـ تكون المسافة أَ هـ تساوي الطول الحقيقي لضلع المربع .

٦ - تحدد نقطة جَ على المسقط الأفقي المساعد للمستقيم بطول ضلع المربع .

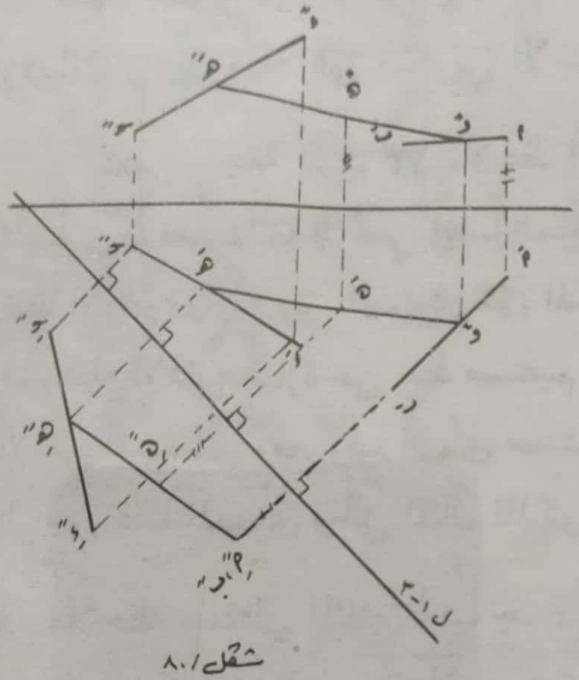
٧ - يسقط من النقطتين بَ ، جَ على المسقط الرأسي سَّ صَّ لايجاد المسقط

الرأسي لهما . نصل بَّ ، أ أصبح المسقط الرأسي للضلع أ ب والمسقط الأفقي له .

٨ ـ يكمل المربع برسم موازيات في المسقطين لتحديد النقطة (د) كما هو مبين في الشكل / ٧٩ .

(٤) المعلوم مستقيمان شماليان احدهما يوازي المستوى الأفقي ونقطة خارجة عنهما ،عيّن القاطع بينهما مارا بالنقطة المعلومة كما هو مبين في الشكل/ ٨٠ .

الحل :



شكل/ ٨٠

يلاحظ من الشكل المجاور أن المستقيم أ ب يوازي المستوى الأفقي والمستقيم حـ د غير متقاطع معه ونقطة ن .

ولتعين القاطع الذي يمر بنقطة ن ويتقاطع مع أ ب ، جـ د نجري الآتي :

١ ـ يأخذ مستوى مساعد اضافي بخط ارض جديد ل١ ـ ٣ عمودي على المستقيم أ ب (أَ بَ) (أي عمودي على المسقط الأفقي أَ بَ) .

٢ ـ نسقط من المسقط الأفقي أَ بَ ، جَـ دَ ، نَ أعمده على خط الأرض الجديد ل١ ـ ٣ لتعيين المساقط الرأسية المساعدة الجديدة ، أِ بِّ ، نِّ ، جِّـ دِّ .

٣ ـ يلاحظ ان المسقط الرأسي المساعد الجديد للمستقيم أ ب اصبح عبارة عن نقطة أِ بِّ نصلها بالمسقط الرأسي المساعد الجديد نِّ بخط مستقيم تعين اتجاه القاطع المطلوب نمده حتى يقطع المسقط الرأسي الجديد للمستقيم جِّـ دِّ في نقطة هِّـ وبذلك تحدد المسقط المساعد للقاطع .

٤ ـ تعاد النقطة هـ الى المسقطين الأفقي والرأسي للمستقيم جـ د ثم نصل المسقط الرأسي هَّـ بالمسقط الرأسي للنقطة نّ ونمده حتى يقطع المسقط الرأسي للمستقيم أ ب في و ثم يعين المسقط الأفقي للقاطع بنفس الطريقة . ويلاحظ ان

لا بد ان تكون الثلاث نقط هـ ، ن ، و على استقامة واحدة .

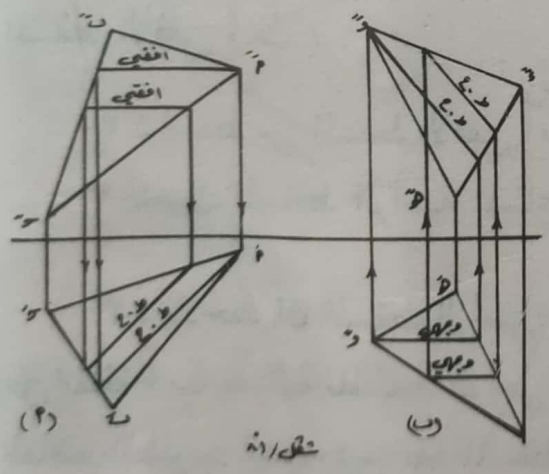
بند ٢٥ ـ طريقة تحويل شكل مستوي في وضع عام الى وضع عمودي وتعيين زاويتي ميله وشكله الحقيقي .

مثـــال :

المعين أ ب جـ د حيث أ (٢ ، ٢,٣ ، ٣) ، ب (٢,٥ ، ٤,٩ ، ١,٤) ، جـ (٥,٥ ، ٥ ، ٠,٩) ارسم مسقطيه ثم جد الشكل الحقيقي له وكذلك زاويتي ميله على مستويي الاسقاط .

عند مراجعة البند ٢٣ نلاحظ ان المستوى الاضافي مستوى عمـودي على المستوى الأفقي وأثره الرأسي ايضاً عمودي على خط الأرض وأثره الأفقي يصنع مع خط الأرض زاوية ميل المستوى على المستوى الرأسي . كما ان اي شكل واقع فيه فمسقطه الأفقي عبارة عن خط مستقيم (يسمى المسقط الجانبي) ينطبق على الأثر الأفقي للمستوى ومعروف ان أي مستقيم وجهي واقع في اي مستوى يوازي الأثر الرأسي لهذا المستوى ولحل المثال المذكور لا بد من التعرف على الاشكال التالية .

من ملاحظة مسقطي المثلثين أ ب جـ ، د هـ وفي الشكل/٨١أ، ب أنه لا يوجد اي ضلع من اضلاع المثلث يوازي اي من المستويين الأفقي والرأسي إلّا أنه يمكن ان يكون في مستوى سطح كل منهما خطوط افقية واخرى وجهية . فاذا اخذت خطوط افقية في المسقط الرأسي للمثلث أ ب جـ كما في الشكل/٨١ أفان مساقطها الأفقية تمثل الاطوال الحقيقية لها .



شكل/٨١

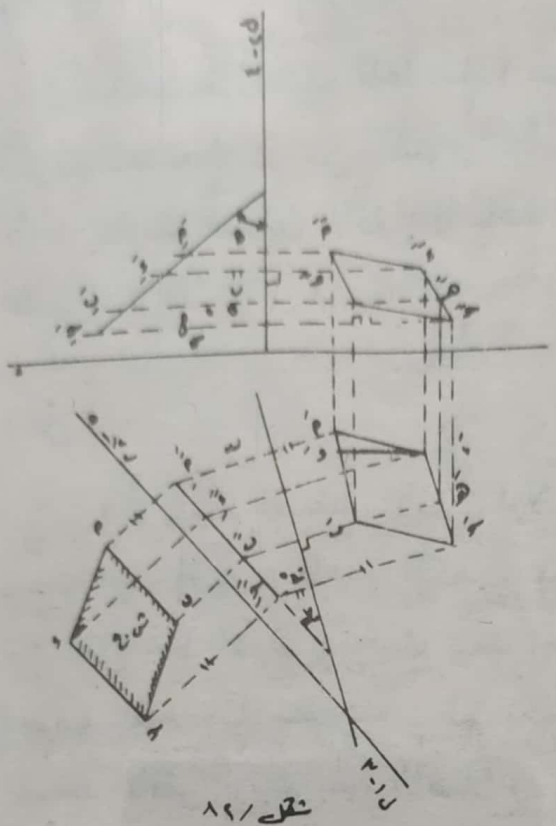
واذا اخذت خطوط وجهية في المسقط الأفقي للمثلث د هـ وكما في الشكل/٨١ ب، فأن مساقطها الرأسية تمثل الأطوال الحقيقية لها .

ومن هذه القاعدة يأخذ المستوى المساعد (اي خط الارض الجديد) عمودياً

على اي من الأطوال الحقيقية .

الحل :

١ ـ نعين خط افقي في المسقط الرأسي بً هً ثم تعين مسقطه الأفقي بَ هَـ وهو يمثل ط. ح .



شكل/٨٢

٢ ـ يرسم خط ارض جديد ل١ ـ ٣ عمودي على بَ هَـ .

٣ ـ يسقط من المسقط الأفقي للمعين على خط الارض الجديد ل١ ـ ٣ لرسم المسقط الرأسي المساعد او الحدي وهو عبارة عن خط مستقيم والزاوية المحصورة بينه وبين خط الأرض ل١ ـ ٣ . هـي زاوية ميل المعين على المستوى الأفقي (∝) وتساوي ٣٠° .

٤ ـ يأخذ خط ارض جديد ل٣ ـ ٥ مواز للمسقط الرأسي المساعد (أً دً بً جً) او منطبق عليه ثم يسقط من أً دً بً جً عليه وتمد على استقامتها لرسم الشكل الحقيقي للمعين بنقل الابعاد المحصورة بين المسقط الأفقي للمعين وخط الأرض الجديد ل١ ـ ٣ .

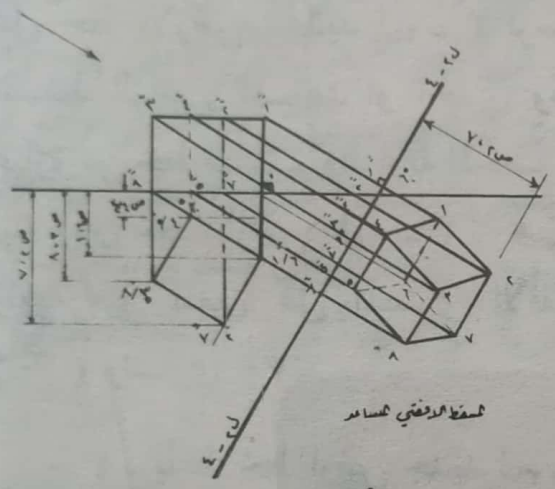
٥ ـ لايجاد زاوية ميل المعين على المستوى الرأسي (B) بأن نأخذ خط وجهي في المسقط الأفقي للمعين دَ وَ مسقطه الرأسي دً وً وهو يمثل ط. ح . ثم يرسم خط ارض جديد ل٢ ـ ٤ عمودي عليه ويسقط من المسقط الرأسي للمعين عليه لرسم المسقط الأفقي المساعد(أً دً بً جً)الزاوية المحصورة بينه وبين خط الأرض ل٢ ـ ٤ هي زاوية B وبالقياس = ٥٢° كما هو مبين الشكل/٨٢ .

بند ٢٦ ـ اسقاط الأجسام على المستويات المساعدة

مثال (١) :

مكعب طول ضلع قاعدته ١ ١/٢ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد احد احرف قاعدته ١/٢ سم عن المستوى الرأسي ويميل احد اضلاع قاعدته ٣٠° على خط الأرض ،ارسم المسقط الأفقي المساعد على مستوى مساعد بميل ٦٠° على المستوى الأفقي .

الحل :



شكل / ٨٢

١ ـ يرسم المسقط الأفقي اولاً . برسم احد اضلاع قاعدة المكعب بميل ٣٠° على خط الأرض بحيث يبعد احد أحرف القاعدة ١/٢ سم عنه . ثم يكمل المسقط الأفقي برسم بقية الأضلاع .

٢ ـ يسقط من المسقط الأفقي لرسم المسقط الرأسي وتسمية القاعدتين العليا والسفلى بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣ . . .

٣ ـ يرسم خط ارض جديد ل٢ ـ٤ بميل ٦٠° على الأفقي بحيث لا يكون بعيداً عن المسقط الأفقي .

٤ ـ يسقط من المسقط الرأسي أعمدة في اتجاه خط الأرض الجديد من القاعدتين العليا والسفلى للمكعب .

٥ ـ تنقل الاحداثيات الأفقية (ص) لجميع نقط القاعدتين وتعين ابعادها على الاعمدة المسقطة من المسقط الرأسي ويعين بعد ذلك المسقط الأفقي المساعد كما هو مبين في الشكل /٨٣ .

ملاحظـة :

١ ـ يجوز أن يأخذ خط الأرض الجديد في الجهة الثانية على يمين المسقطين الرأسي والأفقي .

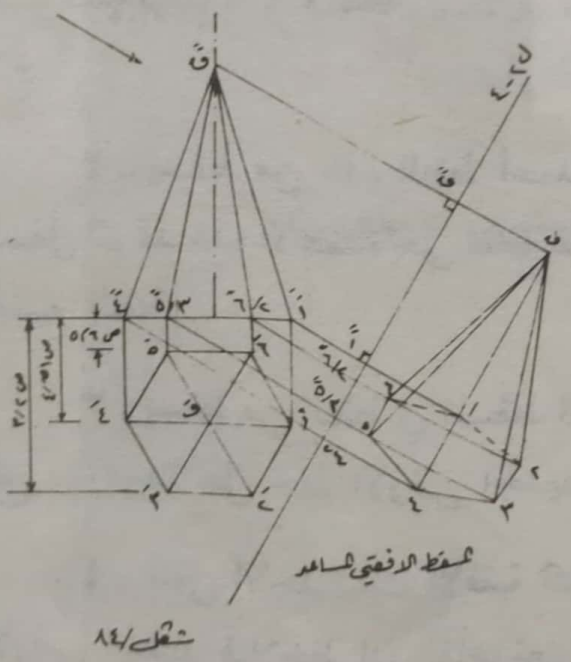
٢ ـ لايجاد المسقط الرأسي المساعد لنقطة ما على مستو رأسي مساعد خط ارضه الجديد ل٢ ـ ٤ نرسم المسقط للنقطة عمودياً على ل٢ ـ ٤ ونأخذ عليه طولاً ابتداء من ل٢ ـ ٤ . يساوي بعد المسقط الرأسي الأصلي عن خط الأرض القديم ل١ ـ ٢ فتكون نهاية هذا الطول هي المسقط الرأسي المساعد للنقطة ويتبع نفس الأسلوب في رسم المسقط الأفقي المساعد .

مثال (٢) :

هـرم سداسي قائم ارتفاعه القائم ٤ سم طول ضلع قاعدته ١,٣ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركز قاعدته عن المستوى الرأسي ١,٦ سم واحد اضلاع قاعدته يوازي المستوى الرأسي ، ارسم المسقط الأفقي المساعد على مستوى مساعد رأس يميل ٦٠° على الأفقي .

الحل :

١ ـ يرسم المسقط الأفقي للهرم بأن ترسم دائرة نصف قطرها يساوي طول ضلع قاعدة الهـرم (السداسي فقط) وبنفس فتحة الفرجال يقسم محيط الدائرة الى (٦) أقسام ، يركز الفرجال في نقطة (٤) وقاطع المحيط في (٥) ، (٣) ثم يحول الفرجال (دون تغيير فتحته) الى نقطة (١) وتعلّم نقطة ٢،٦ وبذلك أصبح أحد الأضلاع مواز للمستوى الرأسي (خط الأرض)



شكل/٨٤

٢ ـ يرسم المسقط الرأسي بدلالة المسقط الأفقي .

٣ ـ يؤخذ اخط أرض جديد ل٢ ـ ٤ يميل بزاوية ٦٠° .

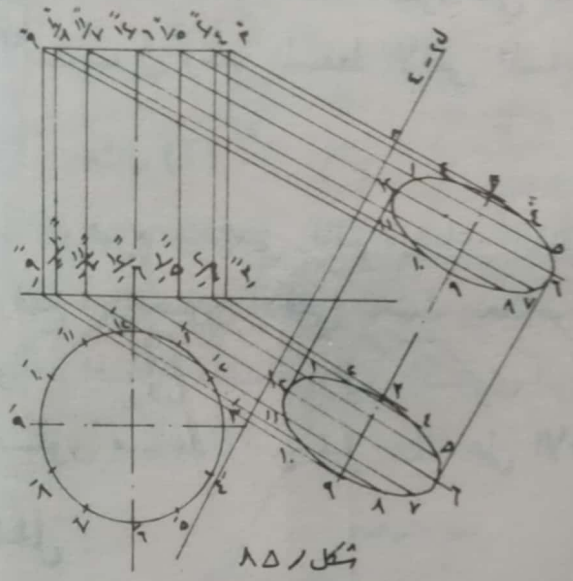
٤ ـ يسقط من قمة الهرم وقاعدته على خط الأرض الجديد .

٥ ـ تنقل الأحداثيات الأفقية للقاعدة والقمة (ص) الى خط الأرض الجديد وبذلك تعين المسقط الأفقي المساعد كما هو مبين في الشكل / ٨٤ .

٦ ـ يلاحظ الجزء الظاهر والمختفي من الهرم .

مثال (٣) :

اسطوانة قائمة قطرها ٣ سم ارتفاعها ٤ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن خط الأرض ارسم المسقط الأفقي المساعد على مستوى مساعد بميل ٦٠° على الأفقي .



شكل / ٨٥

الحل :

١ ـ يقسم محيط الدائرة في المسقط الأفقي الى اقسام متساوية ولتكن أثني عشر قسما ترقم ١َ ، ٢َ ، ٣َ . . . . . الخ .

٢ ـ يسقط من هذه النقط أعمدة على خط الأرض تقطع قاعدة الأسطوانة السفلى ثم تمد هذه الأعمدة حتى تقطع قاعدة الأسطوانة العليا فيتعين المسقط الرأسي لجميع النقط .

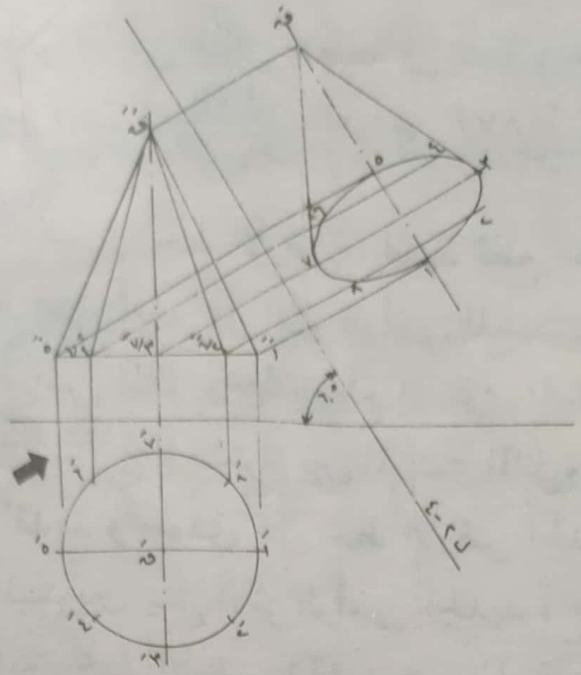
٣ ـ يسقط من النقط في المسقط الرأسي ١ً ، ٢ً ، ٣ً ، . . . . . ١٢ً الخ . اعمدة على خط الأرض الجديد ل٢ ـ ٤ .

٤ ـ تنقل الأحداثيات الأفقية لتلك النقط (ص) بالمسقط الأفقي الى خط الأرض الجديد فيلاحظ ان القاعدتين أصبحتا بشكل بيضوي .

٥ ـ توصل النقطتين ٦ ـ ٦، ١٢ ـ ١٢، بالرأسين المتطرفين فيكون بذلك قد كمل المسقط الأفقي المساعد كما في الشكل/٨٥.

مثال (٤) :

مخروط قائم قطر قاعدته ٣ سم ارتفاعه $3\frac{1}{2}$ سم ترتفع قاعدته ١ سم عن المستوى الأفقي ويبعد مركز قاعدته ٢ سم عن المستوى الرأسي (خط الأرض) ارسم المسقط المساعد له على مستوى مساعد بميل ٦٠° على الأفقي .



شكل/٨٦

الحل :

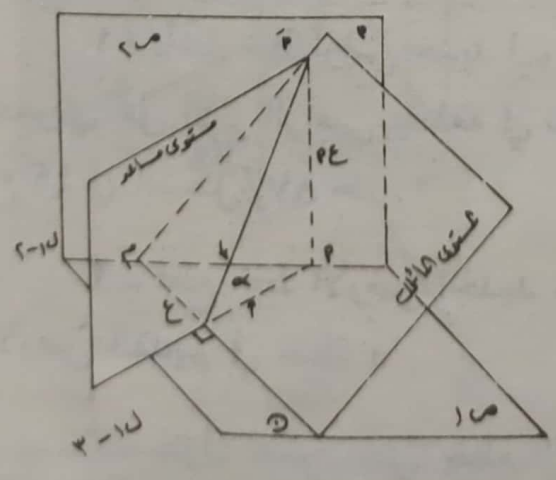
١ ـ يقسم محيط قاعدة المخروط في المسقط الأفقي الى ثمانية اقسام متساوية ١، ٢، ٣ ..... ٨ .

٢ ـ عيّن المسقط الرأسي لهذه النقط ثم عين مساقط هذه النقط مرة ثانية على المستوى المساعد أي بنقل الأحداثيات الأفقية الى خط الأرض الجديد بالنسبة لقاعدته ورأسه .

٣ ـ يرسم من رأس المخروط مماسين يمران بالنقطتين ٧,٣ وبذلك رسم المسقط الأفقي المساعد كما هو مبين في الشكل/٨٦ .

بند ٢٧ ـ تحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي

المستوى المائل أ م ن أثراه الرأسي والأفقي هما أ م ، م ن . نقطة م واقعة على خط الأرض ل١ ـ ٢ .



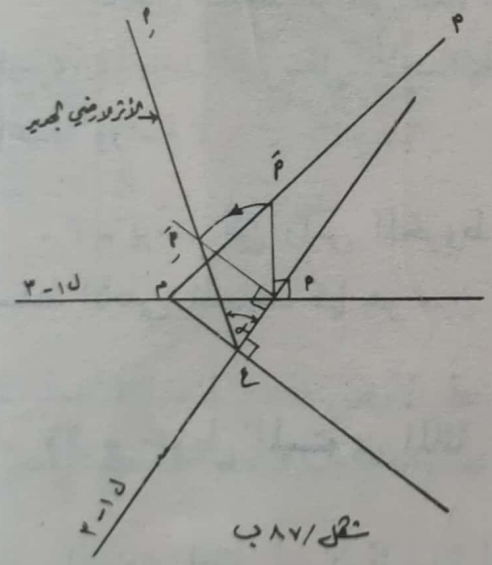
شكل/٨٧ م

فاذا أخذنا مستوى رأسي مساعد عمودي على الأفقي مائل على الرأسي فانه يأخذ وضعا جديدا حيث يحصر بينه وبين المستوى الأفقي خط أرض جديد ل١ ـ ٣ وخط الأرض الجديد هذا عمودي على

الأثر الأفقي المائل يقطعه في نقطة (ع) وأنه يقطع المستوى المائل في خط تقاطع كما هو مبين في الشكل الفراغي /٨٧ أ .

ان خط الأرض الجديد قطع خط الأرض القديم في نقطة (أ) فمسقطها الرأسي أَيقع على الأثر الرأسي للمستوى المائل وهو في نفس الوقت نقطة تقاطع الأثر الرأسي المائل وخط تقاطع المستوى المساعد مع المستوى المائل ويلاحظ ان الأحداثي الرأسي ع أ مشترك بين المستوى المائل والمستوى المساعد فهو عمودي على خط الأرض القديم وعمودي على خط الأرض الجديد وعلى هذا الأساس ان خط التقاطع بين المستويين يمثل الأثر الرأسي الجديد أَ ع للمستوى المائل وأن الزاوية المحصورة بينه وبين خط الأرض الجديد هي زاوية ميل المستوى المائل على المستوى الأفقي .

وهذه العملية تسمى تحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي اما على الأفقي او على الرأسي .

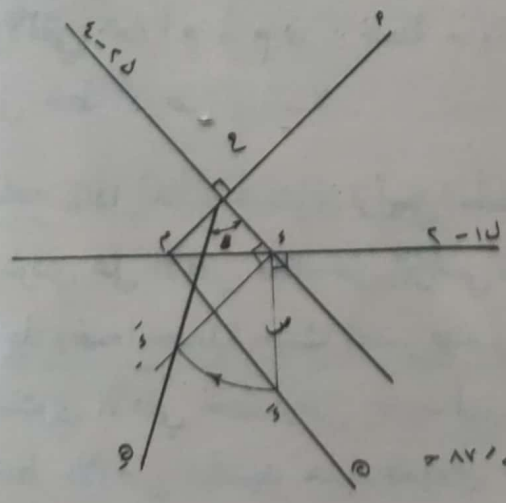


شكل/٨٧ ب

والشكل /٨٧ ب يبين تحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي على الرأسي مائل على الأفقي . وهو أِ ع ن .

ولتحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي على الأفقي مائل على الرأسي . نجري الآتي :

١ ـ بأخذ خط أرض جديد ل٢ ـ ٤ عمودي على الأثر الرأسي يقطعه في نقطة ع كما في الشكل/٨٧ حـ .



شكل/٨٧ حـ

٢ ـ قطع خط الأرض الجديد خط الأرض القديم في نقطة د .

٣ ـ ينزل عمود حتى يقطع الأثر الأفقي في دَ المسافة د دَ تمثل الأحداثي

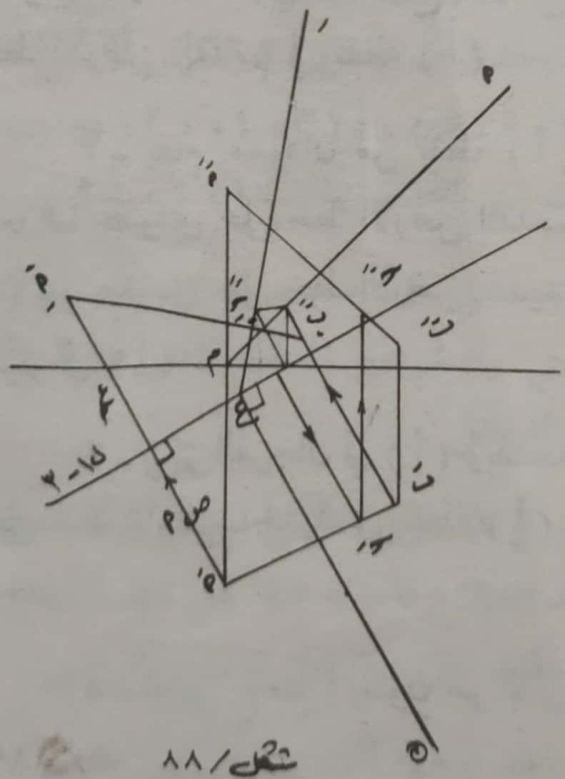
الأفقي (ص) عمودي على خط الأرض القديم .

٤ ـ يقام من نقطة د عمود آخر عمودي على خط الأرض الجديد ل٢ ـ ٤ ثم ينقل الأحداثي الأفقي (ص) عليه .

٥ ـ توصل نقطة (ع) بـ (دَ) ويمد على استقامته يكون هو الأثر الأفقي الجديد والزاوية المحصورة بين الأثر الأفقي الجديد وخط الأرض الجديد هي زاوية ميله على المستوى الرأسي وبذلك اصبح المستوى العمودي هو أ ع نِ كما في الشكل/٨٧ حـ .

مثال (١)

المستوى المائل ام ن يميل الأثر الرأسي ٤٥° ويميل الأثر الأفقي ٦٠° على خط الأرض . قطعه المستقيم (أ ب) بحيث تقع نقطة أ أعلى المستوى الأفقي بـ (٤) سم وامام المستوى الرأسي (٥) سم وتقع نقطة (ب) أعلى المستوى الأفقي بـ ($\frac{1}{2}$) وامام المستوى الرأسي ٣ سم . عين نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى المعلوم اذا علمت ان المسافة بين اسقاط النقطتين ٤ سم وان نقطة (م) تقع على خط إسقاط النقطة (أ) .



شكل/٨٨

الحل :

ع أ = ٤ سم، ص١ =٥سم، ع ب = $\frac{1}{2}$ سم ، ص ب = ٣سم ،المسافة بين اسقاط النقطتين = ٤ سم .

١ ـ يحوّل المستوى المائل أ م ن الى مستوى عمودي على الرأس المائل على الأفقي .

٢ ـ يسقط من المسقط الأفقي للخط المستقيم أَبَ أعمدة على خط الأرض الجديد ل١ ـ ٣ .

٣ ـ بأخذ طول الأحداثي الرأسي ع على العمود المسقط من أ ابتداء من خط الأرض الجديد وكذلك بالنسبة للنقطة (ب) وبذلك تعين المسقط الرأسي المساعد

على المستوى المساعد أِ ع ن .

٤ ـ نقطة تقاطع المسقط الرأسي المساعد مع الأثر الرأسي المساعد أِ ع هي نقطة تقاطع الخط المستقيم مع المستوى المائل ولتكن (جـ) .

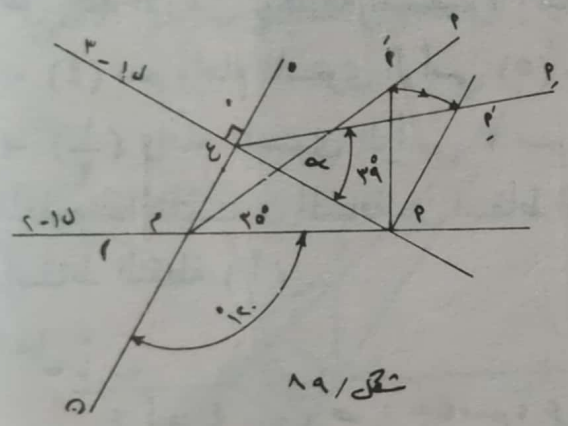
٥ ـ يعين مسقطيها الرأسي والأفقي بأسقاطها مرة ثانية على المسقط الأفقي فيكون مسقطها الأفقي حَـ ومسقطها الرأسي حً كما في الشكل ٨٨ .

مثال (٢)

المستوى المائل أ م ن بميل أثره الرأسي ٣٥° وميل أثره الأفقي ١٢٠° على خط الأرض حول المستوى المذكور الى مستوى عمودي وجد زاوية ميله على الأفقي :

الحل :

١ ـ يمد الأثر الأفقي م ن على استقامته (نحو المستوى الرأسي) .



شكل/ ٨٩

٢ ـ يرسم خط ارض جديد ل١ ـ ٣ عمودي عليه يقطعه في نقطة (ع) ويقطع خط الأرض القديم في نقطة (أ) .

٣ ـ يقام عمودان من نقطة (أ) احدهما عمودي على خط الأرض القديم والآخر عمودي على خط الأرض الجديد، العمود على خط الأرض القديم يقطع الأثر في (أَ) .

٤ ـ يركز الفرجال في (أ) وبفتحة تساوي أ أَ يرسم قوسا يقطع العمود المقام على خط الأرض الجديد في نقطة (أِ) هذه النقطة هي التي يمر بها الأثر الرأسي الجديد أِ ع .

٥ ـ نصل ع مع أِ يكون هو الأثر الرأسي الجديد المطلوب كما في الشكل / ٨٩ .

٦ ـ الزاوية أِ ع أ هي زاوية ميل المستوى على الأفقي = ٣٩° .

تمارين على الفصل الخامس

١) المعلوم ثلاث مستقيمات أفقية متوازية أ ب ، حـ د ، هـ ل والمطلوب تعين نقطة مثل ن متساوية البعد عن المستقيمات الثلاثة المعلومة وتبعد ٢ سم عن المستوى الرأسي اذا علم ان أ (صفر، صفر، ٥) ، ب (ـ ٤ ، ٤ ، ؟) ، حـ (ـ ٣، ١ ، ١) هـ (٢، ٢، صفر) .

٢) عين زاويتي ميل كل من المستويين الآتيين على مستويي الاسقاط باستخدام المستويات المساعدة (٣، ٦٠°، ٤٥°) ، (٣، ٢، ـ ٤) .

٣) المستقيم أ ب والمستقيم حـ د بين فيما اذا كانا متقاطعين ام لا اذا علمت ان أ (صفر ، $\frac{1}{2}$ ، ١) ، ب (صفر، ٢ ، $\frac{1}{2}$ ٤) ، حـ (ـ $\frac{1}{2}$ ١، ٢، ٢) ، د ($\frac{1}{2}$ ١ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$)

٤) مثل متوازي الأضلاع أ ب جـ د حيث أ (٣، ١ ، $\frac{1}{2}$ ٢) ، ب (٢، ٤، ٥) ، د (صفر، ؟، ؟) جد زاويتي ميله على مستويي الأسقاط اذا علمت ان الزاوية أَ بً حً قائمة والمسقط الأفقي أَ دَ يوازي خط الأرض .

٥) المستقيمان الشماليان أ ب ، حـ د احداثيات نهايتيهما كالآتي : أ (ـ $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ١، ١) ، ب (ـ ٤، ٣، $\frac{1}{2}$ ٣) ، حـ (٣، ٤، ٥) ، د (٣، ١، ١) والمطلوب رسم قاطع للمستقيمين بحيث يمر بالنقطة ن التي احداثياتها ($\frac{1}{2}$ ١، ٢، $\frac{1}{2}$ ٢) .

٦) مثل المثلث أ ب حـ حيث أن أ (صفر، ٤، ٥) ، ب (٢، ٢، ١) ، حـ (ـ ٣، ١، ٢) جد شكله الحقيقي وزاويتي ميله ثم عيّن المسقط الأفقي والرأسي لمركز الدائرة التي تمس اضلاع المثلث من الداخل .

٧) مكعب طول ضلعه ٤ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد احد أحرفه ١ سم عن المستوى الرأسي وبميل احد اضلاع قاعدته ٤٥° على خط الأرض ارسم المسقط الأفقي المساعد على مستوى مساعد بميل ٦٠° على المستوى الرأسي .

٨) ارسم المسقطين لمكعب بحيث ان احد اوجهه أ ب حـ د وجهي حيث ان أ ($\frac{1}{2}$ ٤ ، ١، $\frac{1}{2}$ ١) ، حـ ($\frac{1}{2}$ ١ ، ؟، $\frac{1}{2}$ ٢) . ثم عيّن المسقط الرأسي المساعد على مستوى مساعد بميل ٦٠° على المستوى الرأسي ؟ .

٩) اسطوانة قائمة قطرها ٥ سم ارتفاعها ٦ سم ارسم المسقط الأفقي المساعد اذا كان محورها يميل ٣٠° مع المستوى الأفقي وان مركزها الأفقي يبعد ٣ سم عن المستوى الرأسي .

١٠) مخروط قائم قطر قاعدته ٥ سم ارتفاعه القائم ٧ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد المركز الأفقي لقاعدته ٣ سم عن خط الأرض ارسم المسقط الأفقي المساعد على مستوى مساعد بميل ٤٥° على الأفقي .

١١) هرم سداسي قائم منتظم طول ضلع قاعدته ٣ سم وارتفاعه القائم ٩ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد المركز الأفقي لقاعدته ٣ $\frac{1}{2}$ سم عن خط الأرض ارسم المسقط المساعد على مستوى مساعد بميل ٦٠° على المستوى الرأسي وان احد اضلاع قاعدته يوازي خط الأرض .

١٢) منشور سداسي قائم منتظم طول ضلع قاعدته ٢ $\frac{1}{2}$ سم وارتفاعه ٨ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركز قاعدته ٣ سم عن المستوى الرأسي واحد اضلاع قاعدته يوازي خط الأرض . ارسم المسقط الأفقي على مستوى مساعد بميل ٦٠° على المستوى الرأسي .

١٣) المستوى المائل أ م ن بميل أثره الرأسي ١٦٠° وبميل أثره الأفقي ٧٠° على خط الأرض جد زاوية ميله على الأفقي بتحويله الى مستوى عمودي على الرأسي مائل على الأفقي (راجع شكل / ٨٩) .

الفصل السادس

مسائل الوضع

مسائل الوضع تبحث في اوضاع النقط والمستقيمات والمستويات في الفراغ كل منها بالنسبة للآخر ولا شأن لها بقياس الأطوال او الزوايا . ومسائل الوضع تنحصر في الآتي :

١ ـ تعيين مستوى يوازي مستوى معلوم ويمر بنقطة معلومة .

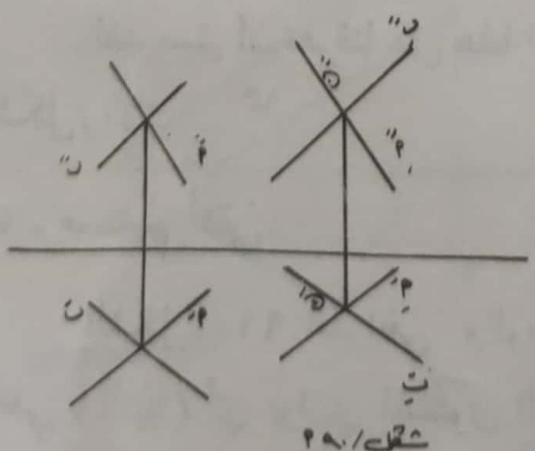
٢ ـ تعيين المستقيمات والنقط الواقعة في المستوى .

٣ ـ تعيين خط تقاطع مستويين .

٤ ـ تعيين نقطة تقاطع مستقيم مع مستوى معلوم .

بند ٢٨ ـ المسألة الأولى : تعيين مستوى يوازي مستوى معلوم ويمر بنقطة معلومة

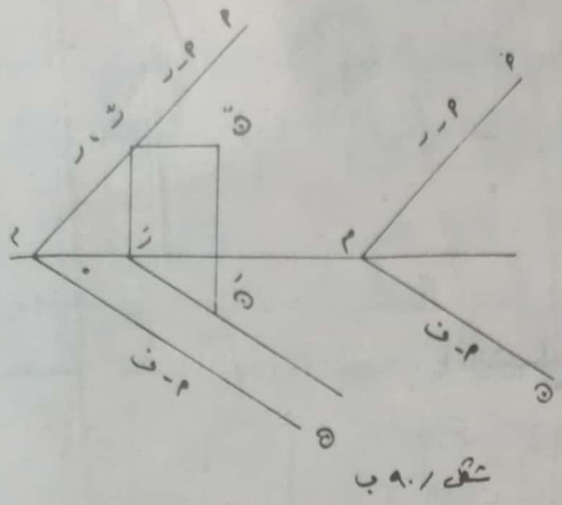
المستوى محدد بالمستقيمين أ ، ب شكل/ ٩٠ أ والمطلوب تعيين مستوى يوازيه ويمر بالنقطة المعلومة ن .



شكل/ ٩٠

لذلك يرسم من المسقط الرأسي نً مستقيما يوازي المسقط الرأسي أً فيكون المسقط الرأسي الجديد أِ . ويرسم مستقيما

آخر يوازي المسقط الرأسي بً فيكون المسقط الرأسي الجديد بِ ثم نجري نفس العملية بالنسبة للمسقط الأفقي نً ويرسم المسقطين الأفقيين أِ ،بِ وبذلك تعيين المستوى المطلوب .



شكل / ٩٠ ب

واذا كان المستوى معطى بأثريه كما في الشكل / ٩٠ ب فالمستوى المطلوب تعيينه يجب أن يوازيه أي يوازي أثريه أثري المستوى المعلوم .

يرسم من نقطة ن مستقيما افقيا بحيث مسقطه الرأسي يوازي خط الأرض ومسقطه الأفقي يوازي الأثر الأفقي للمستوى المعلوم ، يعين أثر المستقيم المذكور وهو الأثر الرأسي رً ومنه يرسم موازيا للأثر الرأسي للمستوى المعلوم . الأثر الرأسي قطع خط الأرض في نقطة م منها يرسم الأثر الأفقي للمستوى المطلوب موازيا للأثر الأفقي للمستوى المعلوم . وبذلك تحدد المستوى .

بند ٢٩ ـ المسألة الثانية : تعيين المستقيمات والنقط الواقعة في المستوى

اذا وقع مستقيم في أي مستوى فان أثره الرأسي يقع على الأثر الرأسي للمستوى وأثره الأفقي يقع على الأثر الأفقي للمستوى (راجع بند ١٨) وهناك عدة حالات للمستقيمات الواقعة في المستوى وهي :

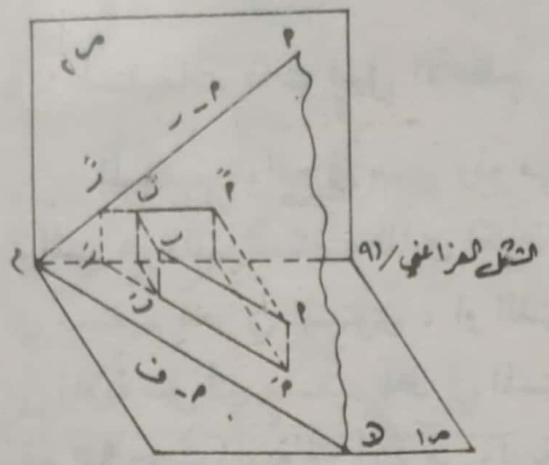
١ ـ مستقيم في وضع عام

لقد سبق أن تعرفنا على هذا النوع من المستقيمات ويمكن الرجوع الى بند ١٨ شكل/ ٦٠ .

٢ ـ مستقيم أفقي

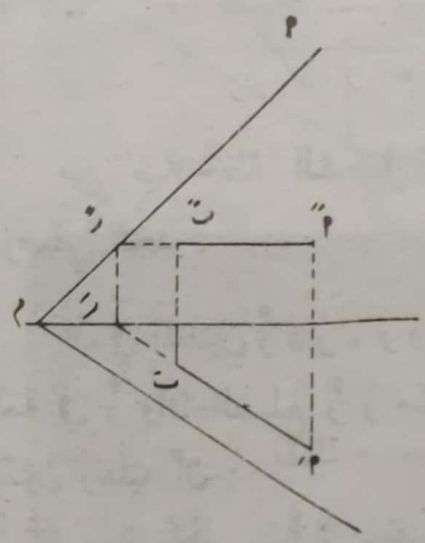
الشكل / ٩١ الفراغي والوصفي يبين ان المستوى في وضع عام . فيه مستقيم أفقي (أ ب) أي يوازي المستوى الأفقي ويميل على الرأسي . ويلاحظ ان :

المسقط الأفقي أَبَ للمستقيم يوازي الأثر الأفقي للمستوى المائل م ن وان مسقطه الرأسي أً بً يوازي خط الأرض وأن له أثر رأس واحد فقط (رً) وهذا ما ينطبق ومنطوق النظرية الآتية :


الشكل الفراغي/٩١

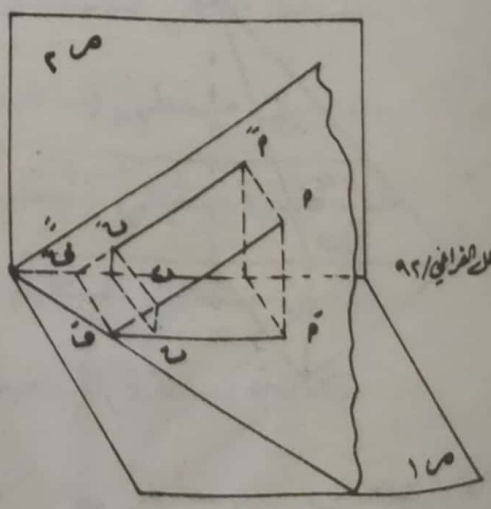
« كل خط مستقيم يوازي أحد مستويي الاسقاط ويحتويه مستوى آخر فان هذا المستقيم يوازي أثر هذا المستوى على مستويي الاسقاط الموازي له » .

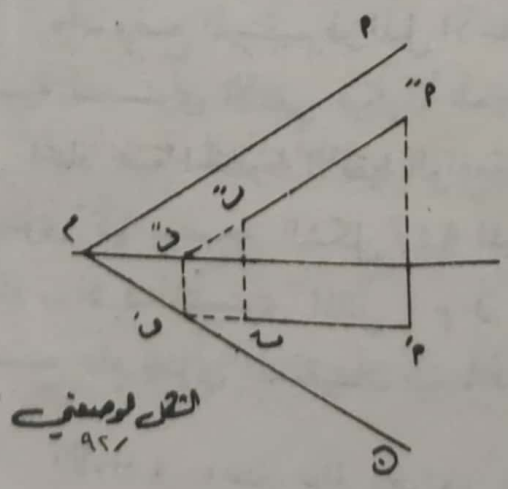
٣ - مستقيم وجهي


الشكل الوصفي/٩١

الشكل /٩٢ الفراغي والوصفي يبين أن المستوى في وضع عام يحتوي مستقيم وجهي (أ ب) أي يوازي المستوى الرأسي .

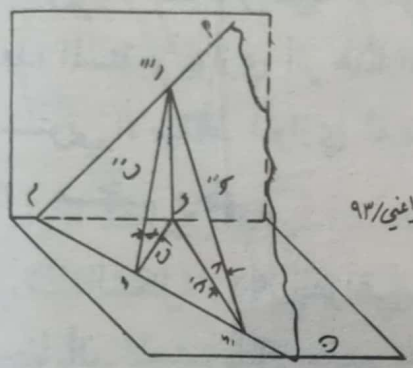
ويلاحظ ان المسقط الرأسي أً بً للمستقيم يوازي الأثر الرأسي للمستوى المائل أ م وان مسقطه الأفقي يوازي خط الأرض وان له أثر أفقي واحد فقط هو (فَ) .


الشكل الفراغي/٩٢


الشكل الوصفي/٩٢

٤ ـ المستقيمات ذات الميل الأعظم

المستقيم الواقع في مستو وذو ميل اعظم بالنسبة للمستوى الأفقي او المستوى الرأسي هو ذلك المستقيم الذي تكون زاوية ميله على الأفقي $\propto$ أكبر من زاوية ميل اي مستقيم آخر في المستوى ، او الذي تكون زاوية ميله على الرأس B كذلك أكبر من زاوية ميل أي مستقيم آخر في المستوى كما هو مبين في الشكل الفراغي والوصفي رقم ٩٣ حيث زاوية $\propto$ أكبر من زاوية هـ ويمكن البرهنة على ذلك وفق ما هو آت :



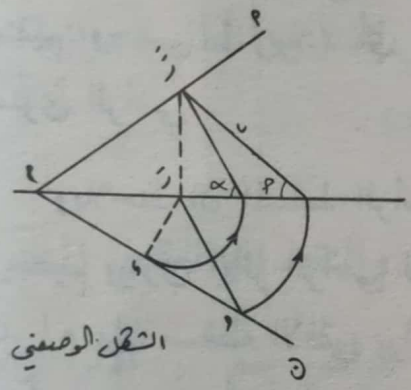
الشكل الفراغي/٩٣

من ملاحظة الشكل الفراغي والوصفي نجد :

ان في المثلثين رً د رَ ، رَ و رً الزاوية قائمة في رً وأن الضلع رً رَ مشترك بين المثلثين وعليه أن :

$$\text{جا} = \frac{\text{رً}}{\text{ب}} \text{ رَ}$$

$$\text{جا هـ} = \frac{\text{رً}}{\text{حـ}} \text{ رَ}$$



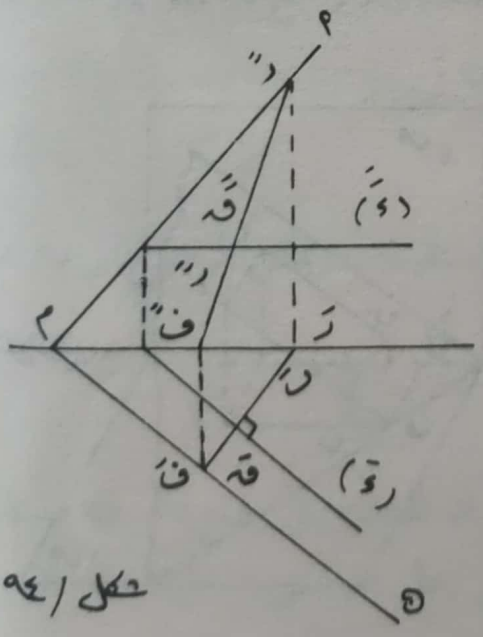
الشكل الوصفي

ولما كان حـ أكبر من ب

حا $\propto$ > جا هـ

$\propto$ > هـ .

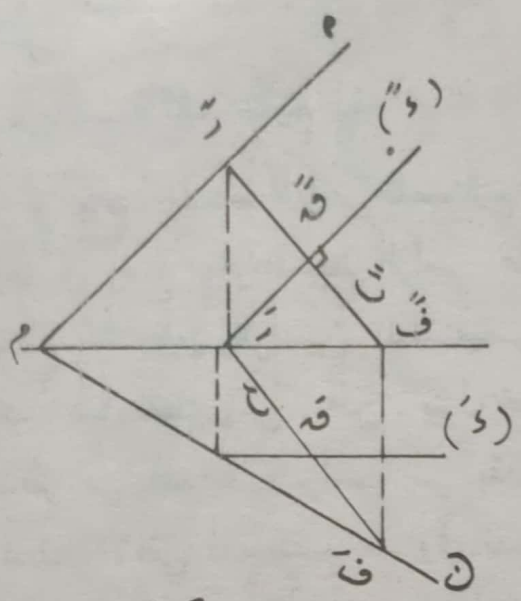
وأما وضع المستقيم ذو الميل الأعظم بالنسبة للمستوى الأفقي فيكون عموديا على اتجاه جميع الخطوط الأفقية الواقعة في المستوى كما يوضحه الشكل /٩٤ المبين ادناه . اذ فيه المستوى المائل أ م ن في وضع عام يحتوي المستقيمان ب ، د .



شكل /٩٤

الأول في وضع عام وهو ذو ميل

أعظم بالنسبة للمستوى الأفقي والثاني مستقيم أفقي متقاطع معه في نقطة ق .



شكل/ ٩٥

والمسقط الأفقي لكل منهما متعامد مع الآخر وهذا ينطبق على جميع المساقط الأفقية لجميع المستقيمات الأفقية الواقعة في المستوى وتكون متوازية وعمودية على المسقط الأفقي للمستقيم ذو الميل الأعظم .

واما وضع المستقيم ذو الميل الأعظم بالنسبة للمستوى الرأسي فيكون عموديا كذلك على اتجاه جميع المستقيمات الوجهية الواقعة في المستوى وكما هو مبين في الشكل /٩٥.

والمسقط الرأسي للمستقيم الوجهي والمسقط الرأسي للمستقيم ذو الميل الأعظم متعامدان ومتقاطعان في نقطة (ق) وهذا ينطبق كذلك على جميع المساقط الرأسية لجميع الخطوط الوجهية الواقعة في المستوى .

مثال

المستقيمان حـ ، د متقاطعان في نقطة أ عيّن في مستويهما الآتي :

أ ـ المسقط الأفقي للمستقيم ل في وضع عام حيث مسقطه الرأسي معلوم .

ب ـ تعيين مسقطي المستقيم الأفقي (ف) .

جـ ـ تعيين مسقطي المستقيم الوجهي (و) .

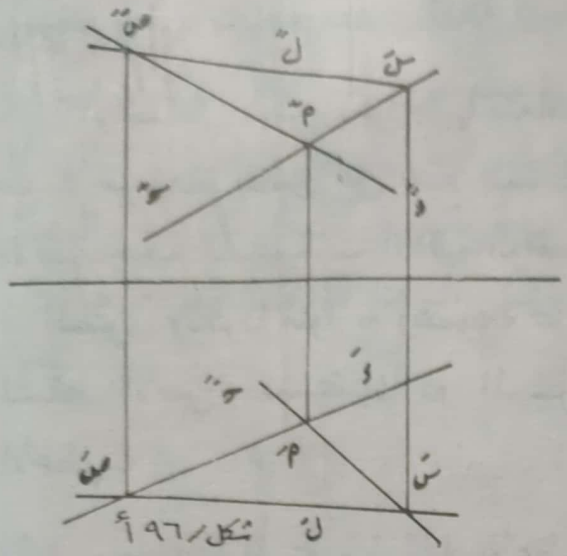
د ـ تعيين مسقطي المستقيم ذي الميل الأعظم على الأفقي .

هـ ـ تعيين مسقطي المستقيم ذي الميل الأعظم على الرأسي .

الحل :

أ ـ بالنسبة للمستقيم ل

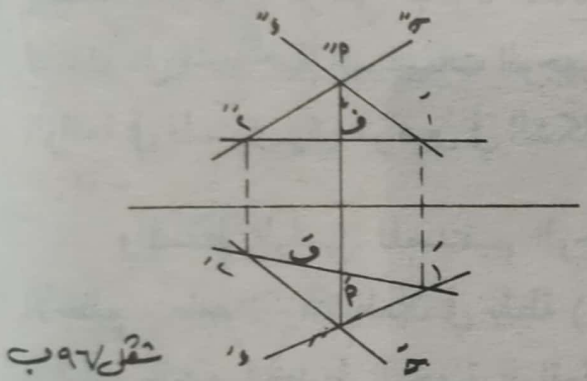
يرسم المسقط الرأسي للمستقيم لً وهو في وضع عام. المسقط الرأسي هذا يقطع المسقطين الرأسيين للمستقيمين حـ ، د في نقطتين س ، ص . ينزل خط تناظر من المسقط الرأسي سً يقطع المسقط الأفقي للمستقيم حَ وفي نفس الوقت ينزل خط تناظر آخر من المسقط الرأسي صً حتى يقطع المسقط الأفقي للمستقيم د في صَ نصل سَ ، صَ نحصل على المسقط الأفقي للمستقيم ل كما في الشكل/٩٦ أ .



شكل/٩٦أ

ب ـ بالنسبة للمستقيم الأفقي ف

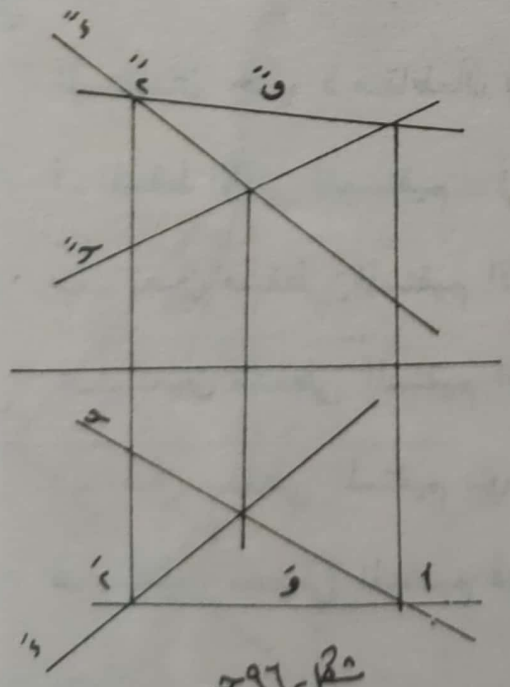
يرسم المسقط الرأسي للمستقيم فً يوازي خط الأرض وعلى بعد عنه . ثم نعين المسقط الأفقي فَ بنفس الطريقة السابقة التي تم تعيين المسقط الأفقي للمستقيم ل كما في الشكل/٩٦ب .



شكل/٩٦ب

جـ ـ بالنسبة للمستقيم الوجهي و

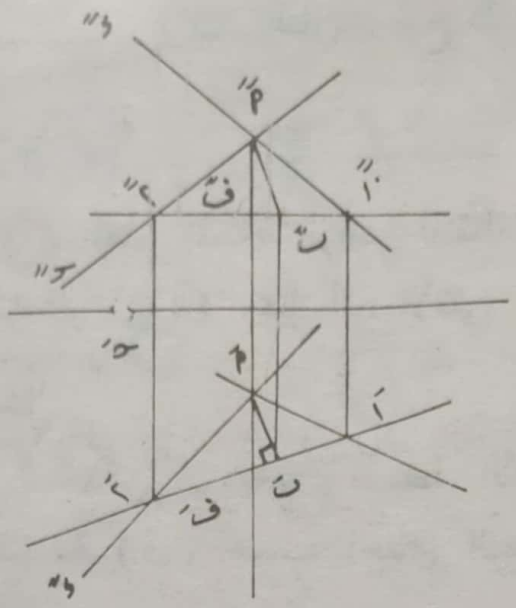
يرسم المسقط الأفقي للمستقيم الوجهي وَ يوازي خط الأرض وعلى بعد منه ثم يعين المسقط الرأسي بعين الطريقة الواردة في (ب) كما في الشكل /٩٦ حـ .



شكل/٩٦حـ

د ـ بالنسبة للمستقيم ذي الميل الأعظم على الأفقي

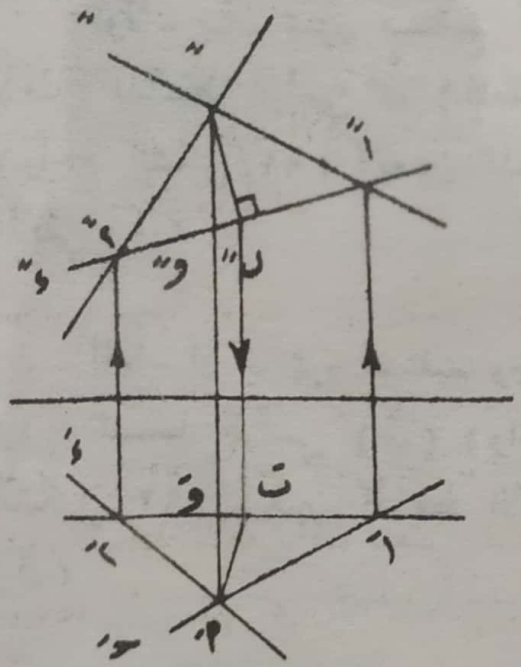
يرسم أي مستقيم افقي ف مثلا ويعين مسقطه الرأسي والأفقي فً ، فَ . ثم يسقط من المسقط الأفقي لنقطة التقاطع أَ عمود على المسقط الأفقي فَ ولتعيين النقطة بَ وبذلك أصبح المسقط الأفقي للمستقيم ذي الميل الأعظم أَ بَ وبطريقة الاسقاط نجد المسقط الرأسي له أًبً كما في الشكل/٩٦ د .



شكل/ ٦٩،

هـ ـ بالنسبة للمستقيم ذي الميل الأعظم على الرأسي

يرسم مستقيم وجهي و ويسقط العمود أًبً على المسقط الرأسي وً فنصحل على المسقط الرأسي أًبً للمستقيم ذي الميل الأعظم وكذلك مسقطه الأفقي أَبَ كما في الشكل /٩٦ هـ .



شكل/٩٦ هـ

٥ ـ النقطة الواقعة في المستوى

اذا وقعت النقطة في مستو يجب ان تكون على خط من الخطوط الواقعة في ذلك المستوى . وقد مرّ تمثيل النقطة الواقعة في مستو مائل في وضع عام .

وأبسط هذه النقط وضعا هي التي تكون واقعة على احد أثرى المستوى ومعنى ذلك أن مسقطها الثاني يقع على خط الأرض .

اما اذا لم تقع على أي من الأثرين فيمكن ان نمرر بها أي مستقيم في المستوى على أن يكون هذا المستقيم من المستقيمات الأفقية او الوجهية حتى يمكن رسم

مسقطيها . والمثال التالي يوضح ذلك .

مثال (١)

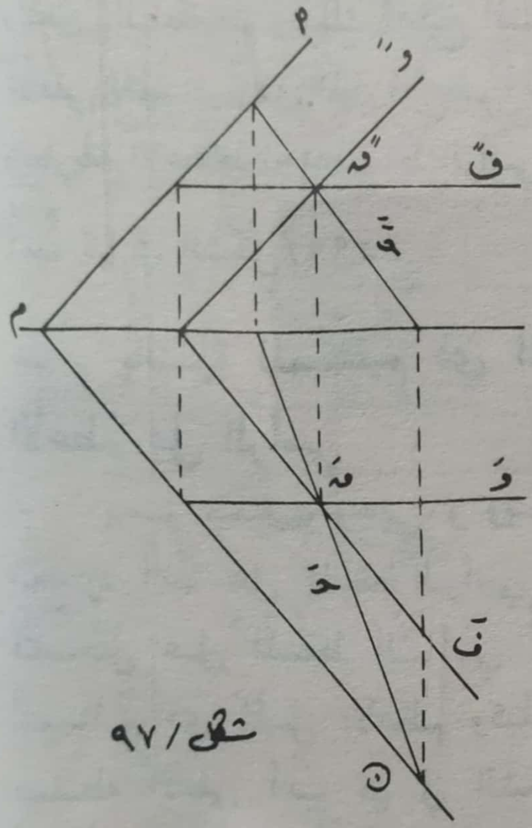
المعلوم المسقط الرأسي للنقطة ق الواقعة في المستوى المائل أ م ن الذي يميل أثره الرأسي ٤٥° ويميل أثره الأفقي ٥٠° على خط الأرض عيّن مسقطها الأفقي .

الحل :

يمكن ان يعين المسقط الأفقي للنقطة (ق) حسب احدى الطرق التالية :

أولاً - بأن يمرر مستقيم أفقي (ف) بالمسقط الرأسي قً (المعلوم) (راجع الشكل/٩١) ويعين المسقط الأفقي (قَ) .

ثانياً - أو أن يمرر مستقيم وجهي (و) بالمسقط الرأسي (قً) (راجع الشكل/٩٢) ويعين المسقط الأفقي (قَ) .



شكل/٩٧

ثالثاً - او ان يمرر مستقيم (حـ) في وضع عام المسقط الرأسي (قً) لتعين المسقط الأفقي (قَ) والعملية موضحة بالطرق المذكورة اعلاه في الشكل/٩٧ .

مثال (٢)

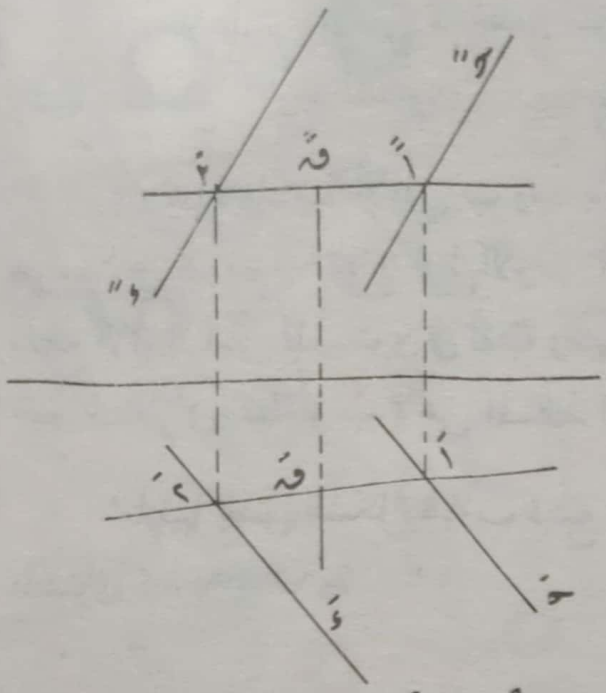
المعلوم المستوى بمستقيمين متوازيين حـ ، د والمسقط الرأسي للنقطة ق الواقعة في سطحه والمطلوب تعيين مسقطها الأفقي .

الحل :

يمـرر مستقيم أفقي في المسقط الـرأسي ق يقـطع المسقط الـرأسي للمستقيم حـ ، د في ١ ، ٢ .

يسقط منهما خطي تناظر يقطعان المسقطين الأفقين حَ ، دَ في ١َ ، ٢َ .

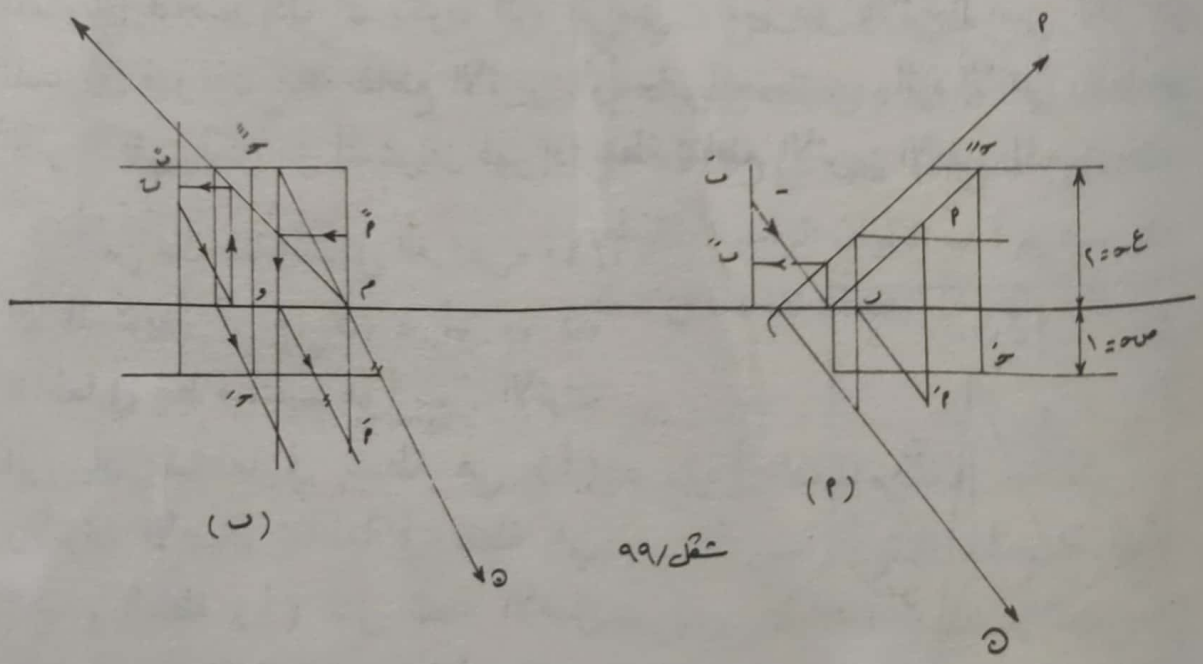
ويسقط من المسقط الرأسي قَ الى المسقط الأفقي للمستقيم الأفقي يقطعه في قَ كما في الشكل / ٩٨ .



شكل / ٩٨

مثال (٣)

مثل النقطة أ (١ ، ؟ ، ١)، ب (- ١,٥ ، - ١,٥ ، ؟)، حـ (؟ ، ١ ، ٢) الواقعة في المستويين (- ١ ، ١,٥ ، ١) ق (١ ، - ٢ ، ١)



شكل / ٩٩

الحل :

تمثل النقطة أ ، حـ حسب ما هو معروف سابقا اما بشأن تمثيل النقطة (ب) فيتبع الآتي :

١ ـ الأحداثي الأفقي للنقطة (ب) سالب اي يقع فوق خط الأرض وخط التناظر لها يقع خارج المستوى .

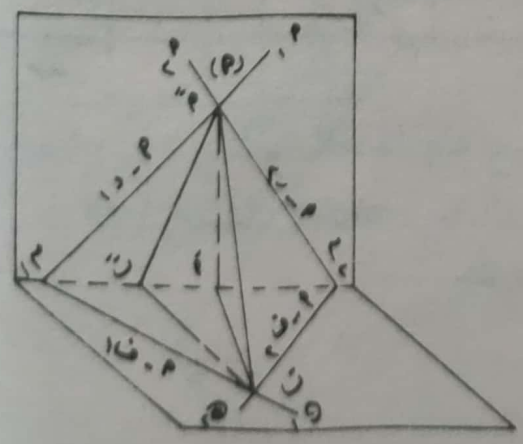
٢ ـ يحدد المسقط الأفقي ب ومنه يرسم خط يوازي الأثر الأفقي للمستوى كما هو مبين في السهم . يقطع خط الأرض في نقطة منها يرسم خط عمودي عليه حتى يقطع الأثر الرأسي للمستوى في نقطة ومنها يرسم خط يوازي خط الأرض حتى يقطع خط التناظر في نقطة (بً) هي المسقط الرأسي كما هو موضح في الشكل/٩٩أ .

اما فيما يخص الشكل/٩٩ ب فيتبع نفس الخطوات السابقة في تمثيل النقط على المستوى .

بند ٣٠ ـ المسألة الثالثة ـ تقاطع المستويات

المستويان في الفراغ اذا لم يكونا متوازيين او منطبقين فيجب ان يتقاطعا في خط مستقيم يسمى خط التقاطع . وهذا الخط يكون مشتركا بين المستويين . يتعين اذا علمت نقطتان عليه او نقطة واحدة واتجاهه . وحيث أنه خط واقع في كل من المستويين فيجب إذن ان يكون أثره الرأسي واقعا على الأثر الرأسي لكل من المستويين فهو إذن نقطة تقاطع الأثرين الرأسيين للمستويين وأثره الأفقي واقعاً على الأثر الأفقي لكل من المستويين فهو إذا نقطة تقاطع الأثرين الأفقين للمستويين .

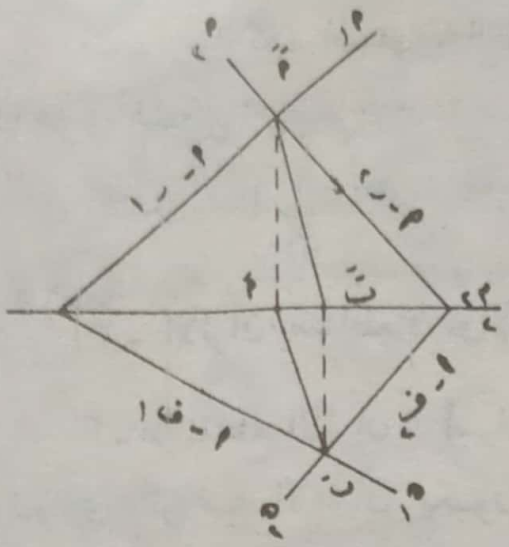
من ملاحظة الشكل الفراغي١٠٠/أ
ان المستويين أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ تقاطعا في خط مستقيم هو أ ب . الأثران الرأسيان تقاطعا في نقطة هي (أ) والأثران الأفقيان تقاطعا في نقطة هي (ب) النقطة (أ) تمثل نقطة الأصل حيث انها واقعة على المستوى الرأسي فهي ايضا مسقط رأس أ وفي نفس الوقت تمثل الأثر الرأسي (رً) لخط التقاطع أ ب .



الشكل الفراغي ١٠٠/ ب

والنقطة (ب) تمثل كذلك نقطة الأصل حيث أنها واقعة في المستوى الأفقي فهي

ايضا مسقط افقي بَ وفي نفس الوقت تمثل الأثر الأفقي (فَ) لخط التقاطع وعليه فان أً بً يمثل المسقط الرأسي لخط التقاطع و أَ بَ يمثل المسقط الأفقي لخط التقاطع . كما هو مبين في الشكل الوصفي / ١٠٠ .



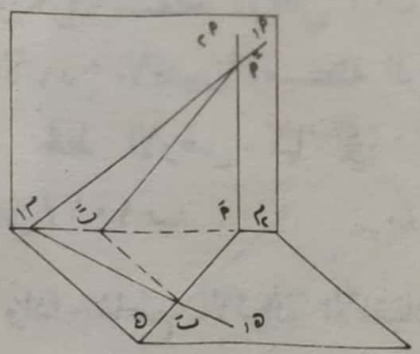
الشكل الوصفي / ١٠٠ / ب

بند ٣١ ـ أحوال تقاطع المستويات

١ ـ تقاطع مستويان مائلان وهو كما مبين اعلاه في الشكل / ١٠٠ م .

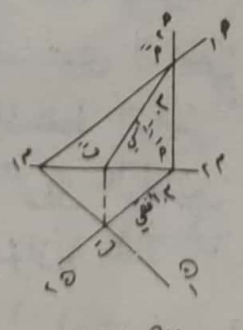
٢ ـ تقاطع المستويات العمودية بمستوى مائل

أ ـ من ملاحظة الشكل الفراغي ١٠١ أ نجد أن المستوى العمودي أ٢ م٢ ن٢ والمستوى المائل أ١ م١ ن١ تقاطعا في خط مستقيم أ ب الأثران الرأسيان تقاطعا في نقطة أ والأثران الأفقيان تقاطعا في نقطة ب .

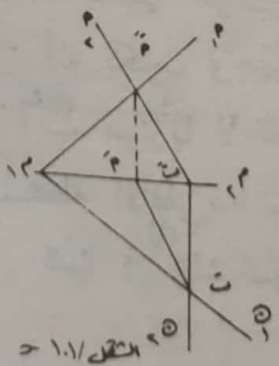


الشكل الفراغي ١٠١ م

المسقط الأفقي للنقطة أَ وقع على النقطة م٢ حيث الأثر الرأسي للمستوى العمودي قائم على خط الأرض وعلى هذا الأساس فان المسقط الأفقي لخط التقاطع أَ بَ يقع على الأثر الأفقي للمستوى العمودي أ٢ م٢ ن٢ كما هو في الشكل الوصفي/١٠١ ب .



الشكل / ١٠١ ب

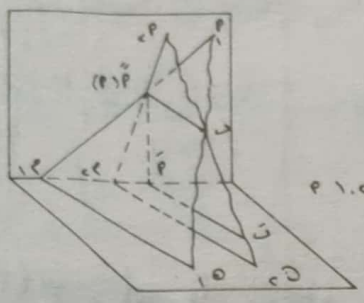


الشكل / ١٠١ جـ

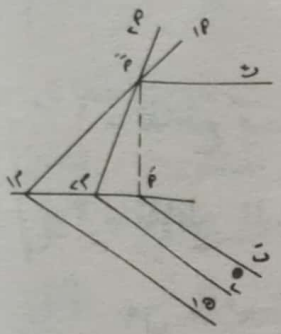
ب ـ واذا كان المستوى العمودي على الرأسي مائل على الأفقي فان وضعه كما هو في الشكل الوصفي/١٠١حـ حيث يكون المسقط الرأسي لخط التقاطع أ ت واقع على الأثر الرأسي للمستوى العمودي .

٣ ـ الأثران متقاطعان والآخران متوازيان

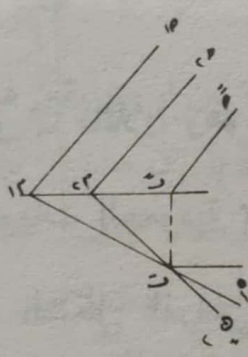
أ ـ اذا تقاطع الأثران الرأسيان فقط وتوازى أثراهما الأفقيان يكون خط تقاطعهما أفقيا كما في الشكل/١٠٢أ و فيه يظهر خط التقاطع أ ب للمستويين ونقطة تقاطع الأثرين الرأسيين ب ومسقطها الرأسي بً والأفقي بَ واقعا على خط الأرض .



شكل ١٠٢ م



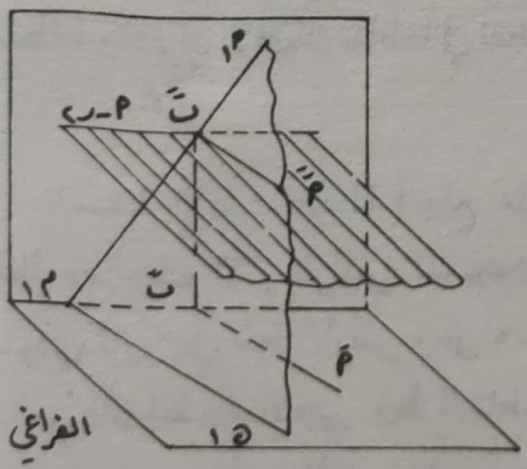
الشكل/١٠٢ب



الشكل/١٠٢حـ

ولما كان الأثران الأفقيان متوازيين فلا بد ان يكون خط تقاطع المستويين أ ب أفقيا ويكون مسقطه الأفقي أَ بَ موازيا احد الأثرين الأفقيين ومسقطه الرأسي أً بً موازيا لخط الأرض كما في الشكل الوصفي/١٠٢ ب .

ب ـ واذا تقاطع الأثران الأفقيان فقط للمستويين في نقطة وتوازى أثراهما الرأسيان يكون خط تقاطعهما موازيا للمستوى الرأسي أي أنه يكون وجهيا والمسقط الرأسي له أً بً موازيا لأحد الأثرين الرأسيين ومسقطه الأفقي أَ بَ موازيا لخط الأرض كما في الشكل /١٠٢ حـ .

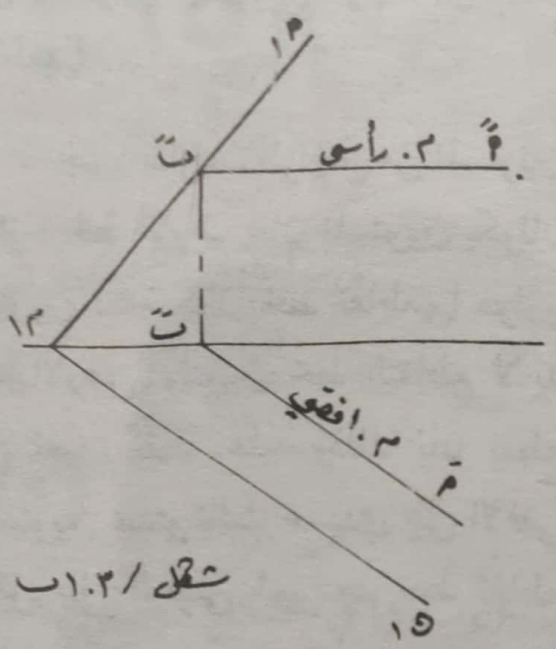


الشكل/١٠٣م

٤ ـ تقاطع مستوى أفقي أو وجهي بمستوى مائل .

أ ـ اذا قطع مستوى عمودي على الرأسي مواز للأفقي مستوى مائل، فان المسقط الرأسي لخط التقاطع يوازي خط الأرض وان المسقط الأفقي له يوازي الأثر الأفقي لمستوى المائل كما هو مبين في الشكل /١٠٣ أ ، ب .

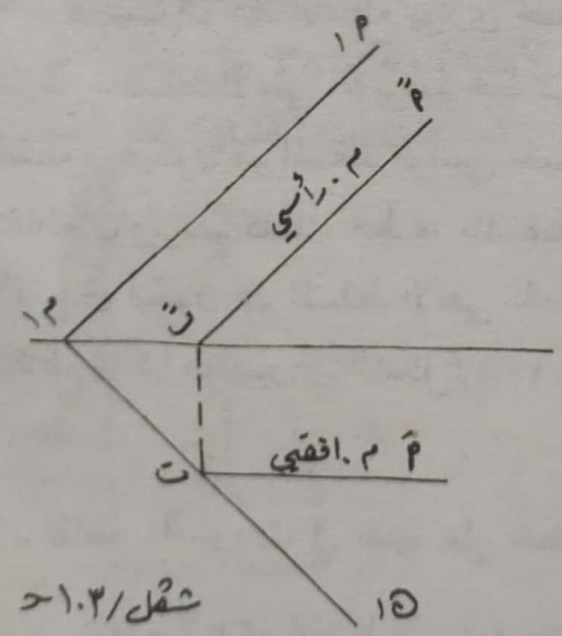
ب ـ اذا قطع مستوى عمودي على الأفقي مواز للرأسي فان المسقط الأفقي لخط التقاطع يوازي خط الأرض وان المسقط الرأسي له يوازي الأثر الرأسي للمستوى المائل . كما هو مبين في الشكل / ١٠٣ حـ .



شكل /١٠٣ ب

٥ ـ تقاطع المستويات العمودية

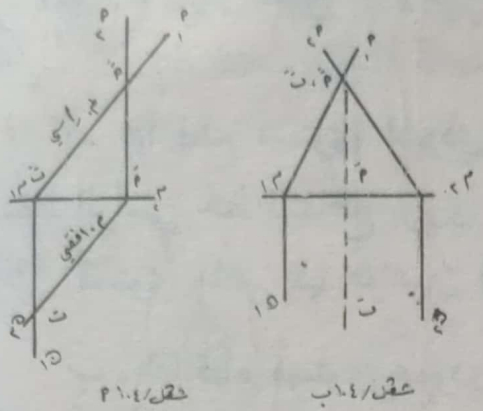
أ ـ المستوى العمودي أ١ م١ ن١ عمودي على الرأسي مائل على الأفقي قطع مستوى عمودي أ٢ م٢ ن٢ على الأفقي مائل على الرأسي .



شكل/١٠٣حـ

يلاحظ ان الأثران الرأسيان تقاطعا في نقطة أ فمسقطها الرأسي أً ومسقطها الأفقي أَ يقع على النقطة م٢ (خط الأرض) والأثران الأفقيان تقاطعا في نقطة ب فمسقطها الأفقي بَ ومسقطها الرأسي بً يقع على النقطة م٢ (خط الأرض) فبذلك يصبح المسقط الرأسي لخط التقاطع أً بً يقع على الأثر للمستوى الأول والمسقط الأفقي لخط التقاطع أَ بَ يقع على الأثر الأفقي للمستوى الثاني . كما هو مبين في الشكل/ ١٠٤ أ .

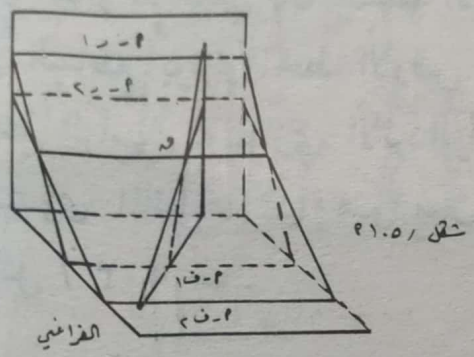
ب ـ الشكل/١٠٤ ب يوضح ان المستوى أ١ م١ ن١ و أ٢ م٢ ن٢ عموديان على الرأس مائلان على الأفقي وأن خط التقاطع يجب أن يكون عموديا أيضا على المستوى الرأسي . لأن المستوى العمودي على مستويين يكون عموديا على خط تقاطعهما .



شكل/١٠٤ ب

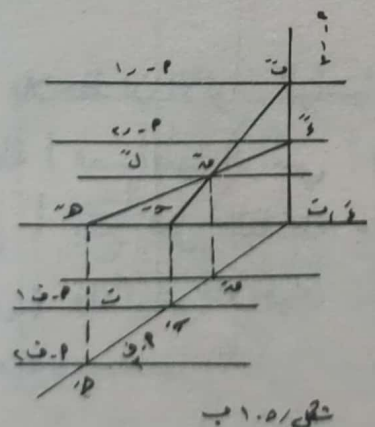
شكل/١٠٤ أ

جـ ـ اذا كان أثرا كل من المستويين موازيا لخط الأرض فان المستويين يكونان موازيين له ويكون خط تقاطعهما موازيا خط الأرض، ولتعيين خط التقاطع لا بد من تعيين نقطة عليه وذلك بأن نقطع المستويين بمستو ثالث عمودي على الأفقي مائل على الرأسي ثم نجد خط تقاطع المستوى الثالث والأول ثم والثاني . نقطة تقاطع الخطان هي النقطة التي يمر بها خط التقاطع للمستويين الأول والثاني .



شكل/١٠٥ أ

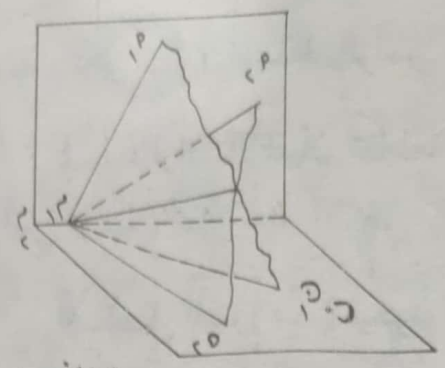
وحيث أن خط التقاطع يوازي خط الأرض ويتعين المسقط الرأسي لنقطة التقاطع والمسقط الأفقي إذا يرسم خط يمر بالنقطة قً فيكون هو المسقط الرأسي لخط التقاطع لً ويرسم كذلك خط يمر بالمسقط الأفقي قَ فيكون هو المسقط الأفقي لخط التقاطع لَ كما هو مبين في الشكل/١٠٥، أ ، ب .



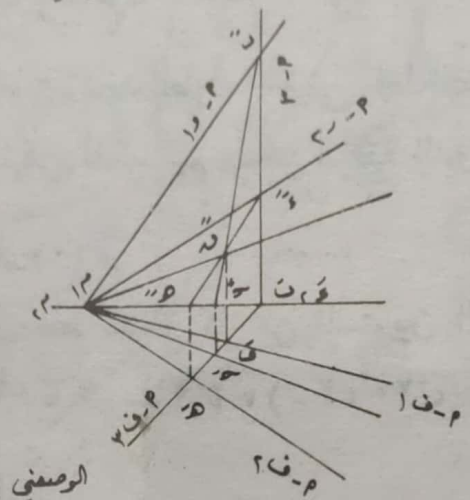
شكل/١٠٥ ب

٦ ـ تقاطع المستويات في نقطة على خط الأرض

تقاطع أثرا كل من المستويين في نقطة واحدة م على خط الأرض فهذه النقطة تكون مشتركة بينهما وهي بذلك نقطة على خط تقاطعهما، ولأجل ايجاد خط التقاطع لا بد من توفر نقطة ثانية مشتركة بين المستويين .



الفراغي



الوصفي

شكل/ ١٠٦

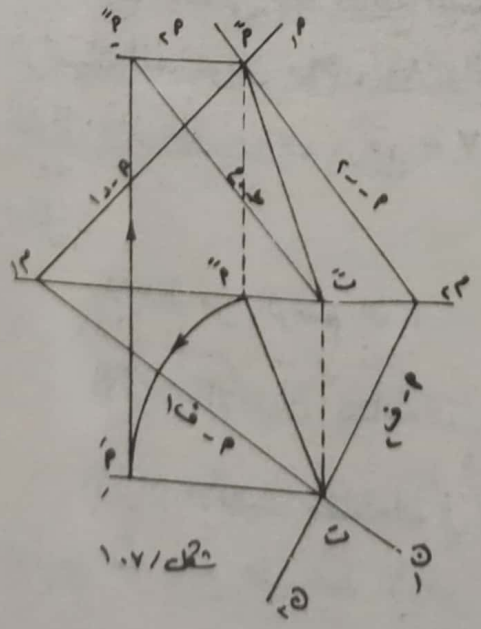
ولأجل ذلك نستعين بمستوى ثالث على أن يكون عمودي على الأفقي مائل على الرأسي نأخذ المستوى الثالث والأول . نجد خط تقاطعهما فيكون مسقطيه الرأسي حً بً والأفقي بَ حَ ثم نأخذ المستوى الثالث (المساعد) والثاني نجد تقاطعهما فيكون مسقطيه الرأسي هـ دً والأفقي هَ دَ . تقاطع المسقطان الرأسيان لخط التقاطع في نقطة ن هي المسقط الرأسي ، منها نسقط على المسقط الأفقي بَ هَ وتعين المسقط الأفقي لها نَ وبذلك حصلنا على النقطة الثانية . نصل نقطة م ب (نً) ، (نَ) حصلنا على المسقطين لخط التقاطع بين المستويين الأول والثاني وهما م نً ، م نَ وهو المطلوب كما في الشكل الوصفي/١٠٦ .

مثال (١)

جد مسقطي خط تقاطع المستويين أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ بحيث يصنع الأثران الرأسيان للمستويين ٤٥° ، ٥٠° والأثران الأفقيان ٥٠° ، ٣٠° على خط الأرض على التوالي والمسافة بين م١ ، م٢ تساوي ٦ سم . ثم جد الطول الحقيقي لخط التقاطع .

الحل :

١ - يرسم خط الأرض وتأخذ عليه النقطة م١ ، م٢ والمسافة بينهما تساوي ٦ سم .



شكل/ ١٠٧

٢ - يرسم الأثر الرأسي والأفقي للمستوى الأول ثم يرسم الأثر الرأسي والأفقي للمستوى الثاني .

٣ - تقاطع الأثران الرأسيان في

نقطة ولتكن (أ) المسقط الرأسي لها أً والمسقط الأفقي يقع على خط الأرض .

٤ ـ الأثران الأفقيان تقاطعا في نقطة (ب) المسقط الأفقي بَ والمسقط الرأسي (بً) على خط الأرض .

٥ ـ نصل أًب (بً) فيكون المسقط الرأسي لخط التقاطع أًبً ثم نصل أ ب (بَ) فيكون المسقط الأفقي أ بَ .

٦ ـ نجد الطول الحقيقي لخط التقاطع باحدى الطرق التي مرت في ايجاد الطول الحقيقي للمستقيم ولتكن طريقة الدوران كما هو مبين في الشكل / ١٠٧ .

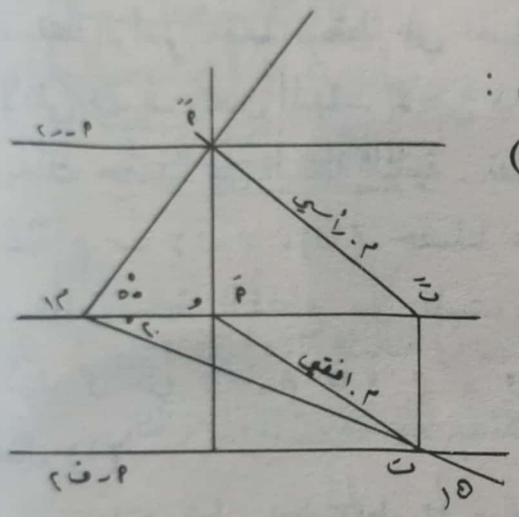
مثال (٢)

عين خط تقاطع كل من المستويين الآتيين :

(∞ ، ٢ ، ٢ $\frac{1}{2}$) ، (ـ ٢ ، ٢٠° ، ٥٠°)

الحل :

كما هو مبين بالرسم المجاور رقم/١٠٨



شكل/ ١٠٨

مثال (٣)

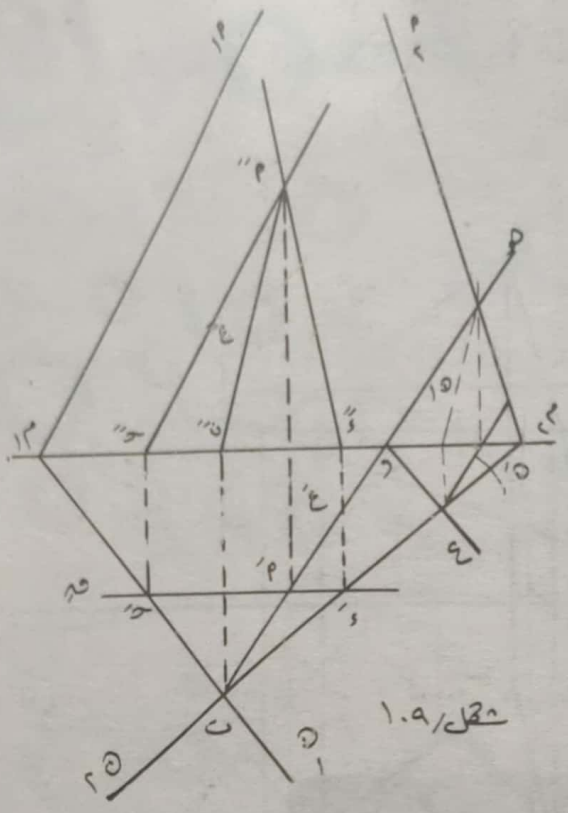
جد مسقطي خط تقاطع المستويين أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ بحيث يصنع الأثران الرأسيان للمستويين ٦٠° ، ٨٠° والأثران الأفقيان ٥٠° ، ٤٠° على خط الأرض على التوالي والمسافة بين م١ ، م٢ = ٧ سم .

الحل :

يلاحظ من الرسم ان :

الأثران الأفقيان يتقاطعان ولكن الرأسيان لا يتقابلان في حدود الورقة :

الأثران الأفقيان يتقاطعان في نقطة (ب) مسقطها الأفقي بَ ومسقطها الرأسي بٌ واقع على خط الأرض .



شكل/١٠٩

لا بد هنا من الحصول على نقطة ثانية ولأجل ذلك نستعين بمستوى ثالث وجهي (ق) قطع الأثرين الأفقيين في نقطة حـ ، د يسقط من حَـ ، دَ على خط الأرض حًـ ، دً .

بأخذ مواز للأثر الرأسي الأول أ١ م١ من نقطة حًـ وكذلك مواز للأثر الرأسي الثاني أ٢ م٢ ن٢ من نقطة دً . الموازيان يتقابلان في نقطة أً هي النقطة التي يمر بها المسقط الرأسي لخط التقاطع أي النقطة المشتركة الثانية .

من نقطة تقاطع الأثرين الأفقيين يسقط على خط الأرض لتعيين المسقط الرأسي لها بً ومن النقطة أً يسقط على المسقط الأفقي للمستوى المساعد لتعين أَ . نصل بَ أَ ويمدّ على استقامته فقد تعين اتجاه المسقط الأفقي لخط التقاطع عَ وتوصل بً أَ يعين اتجاه المسقط الرأسي (عً) وهو المطلوب . كما في الشكل / ١٠٩ .

ويمكن حلّ المسألة بتعيين اتجاه خط التقاطع وذلك بأن نقطع أحد المستويين المعلومين بأي مستوى يوازي أحد المستويين . بحيث يمكن أن يتقاطع الأثران الرأسيان والأفقيان وقد أخذنا المستوى هـ وح يوازي المستوى الأول أ١ م١ ن١ امكن تعيين اتجاه خط التقاطع المطلوب بأن يرسم من المسقط الأفقي بَ مواز للمسقط الأفقي نَ ومن المسقط الرأسي بً مواز للمسقط الرأسي نً وبذلك حصلنا على عً ، عَ وهو المطلوب .

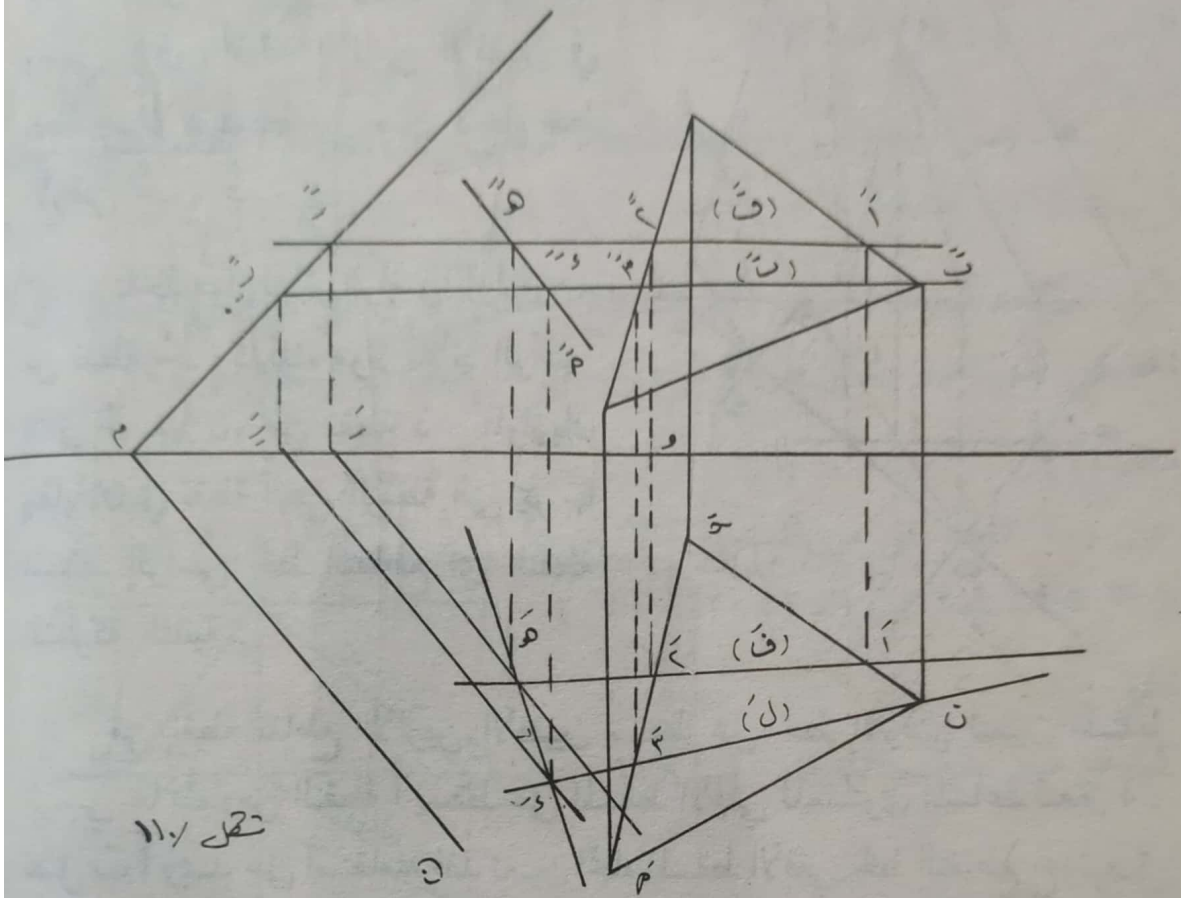
مثال (٤)

عيّن تقاطع المستوى (ـ ٧، ٥٠°، ٤٥°) مع المثلث أ ب حـ حيث أ (ـ ١، ٥، $\frac{١}{٢}$) ب (٣، ٣، ٢)، حـ (صفر، ١، ٤) .

الحل :

١ ـ يرسم مستويا افقيا (ف) يقطع المثلث في ١ً ، ٢ً .

٢ ـ تعيين المسقط الأفقي (فَ) والمسقطين الأفقيين للنقطتين ١، ، ٢، .



شكل ١١٠

٣ ـ يمد المسقط الرأسي للمستوى الأفقي فً حتى يقطع المستوى أ م ن (أي الأثر الرأسي له) في ر والمسقط الأفقي رَ ومنه يرسم خط يوازي الأثر الأفقي .

(راجع الفقرة ٥ تقاطع المستويات العمودية) . يقطع امتداد المسقط الأفقي (فَ) في نقطة (هَـ) يسقط منها لرسم مسقطها الرأسي هً . لقد تعين أول نقطة مشتركة بين المثلث والمستوى .

٤ ـ لا بد من ايجاد نقطة ثانية وذلك بأخذ مستوى أفقي آخر (ل) وبنفس الطريقة السابقة اعلاه نعين النقطة الثانية (عـ) بمسقطيها عَـ ، عً وبذلك تعين المسقط الرأسي والأفقي لخط التقاطع دً هً ، دَ هَـ وكما هو مبين في الشكل / ١١٠ .

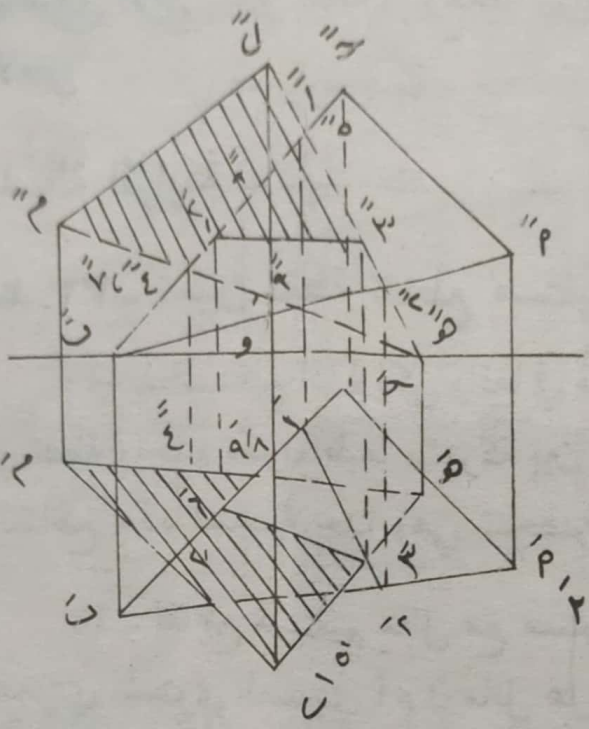
مثال (٥)

عيّن مسقطي خط تقاطع كل من المستويين وتعيين الظاهر والمختفي :

أ ـ المثلث أ ب حـ حيث أ (٢,٣، ٢، ١) ، ب (ـ ١,٥، ٢,٥، صفر) حـ (٠,٨، ٠,٣، ٢,٥) والمثلث هـ ل م

ب ـ المثلث هـ ل م حيث (١,٥ ، ١,٣ ، صفر) ، ل (صفر ، ٣ ، ٢,٨) م (ـ ٢ ، ١ ، ١,٣) .

الحل :



شكل/١١١

١ ـ نعتبر المثلث الأول أ ب حـ قد قطعه المستقيم ل هـ من المثلث الثاني ونمرر في المسقط الرأسي للمستقيم لَ هَـ مستوياً عمودياً على الرأس مائل على الأفقي . المستوى المذكور قطع الضلع حَـ بَ في (أ) والضلع أَ بَ في (٢) نجد المسقط الأفقي لها .

٢ ـ نقطة تقاطع المسقط الأفقي ١َ ٢َ مع المسقط الأفقي للضلع هَـ لَ هي النقطة المشتركة الأولى (٣') ومنها نعين المسقط الرأسي (٣")

٣ ـ لا بد من ايجاد نقطة ثانية مشتركة حتى يتحدد اتجاه خط التقاطع هنا نعتبر المسقط الثاني هـ ل م قد قطعه المستقيم حـ ب وبنفس الطريقة السابقة نعين النقطة (٦) ومسقطيها ٦َ ، ٦ً ، نصل ٣ً و٦ً و٣ ، ٦َ حصلنا على المسقط الرأسي ٣ً ٦ً والمسقط الأفقي ٣َ ٦َ لخط التقاطع المطلوب كما هو مبين في الشكل /١١١ .

٤ ـ ثم يعين الظاهر والمختفي في المسقطين الأفقي والرأسي نعين الحدود الخارجية للمسقطين التي تظهر كاملة .

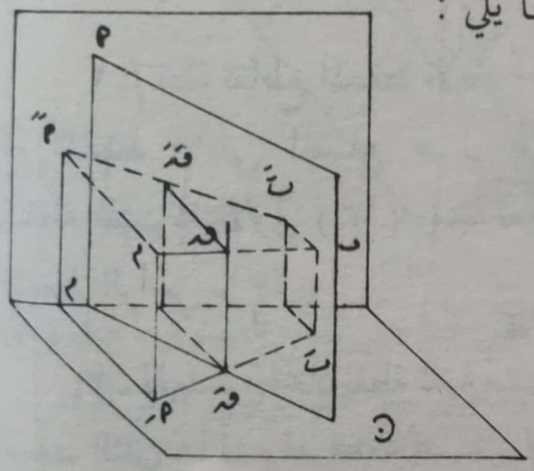
٥ ـ نختار نقطة تقابل مسقطي أي مستقيمين شماليين في المسقط الرأسي مثل ٤ً ، ومسقطيهما الأفقيين ٤" ، ٧" وينظر من أسفل الى أعلى فنرى نقطة ٧' قبلها أي أن المستقيم الذي تقع عليه نقطة ٧ يكون ظاهرا وهو ب حـ لغاية نقطة التقاطع ٦" . واذا اشترك ضلعان في مستوى وظهر أحدهما فلا بد وأن يظهر الآخر فنلاحظ أن أ ب ظاهرا ، هـ م مختفيا وكذلك هـ ل مختفيا لغاية نقطة ٣ ثم يبدأ في الظهور وهكذا . . . .

٦ ـ وبالمثل لتعيين الظاهر والمختفي في المسقط الأفقي نختار نقطة تقابل مسقطي أي أن شماليين في المسقط الأفقي ٨َ ، ٩َ وننظر من أعلى الى اسفل فنرى نقطة ٨ً قبل نقطة ٩ً أي أن المستقيم ب حـ (الذي تقع عليه نقطة ٨ً) يكون ظاهراً في الأفقي حتى نقطة ٦َ وهكذا في الباقي الأحرف الظاهرة والمختفية في المسقط الأفقي .

المسألة الرابعة

بند ٣٢ ـ تعيين نقطة تقاطع مستقيم مع مستو معلوم

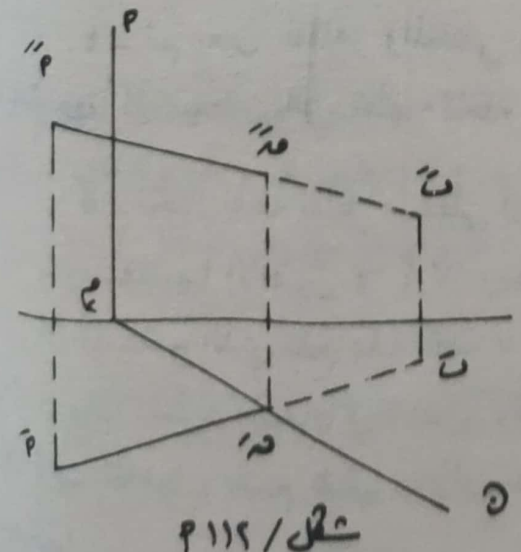
الخط المستقيم اذا لم يكن واقعا في سطح المستوى ولا موازيا له فانه يتقاطع معه في نقطة واحدة تكون طبعا مشتركة بين المستقيم والمستوى وان مسألة تعيين نقطة التقاطع هذه اساسية جدا وهي تنحصر بما يلي :



شكل / ١١٢

١ ـ تقاطع مستقيم مائل مع مستو عمودي المستوى العمودي أ م ن مائل على الرأسي والمستقيم المائل أ ب والمطلوب تعيين نقطة تقاطعهما .

في الشكل الفراغي/١١٢ ان جميع نقط المستوى العمودي تقع مساقطها الأفقية على الأثر الأفقي م ن للمستوى العمودي . فتكون نقطة ق وهي تقاطع المسقط الأفقي أَبَ مع م ن المسقط الأفقي لنقطة التقاطع ومسقطها الرأسي قً الذي يقع على المسقط الرأسي للمستقيم أًبً كما هو مبين في الشكل الوصفي .



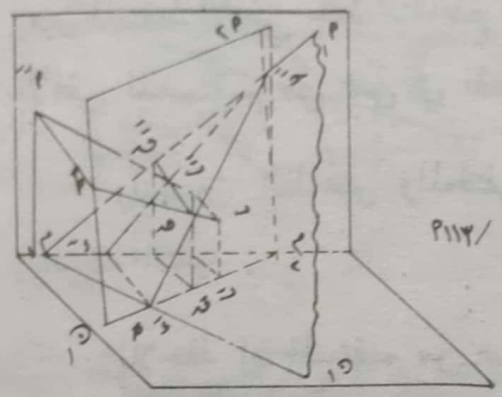
شكل / ١١٢ م

يلاحظ ان الجزء أ ق من المستقيم عندما ينظر اليه رأسيا يكون ظاهرا بينما الجزء ق ب يظهر مختفيا اما المسقط الأفقي

فيظهر جميعه ظاهرا كما هو مبين في الشكل/١١٢ أ .

٢ ـ تقاطع مستقيم مائل مع مستو في وضع عام

المستقيم المائل أ ب تقاطع مع المستوى المائل أ١ م١ ن١ والمطلوب تعيين نقطة تقاطعه مع المستوى المائل ولايجاد نقطة التقاطع هذه نجري الآتي :

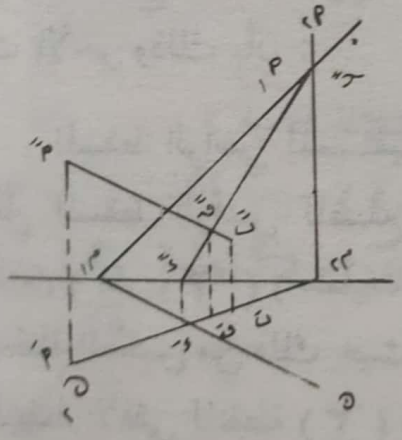


شكل /١١٣أ

١ ـ نستعين بمستوى عمودي على الأفقي مائل على الرأسي أ٢ م٢ ن٢ بحيث يمر الأثر الأفقي له بالمسقط الأفقي للمستقيم أ بَ .

٢ ـ نجد خط تقاطع المستوى المائل أ١ م١ ن١ المعلوم والمستوى المساعد (المفروض)

٣ ـ الأثران الرأسيان تقاطعا في نقطة (حـً) والأثران الأفقيان تقاطعا في نقطة (دَ) إذا المسقط الرأسي لخط التقاطع هو دً حـً والمسقط الأفقي له هو دَ حَـ .



شكل/١١٣ ب

٤ ـ المسقط الرأسي لخط التقاطع قطع المستقيم أ ب في نقطة (قً) وهو المسقط الرأسي لها ومسقطها الأفقي قَ وبذلك تعينت نقطة تقاطع المستقيم المائل والمستوى المائل المعلوم كما في الشكل الفراغي والوصفي ١١٣ أ ، ب .

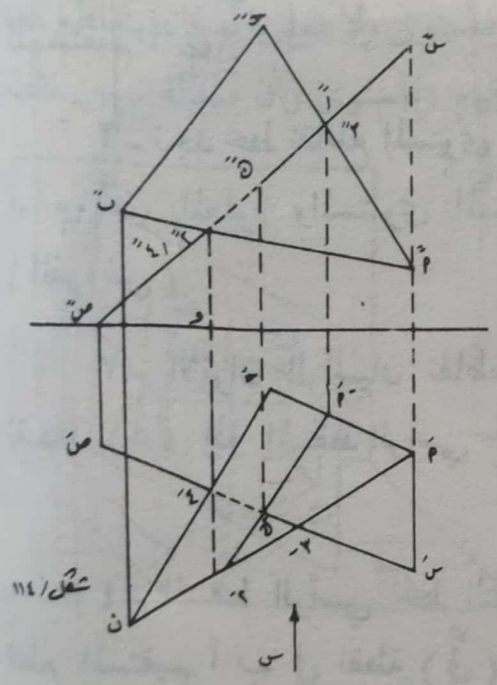
مثال (١)

عيّن نقطة تقاطع المستقيم (س ص) مع المثلث (أ ب حـ) ثم عيّن الجزء الظاهر والمختفي اذا علمت أن :

أ (٤، ٢، ١) ، ب (ـ ١، ٥، ٢)، حـ ($\frac{1}{2}$١، ١، ٥) س (٤، ٤، ٤$\frac{1}{2}$) ، ص (ـ $\frac{1}{2}$١، ٢، صفر) .

الحل :

١ ـ نستعين بمستوى عمودي ويفضل أن يكون عموديا على الرأسي مائل على الأفقي بحيث يمر الأثر الرأسي للمستوى المساعد في المسقط الرأسي سً صً (أي ينطبق أثره على المسقط الرأسي) هذا الأثر يتقاطع مع المسقط الرأسي أ ب حـ للمثلث في الخط ١ً ٢ً . حيث ١ً يقطع الضلع أ حـ و ٢ً يقطع الضلع أ بً منهما يعين المسقط الأفقي لخط التقاطع فيكون ١ ٢ . المسقط الأفقي ١ ٢ قطع المسقط الأفقي للمستقيم سَ صَ في نقطة نَ ومنها يسقط لايجاد المسقط الرأسي نً .


شكل/١١٤

ولتعيين الظاهر والمختفي نتبع الطريقة التالية :

نلاحظ ان المستقيم س ص يقابل سطح المثلث في (ن) فيقع جزء من المستقيم (ابتداء من ن) فوق سطح المثلث والجزء الآخر تحته ولتحديد ذلك في المسقط الرأسي ، نأخذ وضع المستقيم س ص بالنسبة للضلع أ حـ ونرى أيهما يكون تحت الآخر وذلك بأن :

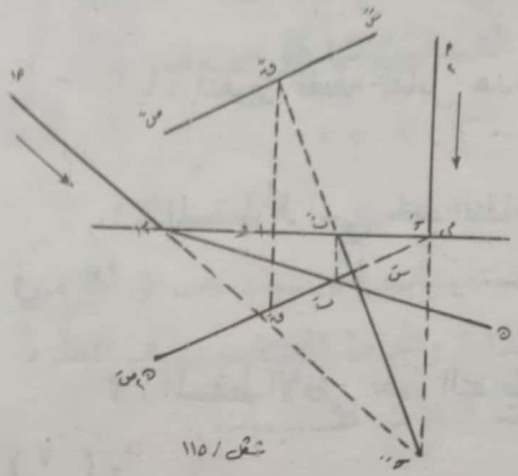
المسقط الرأسي للمستقيم سً صً يقابل المسقط الرأسي للضلع أ حـً في نقطتين (١ً ، ٣ً) (منطبقتان الواحدة على الأخرى) بينما في المسقط الأفقي نلاحظة العكس من ذلك حيث المسقط الأفقي للنقطة (١) وقع على الضلع أ حَ والمسقط الأفقي للنقطة (٣) وقع على المستقيم سَ صَ وعند النظر حسب السهم س نلاحظ ان المستقيم يقع امام سطح المثلث في المسقط الرأسي أي يكون من نقطة (نً إلى ١ً أو ٣ً) ظاهرا ومن (ن الى ٢ً او ٤ً) منقطا اي واقع خلف سطح المثلث . كما هو مبين في الشكل/١١٤ .

مثال (٢)

عيّن نقطة تقاطع المستوى (ـ ٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، $١\frac{١}{٢}$) والمستقيم س ص حيث س (٢ ،

$\frac{1}{2}$ ، ٤) ، ص (- ٢ ، ٢$\frac{1}{2}$ ، ٢)

الحل :


شكل / ١١٥

١ ـ نمرر بالمستقيم س ص مستويا عموديا أ٢ م٢ ن٢ بحيث يمر الأثر الأفقي م٢ ن٢ في المسقط الأفقي للمستقيم سَ صَ .

٢ ـ تقاطعا الأثران الافقيان في نقطة (ب) المسقط الأفقي لها بَ والرأسي (بً) على خط الأرض .

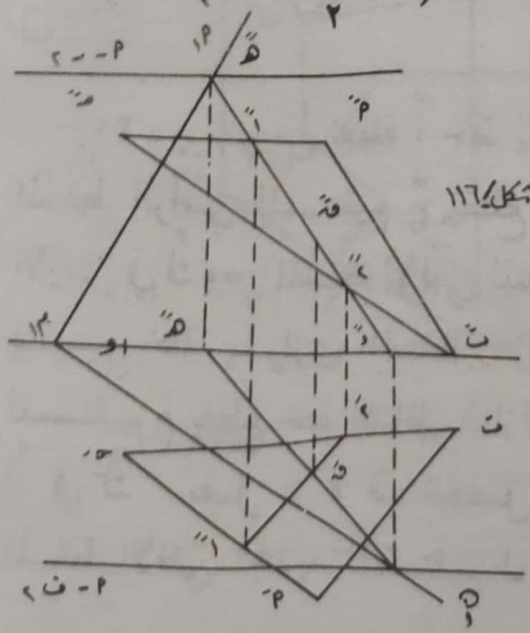
٣ ـ يمد الأثر الرأسي أ١ م١ حسب السهم ويمد الأثر الرأسي أ٢ م٢ حتى يتقاطع الأثران في نقطة حً ـ ومسقطها الأفقي حَ ـ .

٤ ـ المسقط الرأسي لخط التقاطع حً ـ بً والأفقي حَ ـ بَ يمد المسقط الرأسي حتى يقطع المسقط الرأسي للمستقيم سً صً نقطة التقاطع هذه هي النقطة المشتركة بين المستوى والخط المستقيم ومسقطيها قً ، قَ كما في الشكل / ١١٥ .

مثال (٣)

عيّن النقطة المشتركة بين المستويات الثلاثة الآتية :

(صفر ، ٣٠° ، ٦٠°) ، (∞ ، ٣ ، ٤) وسطح المثلث (أ ب حـ) حيث أ (٤ ، ٣$\frac{1}{2}$ ، ٣) ، ب (٦ ، ١ ، صفر) ، حـ (١ ، ١$\frac{1}{2}$ ، ٣) .


شكل/١١٦

الحل :

أولاً ـ يعين خط تقاطع بين المستوى أ١ م١ ن١ والمستوى الموازي لخط الأرض حيث :

١ ـ تقاطعا الأثران الرأسيان في نقطة (هـ) ومسقطيها هًـ ، هَـ .

٢ ـ تقاطعا الأفقيان في نقطة (د)

ومسقطيها دً ، دَ .

إذاً المسقطان لخط التقاطع هما هًـ دً ، هَـ دَ .

ثانيا ـ لتعيين نقطة تقابل هذا الخط مع سطح المثلث أ ب حـ كما يلي :

١ ـ المسقط الرأسي لخط التقاطع قطع الضلع أً حً في (١ً) والضلع بً حً في (٢ً) .

٢ ـ المسقط الأفقي لخط التقاطع قطع الضلع أَ حَ في (١َ) والضلع بَ حَ في (٢َ) .

٣ ـ قطع المسقط الأفقي (١َ ٢َ) المسقط الأفقي لخط التقاطع هَـ دَ في نقطة (قَ) هذه النقطة المشتركة بين المستويات ومنها نحصل على مسقطها الرأسي قً كما هو مبين في الشكل / ١١٦ .

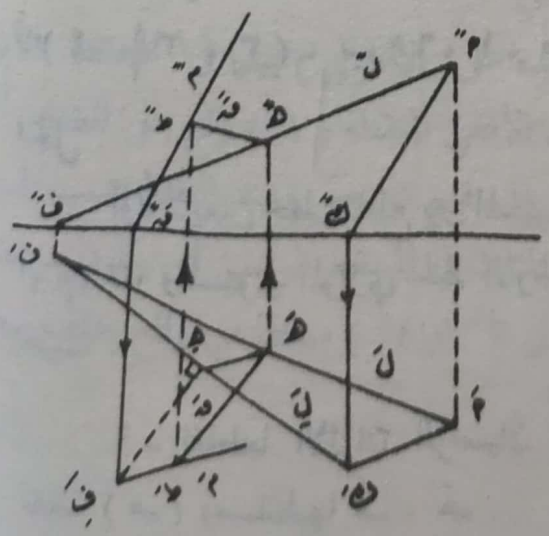
مثال (٤)

المعلوم مستقيمان شماليان ل ، م والمطلوب ايجاد اقصر قاطع افقي لهما .

الحل :

١ ـ تعين الأثرين الأفقيين للمستقيمين الشماليين فً ، فَ ، فِ ، فِ .

٢ ـ يرسم من نقطة أً خط يوازي المسقط الرأسي للمستقيم مً يقطع خط الأرض في كً ومن المسقط الأفقي للنقطة أَ يرسم خط يوازي المسقط الأفقي للمستقيم مَ يقطع خط التناظر النازل من كً في كَ . نصل كَ و فَ نحصل على المسقط الأفقي الجديد للمستقيم لِ .



شكل/١١٦

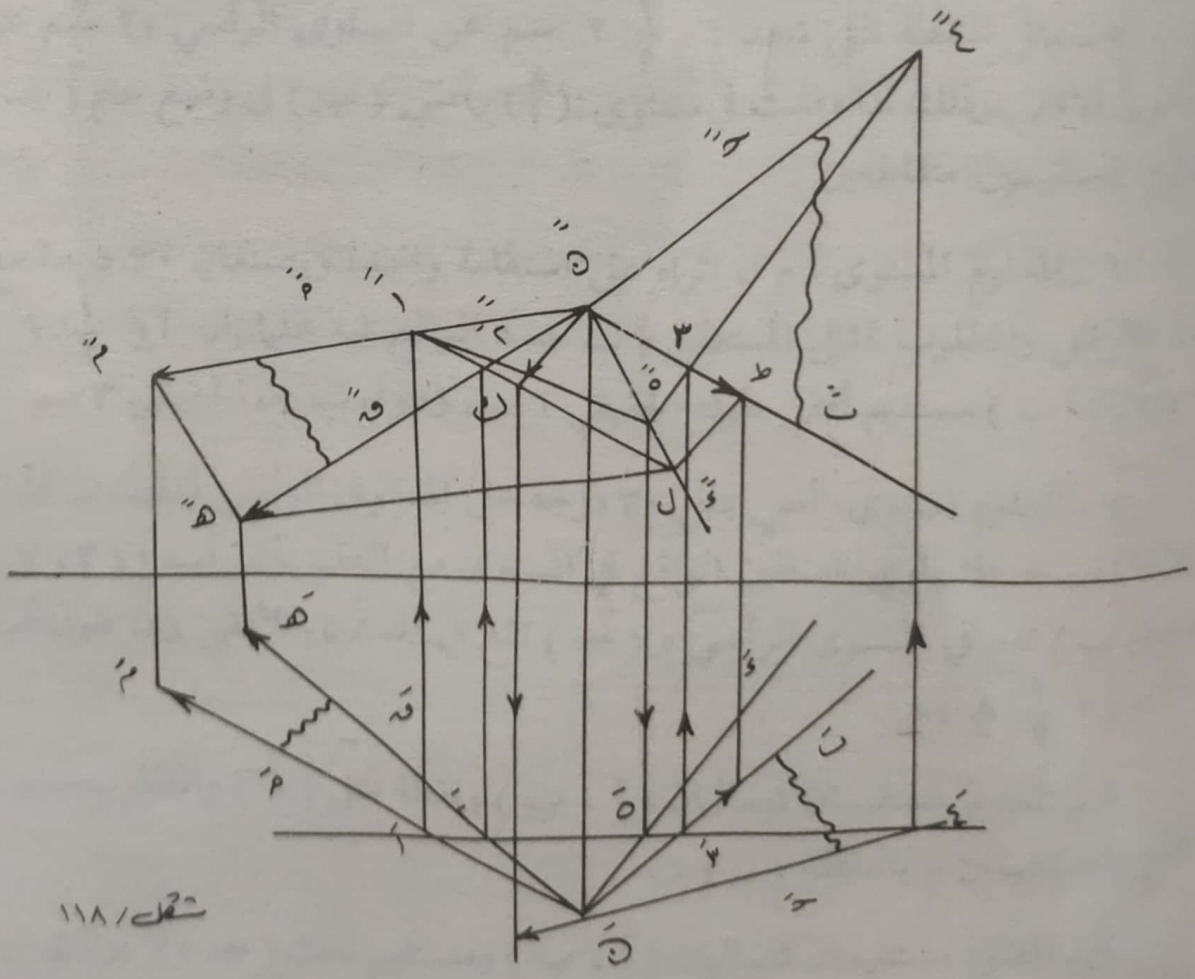
٣ ـ من المسقط الأفقي للأثر الأفقي للمستقيم (مَ) فِ ينزل عمود على المسقط الأفقي الجديد لَ ِ يقطعه في هِـ ومنها يرسم مواز للخط أ كَ قطع المسقط الأفقي القديم لَ في هَـ ومنها يرسم مواز للضلع هِـ فِ يقطع المسقط الأفقي للمستقيم مَ في طَ المستقيم هَـ طَ هو المسقط الأفقي للقاطع ثم يعين المسقط الرأسي له هً ـ طً وهو اقصر قاطع أفقي بين المستقيمين الشماليين كما هو مبين في الشكل / ١١٧ .

مثال (٥)

المعلوم المسقط الأفقي والرأسي لثلاث مستقيمات أ ، ب ، حـ خارجة من نقطة واحدة ن ومعلوم كذلك قوة ق يمثلها مقدارا واتجاها المستقيم ن هـ المعلوم بمسقطيه والمطلوب تحليل هذه القوة في اتجاهات الثلاث مستقيمات .

الحل :

المستوى المكون من المستقيم ن هـ والمستقيم أ يقطع المستوى المكون من ب ،



شكل / ١١٨

حـ في مستقيم وليكن د ويمكن ايجاد بأن يمد ١ً و ٢ً ثم يمد ٤ً و ٣ً . يتقاطعا الخطان في (٥ً) نصل نً و ٥ً تعين اتجاه المستقيم (د) . نحلل ق في الاتجاهين أ ، د بطريقة متوازي الاضلاع وذلك بأن يرسم من هً مستقيما يوازي أً حتى يقطع المستقيم دً في ل ومستقيما آخر يوازي د ليقطع أ في م . نحلل القوة ن ل في الاتجاهين حـ ، ب وذلك بأن نرسم من ل مستقيما يوازي ب ليقطع حـ في ك ومستقيما آخر يوازي حـ ليقطع ب في ط فتكون ن م ، ن ك ، ن ط هي المحللات المطلوبة في الاتجاهات أ ، ب ، حـ كما في الشكل / ١١٨ .

(تمارين على الفصل السادس)

١ ـ المعلوم نقطة ومستقيمان متوازيان والمطلوب تعيين المستوى الذي يمر بالنقطة ويوازي المستوى المعين بالمستقيمين المتوازيين .

٢ ـ المعلوم الأثران الرأسيان لمستويين ومسقطي نقطة على خط تقاطعهما عين الأثرين الأفقيين لهما اذا كان :

أ ـ الأثران الرأسيان في وضع عام (ب) الأثران الرأسيان متوازيين .

٣ ـ المعلوم مستوى بمستقيمين متقاطعين في نقطة على خط الأرض مثل متوازي الاضلاع الواقع عليه اذا علمت ان المسقط الأفقي أَ ـ بَ ـ جَـ .

٤ ـ المعلوم مسقطي أ ب . عين أثري المستوى الذي يحتوي المستقيم بشرط أن يكون ذو ميل اعظم في المستوى بالنسبة الى المستوى الرأسي ثم عين مسقطي المربع أ ب جـ د الواقع فيه .

٥ ـ مثل النقطة التي تبعد : $\frac{1}{2}$ ٢ سم عن المستوى الرأسي و٢ سم عن المستوى الأفقي وذلك اذا وقعت في مستوى :(م) رأسي (ب) في وضع عام (جـ) معلوم بمستقيمين متقاطعين .

٦ ـ المعلوم المستوى أ م ن اثراه على استقامة واحدة ويصنعان ٣٠ درجة مع خط الأرض والمطلوب تمثيل المستطيل أ ب جـ د الواقع فيه علما بأن أ ($\frac{1}{2}$ ١ ، ٢) وان (أ ب) مستقيم أفقي طوله الحقيقي ٦ سم وطول ب جـ الحقيقي ٣ سم .

٧ ـ المعلوم مستوى رأسي يميل ٣٠ درجة على المستوى الرأسي والمطلوب تمثيل المثلث أ ب جـ المتساوي الساقين الواقع في المستوى مع العلم بأن رأسه أ (٣ ، ٧) سم و(ب) تقع في المستوى الرأسي و (جـ) تقع في المستوى الأفقي وان طول أب = أجـ = $\frac{1}{2}$ ٨ سم .

٨ ـ المعلوم مستقيمان شماليان (أ ، ب) ونقطة مثل (ن) والمطلوب تعيين قاطع للمستقيمين ـ بالنقطة (ن) .

٩ ـ المعلوم مستقيمان شماليان (أ ، ب) ومستقيم ثالث (جـ) لا يوازي ايا

منهما والمطلوب تعيين قاطع للمستقيمين (أ ، ب) يوازي المستقيم (جـ) .

١٠ ـ عين مسقطي تقاطع المشترك بين كل من :

١) المستويين (٢، ١، ـ ٢) ، (ـ $\frac{١}{٢}$ ٢، ٢، ١)) سم .

٢) متوازي الاضلاع أ ب حـ د حيث أ (٣، ٤، ١) ، ب (صفر ، ٥، $\frac{١}{٢}$) ، حـ (ـ $\frac{١}{٢}$ ٣، $\frac{١}{٢}$ ١، ٤) والمستقيم س ، ص حيث س (٣، ٣، ٦) ، ص (ـ ٣، $\frac{١}{٢}$ ٢ ، صفر) .

١١ ـ عيّن خط تقاطع المثلثين أ ب حـ ، أ د هـ حيث أ (صفر ، ٢، ٦) ب (ـ ٥، ٦، ٤) ، حـ (٣، ٤، ١) ، د (٤، ٨، ٣) هـ (ـ ٤، ٤، صفر) ثم عيّن الظاهر والمختفي من السطحين .

١٢ ـ عيّن خط تقاطع المثلثين أ ب جـ ، د هـ و حيث أ (صفر ، $\frac{١}{٢}$ ، ٣) ، ب ($\frac{١}{٢}$ ٣ ، ٢، صفر) ، حـ (٤، $\frac{١}{٢}$ ٥، ٥) ، د (٣, ٠، ٦، صفر) هـ ($\frac{١}{٢}$ ٤ ، $\frac{١}{٢}$ ١ ، $\frac{١}{٢}$ ٢) ، و ($\frac{١}{٢}$ ٢، ٢، ٦) ثم عيّن الظاهر والمختفي .

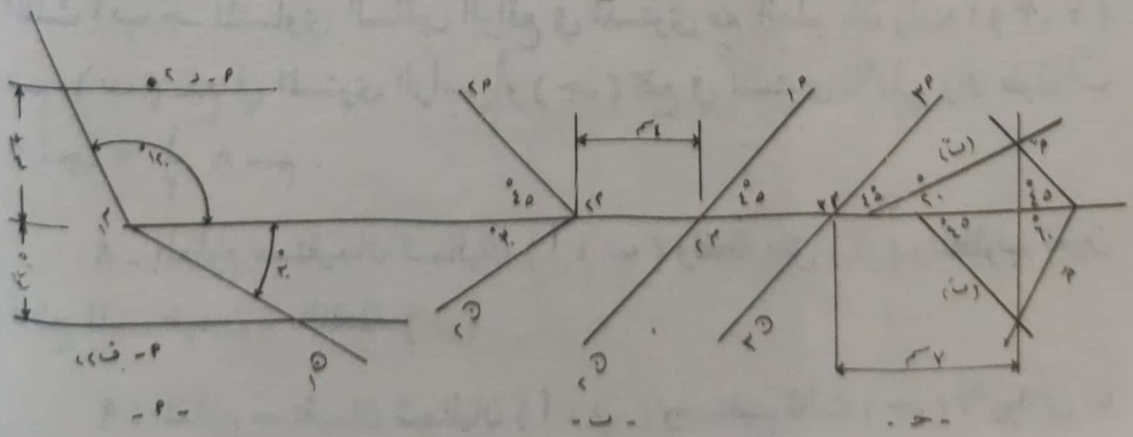
١٣ ـ المعلوم مستوى ومستقيم ل ونقطة أ كل منهما خارج المستوى والمطلوب تعيين قاطع للمستقيم ل بشرط ان يمر بالنقطة أ ويوازي المستوى المعلوم وذلك اذا كان:

أ) المستوى في وضع عام والمستقيم رأسي .

ب) المستوى يوازي خط الأرض والمستقيم ل وجهي .

حـ) المستوى رأسي والمستقيم ل في وضع عام .

١٤ ـ المطلوب تعيين خط تقاطع المستويات المبينة في الاشكال التالية : ـ



١٥ ـ عين مستقيم يمر بالنقطة ك (صفر ، ٢ ، ١) بحيث يوازي المستوى (٢، ١، ـ٢ ١/٢) ويقطع المستقيم أ ب حيث أ (صفر ، ٣، ٥) ، ب(١/٢ ٥، ٤، صفر) .

١٦ ـ عيّن قاطع للمستقيمين الشماليين أ ب ، جـ د ويمر بالنقطة ك حيث أ (٤، صفر ، ٥) ، ب (٢، ٤، ٢ ١/٢) ، جـ (ـ ٢، ٢، ٢) د (ـ ٤، ٢ ١/٢ ، ٣) ، ن (صفر ، ٣، ٢ ١/٢) .

١٧ ـ مثل المثلث أ ب حـ المعلوم منه الرأسي أ (صفر ، ٦، ١/٢) والرأسان ب ، جـ يقعان على المستقيمين الشمالين هـ ل ، ن م على الترتيب اذا كان ب حـ يوازي الاتجاه س ص حيث هـ (٥، ٥، ١/٢) ، ل (١، صفر ، ٥) ، ن (صفر ، ١، ٦) ، م (ـ ٥، ٤، صفر) ، س (٧، ٢، ٢) ، ص (٤، ١، ٣) .

١٨ ـ مثل مسقطي المعين الواقع في المستوى (ـ ٦، ٦٠°، ٤٥°) والذي طول ضلعه ٥ سم وضلعان يتجاوزان منه يقعان في المستويين س (٣ ١/٢، ٢، ٩ ١/٢) ، ص (ـ٢ ١/٢ ، ـ ٣، ١) .

١٩ ـ المثلث و هـ ن حيث و (ـ ٢، ٤، ١) ، هـ (صفر ، ١، ٣) ، ن (٤، ١، ١) والمستقيم أ ب قطع المثلث المذكور عيّن نقطة تقاطعه مع المثلث حيث أ (ـ ١، ١، صفر) ، ب (٣ ١/٢، ٤، ٣ ١/٢) .

٢٠ ـ عيّن النقطة المشتركة بين كل من المستويات الثلاثة الآتية :

(أ) (∞، ٣، ٤) ، (ـ ٣، ∞ ، ٢) ، (٥، ٦، ٣)

(ب) (∞ ، ٣، ∞) ، (٤، ٤، ٣) ، (٣، ٦، ٢) .

٢١ ـ عيّن نقطة تقابل المستقيم أ ب مع المستوى أ م ن حيث أ (١/٢، ٨,٥، ١,٧) ، ب(٢، ١,٧، ١,٥) والمستوى (ـ ٣، ٣، ٢ ١/٢) .

٢٢ ـ المستقيم أ ب حيث أ (ـ١ ١/٢، ١ ١/٢، ١/٢) ، ب (ـ٣ ١/٢ ، ـ١/٢، ٢) والنقطة ن حيث (١ ١/٢، ١، ١ ١/٢) المطلوب رسم مستو يمر بالنقطة ن ويوازي المستقيم المذكور (كم عدد الحلول) .

٢٣) المستوى أ م ن حيث (٢ ، ١ ١/٢ ، ٢) والنقطة ن (-٣ ١/٢ ، ٢ ، ١) والمطلوب رسم مستقيم يمر بالنقطة المذكورة ويوازي المستوى المعلوم (كم عدد الحلول) .

٢٤) المستقيم أ ب حيث أ (٣ ، ٣ ، صفر) ، ب (صفر ، صفر ، ٢) والمستقيم حـ د حيث حـ (٧ ، صفر ، ٢ ١/٢) ، د (٦ ، ١ ١/٢ ، صفر) والمطلوب رسمه مستوى يمر بالمستقيم أ ب ويوازي المستقيم جـ د .

٢٥) يراد نصب برج راديو قصير الموجة (أ ب) على أن يربط بثلاث حبال أ هـ ، أ و ، أ ز كالآتي :

أ (٦ ، ١ ، ٥) م ، ب (٦ ، ٩ ، ٥) م ، هـ (٨ ، ٩ ، ٤) م ، و (١ ، ٨ ، ١) م ، ز (٣ ، ٧ ، ١١) م . فكم مترا من الحبال نحتاج .

الفصل السابع

مسائل القياس

يطلق اسم مسائل القياس على العمليات الأساسية في الهندسة الوصفية التي تعالج طرق تحديد الأطوال والزوايا والأشكال الحقيقية وفي عمليات التعامد بين المستقيمات والمستويات وقد سبق لنا ان شرحنا منها في بند (١٣) طرق تعيين الطول الحقيقي لجزء مستقيم وزاوية ميله على **مستويي الاسقاط**. وتنحصر مسائل القياس في مسألتين أساسيتين :

المسألة الأولى : اقامة الأعمدة واسقاطها .

المسألة الثانية : دوران المستويات او تطبيقها .

المسألة الأولى

بند ٣٣ ـ تمثيل العمود من نقطة على مستوى معلوم

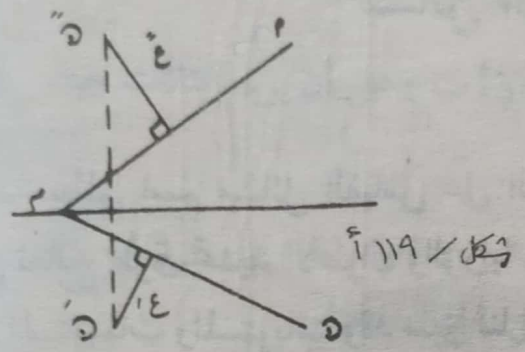
المعلوم المستوى أ م ن بأثريه او بمستقيمين فيه ونقطة ن معلومة بمسقطيها سواء كانت واقعة فيه او خارجة عنه والمطلوب تمثيل العمود الساقط من النقطة ن على المستوى المعلوم .

فاذا كان العمود على المستوى عموديا على كل مستقيم فيه فانه عمودي ايضا على أثريه الرأسي والأفقي .

وكانت الزاوية القائمة بين أي مستقيمين تسقط عموديا في زاوية قائمة اذا وازى احد اضلاعها مستوى المسقط .

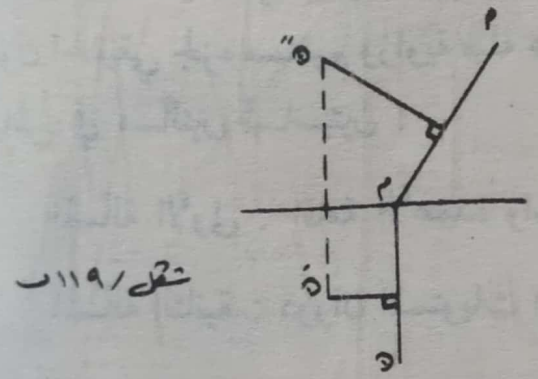
وبناء على ذلك فالمسقط الرأسي للعمود عً يكون عموديا على الأثر الرأسي للمستوى والمسقط الأفقي له عَ يكون عموديا على الأثر الأفقي للمستوى ش/ ١١٩أ، وكذلك يكون المسقط الرأسي للعمود عموديا على المسقط الرأسي لأي مستقيم وجهي وكذلك المسقط الأفقي للعمود يكون عموديا على المسقط الأفقي للمستقيم الأفقي كما في الشكل /١٩٩ حـ .

ولتمثيل العمود النازل من نقطة ن على المستوى المعلوم أ م ن وهو في وضع عام نسقط من المسقط الرأسي نً والمسقط الأفقي نَ العمودين عً ، عَ على كل من الأثر الرأسي والأفقي كما هو مبين في الشكل / ١١٩ أ .



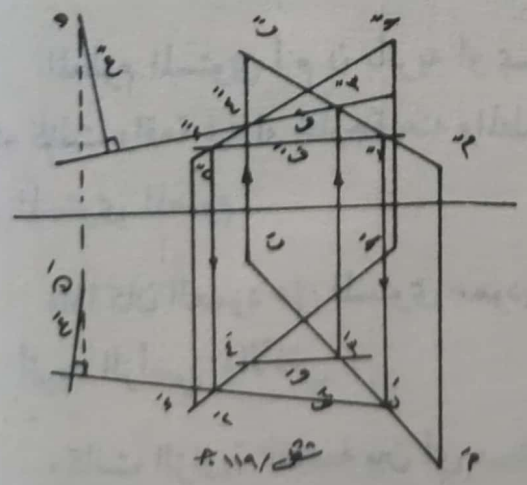
شكل/ ١١٩ أ

اما اذا كان المستوى المعلوم عمودي على الرأسي مائل على الأفقي تطبق عين القاعدة المارة الذكر بأن يسقط من المسقط الأفقي نَ ، والمسقط الرأسي نً العمودين عَ ، عً على الأثرين الأفقي والرأسي للمستوى العمودي كما هو مبين في الشكل/١١٩ ب .



شكل/١١٩ب

اما اذا كان المستوى المعلوم معيّن بمستقيمين متقاطعين أ ب ، حـ د والمطلوب اسقاط العمود من نقطة ن (خارجة عنه) على المستوى المعلوم لذا نرسم أي مستقيم افقي (ف) في مستوى الخطين ويكون مسقطه الرأسي ١ً ٢ً يوازي خط الأرض ومسقطه الأفقي ١ ٢ ومن المسقط الأفقي



شكل/١١٩ جـ

للنقطة نَ يسقط العمود عَ على امتداد المسقط الأفقي ١، ٢، كما في الشكل / ١١٩ حـ ثم نرسم أي مستقيم وجهي و في مستوى الخطين فيكون المسقط الأفقي ٣، ٤، يوازي خط الأرض ومسقطه الرأسي ٣ً ٤ً من المسقط الرأسي للنقطة نً يسقط العمود عً على امتداد المسقط الرأسي ٣ً ٤ً وبذلك نحصل على العمود ع كما هو مبين في الشكل /١١٩حـ .

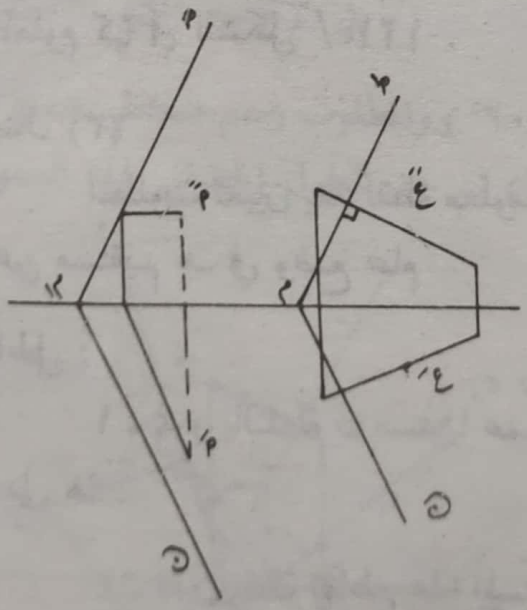
قاعدة

المستقيم العمودي على مستو يكون مسقطه الأفقي عموديا على المسقط الأفقي لجميع المستقيمات الأفقية الواقعة في ذلك المستوى ومسقطه الرأسي عموديا على المسقط الرأسي لجميع المستقيمات الوجهية الواقعة في المستوى .

مثال (١)

المعلوم مستقيم ع بمسقطيه والمطلوب تمثيل المستوى الذي يمر بنقطة اختيارية أ ويكون عموديا على المستقيم .

الحل :



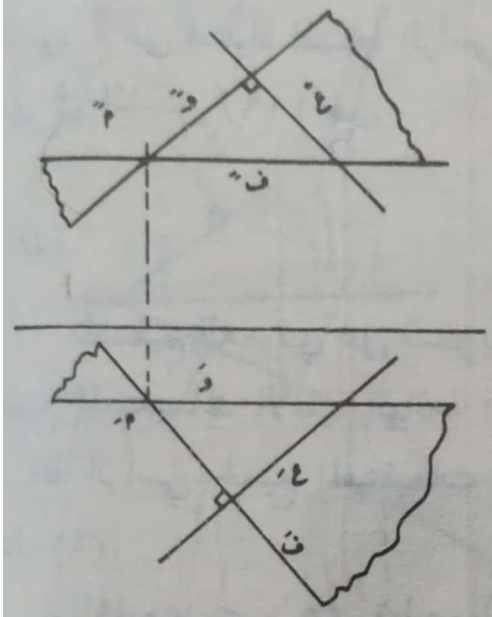
شكل / ١٢٠ أ

لايجاد المستوى العمودي على المستقيم ع يكفي ان نعين نقطة م على خط الأرض ثم نرسم الأثر الرأسي للمستوى عمودياً على عً ونرسم الأثر الأفقي عمودياً على عَ فيكون أم . من هما أثرا المستوى الاختياري عمودي على ع .

وبما ان المستوى المطلوب يجب ان يوازي المستوى الذي حصلنا عليه يمكن ان نرسم من أ مستوى يوازي المستوى الاختياري حسب بند (٣٠) كما هو مبين في الشكل / ١٢٠ أ .

اما اذا اريد تمثيل المستوى العمودي المار بالنقطة (أ) بمستقيمين فيه ، شكل /

١٢٠ ب . فانه يمكن ان نعين مستقيم أفقي (ف) في هذا المستوى اذ ان (فَ) يم
بالنقطة (أ) عموديا على (عَ) اما (فً) فيوازي خط الأرض وكذلك يمكن رس
مستقيم وجهي (و) في المستوى المطلوب اذ ان (وً) عمودي على (عً) ويمر بالنقط
أً وأن (وَ) يوازي خط الأرض .



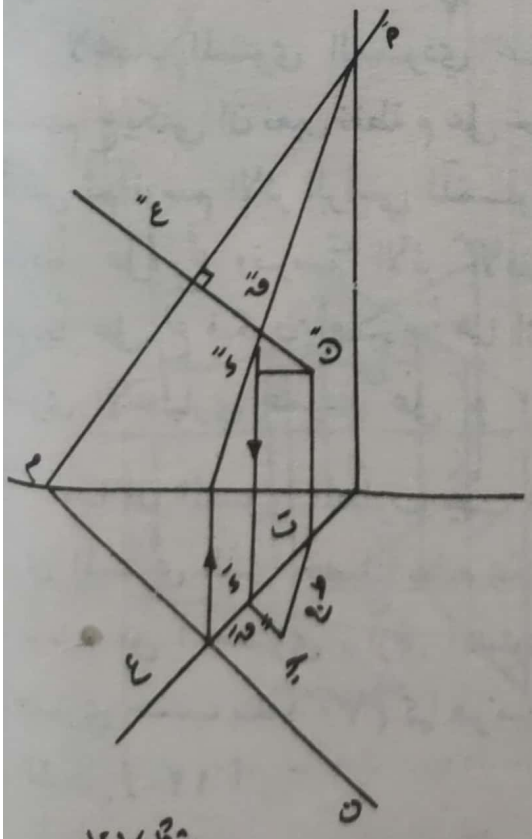
شكل/١٢٠ب

مثال (٢)

المعلوم نقطة ن بمسقطيها ومستوى في وضع عام بأثريه والمطلوب تعيين بعد النقطة ن عن هذا المستوى .

الحل :

١ ـ نسقط من ن العمود ع على المستوى المعلوم ثم نعين نقطة تقاطع ع مع المستوى حسب بند (٣١) ولتكن ق فيكون الطول الحقيقي لجزء المستقيم نَ جـ وهو البعد المطلوب عن المستوى المعلوم كما في الشكل / ١٢١ .



شكل/١٢١

مثال (٣)

المطلوب تعيين بعد نقطة معلومة ن عن مستقيم هـ في وضع عام .

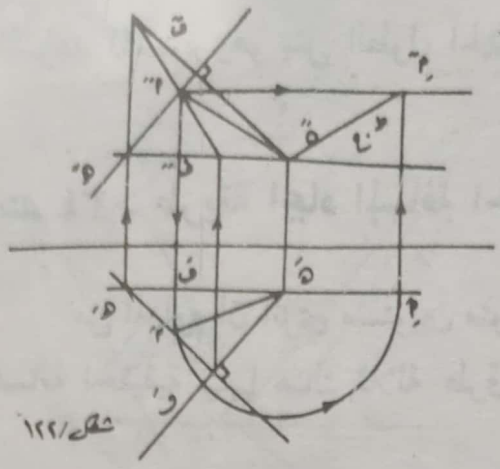
الحل :

١ ـ نمرر بالنقطة ن مستويا عموديا على هـ .

٢ ـ نعين نقطة تقاطع هذا المستوى مع المستقيم هـ ولتكن أ .

٣ ـ ونعين الطول الحقيقي ن أ فيكون هو البعد المطلوب كما هو مبين في

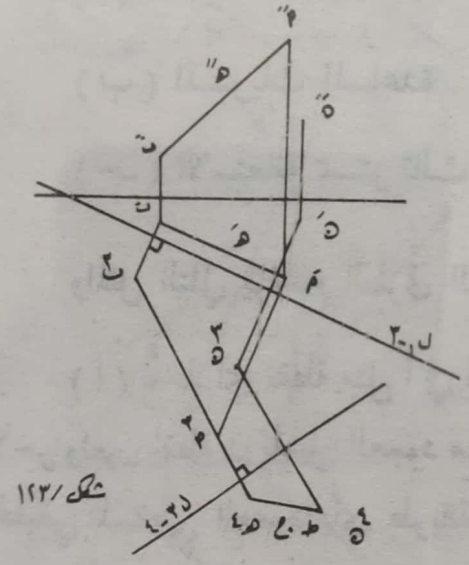
الشكل / ١٢٢ حيث مثلنا المستوى العمودي من ن بمستقيمين فيه احدهما افقي والآخر وجهي وعينا نقطة التقاطع أ حسب بند (٣١) والطول الحقيقي لجزء المستقيم (ن أ) حسب بند (١٣) .


شكل/١٢٢

ويمكن حل المسألة الآنفة الذكر باستخدام المستويات المساعدة :

١ ـ نحول المستقيم هـ بالاسقاط على المستويات المساعدة الى مستقيم عمودي على احد مستويات الاسقاط حسب بند (٢٢) .

٢ ـ بالقياس بعد النقطة عن المسقط الأخير هو ن٤ هـ٤ كما هو مبين في الشكل / ١٢٣ .


شكل/١٢٣

مثال (٤)

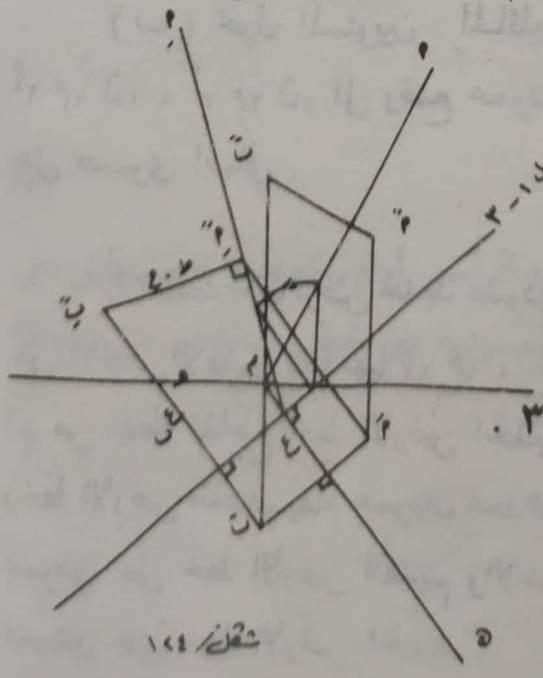
المستوى أ م ن حيث (١ ، ٥٠° ، ٦٠°) والمطلوب رسم مسقطي عمود عليه من نقطة (ب) حيث ب (١ ، ٢ ، ٣) ثم جد الطول الحقيقي لهذا العمود .

الحل :

١ ـ نحول المستوى المائل أ م ن الى مستوى عمودي مائل على الأفقي أ ع ن .

٢ ـ نجد المسقط الرأسي المساعد للنقطة بً باعتبار خط أرض جديد ل١ ـ ٣ .

٣ ـ نرسم من بً عمودا على أ ع يقابل في أً فيكون أً بً هو المسقط الرأسي


شكل/١٢٤

المساعد للعمود وهو يمثل الطول الحقيقي له كما هو مبين في الشكل/١٢٤ .

بند ٣٤ ـ طريقة ايجاد المسافة الحقيقية بين مستويين متوازيين

من المعلوم أن أثري مستويين متوازيين لا بد أن يكونا متوازيين أيضا ولايجا المسافة الحقيقية بينهما هناك ثلاثة طرق مختلفة وهي :

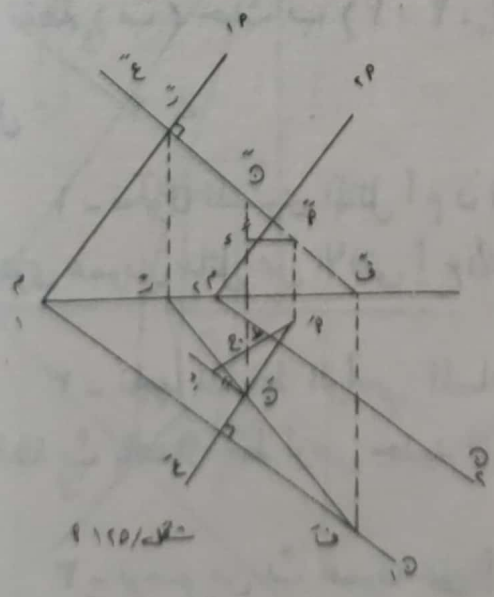
(أ) الطريقة العامة .

(ب) المستويات المساعدة .

(حـ) الاستعانة بمستو ثالث عمودي مائل على الرأسي .

والمثل التالي يوضح الطرق الثلاثة الآنفة الذكر :

(أ) نأخذ أي نقطة مثل أ في أحد المستويين ونسقط منها عمودا على المستوى الآخر ونعين نقطة ن تقابل العمود مع المستوى حسب بند (٣١) ثم نعين الطول الحقيقي لمسقطي العمود بأي طريقة كانت كما في الشكل/١٢٥أ .

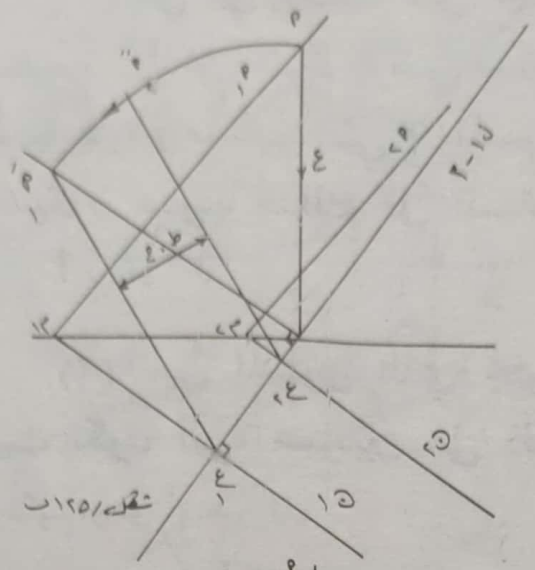


شكل/١٢٥ أ

(ب) تحول المستويين المائلين أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ الى وضع عمودي على مستوى اضافي .

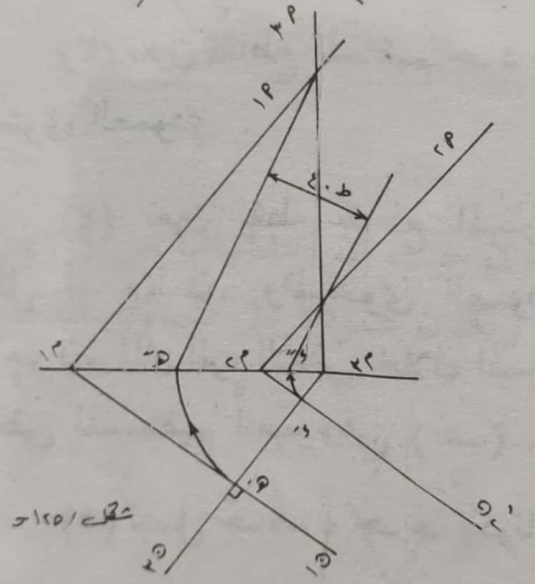
بأن نأخذ خط أرض جديد عمودي على الأثرين الافقيين يقطعهما في ع١ ، ع٢ ثم من نقطة تقاطع خط الأرض الجديد وخط الأرض القديم يقام عمودان احدهما عمودي على خط الأرض القديم والآخر عمودي على خط الأرض الجديد .

العمود المقام على خط الأرض القديم يقطع الأثر الرأسي للمستوى أ١ م١ في نقطة أ١ . ثم نرسم قوسا يقطع العمود المقام على خط الأرض الجديد في أ١ .


شكل/١٢٥ ب

نصل (ع١) (أ١) يكون هو الأثر الاضافي للمستوى الأول . ثم نرسم موازيا له من نقطة ع٢ ، يكون هو الأثر الاضافي للمستوى الثاني .

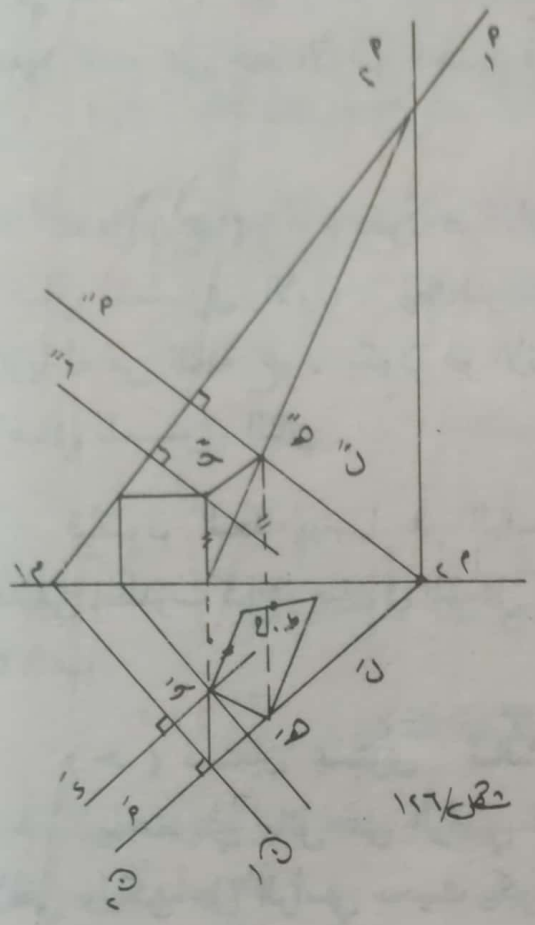
فيكون البعد بينهما هو البعد الحقيقي المطلوب كما هو مبين في الشكل / ١٢٥ ب


شكل/١٢٥ حـ

(حـ) نستعين بمستوى ثالث أ٣ م٣ ن٣ عمودي مائل على الرأسي او الأفقي وليكن على الرأسي بحيث يكون أثره الأفقي عمودياً على الأثرين الأفقيين للمستويين المتوازيين .

يقطع المستوى الثالث المستويين المتوازيين في خطين متوازيين المسافة بينهما هي البعد الحقيقي بين المستويين ولأجل ايجاد المسافة الحقيقية بين خطي التقاطع حـ د ، ب هـ يدار المستوى الثالث حول أثره الرأسي أ٣ م٣ كمحور حتى ينطبق على المستوى الرأسي للاسقاط فتكون المسافة العمودية بين خطي التقاطع هي المسافة المطلوبة كما هو مبين في الشكل / ١٢٥ حـ .

بند ٣٥ ـ طريقة ايجاد البعد الحقيقي بين مستقيمين متوازيين



شكل/١٢٦

(١) من أي نقطة على أحد المستقيمين وليكن حـ د نرسم مستويا عموديا عليه (مستقيم افقي) والمستوى هذا يكون عموديا كذلك على المستقيم الأخر أ ب .

(٢) نعين المستوى الذي يحتويه بحيث تكون أثريه عموديين على ذلك المستقيم وهو أ١ م١ ن١ .

(٣) نعين تقاطع المستقيم حـ د مع المستوى العمودي .

(٤) نعين نقطة تقاطع المستوى المائل أ١ م١ ن١ والمستوى العمودي أ٢ م٢ ن٢ المار أثره الأفقي خلال المسقط الأفقي للمستقيم أ بَ وهي (هـ) .

(٥) نصل حً هً ، حَ هَ يكونان المسقطين الرأسي والأفقي لخط التقاطع .

(٦) نجد طوله الحقيقي بأحد الطرق المارة الذكر في بند (١٣) كما هو مبين في الشكل/١٢٦ .

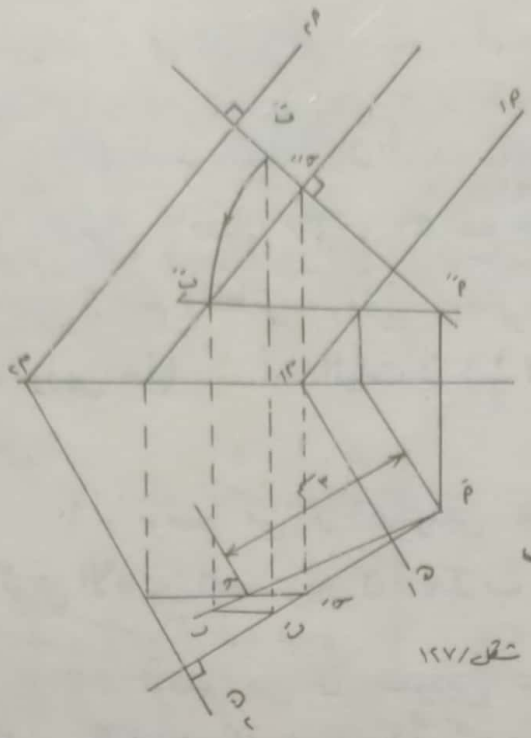
تطبيقات على بندي ٣٤ ، ٣٥ .

(١) المستوى المائل أ١ م١ ن١ يميل أثره الرأسي ٥٠° ويميل أثره الأفقي ٦٠° على خط الأرض . المطلوب رسم مستو يوازيه ويبعد عنه مسافة ٣ سم .

الحل :

أ) نختار أي نقطة مثل أ على المستوى المعلوم أ١ م١ ن١ .

ب) نعين اتجاه مسقطي العمود النازل في هذه النقطة على المستوى ونحدد عليهما أي طول أَ بَ ، أَ بً حسب بند (٣٢) .

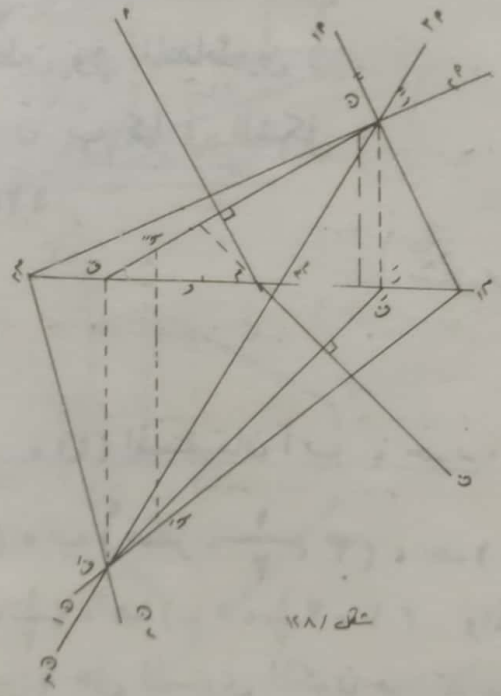

شكل/١٢٧

حـ) نعين الطول الحقيقي أَ ب ثم نقيس عليه طول البعد المعلوم أَ حـ = ٣ سم

د) نعين مسقطي نقطة حـ على أَ ب

هـ) من نقطة حـ نمرر مستوياً أ٢ م٢ ن٢ يوازي المستوى المعلوم كما في الشكل /١٢٧ .

(٢) المستوى (١ ، ـ ١ ، ٢) ونقطة ن حيث ان احداثياتها هي (٣ ، $\frac{1}{2}$ ، ٢ $\frac{1}{2}$) والمطلوب تمثيل مستو يمر بهذه النقطة ويكون عموديا على المستوى المذكور .


شكل/١٢٨

الحل :

اي مستو يحتوي على خط مستقيم عمودي على المستوى المعلوم ويمر بنقطة ن يفي بالشرط المطلوب لذلك، نرسم من نقطة ن مستقيما ن حـ عموديا على المستوى المعلوم ونعينّ أثري ذلك الخط رً رَ ، فً فَ أي مستو يمر بهذه النقطة لا بد ان يمر أثره الرأسي بالأثر الرأسي للخط المستقيم (ن حـ) ويمر أثره الأفقي بالأثر الأفقي للخط المستقيم كذلك. وعلى هذا الاعتبار يمكن ملاحظة ان جملة مستويات تمر

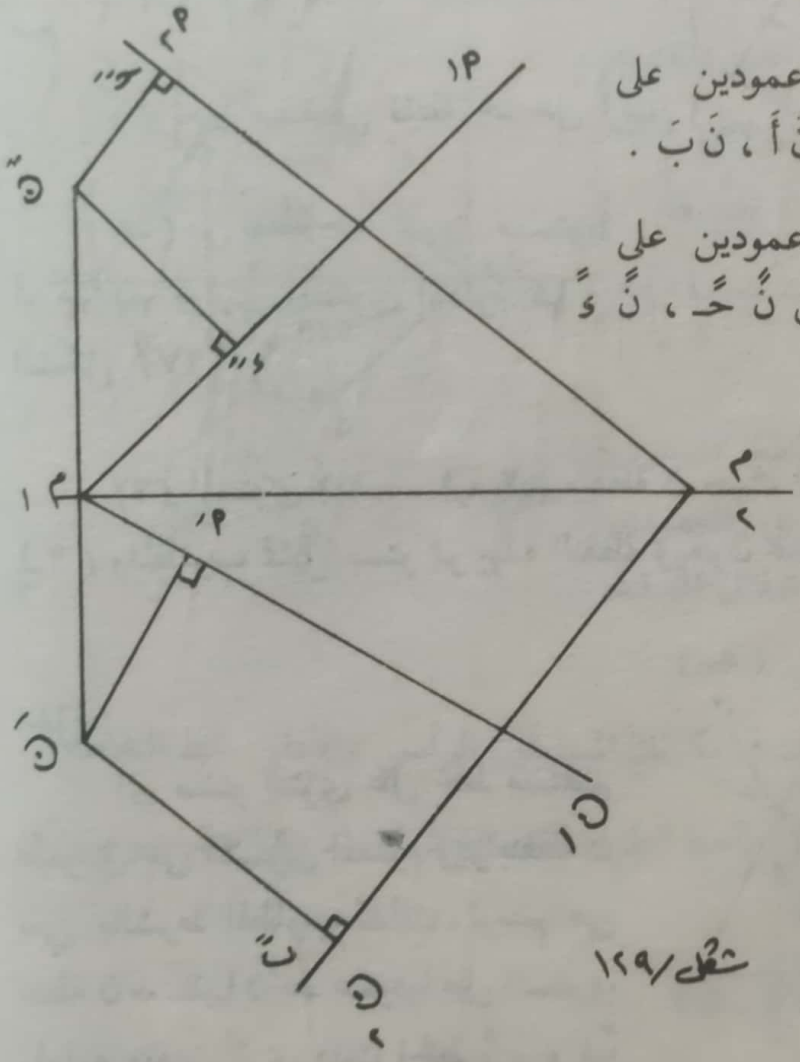
بالأثرين الرأسي والأفقي للخط المستقيم وهي كما يلاحظ في الشكل /١٢٨ المستويات أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ ، أ٣ م٣ ن٣ .

(٣) المستويان المائلان أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ يصنع الأثران الرأسيان ٤٥° ، ٤٠° والأثران الأفقيان ٣٠° ، ٥٠° مع خط الأرض على التوالي والمسافة بين م١ ، م٢ تساوي ٦ سم والمطلوب تمثيل مستو يمر بالنقطة ن ويكون عموديا على المستويين المذكورين علما بأن أحداثيات ن (٢ ١/٢ ، ٣) ويمر خط اسقاطها في نقطة م١ .

الحل :

١ ـ نرسم من نَ عمودين على الأثرين الأفقيين للمستويين نَ أَ ، نَ بَ .

٢ ـ نرسم من نً عمودين على الأثرين الرأسيين للمستويين نً حً ، نً دً



٣ ـ فيكون المستوى ممثلا المطلوب في المسقط الرأسي بالخطين المتقاطعين نً حً ، نً دً المسقط الأفقي بالخطين وفي المتقاطعين نَ أَ ، نَ بَ كما في الشكل /١٢٩ .

شكل /١٢٩

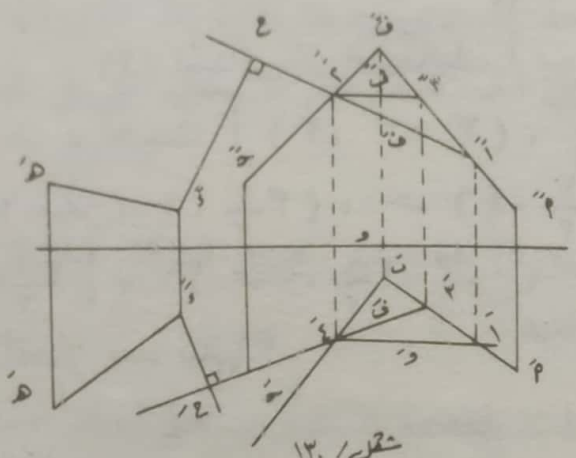
(٤) المستقيمان أ ب ، حـ ب متقاطعان في نقطة (ب) حيث أ (٢ ، ٢ ، ١/٢) ، ب (صفر ، ١/٢ ، ٣) ، حـ (ـ ٢ ، ٣ ، ١) والمستقيم د هـ حيث د (ـ ٣ ، ١ ، ١/٢) ، هـ (ـ ٥ ، ٢ ١/٢ ، ١) . والمطلوب تمثيل مستو يمر بالمستقيم د هـ ويكون عموديا على المستوى المكون من تقاطع المستقيمين المذكورين .

الحل :

١) نعين خطين أحدهما وجهي (و) والآخر أفقي (ف) في المستوى المكون من تقاطع المستقيمين أ ب ، ب حـ المذكورين .

٢) يمد المسقط الرأسي وً للمستقيم الوجهي وكذلك المسقط الأفقي فَ للمستقيم الأفقي الى جهة المستقيم د هـ .

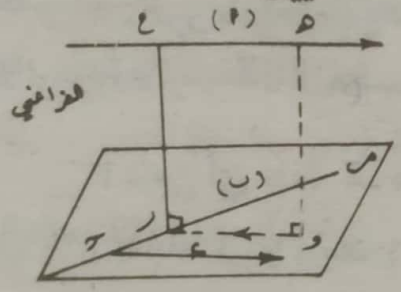
٣) من أي نقطة على المستقيم د هـ نرسم العمود (ح) على المستوى المعلوم فيكون مسقطه الرأسي دً حً عمودا على المسقط الرأسي للمستقيم الوجهي وً ومسقطه الأفقي دَ حَ عمودا على المسقط الأفقي للمستقيم الأفقي فَ كما هو مبين في الشكل / ١٣٠ والمستوى المطلوب هو (ح د هـ) .



شكل / ١٣٠

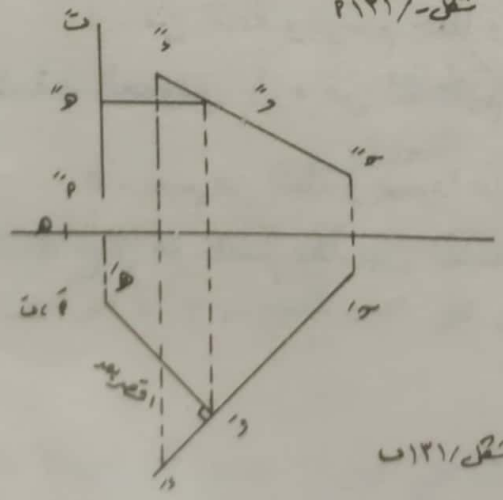
بند ٣٦ - تعيين اقصر بعد بين مستقيمين شماليين

الحل الفراغي :



شكل / ١٣١ أ

نأخذ أي نقطة على المستقيم (ب) ولتكن حـ ومنها نرسم موازيا للمستقيم (أ) فيكونان مستويا موازيا للمستقيم (أ) .

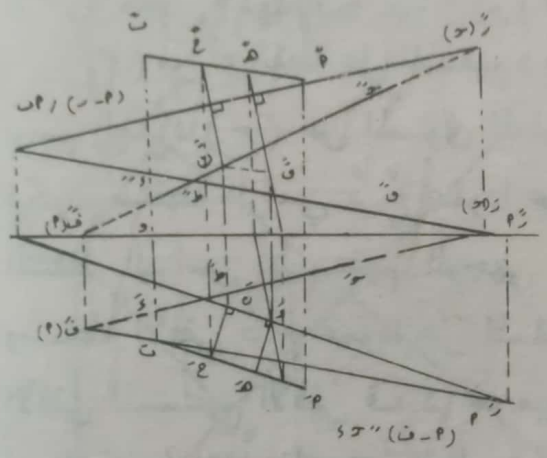


شكل / ١٣١ ب

ثم من أي نقطة على المستقيم (أ) ولتكن (هـ) نسقط عمودا على المستوى المذكور يقطعه في (و) ومنها نرسم مستقيما آخر يوازي (أ) يقطع المستقيم (ب) في (ز) ومنها نرسم عمودا على المستوى يقابل المستقيم (أ) في نقطة (ح) فيكون ح ز هو العمود المشترك المطلوب كما هو مبين في الشكل / ١٣١ .

مثال (٣)

المستقيمان الشماليان أ ب ، حـ د فيهما أ ب مستقيم رأس نهايته أ ($\frac{1}{2}$، ١، $\frac{1}{2}$) وطوله ٢$\frac{1}{2}$ ونقطة حـ ($\frac{1}{2}$٣، $\frac{1}{2}$، ١) ، د ($\frac{1}{2}$١ ، $\frac{1}{2}$٣، ٣) والمطلوب تعيين اقصر بعد بين المستقيمين .



شكل ١٣١/

الحل كما في الشكل /١٣١ ب .

(٢) المستقيمان الشماليان أ ب ، حـ د حيث أ (٣، ٣، ٣) ، ب (صفر ، ٢، ٣$\frac{1}{2}$) ، حـ (٤، $\frac{1}{2}$، ٢$\frac{1}{2}$) ، د (صفر، ١$\frac{1}{2}$، ٠,٧) جد أقصر بعد بينهما ؟

الحل :

١ ـ من أي نقطة على المستقيم حـ د نرسم ط ى يوازي أ ب .

٢ ـ نمرر بالمستقيمين حـ د ، ط ي مستويا يوازي المستقيم الآخر أ ب (يتعين الأثرين أ ـ ر ، أ ـ ف) .

٣ ـ من أي نقطة هـ على المستقيم أ ب نسقط العمود هـ و على المستوى الوارد في (٢) يقابله في و (بند ٣١ ، ٣٢)

٤ ـ من نقطة و نرسم خطا و ز / / أ ب ويقطع حـ د في ز فيكون و ز هو المسقط العمودي لجزء من المستقيم أ ب على المستوى .

٥ ـ نقيم من نقطة ز عمودا على المستوى فيقطع المستقيم أ ب في (ح) ويكون البعد ح ز هو أقصر بعد بين المستقيمين الشماليين وهو عمودي على كل منهما .

المسألة الثانية

بند ٣٧ ـ دوران المستويات او تطبيقها

تطبيق مستوى هي عملية ندير فيها هذا المستوى حول مستقيم واقع فيه حتى يأخذ وضعا يوازي أحد مستويات الاسقاط وهذا المستقيم اما ان يكون افقيا او وجهيا ويسمى عادة محور الدوران :

وفي حالة محور الدوران الأفقي يأخذ المستوى وضعا أفقيا بعد الدوران أو وضعا وجهيا في حالة الدوران الوجهي وفي الحالتين تسقط الأشكال التي في هذا المستوى بعد الدوران في اشكالها الحقيقية .

والغرض من عملية التطبيق او الدوران هذه هي تحديد الشكل الحقيقي يشكل واقعاً في هذا المستوى المعلوم مسقطيه .

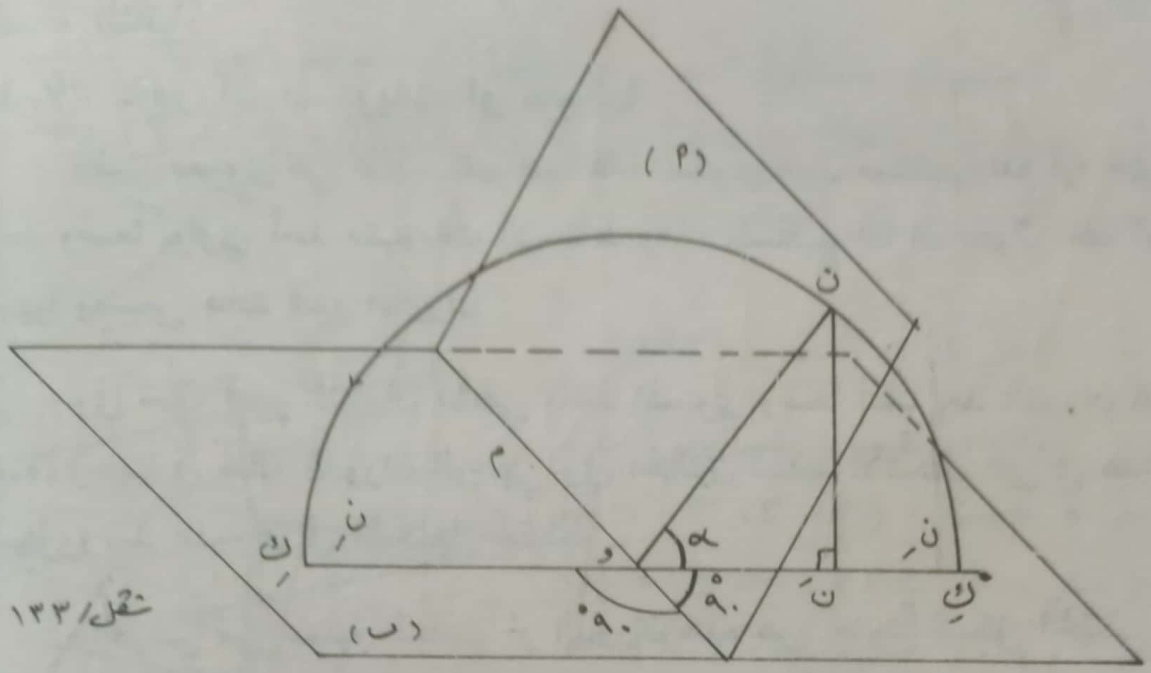
لو تصورنا دوران المستوى أ حول خط تقاطعه مع المستوى ب حتى ينطبق عليه فان كل نقطة من نقط هذا المستوى مثل ن ترسم قوسا من دائره مستواها عمودي على مستوى المسقط وعلى المستوى أ أي على خط تقاطع المستويين (محور الدوران) ومركزها و على المحور ونصف قطرها و ن حيث (نَ) هو الوضع الذي تأخذه النقطة في المستوى ب بعد عملية الانطباق واذا كان نَ هو مسقط النقطة نَ العمودي على المستوى أ فانه من المثلث (ن نَ و) القائم الزاوية في نَ نلاحظ أن :

أولاً ـ (ن و) يمثل نصف قطر دائرة الدوران يساوي وتر هذا المثلث القائم الزاوية والذي يمثل الآتي :

ن نَ = بعد النقطة ن عن مستوى الانطباق .
نَ و = بعد مسقط النقطة ن عن محور الدوران .

ثانياً ـ المثلث (ن نَ و) يقع في المستوى العمودي على المحور م المار بالنقطتين (ن نَ) وهو عبارة عن خط مستقيم عمودي على محور الدوران م كما هو مبين في الشكل/١٣٣ .

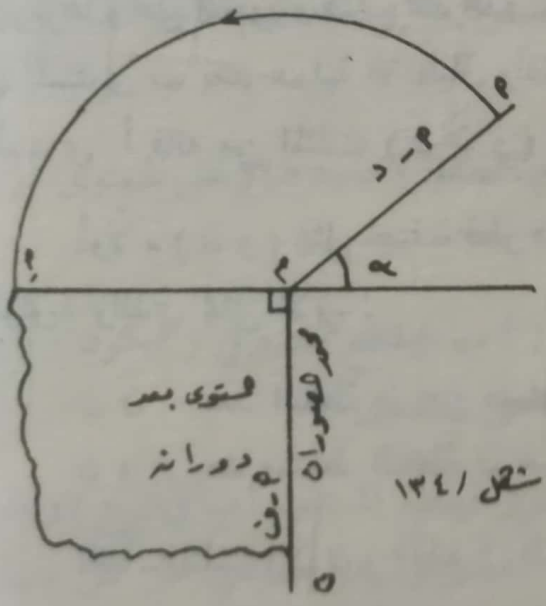
ثالثا ـ النقطة الواقعة على محور الدوران هي دوران نفسها أي أنها لا تغير وضعها أثناء عملية الانطباق .



شكل / ١٣٣

بند ٣٨ ـ دوران المستويات حول أحد أثريها وانطباقها على أحد مستويي الاسقاط

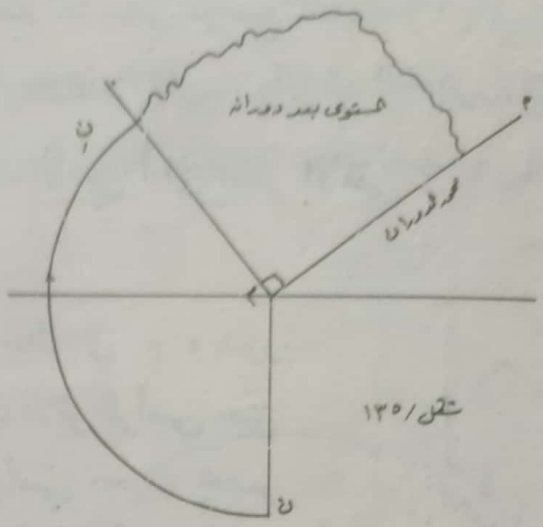
أولاً ـ دوران مستو عمودي وانطباقه على احد مستويي الاسقاط :



شكل / ١٣٤

أ ـ المستوى العمودي أ م ن يميل بزاوية على المستوى الأفقي وعمودي على المستوى الرأسي والمطلوب دورانه حول أثره الأفقي وانطباقه على المستوى الأفقي. يثبت الأثر الأفقي م ن ويدّور الأثر الرأسي أ م حتى ينطبق المستوى على المستوى الأفقي كما في الشكل / ١٣٤.

ب ـ المستوى العمودي أ م ن يراد دورانه حول أثره الرأسي أ م أي يثبت الأثر الرأسي ويدور الأثر الأفقي م ن بحيث ينطبق المستوى على المستوى الرأسي كما في الشكل / ١٣٥

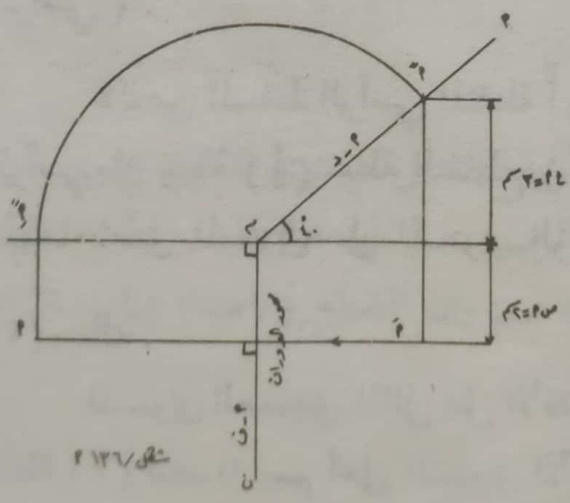


شكل/ ١٣٥

(١) مثال :

مستوى عمودي مائل على الأفقي بزاوية ٤٠° يحتوي على نقطة أ التي تبعد ٢ سم ، ٣ سم عن مستويي الاسقاط الأفقي والرأسي على التوالي . جد موضع النقطة أ عندما ينطبق المستوى على كل من مستويي الاسقاط بدورانه حول كل من أثريه .

الحل :



شكل/ ١٣٦

ان بعد النقطة أ التي تقع في المستوى العمودي ، عن المستوى الرأسي لا يتغير بدوران المستوى حول أثره الأفقي . من ملاحظة الرسم نجد :

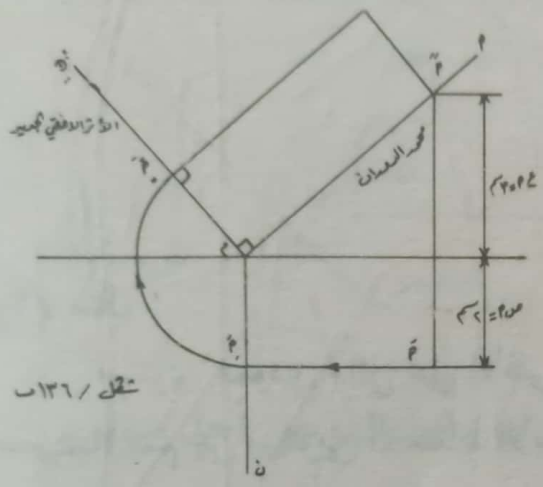
١ ـ ان المسقط الرأسي للنقطة أ يقع على الأثر الرأسي فانه يدور مع الأثر الرأسي ويأخذ الوضع $أ_1$ على خط الأرض .

٢ ـ من المسقط الرأسي الجديد $أ_1$ ينزل عمود مواز لمحور الدوران (الأثر الأفقي) .

٣ ـ من المسقط الأفقي أ يقام عمود على محور الدوران حتى يقطع العمود النازل من المسقط الرأسي الجديد $أ_1$.

٤ ـ نقطة التقاطع هذه هي موضع النقطة (أ) في المستوى العمودي عندما ينطبق المستوى على المستوى الأفقي . كما في الشكل /١٣٦ أ:

١ ـ ينقل المسقط الأفقي أ الى الأثر الأفقي .



شكل / ١٣٦ ب

٢ ـ يركز الفرجال في م ويدور المستوى العمودي حول الأثر الرأسي حتى ينطبق على المستوى الرأسي بحيث يحصر الأثر الأفقي الجديد والأثر الرأسي زاوية قائمة .

٣ ـ المسقط الأفقي الجديد أ الجديد لا يزال واقع على الأثر الأفقي الجديد نِ م .

٤ ـ من المسقط الأفقي الجديد أ يرسم مستقيم يوازي محور الدوران (الأثر الرأسي) .

٥ ـ من المسقط الرأسي للنقطة أ يقام عمود حتى يقطع المستقيم الموازي للأثر الرأسي في نقطة (أ) نقطة التقاطع (أ) هو موضع النقطة في المستوى العمودي عندما ينطبق المستوى على المسنوى الرأسي كما في الشكل/١٣٦ب .

(٢) مثال :

المستوى العمودي المائل على الأفقي بزاوية ٦٠° يحتوي المستقيم أ ب حيث أن نقطة (أ) تبعد ٢ سم أعلى المستوى الأفقي و١ $\frac{١}{٢}$ سم امام المستوى الرأسي وتبعد نقطة (ب) ٥ سم عن المستوى الأفقي و ٥ سم عن المستوى الرأسي جد وضعه وطوله الحقيقي ؟

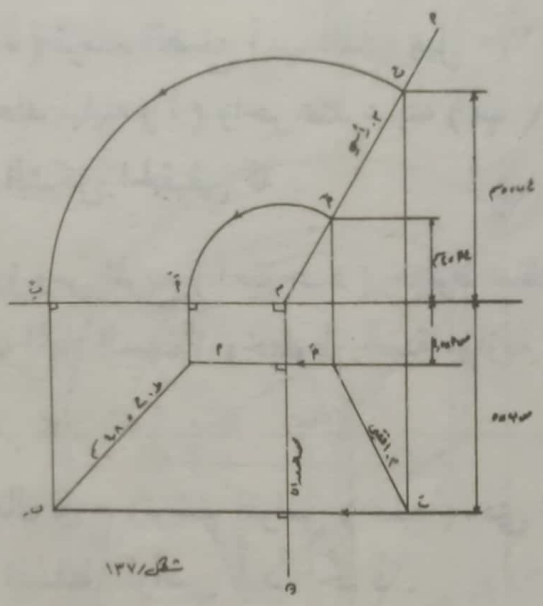
الحل :

ع = ٢ سم ، ع ب = ٥ سم

ص ا = ١ $\frac{١}{٢}$ سم ، ص ب = ٥ سم

١ ـ يعيّن كل من المسقطين الرأسي والأفقي للمستقيم (أ ب) .

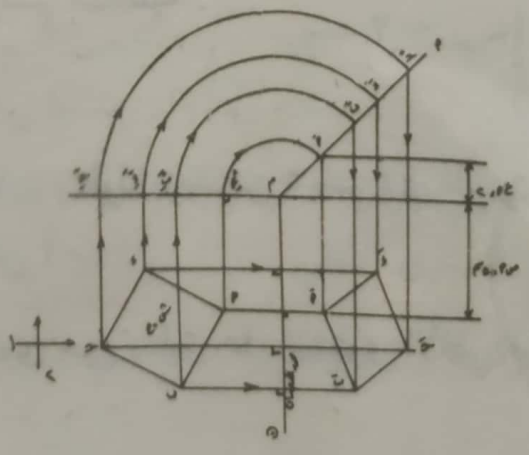
٢ ـ يدوّر المستوى العمودي حول أي من أثريه وليكن الأثر الأفقي م ن حيث ينطبق على المستوى الأفقي وعندها يظهر المستقيم الذي يحتويه بطوله الحقيقي كما هو مبين في الشكل /١٣٧.



شكل/١٣٧

مثال ٣

المستوى العمودي (أ م ن) يميل بزاوية ٤٥° على المستوى الأفقي يحتوي المربع (أ ب حـ د) الذي طول ضلعه ٤ سم أرسم مسقطيه اذا علمت ان احداثيات النقطة (أ) هي ع أ = ٢ سم ، ص أ = ٥ سم وان الضلع (أ ب) يميل ٦٠° على المستوى الرأسي .



خطوات العمل

١ ـ نعين المسقط الرأسي والأفقي للنقطة (أ) .

٢ ـ تجري عملية دوران المستوى العمودي (أ م ن) حول أثره الأفقي وانطباقه على المستوى الأفقي لتعيين الوضع الحقيقي للنقطة (أ) .

٣ ـ من نقطة (أ) نرسم الضلع أ ب الذي يميل ٦٠° على الرأسي يساوي ٤ سم ثم نقيم عمودا عند نهايته (أ) وآخر عند نهايته (ب) وذلك لرسم المربع (أ ب حـ د) وهو يمثل الشكل الحقيقي له .

٤ ـ يسقط من رؤوس المربع (أ ب حـ د) خطوط اسقاط افقية (عمودية على محور الدوران) حسب اتجاه السهم١ وخطوط رأسية موازية لمحور الدوران حسب اتجاه السهم ٢ .

٥ ـ يركز الفرجال في م وترسم أقواس (عليه) حتى تقطع الأثر الرأسي في نقط هذه النقط تمثل المسقط الرأسي أً بً حً دً .

٦ ـ بدلالة المسقط الرأس نعين المسقط الأفقي (أَ بَ حَـ دَ) كما هو مبين في الشكل /١٣٨.

مثال (٤)

مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ٥ سم وكل من ضلعيه ٦ سم يقع في مستوى عمودي مائل على الأفقي بزاوية ٥٠° واحد ضلعيه يميل بزاوية ٣٠° على المستوى الأفقي ، ارسم مسقطيه .

الحل :

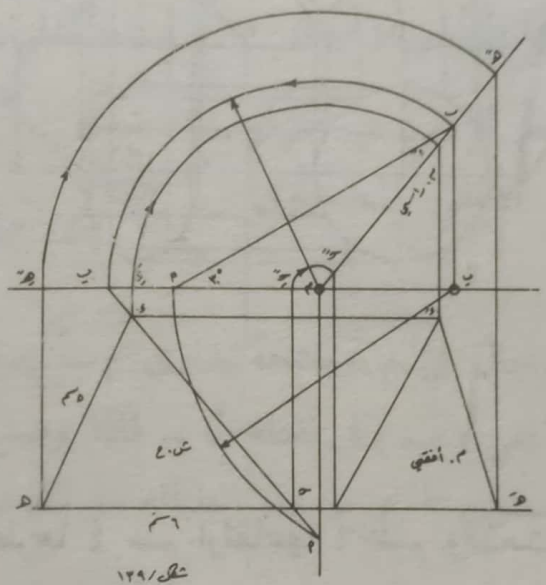
١ ـ يرسم مستقيما (طوله يزيد عن ٦ سم) في المستوى العمودي يميل ٣٠° على المستوى الأفقي وليكن أ ب .

٢ ـ يدّور المستوى حتى ينطبق على المستوى الأفقي فيأخذ المستقيم الوضع أ١ ب١ .

٣ ـ نأخذ على أ١ ب١ من أي نقطة عليه ولتكن حـ طولا يساوي ٦ سم الى نقطة د وبذا تعين الضلع حـ د .

٤ ـ نرسم المثلث المتساوي الساقين الذي اصبح احد ضلعيه حـ د فيكون المثلث هو حـ د هـ وهو يمثل الشكل الحقيقي له .

٥ ـ نعيد المستوى العمودي الى وضعه الأصلي (قبل الانطباق) ثم نجد مسقطه الرأسي حَـ دَ هَـ ومنه تعين المسقط الأفقي حَـ دَ هَـ كما هو مبين في الشكل /١٣٩ .



شكل/١٣٩

مثال (٥)

المستوى العمودي (أ م ن) يميل أثره الرأسي ٤٥° على خط الأرض يحتوي الدائرة التي قطرها ٥ سم ارسم مسقطيها اذا علمت ان احداثيات مركزها :

ع ز = $٣\frac{١}{٢}$ سم ، ص ز = ٣ سم .

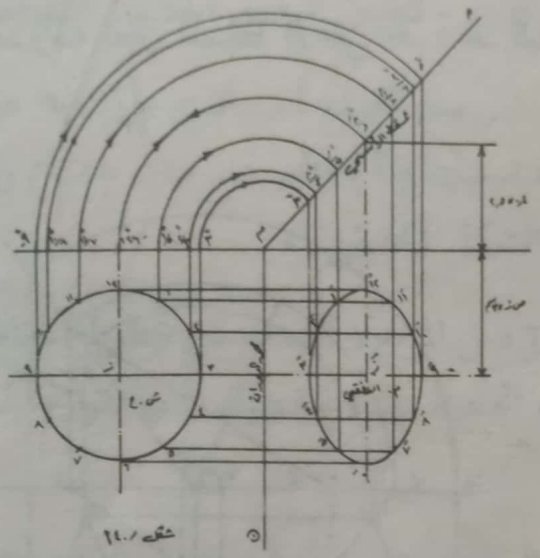
الحل :

١ ـ نجد الوضع الحقيقي لمركز الدائرة (ز) بدوران المستوى العمودي حول أثره الأفقي وانطباقه على المستوى الأفقي .

٢ ـ ترسم دائرة مركزها (ز) وقطرها = ٥ سم .

٣ ـ يقسم محيط الدائرة الى أقسام متساوية وليكن ١٢ قسما ويرمز لها بالاعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ١٢ .

٤ ـ يعاد المستوى العمودي الى وضعه الأصلي أي بنقل الأقسام المرقمة الى الأثر الرأسي وبذلك تعين المسقط الرأسي للدائرة ومنه نجد المسقط الأفقي للدائرة كما هو مبين في الشكل / ١٤٠



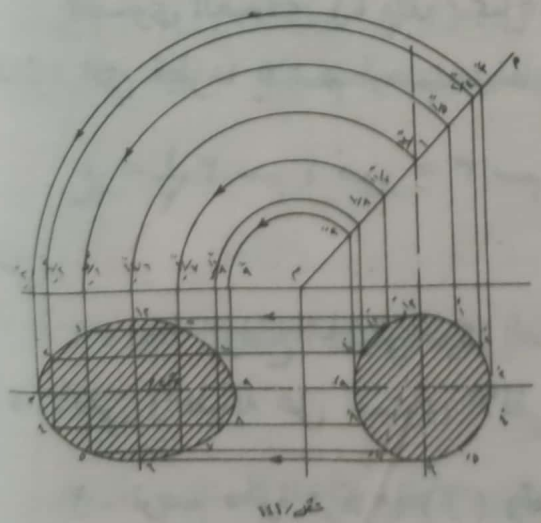
شكل / ١٤٠

مثال (٦)

اسطوانة قائمة قطرها ٤ سم ارتفاعها ٦ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها عن المستوى الرأسي $2\frac{1}{2}$ سم ، قطعت بمستوى عمودي مائل على الأفقي ٤٥° بحيث تبعد نقطة (م) عن محورها ٣ سم . جد الشكل الحقيقي للقطاع .

الحل :

كما هو في الشكل المجاور .

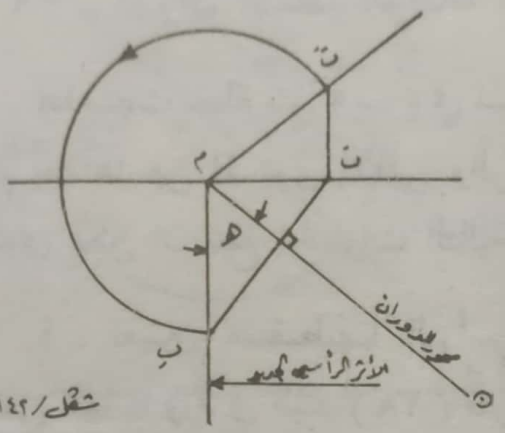


شكل / ١٤١

ثانياً ـ دوران المستوى المائل حول أحد أثريه وانطباقه على أحد مستويي الاسقاط

المعلوم مستوى بوضع عام (مائل على الأفقي والرأسي) والمطلوب دورانه حول أثره الأفقي وانطباقه على المستوى الأفقي .

يرسم أثريه الرأسي والأفقي بمعلومية زاويتي ميلها على خط الأرض ولدوران المستوى المائل أ م ن نتبع الخطوات التالية :



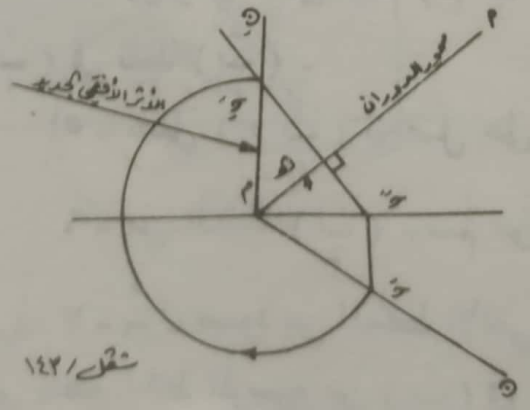
شكل/ ١٤٢

١ ـ نفرض نقطة مثل (ب) على الأثر الرأسي (أ م) فيكون مسقطها الأفقي بَ ، ومسقطها الرأسي (بً) .

٢ ـ من المسقط الأفقي بَ ينزل عمود على الأثر الأفقي للمستوى (م ن) .

٣ ـ يركز الفرجال في م وبفتحه تساوي م بً .يرسم قوس يقابل العمود النازل من المسقط الأفقي (بَ) في نقطة بِ ، فاذا وصل بِ م يكون هو الأثر الرأسي الجديد للمستوى أ م ن بعد انطباقه على المستوى الأفقي كما في الشكل /١٤٢ .

٤ ـ الزاوية المحصورة بين محور الدوران (الأثر الأفقي) والأثر الرأسي الجديد هي الزاوية الحقيقية المحصورة بين الأثرين ويرمز لها بالحرف (هـ) اما اذا اريد دوران المستوى أ م ن حول اثره الرأسي وانطباقه على المستوى الرأسي نتبع الخطوات التالية :



شكل/ ١٤٣

١ ـ نفرض نقطة مثل (حـ) على الأثر الأفقي (أ ن) فيكون مسقطها الأفقي حَـ ومسقطها الرأسي حًـ واقع على خط الأرض .

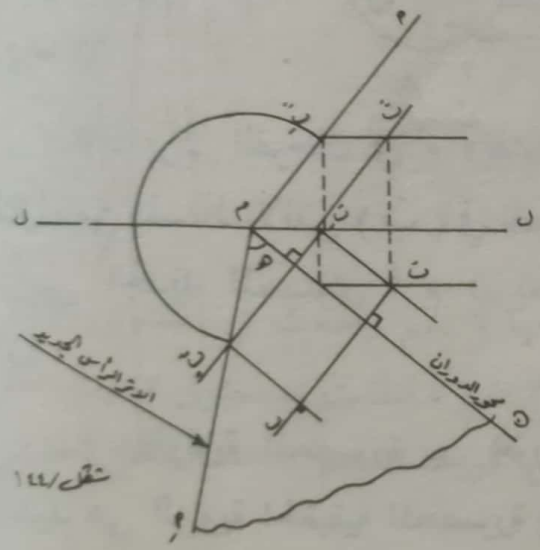
٢ ـ من المسقط الرأسي حًـ يقام

عمـود علىٰ الأثـر الرأسي ويمـد عـلى استقامته .

٣ ـ يركز في م وبفتحه تساوي م حَـ يرسم قوس يقابل العمود المقام في (جَـ) نصل م جَـ يكون هو الأثر الأفقي الجديد للمستوى (أ م ن) بعد انطباقه على المستوى الرأسي والزاوية (هـ) هي الزاوية المحصورة بين أثريه كما هو مبين في الشكل / ١٤٣ .

بند ٣٩ ـ دوران النقطة الواقعة في المستوى

اذا وقعت نقطة مثل (ب) في المستوى المائل أ م ن ولم تقع على أي من أثريه وعلم بعداها عن المستوى الأفقي والرأسي والمطلوب تحديد موقعها الحقيقي في المستوى يمكن ان تتبع الخطوات التالية :



١ ـ تعيين مسقطيها الرأسي والأفقي تبعا لما ورد في البند (٢٨) فقرة (٥) .

٢ ـ ينقل المسقط الرأسي (بٌ) الى الأثر الرأسي فيكون (بٌِ) ومسقطه الأفقي (بِ) .

٣ ـ من المسقط الأفقي (بِ) ينزل عمـود عـلى الأثـر الأفقي ويمـد عـلى استقامته .

٤ ـ يركز في م وبفتحة (م بٌ) يرسم قوس يتقاطع مع العمود النازل من (بِ) في نقطة (بٌِ) .

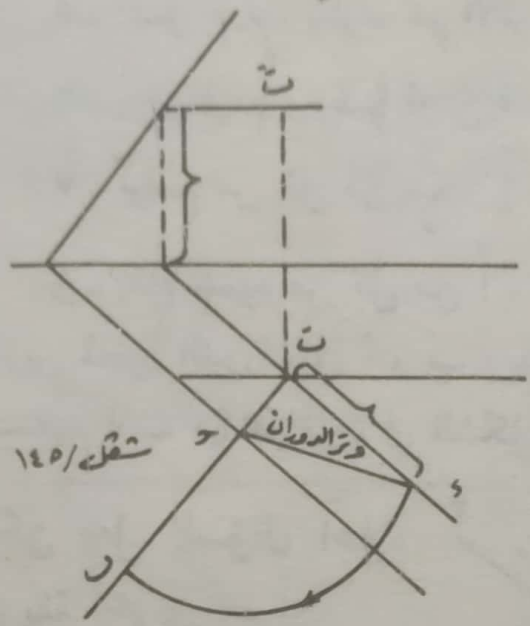
٥ ـ نصل (م بٌِ) نحصل على الأثر الرأسي الجديد .

٦ ـ من النقطة (بٌِ) يرسم مواز للأثر الأفقي (محور الدوران) .

٧ ـ ينّزل عمود من المسقط الأفقي (بِ) على الأثر الأفقي (محور الدوران) حتى يقطع الخط المرسوم من (بٌِ) في نقطة هذه النقطة هي (ب) وتمثل الوضع

الحقيقي في المستوى المائل أ م ن كما هو مبين في الشكل / ١٤٤ .

ويمكن الحصول على وتر الدوران المطلوب كما يلي: -



شكل/١٤٥

١ - نرسم من المسقط الأفقي ب عمودا بَ حـ على الأثر الأفقي م ن .

٢ - من نفس المسقط نرسم موازيا لذلك المحور ونقيس عليه البعد بَ د . يساوي بعد النقطة عن المستوى الأفقي (ع) .

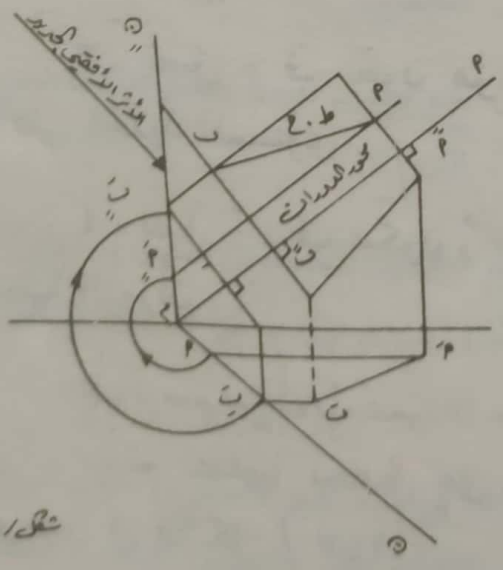
٣ - نصل د حـ يكون الوتر للدوران المطلوب .

٤ - نركز في نقطة حـ وبفتحة = هذا الوتر نرسم قوسا يقطع امتداد بَ حـ في نقطة (ب) وهو الوضع الحقيقي للنقطة بعد انطباقها على المستوى الأفقي كما في الشكل / ١٤٥ .

بند ٤٠ - دوران خط مستقيم واقع في المستوى المائل

المستوى المعلوم أ م ن يحتوي المستقيم أ ب المعلوم احداثيات نهايتيه عن مستويي الاسقاط والمطلوب تعيين وضعه وايجاد طوله الحقيقي .

الحل :



شكل/١٤٦

١ - المستوى أ م ن يدور حول أثره الرأسي وانطباقه على المستوى الرأسي .

٢ - ينقل المسقط الأفقي لكل من أَ ، بَ الى الأثر الأفقي ويكونان أِ ، بِ .

٣ - من المسقط الأفقي بِ الواقع على الأثر الأفقي (م ن) يقام عمود حتى يقطع خط الأرض ومن نقطة تقاطعه يقام عمود على الأثر الرأسي (محور الدوران) ويمد على استقامته .

٤ ـ يركز في (م) وبفتحة تساوي م بَ يرسم قوس يقطع الخط المقام على محور الدوران في نقطة بَ .

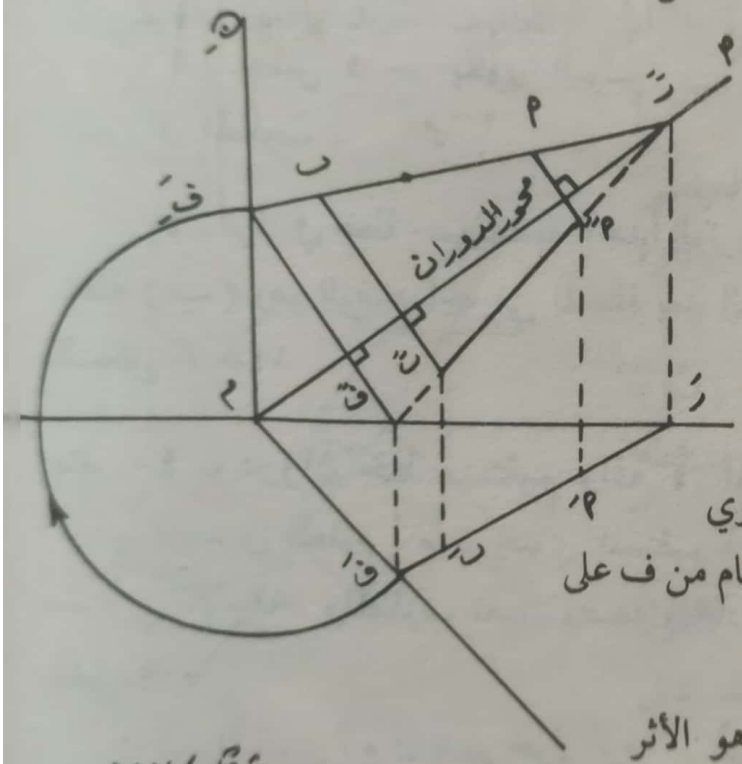
٥ ـ نصل م بَ يكون هو الأثر الأفقي الجديد .

٦ ـ يركز في م ويرسم قوس آخر يقطع الأثر الأفقي الجديد في أَ .

٧ ـ يرسم من كل من بَ . أَ مستقيم مواز لمحور الدوران .

٨ ـ يقام عمود من كل من أَ ، بَ على محور الدوران حتى يقطعا الخطين الموازين لمحور الدوران في أ ، ب وبذلك نحصل على الوضع والطول الحقيقي للمستقيم أ ب كما هو مبين في الشكل /١٤٦ .

ويمكن حل السؤال اعلاه بطريقة أخرى :



شكل/١٤٧

١ ـ نعين أثرى المستقيم (أ ب) الرأسي والأفقي وفق ما جاء في البند (٩) .

٢ ـ يركز في م وبفتحة تساوي م فَ يرسم قوس يقطع العمود المقام من ف على محور الدوران في (فَ) .

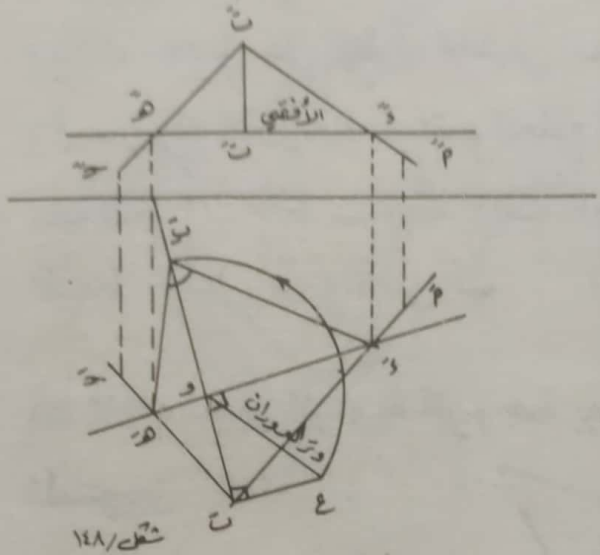
٣ ـ نصل م فَ يكون هو الأثر الأفقي الجديد للمستوى .

٤ ـ نصل رَ ، فَ فيكون رَ فَ هو اتجاه وضع الخط المستقيم (أ ب) بعد عملية الدوران .

٥ ـ يرسم من أَ، بَ عمودان على محور الدوران حتى يقطعان ذلك الاتجاه رَ فَ في أ ، ب ثم نصلهما نحصل على وضع المستقيم وطوله الحقيقي بعد الدوران كما هو مبين في الشكل / ١٤٧ .

بند ٤١ ـ دوران مستو معين بمستقيمين متقاطعين حول أحد مستقيماته الأفقية او الوجهية

المعلوم مستو بخطين أ ب ، ب حـ متقاطعين في (ب) والمطلوب تعيين الزاوية الحقيقية بين المستقيمين المذكورين في الشكل / ١٤٨ .



شكل/١٤٨

لتعيين الزاوية الحقيقية بين أ ب ، ب حـ ندير مستوى المستقيمين حول مستقيم أفقي أو وجهي واقع فيه حتى يأخذ المستوى وضعا أفقيا أو وجهيا فتسقط الزاوية بين المستقيمين في هذا الوضع على المستوى الأفقي أو الرأسي في شكلها الحقيقي. نختار المستقيم الأفقي د هـ في مستوى الخطين المتقاطعين فيكون هو محور الدوران ونرسم المسقطين له دَ هَـ ، دً هً للحصول على وتر الدوران و ع وذلك بأن نرسم عمودا من (بَ) على دَ هَـ ويمد على استقامته ومن (بَ) يقام عمود يقاس البعد بَ ع = بً لً .

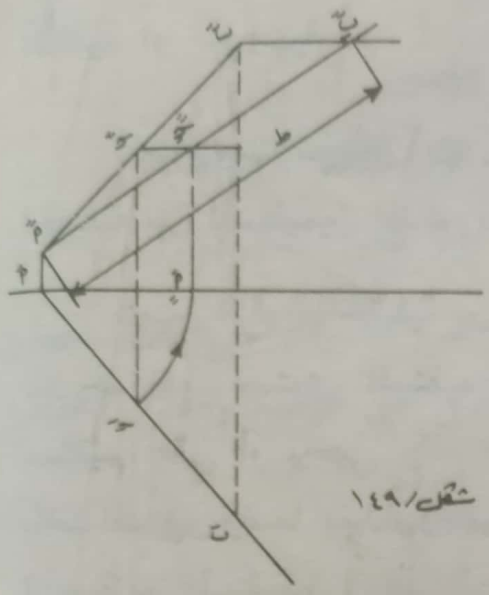
ثم نصل ع و يكون هو وتر الدوران المطلوب .

يركز في و وبفتحة تساوي وتر الدوران ع و يرسم قوسا يقطع امتداد بَ و في (بِ) وهو وضع النقطة (بُ) بعد عملية الدوران .

نصل دَ بِ ، بَ هَـ فيكون هو الوضع الجديد للمستوى المعين بالخطين وان الزاوية دَ بِ هَـ هي الزاوية الحقيقية بين الخطين أ ب ، ب حـ كما هو مبين في الشكل اعلاه .

وبالامكان حل هذه المسألة بطريقة اخرى بأن ندير المستوى حول مستقيم وجهي فيه حتى يأخذ وضعا وجهيا فتسقط الزاوية على المستوى الرأسي بشكلها الحقيقي .

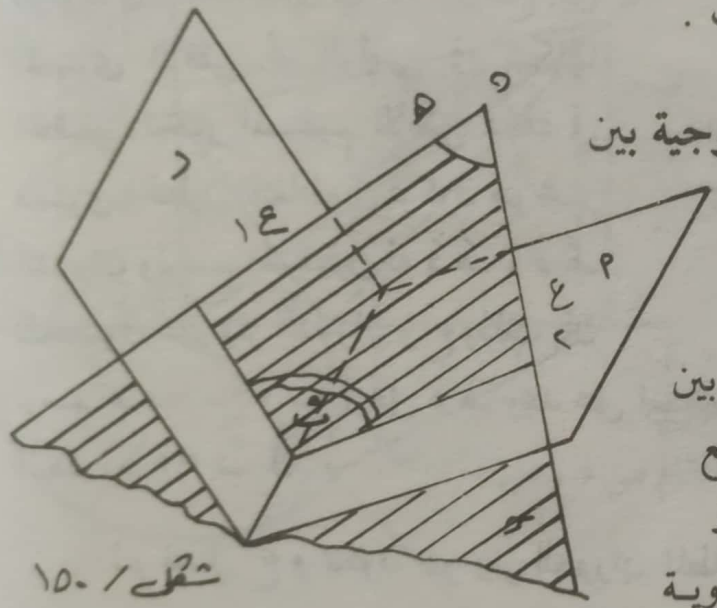
بند ٤٢ ـ تعيين طول معين على مستقيم معلوم


شكل / ١٤٩

المعلوم مستقيم في وضع عام
والمطلوب تحديد البعد أ ب = ط سم عليه .

نختار اي نقطة على المستقيم مثل (حـ) شكل / ١٤٩ . ثم نعين الطول الحقيقي للمستقيم أ حـ (بطريقة الدوران) وبذلك نحصل على الطول الحقيقي للمستقيم (أ حـ) وقد تعين اتجاه المستقيم المعلوم ثم نأخذ عليه البعد أَبً = ط سم وبعد ذلك نعين المسقط الرأسي بً والأفقي بَ .

بند ٤٣ ـ تعيين الزاوية الزوجية بين المستويين


شكل / ١٥٠

الزاوية الزوجية بين مستويين هي الزاوية المحصورة بين خطي تقاطع هذين المستويين مع مستوى عمودي آخر على خط تقاطعهما وهي تكمل الزاوية المحصورة بين العمودين ع١ ، ع٢ على هذين المستويين، من نقطة اختيارية في الفراغ نأخذ نقطة مثل ن ونسقط منها العمودين ع١ ، ع٢ على المستويين مثل أ ، ب يكونا المستوى العمودي (حـ) ثم نعين الزاوية هـ الحقيقية بين ع١ ، ع٢ فتكون الزاوية المطلوبة هي كما في الشكل / ١٥٠ .

ق ى = (١٨٠ ـ هـ)

مثال (١)

جد الزاوية بين المستويين المائلين أ١ م١ ن١ ، أ٢ م٢ ن٢ حيث ان الأثرين الرأسي والأفقي للمستوى الأول يصنعان ٣٠° ، ٥٥° مع خط الأرض والأثرين

الرأسي والأفقي للمستوى الثاني يصنعان ٦٠°، ٤٥° والمسافة بين م١، م٢ تساوي ٦ سم .

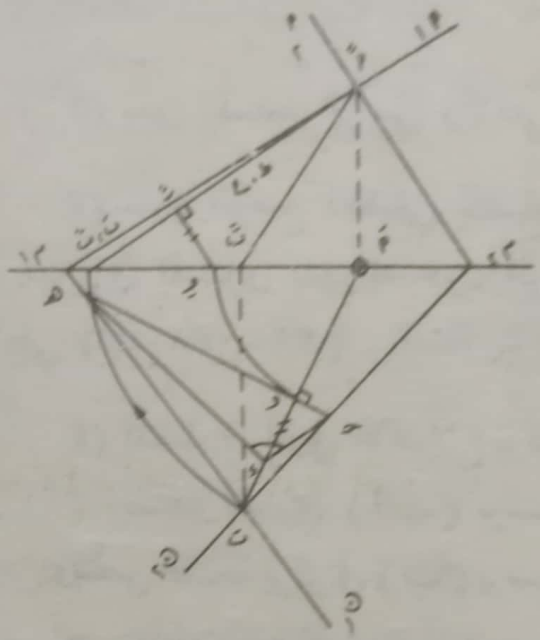
الحل :

١ ـ يعين المسقط الرأسي والأفقي لخط التقاطع بين المستويين وهما أ بَّ أ بَ .

٢ ـ يعين الطول الحقيقي لخط التقاطع وهو أ بَّ .

٣ ـ من أي نقطة مثل و على المسقط الأفقي (أ بَ) يرسم مستقيم عمودي عليه يقطع الأثرين الأفقين في حـ ، هـ .

٤ ـ يركز في أ وبفتحة تساوي أ و ويرسم قوسا يقطع خط الأرض في وِ .



شكل / ١٥١

٥ ـ من نقطة وِ يقام عمود على الطول الحقيقي أ بَّ يقطعه في ز .

٦ ـ يعين البعد و عـ بحيث يساوي وِ ز كما هو مؤشر بالعلامة (/ /) .

٧ ـ توصل النقطة د بالنقطتين حـ ، هـ فيحصل على المثلث هـ د حـ زاوية رأسه (د) تساوي الزاوية المحصورة بين المستويين وبالقياس تساوي (١٠٢°) كما هو مبين في الشكل / ١٥١ .

مثال (٢)

المستوى المائل (أ م ن) يميل أثره الرأسي ٤٥° ويميل أثره الأفقي ٦٠° على خط الأرض يحتوي المثلث المتساوي الاضلاع (أ ب حـ) الذي طول ضلعه (٤) سم ارسم مسقطيه اذا علمت أن الضلع (أ ب) يوازي المستوى الأفقي ويبعد عنه ٢ سم وان النقطة (أ) تبعد ٣ سم عن المستوى الرأسي ؟ .

الحل :

١) ـ أ ب / / المستوى الأفقي فهو يوازي الأثر الأفقي ايضا

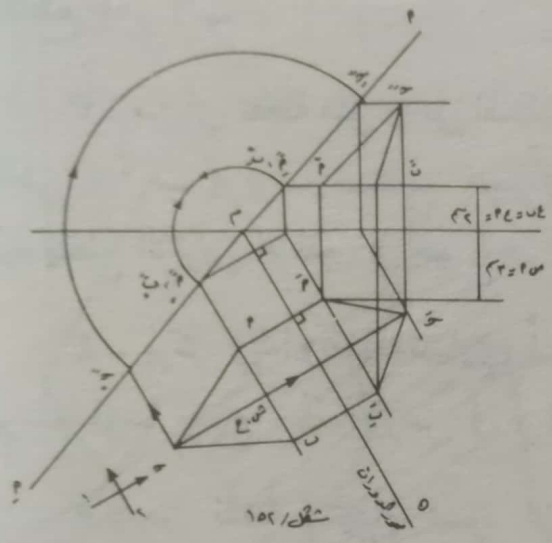
∴ بعد النقطة أ ، ب = ٢ سم .

ع١ = ٢ سم ، عَ ب = ٢ سم

ص١ = ٣ سم ، ص ب = ؟

٢) يعين المسقط الرأسي والأفقي للضلع أ ب (بند ٢٨ ـ ٢)

٣) نعين الوضع الحقيقي للضلع (أ ب) في المستوى بدورانه حول أثره الأفقي (بند ٣٨ ، ٣٩) .



٤) المثلث متساوي الاضلاع يركز في (أ) وبفتحة تساوي (أ ب) يرسم قوس وبنفس الفتحة يركز في (ب) يرسم قوس آخر يتقاطع القوسان في نقطة (حـ) وبذلك نحصل على الشكل الحقيقي للمثلث (أ ب حـ) .

٥) لرسم المسقطين الرأسي والأفقي يعاد المستوى الى وضعه السابق وبذلك بأن يرسم من نقطة (حـ) خطان احدهما مواز للأثر الأفقي (محور الدوران) يقطع الأثر الجديد في (جَـ) والآخر عمودي عليه ويتجاوزه .

٦) يركز في (م) وبفتحة تساوي (م جَـ) يرسم قوس يقطع الأثر الرأسي القديم (أ م) في (جِـ) .

٧) من نقطة (جَـ) يرسم خط يوازي خط الأرض وآخر عمودي عليه يقطعه في (جِـ) .

٨) من (جَـ) يرسم خط يوازي الأثر الأفقي لقطع المستقيم الوارد من نقطة (حـ) يقطعه في (حَـ) وهو يمثل المسقط الأفقي ومنه يقام عمود لرسم المسقط

الرأسي (حَـ) وبذلك نحصل على المسقطين كما هو مبين في الشكل / ١٥٢ .

مثال (٣)

المعلوم المستوى المائل أ م ن يصنع كل من أثريه الأفقي والرأسي ٤٥° مع خط الأرض والمطلوب رسم الشكل السداسي المنتظم الواقع في ذلك المستوى مع العلم بأن احداثيات مركزه م هي عم = ٢ سم ، صم = ٢ $\frac{1}{2}$ سم وان طول ضلعه يساوي ٢ سم وان احد اضلاع الشكل يوازي المستوى الرأسي ؟ .

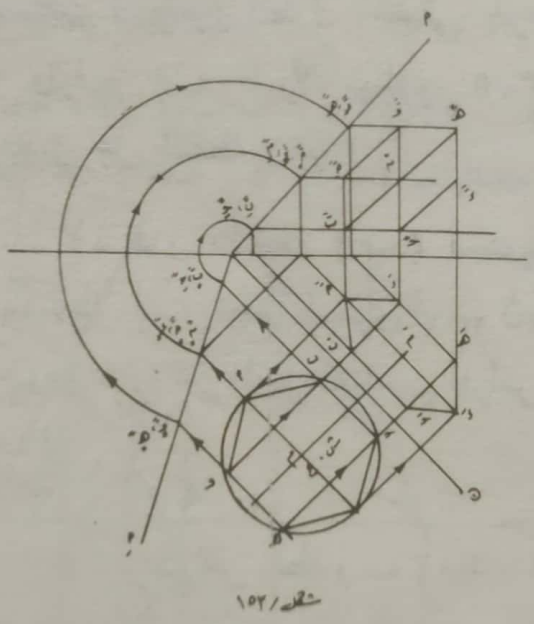
الحل :

خطوات الحل .

١ ـ يعين المسقط الرأسي والأفقي لمركز الشكل السداسي مٌ ، مَ .

٢ ـ طول ضلع الشكل السداسي = ٢ سم .

∴ قطره = ٤ سم .



شكل / ١٥٢

٣ ـ يرسم من (مَ) مستقيم يوازي الأثر الأفقي ثم يحدد عليه البعد ٤ سم (يمثل قطر دائرة الشكل السداسي) ثم يرسم مسقطه الرأسي وهو يوازي خط الأرض .

٤ ـ يدّور المستوى حول أثره الأفقي لايجاد الوضع الحقيقي للقطر المذكور .

٥ ـ ترسم دائرة قطرها ٤ سم ومركزها (م) وبنصف قطرها يقسم محيطها الى (٦) أقسام ابتداء من نقطة (أ) وهكذا حتى نحصل على النقاط أ ، ب ، حـ ، د ، هـ ، و ثم يوصل بينها فنحصل على الشكل الحقيقي للسداسي .

٦ ـ نعيد المستوى الى سابق وضعه كما تقدم في المثال الثاني السابق وبذلك نحصل على المسقط الرأسي أ بٌ حٌ دٌ هٌ وٌ والمسقط الأفقي أ بَ حَـ دَ هَـ وَ ويلاحظ

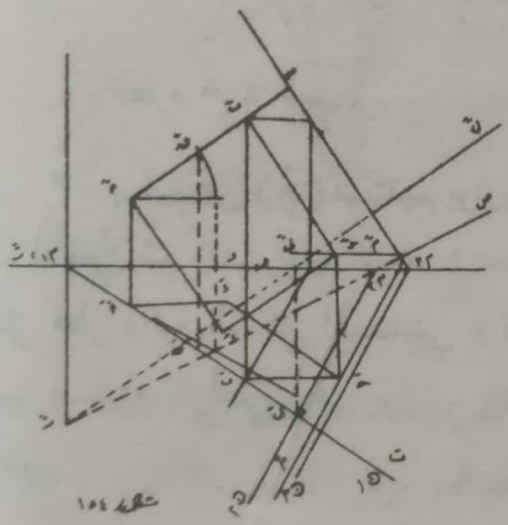
ان كل ضلعين متقابلين متوازيين متساويين كما في الشكل / ١٥٣ .

مثال (٤)

عيّن مسقطي المربع أ ب حـ د الذي طول ضلعه ٣,٥ سم ورأسه أ (- ٢,٥ ، ؟ ، ١,٥) اذا كان الضلع أ ب يقع في المستوي أ١ م١ ن١ (- ٤ ، ٢,٥ ، ∞) والضلع حـ د يقع في المستوى أ٢ م٢ ن٢ (٣ ، ؟ ، - ١,٥) علما بأن الأثرين الأفقيين للمستويين متعامدان .

الحل :

١ - نعين خط تقاطع المستويين بتحديد مسقطيه الرأسي والأفقي لً ، لَ (حيث المسقط الأفقي له لَ ينطبق على الأثر الأفقي للمستوى أ١ م١ ن١) فيكون هو اتجاه الضلعين أ ب ، حـ د .



٢ - نرسم من (أ) موازيا للمستقيم ل ونعين الطول الحقيقي لجزء منه ونوقع عليه طولا يساوي ٣,٥ فنحصل على النقطة (ب) .

٣ - نمرر بالنقطة (ب) مستويا عموديا على أ ب يقطع المستوى أ٢ م٢ ن٢ في م وهو عبارة عن المحل الهندسي للرأس (حـ) .

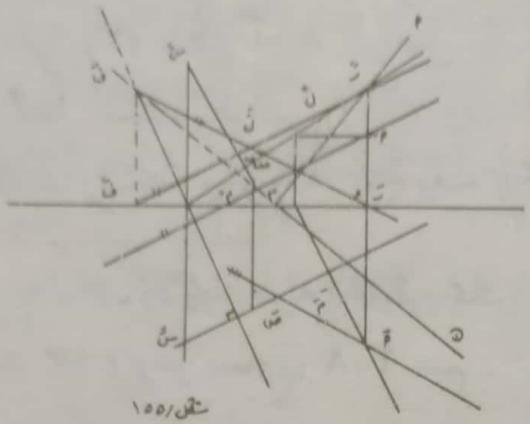
٤ - نرسم من نقطة (ب) موازيا للأثر الرأسي للمستوى المار ذكره في الفقرة (٣) لتعيين النقطة (حـ) والتي تقع على المستقيم م .

٥ - نكمل مسقطي المربع برسم موازيات من أ ، حـ للأضلاع المقابلة . كما في الشكل / ١٥٤ .

مثال (٥)

المستوى أ م ن (- ٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، $٢\frac{١}{٢}$) يحتوي النقطة أ (صفر ، ٣ ، $١\frac{١}{٢}$)

والمستقيم س ص خارج عنه حيث ان س (- ٤، ٣، ٣) ، ص (- ٢ ١/٢ ، ٣، ٢، ١/٢) والمطلوب تعيين مستقيم م يمر بالنقطة أ ويكون عموديا على المستقيم س ص وموازيا للمستوى المعلوم .



شكل/١٥٥

الحل :

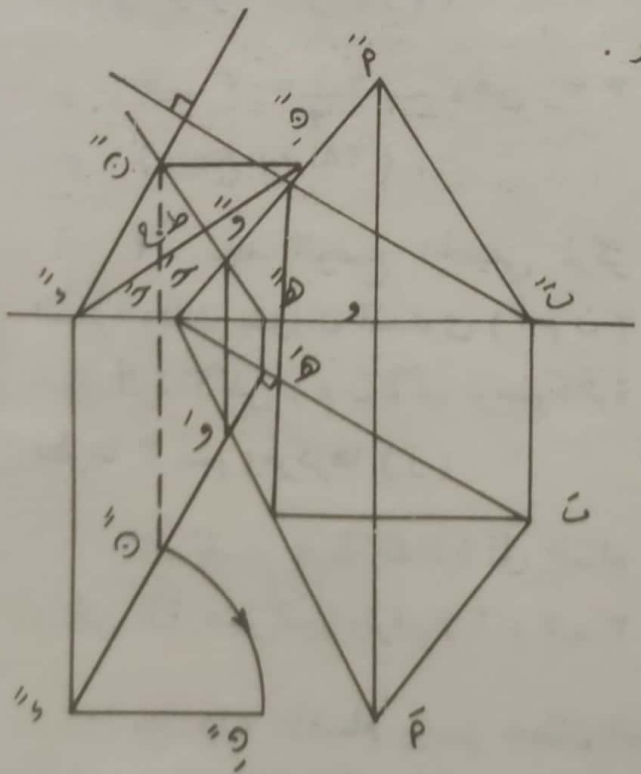
١ - نمرر بالنقطة أ مستويا عموديا على المستقيم س ص الذي يقطع المستوى المعلوم في خط التقاطع بين المستويين ل .

٢ - نعين مسقطي خط التقاطع لً ، لَ .

٣ - نرسم من (أً) مستقيما يوازي المسقط الرأسي لخط التقاطع لً و (أَ) يوازي المسقط الأفقي لَ فيكون هو المستقيم م المعلوم . كما في الشكل / ١٥٥ .

مثال (٦)

المثلث (أ ب حـ) حيث ان أ (صفر ، ٤ ، ٢ ١/٢) ، ب (١ ١/٢ ، ٢ ، صفر) حـ (- ٢ ، صفر، صفر) ونقطة (د) احداثياتها (- ٣، ٤، صفر) جد البعد الحقيقي للنقطة عن سطح المثلث المذكور .



شكل/١٥٦

الحل :

١ - من ملاحظة الشكل رقم / ١٥٦ نجد أن المسقط الأفقي (بَ حَ) يمثل الطول الحقيقي للضلع (ب حـ) .

٢ - يقام عمود من المسقط الأفقي (دَ) للنقطة (د) على المسقط الأفقي للضلع (ب حـ) يقطعه في هَـ ويقطع الضلع (أ حـ) في (وَ) ومسقطيهما الرأسيين هًـ ، وً .

٣ ـ من بَّ يرسم خط موازي للمسقط الأفقي (بَ حَـ) .

٤ ـ من المسقط الرأسي (دً) للنقطة (د) يقام عمود على الخط الوارد في الفقرة (٣) يقطع الخط الواصل بين (هَـ) و (وً) في نقطة (ن) فتكون هذه النقطة المسقط الرأسي (نً) وبذلك تعيين المسقط الرأسي للبعد بين سطح المثلث والنقطة وهو (دً نً) ومنه يمكن ايجاد المسقط الأفقي لهُ وهو (دَ نَ).

٥ ـ ولايجاد طوله الحقيقي يمكن الحصول عليه باحدى الطرق السابقة (راجع بند ١٣) وهو يساوي ٢,٨ سم .

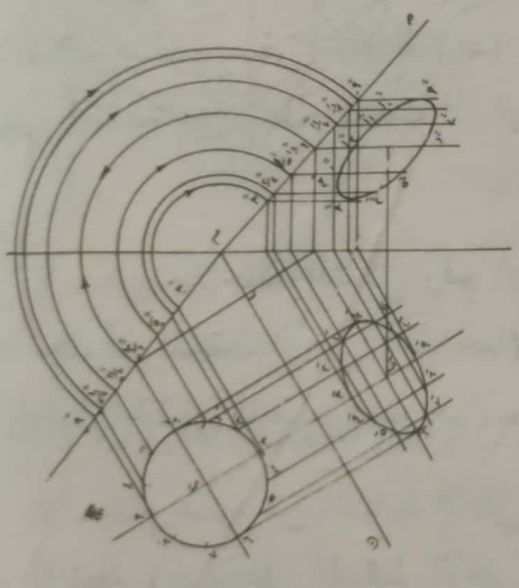
مثال (٧)

المستوى المائل (أ م ن) يميل أثره الرأسي ٤٥° ويميل أثره الأفقي ٦٠° على خط الأرض يحتوي الدائرة التي قطرها ٣ سم ارسم مسقطيها اذا علمت ان مركزها ز (٣، ٢$\frac{١}{٢}$) سم ؟

الحل :

١ ـ نعين المسقطين الرأسي والأفقي لمركز الدائرة (ز) .

حيث ع ز = ٢$\frac{١}{٢}$ سم ، ص ز = ٣ سم . (راجع بند ٢٨) .



شكل/١٥٧

٢ ـ نجد الوضع الحقيقي لمركز الدائرة وذلك بدوران المستوى (أ م ن) حول أثره الأفقي (م ن) ثم نرسم دائرة قطرها ٣ سم ومركزها (ز) .

٣ ـ يقسم محيط الدائرة الى أقسام ولتكن اثنا عشر قسما وترقم (١ ، ٢، ٣ . . . ١٢) .

من هذه الأقسام يرسم خطان احدهما مواز لمحور الدوران (يقطع الأثر الرأسي الجديد) والآخر عمودي عليه .

٤ ـ تجري عملية اعادة المستوى الى وضعه السابق بحيث تقطع أقواس الدوائر الأثر الرأسي (القديم) في ٩ً ، ٨ِ / ١٠ً . ٧ِ / ١١ً . . . . . ٣ً) .

٥ ـ من هذه المساقط الرأسية يرسم خطان احدهما مواز لخط الأرض والآخر عمودي عليه يقطعه الأخير في نقط من هذه النقط ترسم خطوط موازية للأثر الأفقي . بحيث يقطع كل منها العمود الوارد في الشكل الحقيقي (والذي يحمل رقمه) . فبذلك يتعين المسقط الأفقي (١َ ، ٢َ . . . . . ١٢َ) وهو يمثل قطع ناقص ومن المسقط الأفقي نجد المسقط الرأسي (١ً ، ٢ً . . . . . ١٢ً) كما هو مبين في الشكل / ١٥٧ .

تمارين عن الفصل السابع
مسائل القياس

١ ـ عيّن الأثر الرأسي لمستوى (أ م ن) اذا علمت ان الأثر الأفقي يميل ٤٥° على خط الأرض وأن الزاوية الحقيقية بين الأثرين ٦٠° .

٢ ـ المستوى (٤ ، ٤ ، ٣) ونقطة (ن) خارجة عنه حيث ن (٥ ، ٤ ، ٥) جد مسقطي العمود النازل على المستوى منها وايجاد الطول الحقيقي له .

٣ ـ المعلوم من مستقيمين متقاطعين مسقطاهما الأفقيان وأثرهما الأفقيان والقيمة الحقيقية للزاوية المحصورة بينهما والمطلوب تعيين مسقطيهما الرأسيين .

٤ ـ المستوى (ـ ٣ ، ٣ ، ٤) ونقطة ر ن) التي احداثياتها (٢ ، $\frac{1}{2}$ ١ ، ٢) جد بعدها عن المستوى المذكور .

٥ ـ المعلوم مستقيم (أ ب) ونقطة (ن) والمطلوب رسم المستوى المار بالنقطة (ن) وعمودي على المستقيم اذا علمت ان :

أ) ـ أ (ـ ٤ ، صفر ، صفر) ، ب (صفر ، ٥ ، ٣) ، ن (٢ ، ٢ ، ٥)
ب) ـ أ (ـ ١ ، ٧ ، ٦) ، ب (٥ ، ١ ، ـ ١) ، ن (صفر ، ٢ ، ٢) .

٦ ـ المثلث (أ ب حـ) حيث أن أ (١ ، ١ ، ٢) ، ب (صفر ، ٤ ، ٥) ، حـ (٦ ، ١ ، صفر) ونقطة (ن) خارجة عن سطحه احداثياتها (٣ ، ٥ ، ٤) المطلوب تعيين الطول الحقيقي والمسقطين للعمود النازل منها على سطح المثلث .

٧ ـ المطلوب تعيين بعد النقطة (ن) (٢ ، $\frac{1}{2}$ ١ ، ٢) عن المستقيم (أ ب) حيث أ (٤ ، ١ ، ١) ، ب (صفر ، ٣ ، ٥) .

٨ ـ (أ) عيّن أقصر بعد بين المستويين المتوازيين أ$_١$ م$_١$ ن$_١$ (ـ ٣ ، ٣ ، $\frac{1}{2}$ ٢) وأ$_٢$ م$_٢$ ن$_٢$ (١ ، ؟ ، ؟) .

(ب) والمستقيمين المتوازيين أ (ـ ٢ ، $\frac{1}{2}$ ٤ ، ٥) ، ب (٣ ، ١ ، $\frac{1}{2}$) ، حـ (صفر ، ٢ ، ١) ، د (؟ ، ؟ ، ؟) .

٩ ـ المستوى (ـ ٥، ٦٠° ، ٤٥°) ونقطة ن (١، ٥، ٣) والمطلوب تمثيل مستوى يمر بهذه النقطة ويكون عموديا على المستوى المذكور .

١٠ ـ المطلوب رسم مستوى يمر بنقطة ن (١، ٥، ٣) وعمودي على كل من المستويين (٣، ١٣٥° ، ٦٠°) ، (ـ ٥، ٦٠° ، ٤٥°) .

١١ ـ عيّن الزاوية الحقيقية بين المستويين س (ـ ٤، ٣، ٤) ، ص (١، ٢، ـ ١) .

١٢ ـ عيّن الزاوية الحقيقية بين المستقيم (أ ب) حيث أ ($٢\frac{1}{2}$ ، $١\frac{1}{2}$ ، ٤) ، ب (ـ ١، ٣، ٥) والمستوى (ـ ٤ ، ٣، ٤) .

١٣ ـ عيّن الزاوية الحقيقية بين المستقيمين أ ب ، حـ د حيث أ($٢\frac{1}{2}$ ، $١\frac{1}{2}$ ، ٤) ، ب (ـ ١، ٣، $\frac{1}{2}$) ، حـ ($٢\frac{1}{2}$ ، $١\frac{1}{2}$ ، ٤) ، د ($٣\frac{1}{2}$، ٤، ٢) . ثم جد المستوى الذي يحتويها .

١٤ ـ المستوى العمودي أ م ن المائل على الأفقي بزاوية (٦٠°) يحتوي المستقيمان أ ب ، حـ د احداثياتهما ، أ ($١\frac{1}{2}$، ٢) ،ب (٥،٥)،حـ (٤، ٦) ، د ($٢\frac{1}{2}$، ١) . جد طول كل منهما .

١٥ ـ المستوى العمودي أ م ن المائل على الأفقي بزاوية (٤٥°) يحتوي المعين (أ ب حـ د) الذي طول ضلعه ٣ سم وطول قطره الأكبر يساوي ٥ سم والذي يميل ٣٠°على المستوىالرأسي .ارسم مسقطيه اذا علمت ان احداثيات النقطة أ ($١\frac{1}{2}$، ٢) .

١٦ ـ المستوى المائل أ م ن يميل أثره الرأسي ٦٠° ويميل أثره الأفقي ٤٥° على خط الأرض ، يحتوي المربع (أ ب حـ د) ارسم مسقطيه اذا علمت ان قطره أ حـ = ٤ سم وهو يوازي المستوى الرأسي ويبعد عنه ٢ سم ونقطة (أ) تبعد ١ سم عن المستوى الأفقي .

١٧ ـ المستوى العمودي أ م ن يميل أثره الرأسي ٤٥° على خط الأرض يحتوي المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٥ سم ، ارسم مسقطيه ، مع العلم أن أحد اضلاعه يميل بزاوية ٢٥° على المستوى الأفقي .

الفصل الثامن
كثيرات السطوح المستوية

بند ٤٤ ـ كثيرات السطوح المنتظمة

تعريف : كثير السطوح هو أي جسم يتألف من عدد معين من السطوح المستوية تحده من جميع جهاته وتفصله عن الفراغ المحيط به وتسمى هذه السطوح أوجه الجسم وهي تتقاطع في المستقيمات تسمى **الأحرف** ونقط تقاطع ثلاثة أوجه من الشكل وهي النقط التي تتلاقى فيها الأحرف تسمى **رؤوس الجسم** .

واذا كانت أوجه كثير السطوح كلها مضلعات منتظمة ومتساوية يسمى كثير **السطوح المنتظم** وتنحصر كثيرات السطوح المنتظمة في خمسة أشكال هي :

أ ـ كثير السطوح ذو الأربعة أوجه وهو الهرم الثلاثي واوجهه عبارة عن مثلثات متساوية الأضلاع .

ب ـ كثير السطوح ذو الستة أوجه وهو مكعب واوجهه عبارة عن مربعات .

حـ ـ كثير السطوح ذو الثمانية أوجه وأوجهه عبارة عن مثلثات متساوية الاضلاع وهو مكون من هرمين قائمين مشتركين في نفس القاعدة المربعة .

د ـ كثير السطوح ذو الاثني عشر وجها له اثنا عشر وجها وهي عبارة عن مخمسات منتظمة .

هـ ـ كثير السطوح ذو العشرين وجها وأوجهه عبارة عن مثلثات متساوية الأضلاع .

ويمكن استنتاج عدد أحرف كثير السطوح من القانون الآتي :

ح + ٢ = س + و (نظرية أويلر)

حيث ح = عدد الأحرف

س = عدد الرؤوس

و = عدد الأوجه

بند ٤٥ ـ تمثيل كثيرات السطوح

لتمثيل جسم ما نفرض انه يتكون من عدد كبير من النقط يحدد موضع كل منها بالنسبة للأخرى بواسطة تمثيلها بمساقط على مستويي الاسقاط .

ولجعل المساقط اكثر وضوحا يجب ان نحدد فى كل مسقط الخط الذي تقع داخله مساقط جميع نقط الجسم ويسمى **المحيط الظاهري** . كما يجب ان نبين الخطوط الظاهرة والمختفية داخل المحيط الظاهري في كل مسقط .

ولتمثيل كثير سطوح ما نعين مساقط جميع رؤوسه ثم نصل رؤوس كل وجه مع الاخرى حسب تكوينها حتى نحصل على مساقط جميع الأحرف ثم نعين المحيط الظاهري في المسقطين ولتعيين الظاهر والمختفي في كل مسقط يمكن اتباع القواعد الآتية : -

١ ـ المحيط الظاهري يكون ظاهرا في جميع الأحوال .

٢ ـ اذا وقع مسقط رأس داخل المحيط الظاهري فان مساقط الأحرف الخارجة من هذا الرأسي اما ان تكون جميعها ظاهرة او جميعها مختفية ونعين ذلك في أي مسقط بالنظر الى المسقط الثاني فاذا كان هذا الرأسي ظاهرا وان لم يكن كذلك كان مختفيا .

٣ ـ اذا لم يقع مسقط اي رأس داخل المحيط الظاهري في مسقط ما ننظر الى المسقط الثاني فأول رأس تقابلنا عند تعيين المسقط الأول يكون ظاهرا هو وجميع الأحرف الخارجة منه .

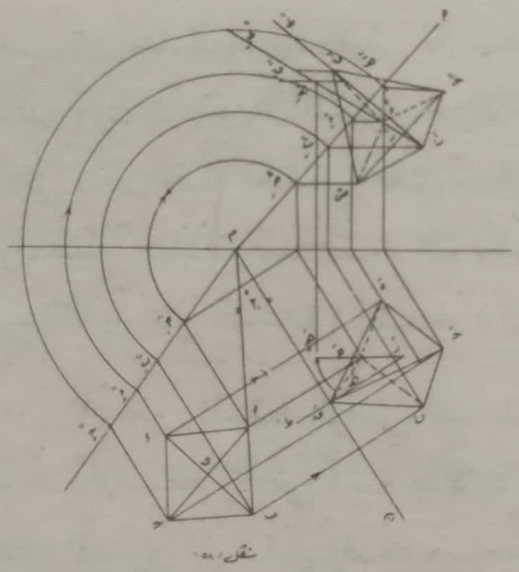
٤ ـ اذا تقاطع مسقطا حرفين داخل المحيط الظاهري في نقطة ليست برأس وكان احدهما ظاهرا كان الآخر مختفيا والعكس بالعكس .

ولتمثيل كثير السطوح ان يكون وضعه أمام المستوى الرأسي وأعلى المستوى الأفقي وعلى يمين المستوى الجانبي وأن يكون وجه منه أو اكثر موازيا لمستويات الاسقاط الرئيسية .

مثال (١)

هرم رباعي قائم طول ضلع قاعدته ٣ سم وارتفاعه القائم ٤ سم تقع قاعدته في مستوى معلوم بأثريه حيث يصنع أثره الرأسي ٤٥° والأفقي ٦٠° مع خط الأرض والمطلوب تمثيل الهرم اذا كان رأس من رؤوس قاعدته يبعد $1\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الأفقي و $2\frac{1}{2}$ سم عن الرأس وأحد أحرف قاعدته المار بهذا الرأس يصنع ٣٠° مع الأثر الأفقي للمستوى .

الحل :



١ ـ نعين المسقط الرأسي والأفقي لرأس قاعدة الهرم المعلوم وليكن (أ) حيث تسمى القاعدة ب (أ ب حـ د) .

٢ ـ نجد الوضع الحقيقي للنقطة (أ) ثم نرسم الحرف لقاعدة الهرم المار بالنقطة (أ) الذي يصنع ٣٠° مع الأثر الأفقي ، ثم نعين عليه الضلع (أ ب) الذي طوله ٣ سم وتعيين بقية اضلاع المربع الذي يمثل قاعدة الهرم وهي (أ ب حـ د) .

٣ ـ نعيد المستوى كما كان في وضعه السابق وذلك لايجاد المسقط الرأسي أَبً حَـ دً والمسقط الأفقي أَ بَ حَـ دَ .

٤ ـ من مسقطي مركز القاعدة زً ، زَ يقام عمودان على كل من الأثرين الرأسي والأفقي للمستوى وهما زً طً ، زَ طَ ويعين على المستقيم ز ط الطول الحقيقي لجزء منه ز هـ (حسب بند ٤١) . ثم نوقع الطول الحقيقي على المستقيم ز ط الذي

يساوي ٤ سم وهو ارتفاع الهرم الذي يمثل زً قً كما في الشكل / ١٥٨ .

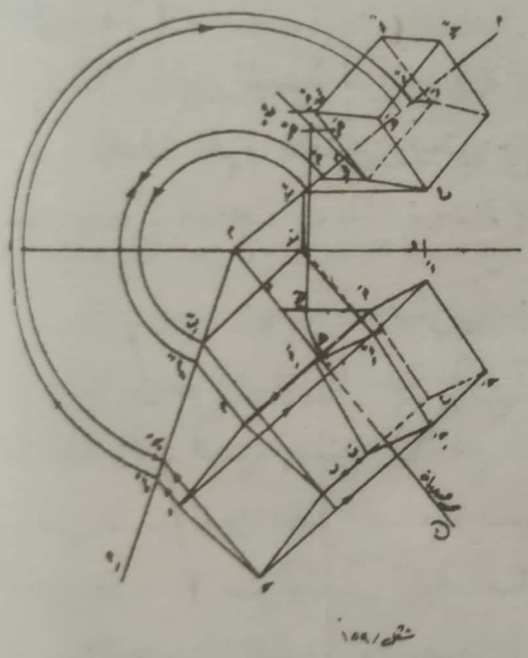
٥ ـ نصل المسقط الرأسي للقاعدة بالقمة (قً) وكذلك المسقط الأفقي لها بـ (قَ) وبعدها نعين الجزء الظاهر والمختفي .

مثال (٢)

المطلوب تمثيل المكعب الواقع في المستوى (ـ ٥ ، ٦ ، ٤) الذي احد اوجهه أ ب جـ د ينطبق عليه ورأسا من هذا الوجه هي النقطتان أ (ـ $\frac{1}{2}$ ١ ، $\frac{1}{2}$ ١ ، ؟) ، ب (صفر ، ؟ ، $\frac{1}{2}$ ١) .

الحل :

١) نعين مسقطي الرأسين أ ، ب الواقعين في المستوى .



٢) نجد الوضع الحقيقي للمستقيم (أ ب) وذلك بدوران المستوى حول أثره الأفقي لتعين طوله الحقيقي الذي يساوي طول ضلع القاعدة للمكعب . ثم نكمل المربع الذي يمثل القاعدة (أ ب حـ د) .

٣) نعين المسقط الرأسي للقاعدة أً بً حً دً والمسقط الأفقي أَ بَ حَـ دَ وذلك باعادة المستوى الى سابق وضعه باستعمال مستقيمات افقية وأخرى وجهية (راجع بند ٢٨ ، ٢ ، ٣) شكل /٩١ ، ٩٢ .

٤) نقيم من أً (أ) عمودا على المستوى (مسقطاه عموديان على أثري المستوى) ونعين الطول الحقيقي لجزء منه (أ هـ) ثم نوقع طول ضلع المكعب أً قً ونعين مسقطه الرأسي أً قً وبذلك تحدد الضلع أً إً .

٥) نرسم من رؤوس القاعدة أ عمود ، موازي ومساوي للعمود أً قً في المسقطين ثم نكمل المكعب حيث رؤوس المكعب تقع على خطوط تناظر واحدة .

٦ ـ تعين الظاهر والمختفي حسب الآتي :

أ) الحدود الخارجية للمسقطين تكون ظاهرة (القاعدة / ١) .

ب) لتعين الأحرف الظاهرة والمختفية في المسقط الأفقي هو ان ينظر الى المسقط الرأسي من اعلى الى اسفل فيلاحظ ان نقطة دِ أعلى نقطة فيه فيظهر مسقطها الأفقي دِ وجميع الأحرف المتفرعة منها ظاهرة وتختفي باقي الأحرف . (القاعدة / ٢) .

حـ) وبالنظر الى المسقط الأفقي من أسفل الى اعلى تظهر نقطة بِ أقرب نقطة يظهر مسقطها الرأسي بِ وكذلك جميع الأحرف المتفرعة منها تكون ظاهرة وتختفي باقي الأحرف كما في الشكل/١٥٩ .

مثال (٣)

هرم ثلاثي منتظم[١] طول حرفه ٣ سم معلوم مسقطي مركزه وأحد أوجهه يقع في مستوى معلوم اتجاهه يميل أثره الرأسي ٤٥° ويميل أثره الرأسي ٦٠° على خط الأرض . وأحد أحرف هذا الوجه أفقي والمطلوب تعيين مسقطي هذا الهرم .

الحل :

١ ـ تعين ارتفاع الهرم (ع) من الشكل / ١٦٠ أ بمعلومية طول الحرف المعلوم .

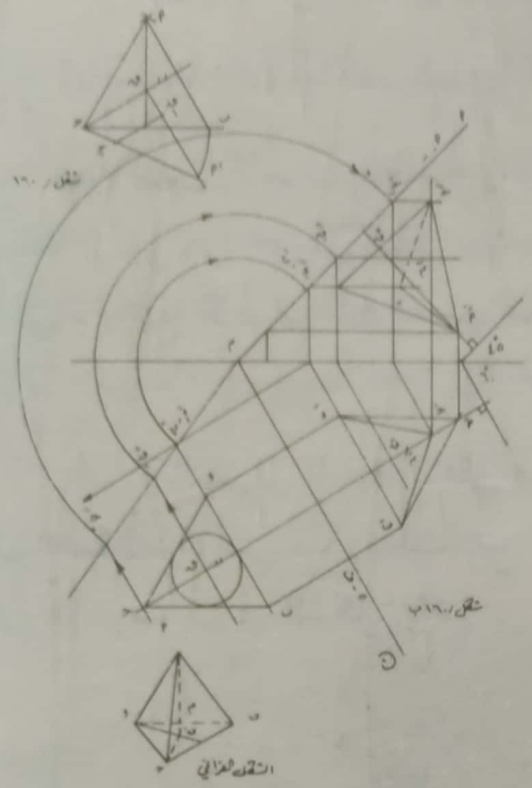
٢ ـ نعين مسقطي مركز الأحرف م المعلوم بعديه عن المستوى الأفقي والرأسي .

٣ ـ من النقطة م نرسم عمودا على مستوى اختباري أثره الرأسي بميل ٤٥° وبميل أثره الأفقي ٦٠° على خط الأرض .

---

(١) الهرم الثلاثي المنتظم له أربعة اوجه وكل وجه عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع ومركز الهرم هو نقطة تلاقي الأعمدة من الرؤوس على الأوجه المقابلة كما انه هو نقطة المستقيمات المنصفات للأحرف المتقابلة .

٤ ـ نعين على هذا العمود نقطة ق ابتداء من نقطة م بحيث تبعد عن (م) مسافة ربع ارتفاع الهرم فتكون ق هي مركز وجه من اوجه الهرم وليكن ب حـ د .



٥ ـ من هذه النقطة (قً) نمرر مستويا يوازي المستوى المعلوم حسب (بند ٢٧) فيكون مستوى الوجه وآثاره أ ـ ر ، أ ـ ف .

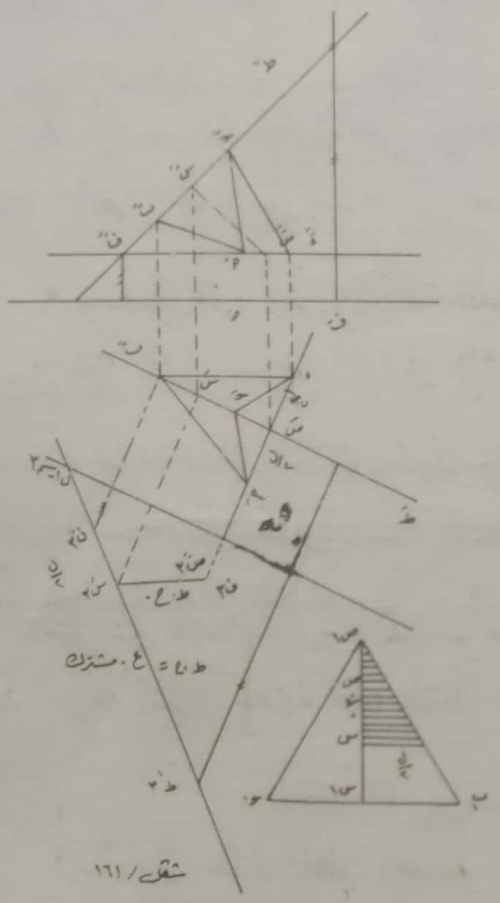
٦ ـ ندير هذا المستوى حول أثره الأفقي أ ـ ف لتعيين الوضع الحقيقي للنقطة ق مركز الوجه (د ب حـ) ولايجاد شكله الحقيقي وهو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع مركزه ق وطول ضلعه ٣ سم أحدهما مواز للأثر الأفقي وهو (ب د) .

٧ ـ نعيد المستوى الى سابق وضعه لرسم مسقطي الوجه بً حً دً ، بَ حَ دَ ونعين بعد ذلك العمود (ع) الذي يمثل ارتفاع الهرم الذي رأسه أ وذلك بأن نأخذه عن م بمسافة تساوي $\frac{٣}{٤}$ ع وبعدها نصل الرأس بالقاعدة . فنحصل على مسقطي الهرم كما في الشكل / ١٦٠ ب .

مثال (٤)

المعلوم مستقيمان ف ، ط شماليان ومتعامدان حيث ف أفقي ، ط في وضع عام والمطلوب تمثيل الهرم الثلاثي المنتظم بشرط يقع حرفان متقابلان منه على المستقيمين المعلومين .

الحل :



شكل / ١٦١

١ ـ يعين العمود المشترك للمستقيمين ف ، ط ويحول المستقيم الأفقي ف الى وضع على مستوى مساعد بأن نأخذ خط أرض جديد ل١ ـ ٣ عمودي عليه .

٢ ـ نعين كل من المسقط الاضافي للمستقيمين فً٣ ، طً٣ .

٣ ـ نختار نقطة (س) على المسقط الأفقي للمستقيم (طَ) ورسم المسقطين لها سًّ ، سَ . ومن المسقط الأفقي (سَ) نرسم موازيا لخط الأرض الجديد ل١ ـ ٣ لتعين المسقط الأفقي (صَ) ومسقطها الرأسي (صًّ) الواقع على المسقط الرأسي للمستقيم فً .

٤ ـ نستنتج طول حرف الهرم بمعرفة الطول الحقيقي للعمود المشترك صًّ٣ ، سًّ٣ وذلك بأن نفرض أي مثلث متساوي الأضلاع بحيث يكون ارتفاعه أكبر من الطول الحقيقي للعمود المشترك وليكن المثلث أ١ ب١ حـ١ بحيث يمثل ضلعه ل١ .

٥ ـ يرسم المثلث المفروض أ١ ب١ حـ١ ويسقط العمود أ١ س١ على القاعدة ب١ حـ١ وبقيمة تساوي أ١ س١ (ارتفاع المثلث) نقطع العمود في ص١ ونأخذ عليه طول العمود المشترك الذي يساوي ص١ س ثم نرسم س ب موازيا س بِ فيكون هو نصف حرف الهرم المطلوب $\frac{ل}{٢}$.

٦ ـ نأخذ على المسقط الأفقي فَ البعدين صَ أَ = صَ دَ = $\frac{ل}{٢}$ ثم يعين المسقط الرأسي أً ، دً .

٧ ـ لتعين المسقط الأفقي والرأسي للنقطة (ب) بأن يأخذ على المسقط الاضافي طَّ٣ البعد سَّ٣ بَّ ٣ = $\frac{ل}{٢}$ ونعين المسقط الأفقي بَ ثم مسقطها الرأسي بَّ .

٨ ـ ولتعين المسقط الأفقي للنقطة (حـ) اذ يركز في سَ وبفتحة سَ بَ يعين المسقط الأفقي حَـ (سَ بَ = سَ حَـ) وثم تعين المسقط الرأسي حـَّ .

٩ ـ نصل الرؤوس الأربعة ببعضها في كل من المسقطين الأفقي والرأسي فنحصل على تمثيل الهرم . كما في الشكل /١٦١.

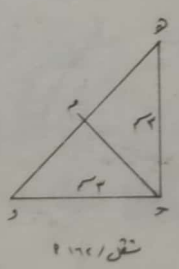
١٠ ـ يعين الجزء الظاهر والمختفي .

مثال (٥)

مثّل ذي الثمانية أوجه المنتظم طول حرفه ٣ سم اذا كان احد اقطاره وجهيا واحد أحرفه المارة بنهاية هذا القطر معلوم اتجاه مسقطه الأفقي .

الحل :

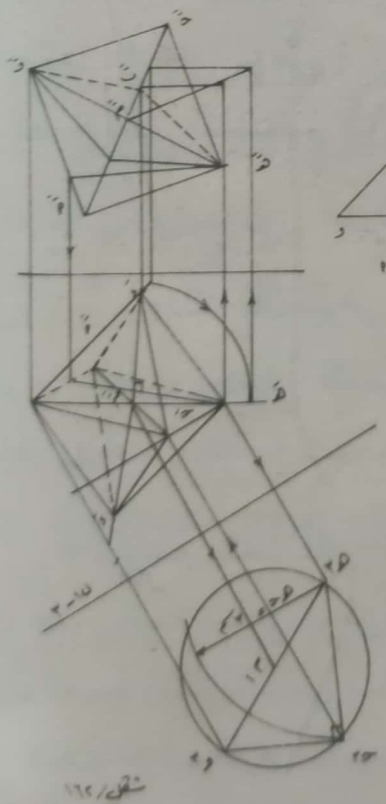
١ ـ يعين طول قطر الجسم من طول حرفه كما في الشكل/١٦٢أ ثم نعين الرأسين هـ ، و على القطر الوجهي حيث م٥ = م٨ .



شكل/١٦٢ ب

٢ ـ يرسم المسقط الرأسي والأفقي للقطر الوجهي هـ و حيث مسقطه الرأسي هَّ وَّ والمسقط الأفقي هَـ وَ .

٣ ـ نعين اتجاه المسقط الأفقي للوجه المعلوم . ثم يسقط على مستوى مساعد ل١ ـ ٣ اذ يظهر الحرف بطوله الحقيقي (٣ سم) وتظهر الزاوية هـ حـ و قائمة .



شكل/١٦٢ أ

٤ ـ ومن الرأس حـ٣ يسقط المسقط الأفقي للنقطة حَـ ويحدد كذلك مقداره هَـ حَـ .

٥ ـ يقام عمود على المسقط الرأسي هَـ وً عند (مً) ثم يسقط من المسقط الأفقي حَـ لايجاد مسقطها الرأسي حً .

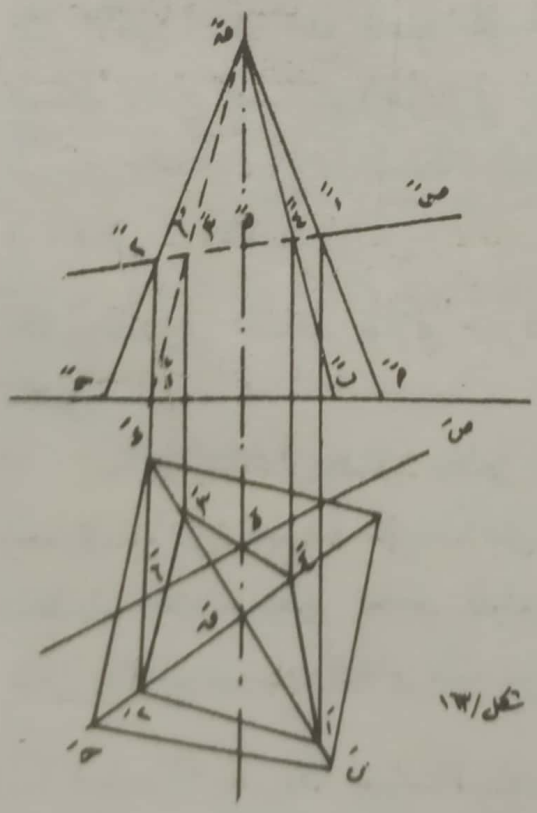
٦ ـ من م يقام عمود على المستوى (هـ حـ و آ) ونعين عليه الرأسين ب ، د بحيث يكون م د ـ = م ب . كما هو مبين في الشكل / ١٦٢ .

بند ٤٦ ـ نقط تقاطع مستقيم مع كثير السطوح

لتعيين نقط تقاطع أي مستقيم مع كثير السطوح هو ان نمرر بالمستقيم مستو مساعد ، فيقطع هذا المستوى كثير السطوح في مضلع وتكون نقط تقاطع المستقيم مع محيط المضلع هي النقط المطلوبة ويمكن اختيار المستوى المساعد حسب ظروف المسألة ومع ذلك نذكر منها ثلاث حالات للمستوى المساعد المار بالمستقيم وهي كما يلي :

أولاً ـ المستوى المساعد عمودي على احد مستويي الاسقاط

هرم رباعي قائم قاعدته واقعة في المستوى الأفقي قطعه مستقيم (ص) المطلوب تعيين نقطتي تقابل المستقيم المذكور مع الهرم . ولتعيين النقطتين نتبع الآتي :



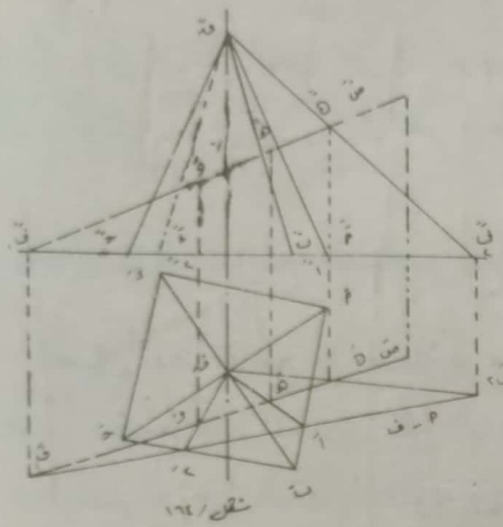
شكل/١٦٣

١ ـ نمرر بالمستقيم ص مستويا مساعدا على الرأسي (أو الأفقي) .

٢ ـ نعين المسقط الأفقي لمضلع تقاطع المستوى مع الهرم وهو ١َ ٢َ ٣َ ٤َ .

٣ ـ نلاحظ ان الضلع لمضلع ٤َ ٣َ ، فطع المسقط الأفقي للمستقيم (صَ) في نقطة (٥َ) والضلع ٢َ ٣َ ، قطعه في نقطة

(٦) فان ٥′ ، ٦′ هما المسقطان الأفقيان لنقطتي التقاطع المطلوبتين ومنهما نعين المسقط الرأسي لها ٥ء ، ٦ء كما هو مبين في الشكل/١٦٣ .



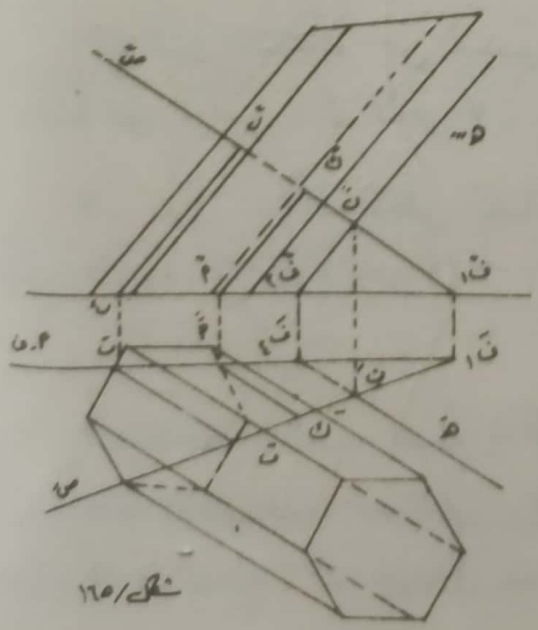
ثانياً ـ المستوى المساعد يمر برأس الهرم

لايجاد نقطتي تقابل المستقيم (ص) مع الهرم بطريقة أخرى غير الطريقة الآنفة الذكر وهي كما يلي :

١ ـ نمرر برأس الهرم ق مستويا مساعدا بأن نفرض نقطة مثل (نً) على المستقيم (صً) ونصلها بالرأس ق . فيكون المستوى المساعد هو الذي يحتوي الخطين (ص) ، ن ق .

٢ ـ نعين الأثر الأفقي أ ـ ف للمستوى المساعد وذلك بايجاد الأثر الأفقي للمستقيم (ص) فً ، فَ ثم ايجاد الأثر الأفقي للمستقيم ن ق وهو فً٢ ، فَ٢ .

٣ ـ نصل فَ١، فَ٢ وبذلك نحصل على الأثر الأفقي للمستوى المساعد أ ـ ف الأثر الأفقي أ ـ ف قطع قاعدة الهرم في ١′ ، ٢′ . نصلها في قَ ، ١′ قَ قطع المسقط الأفقي للمستقيم (صَ) في نقطة هَـ ، ٢′ قَ في نقطة وَ نعين مسقطيها الرأسيين وهما هً ، وً وهما المسقطان الرأسيان لنقطتي التقاطع المطلوبتين كما هو مبين في الشكل / ١٦٤ .



ثالثاً ـ المستوى المساعد يوازي أحرف المنشور

منشور سداسي مائل وضع في المستوى الأفقي قطع بمستقيم (ص) والمطلوب تعيين نقطتي تقاطع المنشور المائل مع المستقيم . ولايجاد ذلك نتبع الآتي :

١ ـ نمرر بالمستقيم المعلوم (ص)

مستويا مساعدا يوازي أحرف المنشور وذلك بأن نختار نقطة (ن) على المستقيم (ص) ومنها يرسم المستقيم (هـ) الموازي لأحرف المنشور وبذلك تكوّن المستوى المساعد من الخطين (هـ ، ص) .

٢ ـ نعين الأثرين الأفقيين للخطين (هـ ، ص) فيكون فَ١ ، فَ٢ هما الأثران الأفقيان للمستقيمين ونصلهما فيكون هو الأثر الأفقي للمستوى المساعد أ ـ ف .

٣ ـ يقطع الأثر الأفقي للمستوى المساعد أ ـ ف قاعدة المنشور المنطبقة على المستوى الأفقي يقطعها في أ ، بَ مسقطاهما الرأسيان أً ، بً (يقعان على خط الأرض) .

٤ ـ نرسم من أً ، بً موازيين لأحرف المنشور يقطعان المسقط الأفقي للمستقيم القاطع (ص) في كَ ، لَ وهما المسقطان الأفقيان لنقطتي التقاطع المطلوبين ومسقطاهما الرأسيان هما أً كً ، بً لً كما هو مبين في الشكل /١٦٥.

بند ٤٧ ـ تقاطع مستوى مع كثير السطوح

اذا تقاطع اي جسم بمستو فان السطح الناتج من القطع ويحتويه ذلك المستوى يسمى قطعا او مقطعا مستويا ويسمى المستوى مستويا قاطعا .

فاذا قطع الجسم بمستو يوازي احد المستويات الثلاثة فان المسقط على ذلك المستوى يمثل شكله الحقيقي .

واذا كان المستوى القاطع مائلا على كل من مستويي الاسقاط ممكن الحصول على مسقطي القطاع بأحدى الطرق الثلاثة الآتية :

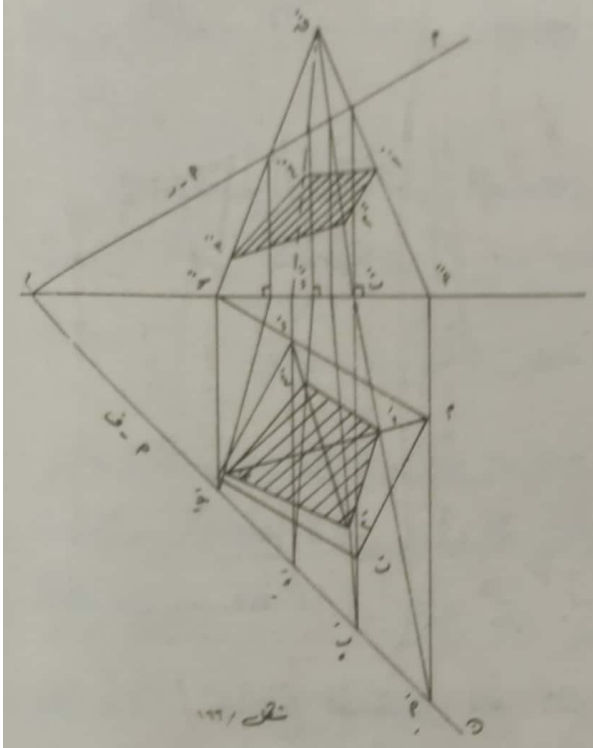
١ ـ تعيين نقط تقاطع المستوى المائل مع احرف الجسم او رؤوسه واحدا واحدا ثم نصل هذه النقط ببعضها فيتكون منها محيط القطاع (تقاطع الأحرف) .

٢ ـ تعيين خطوط او منحنيات تقاطع المستوى المائل مع الأسطح المكونة للجسم ومن مجموعة خطوط للتقاطع يتعين محيط القطاع (تقاطع الأوجه) .

٣ ـ بتحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي (على الرأس مائل على الأفقي أو عمودي على الأفقي مائل على الرأسي) .

مثال

هرم رباعي قائم وضع بقاعدته على المستوى الأفقي . قطع الهرم بمستوى مائل (أ م ن) والمطلوب رسم المسقط الرأسي والأفقي للقطاع بالطرق الثلاثة المارة الذكر .



شكل ١٦٦

الحل

أولاً ـ طريقة الأحرف

١ ـ نرسم من المسقط الرأسي للقاعدة (أً بً حً دً) خطوطا الى الأثر الأفقي (أ ـ ف) على شرط أن تكون هذه الخطوط عمودية على خط الأرض حيث يمثل حرف الهرم أثر رأس مائل لمستوى عمودي .

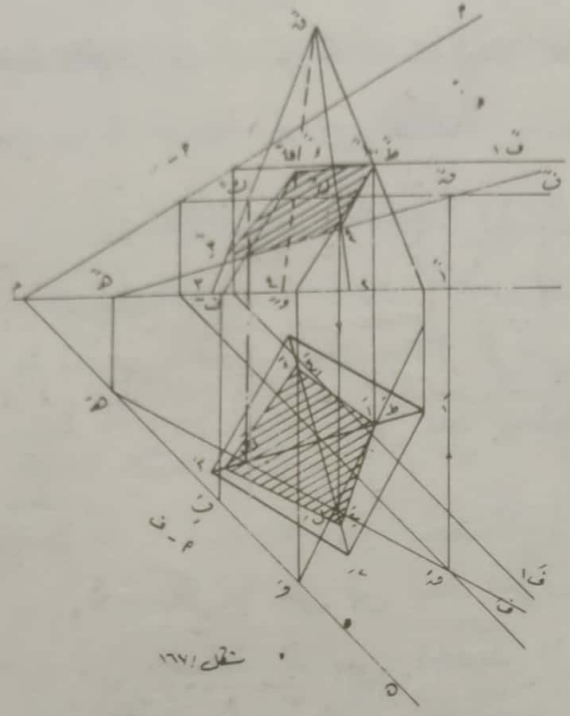
٢ ـ من تقاطع الأثر الرأسي (أ ـ ر) مع أحرف الهرم قً حً ، قً دً ، قً بً ، قً مً . تنزل أعمدة على خط الأرض ومنها توصل بالنقاط (حِ ، دِ ، بِ ، أِ) تقطع هذه الخطوط احرف الهرم قَ أَ في (١َ) ، قَ بَ في (٢َ) ، قَ حَ في (٣َ) ، قَ دَ في (٤َ) وبذلك تحدد المسقط الأفقي للقطاع وهو ١َ ٢َ ٣َ ٤َ ومنه يعين المسقط الرأسي للقطاع بدلالة المسقط الأفقي فيكون ١ً ٢ً ٣ً ٤ً كما في الشكل ١٦٦ .

ثانياً ـ طريقة تقاطع الأوجه

الحل :

١ ـ نقطع المستوى المائل بمستوى أفقي مساعد (ف) . قطع المستوى

المساعد ضلعي المثلث قً - ٢ً - ٣ً (وجه الهرم) في نقطتين ك ، ل وبتوصيلها نحصل على خط تقاطع المثلث مع المستوى المائل .



شكل/١٦٧

٢ - يمد المسقط الأفقي لخط التقاطع كَ لَ حتى يقطع المسقط الأفقي للمستوى المساعد (فَ) في نقطة (قَ) . نعين مسقطها الرأسي (قً) على المسقط الرأسي للمستوى المساعد (فَ) . هذه النقطة تكون مشتركة بين المستوى المائل وبين وجه الهرم قً - ٢ً - ٣ً .

٣ - يمد المسقط الأفقي كَ لَ حتى يقطع الأثر الأفقي (أ - ف) في نقطة (هَ) مسقطها الرأسي (هًـ) (يقع على خط الأرض) . نصل هًـ ، قً بخط يقطع الحرف قً ٢ً ، قً٣ً في (٣ً ، ٢ً) . وبنفس الطريقة المارة الذكر يمكن إيجاد بقية النقط المشتركة الأخرى بين المستوى المائل وبين وجهي الهرم قً - ١ً - ٢ً ، قً - ٤ً - ٣ً كما هو مبين في الشكل/١٦٧ .

وبذلك نحصل على المسقط الرأسي للقطاع وهو ١ً، ٢ً، ٣ً، ٤ً، والمسقط الأفقي ١َ ٢َ ٣َ ٤َ .

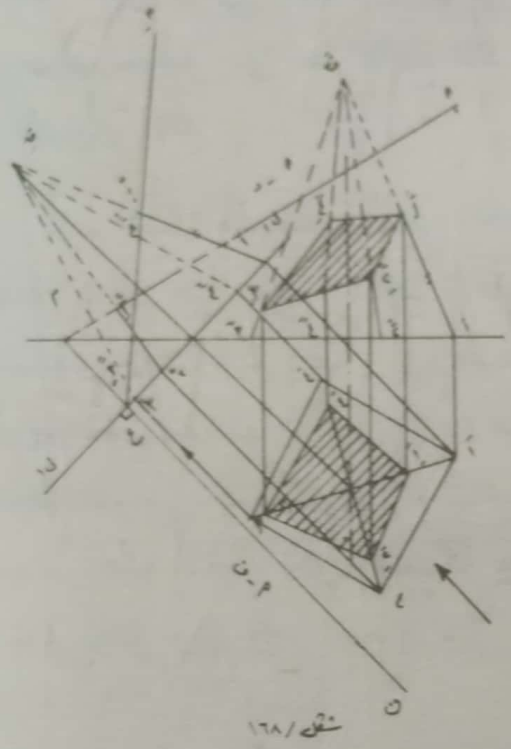
٤ - يميز سطح القطاع عن باقي اجزاء الجسم بتهشيره بزاوية ٤٥° على الاتجاه الأفقي لخط الأرض .

ثالثاً - طريقة المستوى الصاعد .

الحل :

١ - نحول المستوى المائل الى مستوى عمودي (حسب بند - ٢٦) .

٢ ـ يسقط من المسقط الأفقي على خط الأرض (حسب السهم) الجديد ل١ ل١ برسم المسقط الرأسي الجديد .



شكل/١٦٨

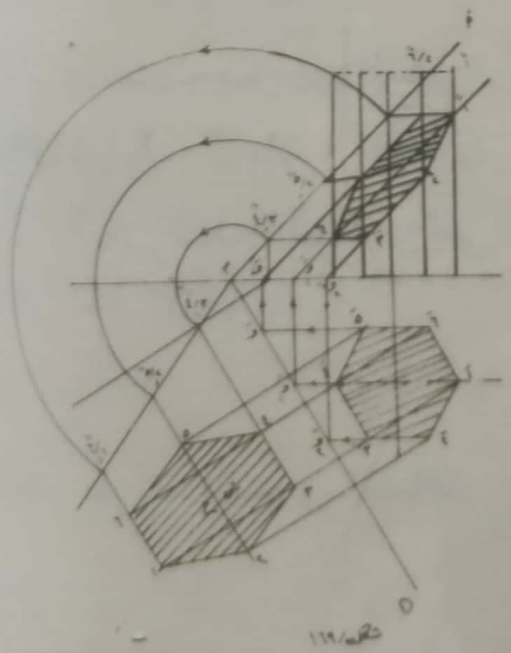
٣ ـ الأثر الرأسي الجديد أ ع (يمثل المنشار) في قطع الهرم فالجزء المحصور بين خط الأرض الجديد ل١ ل١ والأثر الرأسي الجديد أ ع هو الجزء الباقي بعد عملية القطع .

٤ ـ ينقل ما بقي من أبعاد أحرف الهرم من المسقط الرأسي الجديد الى المسقط الرأسي القديم لتعيين نقط ١ً ، ٢ً ، ٣ً ، ٤ً وبذلك تعيين المسقط الرأسي ١ً ٢ً ٣ً ٤ً للقطاع .

٥ ـ ولايجاد المسقط الأفقي للقطاع يمكن اما الاستعانة بالمسقط الرأسي الجديد او القديم وذلك بالاسقاط منهما فيكون هو ١ً ـ ٢ً ـ ٣ً ـ ٤ً كما هو مبين في الشكل / ١٦٨ .

مثال (١)

منشور سداسي قائم طول ضلع قاعدته $1\frac{1}{2}$ سم وارتفاعه ٥ سم . وضع المنشور في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزه الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي وأحد اضلاع قاعدته يوازي المستوى الرأسي .



شكل/١٦٩

قطع المنشور بمستوى مائل أثره الرأسي بميل ٤٥° وأثره الأفقي بميل ٦٠° على خط الأرض وتبعد نقطة م عن محوره ٤ سم .

ارسم المسقط الأفقي والرأسي والشكل الحقيقي للقطاع .

الحل :

١ ـ يمكن ان يحل السؤال باحدى الطريقتين اما بطريقة تقاطع الأوجه او تحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي فليكن استعمال طريقة تقاطع الأوجه .

٢ ـ نعين نقط تقاطع المستوى مع كل من أحرف المنشور وذلك باستعمال مستويات وجهية مساعدة مساقطها الأفقية وَ ، وَ١ ، وَ٢ تمر بأحرف المنشور .

٣ ـ تعيين المساقط الرأسية للمستويات المساعدة (بند ٢٨) وهي وً ، وً١ ، وً٢ التي تقطع الأحرف في ١ً ، ٦ً ، ٢ً ، ٥ً ، ٣ً ، ٤ً فيصبح المسقط الرأسي للقطاع (١ً ٢ً ٣ً ٤ً ٥ً ٦ً) والمسقط الأفقي هو عينه الا انه يهشر حسب الأصول .

٤ ـ ولايجاد الشكل الحقيقي للقطاع (راجع بند ٣٨ ، ٣٩) وكما هو مبين في الشكل /١٦٩ .

مثال (٢)

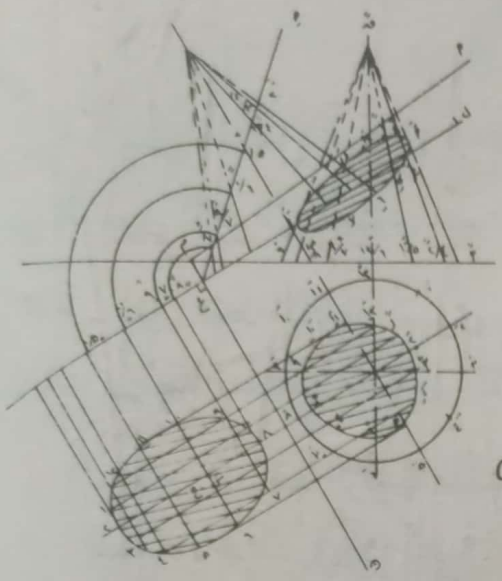
مخروط قائم قطر قاعدته ٤ سم وارتفاعه القائم ٥ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزه الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي . قطع المخروط بمستوى مائل (أ م ن) يميل أثره الرأسي ٣٥° ويميل أثره الأفقي ٦٠° على خط الأرض وتبعد نقطة (م) عن محوره $4\frac{1}{2}$سم .ارسم المسقط الأفقي والرأسي والشكل الحقيقي للقطاع .

الحل :

١ ـ يقسم محيط الدائرة (المسقط الأفقي) الى اقسام متساوية ولتكن (١٢) قسما توصل هذه الأقسام ببعضها ثم يعين المسقط الرأسي لها .

٢ ـ يحول المستوى المائل الى مستوى عمودي .

٣ ـ يسقط من المسقط الأفقي على خط الأرض الجديد ل١ ل١ (العمودي على ع ن) لرسم المسقط الرأسي الجديد .



شكل / ١٧٠

٤ ـ تنقل ما بقي من هذه الأقسام من المسقط الرأسي الجديد (أي الجزء المحصور بين الأثر الرأسي الجديد أ ع وخط الأرض الجديد) الى المسقط الرأسي القديم لرسم المسقط الرأسي للقطاع والمسقط الأفقي للقطاع كما هو مبين في الشكل / ١٧٠ .

٥ ـ لايجاد الشكل الحقيقي تتبع عين الخطوات التي مرت في التمارين السابقة .

مثال (٣)

هرم سداسي منتظم قائم طول ضلع قاعدته ٢ سم وارتفاعه القائم ٦ سم يرتكز بقاعدته على المستوى الأفقي وأحد اضلاع قاعدته يوازي خط الأرض . قطع الهرم بمستوى مائل (أ م ن) يميل أثره الرأسي ٣٠° ويميل أثره الأفقي ٤٥° على خط الأرض وتبعد نقطة (م) عن محوره $٦\frac{١}{٢}$ سم . ارسم المسقط الرأسي والأفقي والشكل الحقيقي مع العلم ان المسقط الأفقي لمركز قاعدته يبعد ٣ سم عن خط الأرض .

الحل :

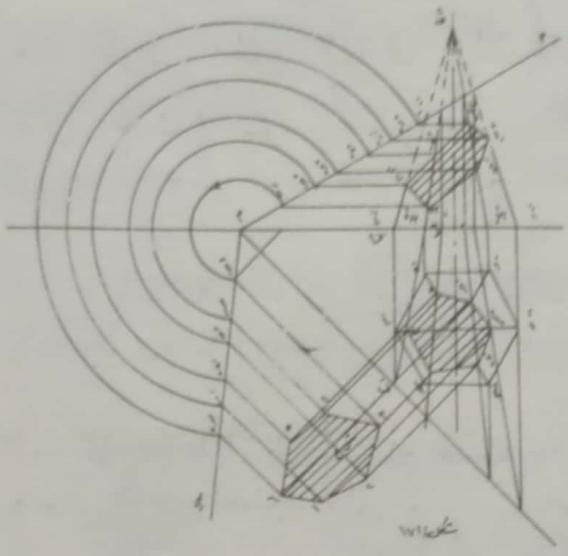
١ ـ يحل المثال حسب طريقة الأحرف .

٢ ـ يعتبر كل حرف من الهرم أثر رأسي لمستوى عمودي مائل على الأفقي .

٣ ـ يعين خط تقاطع كل من المستويات العمودية والمستوى المائل .

٤ ـ المسقط الأفقي لخط التقاطع بالنسبة للحرف ق ـ ٤ هو رَ فَ .

يقطع المسقط الأفقي للحرف قَ ـ ٤' في نقطة ٤' .



وبنفس الطريقة تتعين بقية تقاطع النقاط وهي ٣' ، ٢' ، ١' ، ٦' ، ٥' وعندما توصل هذه النقاط نحصل على المسقط الأفقي للقطاع كما هو مبين في الشكل / ١٧١ .

٥ ـ لايجاد الشكل الحقيقي للقطاع نتبع نفس الطريقة التي استعملت في ايجاد الشكل الحقيقي في المثال رقم ١ شكل / ١٦٩ .

بند ٤٨ ـ تقاطع السطوح (الأجسام)

خط تقاطع سطحين هو المحل الهندسي لجميع النقط المشتركة بين السطحين . وبديهي أنه اذا كانت اوجه كل من الجسمين المتقاطعين مستوية كما هو الحال في المنشور والهرم فان خط تقاطعهما يتكون من جملة خطوط كلها مستقيمة ، اما اذا كان سطح احد الجسمين او كليهما منحنيا فان خط التقاطع في اغلب الحالات يكون منحنيا يختلف نوعه حسب شكل الجسمين المتقاطعين ووضعهما كل بالنسبة للآخر .

ولتعيين تقاطع الجسمين نتبع الطرق الآتية :

١ ـ طريقة القطع بمستويات

يفترض أن يمر مستوى أو مستويات متكررة بالجسمين المتداخلين في وقت واحد بحيث تقطع سطحيهما في خطوط يسهل رسمها أي أن مساقط قطاعات هذه المستويات مع السطحين تكون خطوطا مستقيمة أو دوائر فيعين خط تقاطع احد هذه المستويات مع سطح الجسم الأول ثم خط تقاطعه مع سطح الجسم الثاني فتكون

نقطة تقاطع هذين الخطين نقطة على خط تقاطع سطحي الجسمين، وبتكرار عملية أخذ أوضاع مختلفة للمستوى القاطع لسطحي الجسمين يمكن ان تعين عدة نقط على خط تقاطع سطحي الجسمين المتداخلين وبتوصيل هذه النقط بعضها ببعض على الترتيب نحصل على خط التقاطع كاملا .

وتختار المستويات القاطعة حسب وضع الأجسام المتقاطعة بالنسبة لمستويات الاسقاط وغالبا نأخذ المستويات القاطعة اما رأسية أو أفقية .

٢ ـ طريقة الاسقاط على مستويات مساعدة

وتتلخص هذه الطريقة في اسقاط الجسمين المتقاطعين على مستوى مساعد يمكن اختياره في وضع يساعد على اظهار خط تقاطع الجسمين على هذا المسقط على ان يكون هناك مسقطا لخط التقاطع ظاهرا في احد المسقطين المعلومين للجسمين المتقاطعين او يمكن استنتاجه حسب قواعد الاسقاط العامة ويمكن تعيين المسقط الثالث لخط التقاطع على المستوى المساعد عندئذ .

نأخذ عدة نقط على خط التقاطع المعلوم في احد المسقطين المعلومين والنقط المماثلة لها في المسقط المساعد الذي حصلت عليه ثم نجد منهما المسقط الثالث لهذه النقط ونصل هذه النقط بعضها البعض نحصل على خط التقاطع المطلوب .

والأمثلة التالية توضح طريقة استعمال الطريقتين المذكورتين اعلاه .

مثال (١)

منشور سداسي قائم ارتفاعه القائم ٦ سم طول ضلع قاعدته ٢ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزه الأفقي ٣ سم عن المستوى الرأسي ويوازي احد اوجهه خط الأرض . اخترقه في منتصفه منشور ثلاثي قائم محوره أفقي طول ضلع قاعدته ٢ سم وارتفاعه ٦ سم واحد اسطحه الجانبية يوازي المستوى الرأسي ويبعد عنه ٢ سم . ارسم خط تقاطع الجسمين .

الحل :

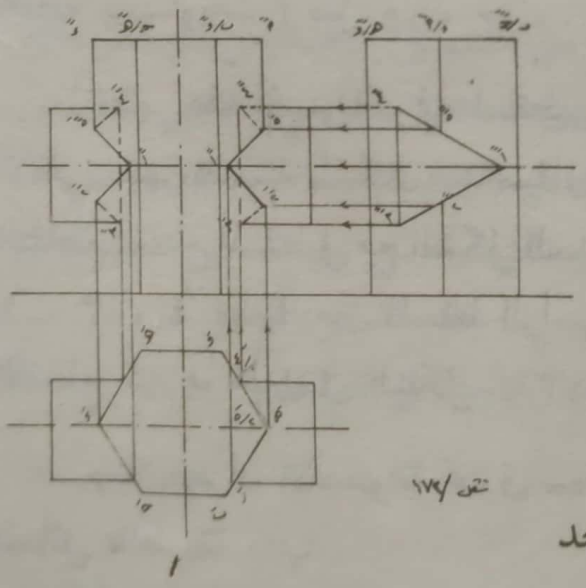
١ ـ لفرض حل مثل هذه المسائل لا بد من رسم المساقط الثلاثة حيث رسم المسقط الجانبي ضروري جدا حيث يساعد على حل تلك المسائل .

٢ ـ ان المسقط الجانبي للمنشور الثلاثي تظهر قاعدته بشكلها الحقيقي وهي عبارة عن مثلث متساوي الاضلاع احد اضلاعه يوازي خط الأرض ويبعد عنه ٢ سم .

٣ ـ ان خط التقاطع يكون في المسقط الجانبي عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع منطبق على المسقط الجانبي لقاعدة المنشور الثلاثي .

٤ ـ تعيين النقاط ١ً ، ٢ً ، ٣ً ، ٤ً ، ٥ً التي تحدد خطوط خط التقاطع، اما المسقط الأفقي لخط التقاطع فينطبق على جزء من مسقطي ضلعي المنشور أَبَ ، أَوَ فيكون ١َ، ٢َ، ٣َ، ٤َ، ٥َ .

٥ ـ ولايجاد المسقط الرأسي لخط التقاطع يرسم من النقط ١َ، ٢َ، ٣َ ٥٠٠ ٥َ في المسقط الأفقي خطوطا رأسية ومن المسقط الجانبي خطوطا افقية تتقابل في النقط ١ً ، ٢ً ..... ٥ً نصل هذه النقاط بعضها ببعض فنحصل على المسقط الرأسي لخطوط تقاطع الجسمين .

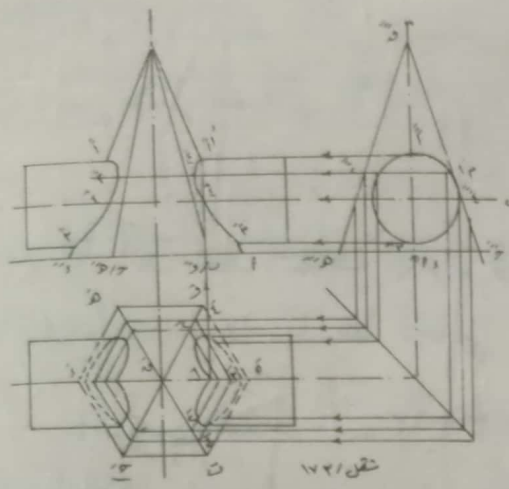

شكل ١٧٢

ويلاحظ ان الخطوط ٥ً ـ ٤ً ، ٤ً ـ ٣ً ، ٣ً ـ ٢ً تكون غير ظاهرة كما في الشكل ١٧٢ .

مثال (٢)

هرم سداسي قائم طول قاعدته ٢ سم وارتفاعه القائم ٥ سم وضع في المستوى الأفقي بقاعدته بحيث يبعد مركزها $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي وأحد أضلاع قاعدته يوازي المستوى الرأسي . اخترقته اسطوانة قطرها ٢ سم وطولها ٦ سم يمر محورها في منتصف الهرم ويكون أفقيا ويبعد ١ سم عن المستوى الأفقي . ارسم خط تقاطع السطحين لهما .

الحل :



١ ـ يرسم المسقط الأفقي لقاعدة الهرم أولاً حيث أنها سداسية وترسم الدائرة التي تحتويه نصف قطرها يساوي طول ضلع قاعدته ويبدأ في تقسيم محيطها تبعا لمنطوق السؤال حيث يطلب ان يكون أحد أضلاع قاعدته يوازي المستوى الرأسي (خط الأرض) وعليه يركز الفرجال بنفس فتحته وهي (٢) سم في (أ) لتعيين بَ ، دَ ثم يركز في (دَ) لتعيين هَـ ، حَـ

ثم يرسم المسقط الأفقي للأسطوانة وهو يمثل مستطيلا يمر محوره بمركز قاعدة الهرم وطوله يساوي ارتفاع الأسطوانة وعرضه يساوي قطرها .

٢ ـ لرسم خط تقاطع السطحين يمكن استعمال المستويات الأفقية (طريقة القطع بالمستويات) مثل م١ ، م٢ . . . . . الخ .

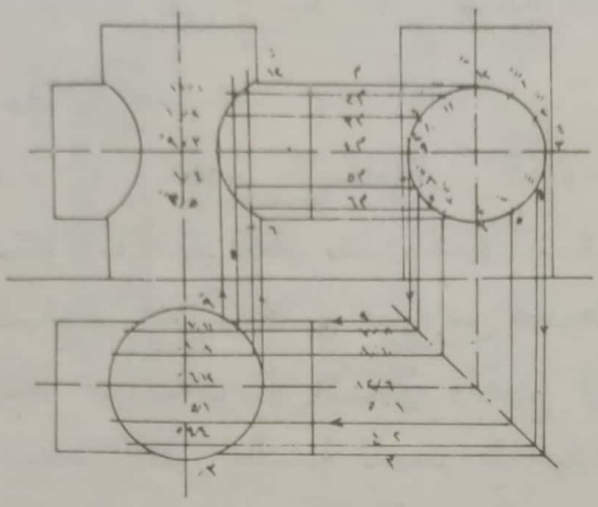
تظهر هذه المستويات في المسقطين الرأسي والجانبي خطوط أفقية وفي المسقط الأفقي تظهر بالنسبة بأشكال سداسية والأسطوانة مستطيلات وللحصول على نقاط التقاطع بتقاطع المستطيل مع الشكل السداسي وبذلك تتعين نقاط التقاطع مثل ١َ ، ٢َ ، ٣َ ، ٤َ ومنها يعين المسقط الرأسي وتوصل النقاط وبذلك نحصل على خط التقاطع كما هو مبين في الشكل / ١٧٣ .

ويلاحظ أن الأسطوانة تخترق سطح الهرم في موضعين فيرسم المنحنى الآخر المماثل بالطريقة ذاتها .

مثال (٣)

اسطوانة قائمة رأسية قطرها ٣ سم ارتفاعها ٥ سم ، وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي . اخترقتها اسطوانة افقية قطرها ٢ سم ارتفاعها ٥ سم بحيث يمر محورها في منتصف ارتفاع الأسطوانة الأولى . جد خطي تقاطع السطحين .

الحل :



شكل ١٧٤

١ ـ تقطع الاسطوانتان بمستويات أفقية م، م١ . . . . م٦ المستوى الأول يقطع الأسطوانة الرأسية في دائرة تظهر بشكلها الحقيقي في المسقط الأفقي ومسقط الرأسي والجانبي لهذا المقطع خطا مستقيما طوله يساوي قطر الأسطوانة ويمس الأسطوانة الأفقية في النقطة ١٢ً وهي تعتبر نقطة مشتركة بين سطحي الأسطوانتين ولتعيين مسقطها الأفقي والرأسي تسقط وفق الطرق المعروفة عند ايجاد مساقط مثل هذه النقاط .

والمستوى الثاني م١ يقطع الأسطوانة الرأسية في دائرة والأسطوانة الأفقية في الراسيين اللذين يمران بالنقطتين ١ً ، ١١ً وهذا ما يثبت ان الاسطوانة الأفقية تقطع في المسقط الأفقي على أساس أنه جزء من مستطيل عرضه أقل من قطر دائرة الأسطوانة الأفقية . وبناء على ذلك يمكن تعيين المسقطين الرأسي والأفقي للنقطتين ١َ ، ١١َ ، ١ً ، ١١ً . وهكذا يستمر العمل لايجاد بقية نقاط تقاطع المستويات الأفقية بالنسبة للأسطوانة الرأسية والأفقية وبذلك نحصل على المنحنى المطلوب في المسقط الرأسي وأما بالنسبة للمسقط الأفقي له فانه يمثل القوس المنطبق على جزء من المسقط الأفقي لقاعدة الأسطوانة الرأسية كما يلاحظ في الشكل / ١٧٤ .

ملاحظة :

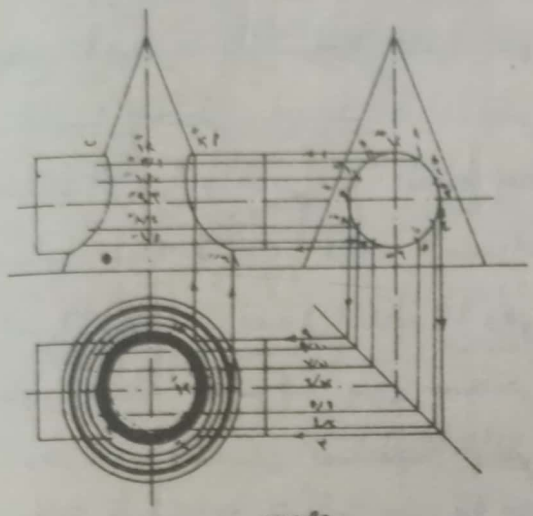
اذا كان المحوران غير متقاطعين فان خط التقاطع الخلفي في المسقُط الرأسي الذي تمثله النقاط ١١، ١٠، ٩، ٨، ٧، تظهر منقطة .

مثال (٤)

مخروط قائم رأس قطر قاعدته ٤ سم وارتفاعه القائم ٥ سم وضع بقاعدته في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركز قاعدته الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي .

اخترقته اسطوانة افقية قطرها ٢ سم وطولها ٥ سم يبعد محورها $1\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الأفقي . جد خطي تقاطع السطحين . ؟

الحل :



شكل/١٧٥

١ ـ تقطع الأسطوانة والمخروط بمستويات أفقية فتظهر هذه المستويات في المسقط الرأسي والجانبي عبارة عن خطوط افقية موازية لخط الأرض وتكون في المسقط الأفقي بالنسبة للمخروط عبارة عن دائرة وبالنسبة للأسطوانة في راسمين .

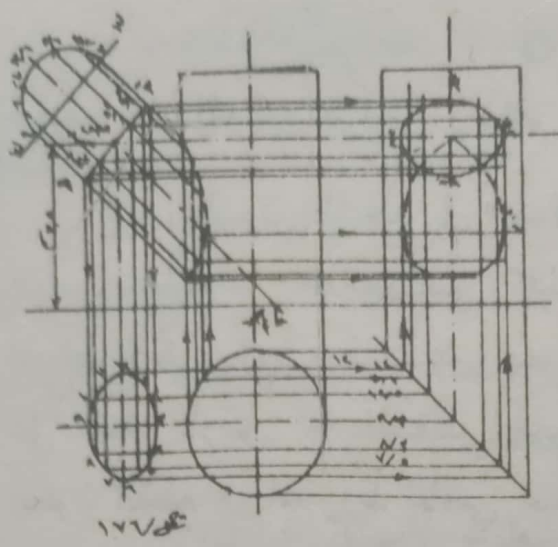
٢ ـ يقسم المسقط الجانبي للأسطوانة وهو عبارة عن دائرة الى ١٢ قسما ، ثم يمرر في النقطة (١٢ً) مستويا افقيا يقطع المسقط الرأسي للمخروط في (أ ، ب) يكون مسقطه الأفقي عبارة عن دائرة وعلى هذا الأساس كل مستو يقطع المخروط ترسم له دائرة في المسقط الأفقي وفي هذه الحالة ان عدد الدوائر (٧) (عدا الدائرة الخارجية) .

٣ ـ تكرر العملية بالنسبة لمستوى ١ ـ ١١ ، ٢ ـ ١٠ ، ٣ ـ ٩ ، . . . . . الخ وتعيين مساقط النقاط المشتركة بين الدائرة (للمخروط) والراسمين للأسطوانة في المسقط الأفقي لهما . ثم يعين المسقط الرأسي لها كما هو مبين في الشكل / ١٧٥ .

مثال (٥)

اسطوانة قائمة قطرها ٣ سم ، وارتفاعها ٥ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي . اخترقتها اسطوانة اخرى من جهة واحدة قطرها ٢ سم بميل محورها بزاوية ٤٥° على خط الأرض ويقطعه على بعد $\frac{1}{2}$ سم عن محور الأسطوانة القائمة ويبعد مركزها الرأسي $3\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الأفقي ، ارسم خط تقاطع السطحين والمسقط الجانبي .

الحل :



١ ـ يرسم المسقط الرأسي والأفقي والجانبي للأسطوانة القائمة ثم يرسم المسقط الرأسي للأسطوانة المائلة .

٢ ـ يأخذ مستويا مساعدا عموديا على محور الأسطوانة المائلة خط أرضه الجديد ل١ ل١ ثم يرسم عليه دائرة قطرها يساوي قطر الأسطوانة المائلة معتبرا قطرها يمر في خط الأرض الجديد .

٣ ـ يقسم محيط الدائرة الى أقسام متساوية ولتكن اثني عشر قسماً ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ١٢ .

٤ ـ يسقط من هذه النقاط خطوط عمودية على المستوى المساعد موازية لمحور الأسطوانه المائلة. ثم يسقط منها أعمدة على خط الأرض (أي من المسقط الرأسي ٣ً ، ٤,٢ً ، ٥,١ً ، ١٢,٦ً ، ١١,٧ً ، ١٠,٨ً ، ٩ً) لايجاد المسقط الأفقي ١َ ، ٢َ ، ٣َ ، ٤َ ، ٥َ ، ٦َ ، ٧َ ، ٨َ ، ٩َ ، ١٠َ ١١َ ، ١٢َ .

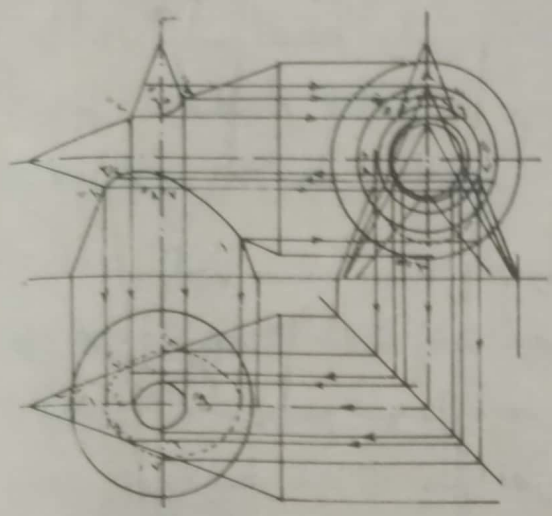
٥ ـ ومن المسقط الأفقي للأسطوانة الرأسية يرسم خط التقاطع في المسقط الرأسي كما هو متبع في المثال رقم ٣ .

٦ ـ ولايجاد المسقط الجانبي نتبع عين طرق الاسقاط المعروفة سابقا وكما هو مبين في الشكل / ١٧٦ .

مثال (٦)

مخروط قائم رأسي قطر قاعدته ٤ سم وارتفاعه القائم ٥ سم، وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركز قاعدته ٣ سم عن المستوى الرأسي . اخترقه مخروط آخر أفقي قطر قاعدته ٤ سم وطوله ٥ ١/٢ سم ، بحيث يبعد محوره ٢ ١/٢ سم عن المستوى الأفقي وتبعد قاعدته عن محور المخروط الأول ٢ ١/٢ سم ، ارسم مساقط خط التقاطع .

الحل : ـ



شكل / ١٧٧

١ ـ يقطع المخروطان بمستويات عمودية على المستوى الرأسي والأفقي .

٢ ـ يكـون القـطع في المسقط الرأسي عبارة عن خط مستقيم وكذلك المسقط الأفقي يكون خطا مستقيما عموديا على خط الأرض اما المسقط الجانبي فيكون القطع في المخروط الأفقي عبارة عن دائرة وفي المخروط الرأسي عبارة عن قطع زائد .

٣ ـ تعيين النقط المشتركـة بين الدائرة والقطع الزائد في المسقط الجانبي لكل مستوى عمودي قاطـع وبذلـك نحصل على المساقط الثلاثة لخط التقاطع بين المخروطين كما هو مبين في الشكل / ١٧٧ .

٤ ـ يعين الجزء الظاهر والمختفي من خط التقاطع وفق الطرق المعروفة .

بند ٤٩ ـ افراد سطوح الأجسام

تفرد السطوح الخارجية للأجسام لبيان اشكالها الحقيقية وهي منبسطة على مستوى واحد يمكن قص شكل السطح المنفرد بعد رسمه على ورق الرسم او الصفيح ، بحيث يمكن إعادته ليكون نموذجا لذلك الجسم . والسطوح القابلة للافراد نوعان :

أولاً ـ السطوح المستوية وهي ما يمكن افرادها على سطح مستو واحد دون احداث أي التواء او تمزق في بعض أجزائها كسطوح المنشور والهرم وأجزائهما .

ثانياً ـ السطوح المنحنية التي تتولد من حركة خط مستقيم حول محور وكان منحنى قاعدة السطح عبارة دائرة كسطوح الاسطوانات والمخروطات وأجزائها .

وهناك سطوح غير قابلة للانفراد ما لم يحدث فيها تمزق او شد في اجزائها كسطح الكرة مثلا ولذلك تستعمل في بسطها طريقة الشقة او الهلال .

وإفراد السطوح له أهمية كبيرة من الوجهة العملية وخاصة في اعمال السمكرة وصنع نماذج الأجسام والطريقة المتبعة في ذلك هي رسم أفراد أجزاء الشيء المراد صنعه بمقياس كامل او مصغر على ورق الرسم او مباشرة على اللوح المعدني وثم توصل هذه الأجزاء اما بطريقة اللحام او البرشمة او التعشيق وذلك بترك زيادة في اطراف الأجزاء بحيث تسمح بوصلها ببعضها .

والأمثلة التالية تبين طريقة افراد سطوح الأجسام المختلفة .

مثال (١)

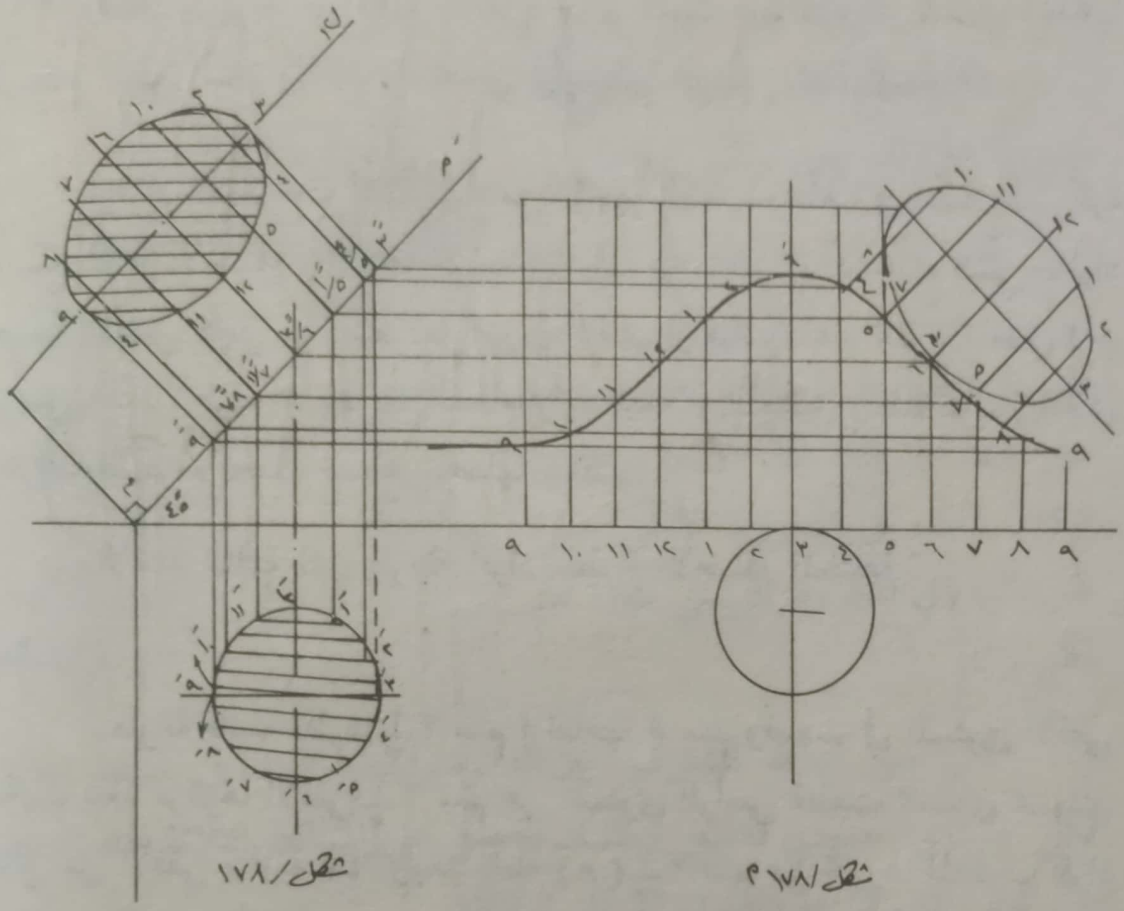
اسطوانة قائمة قطرها $2\frac{1}{2}$ سم ارتفاعها ٥ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي قطعت بمستوى عمودي مائل على الأفقي بزاوية ٤٥° وتبعد نقطة (م) $2\frac{1}{2}$ سم عن محورها المطلوب افراد سطحها بعد القطع .

١ ـ يقسم محيط الدائرة في المسقط الأفقي الى اقسام متساوية ولتكن (١٢) قسما وتعيين هذه الأقسام (الرواسم) في المسقط الرأسي للأسطوانة حتى تقطع الأثر الرأسي للمستوى العمودي .

٢ ـ يرسم على امتداد قاعدة الأسطوانة خط طوله يساوي محيط الأسطوانة (ط ق) ويقسم كذلك الى (١٢) قسما متساويا .

٣ ـ تقام اعمدة على هذا الخط من نقط التقسيم وترقم هذه الأعمدة حسب فتح المسقط الأفقي للدائرة وليكن ابتداء من القسم (٩′) .

٤ ـ من تقاطع الرواسم مع الأثر الرأسي ٣″ ، ٢/٤″ ، ١/٥″ ، ١٢/٦″ . . . . . تمد خطوط موازية لخط الأرض حتى تقطع الأعمدة المقامة من نقاط (٩، ١٠، ١١، ١، ٢ . . . . . ٩) تقاطع خط موازي مع آخر عمودي من عين الرقم . تحدد نقاط المنحنى لسطح الاسطوانة بعد عملية افراده كما هو مبين في الشكل / ١٧٨ أ



شكل/١٧٨ أ

شكل/١٧٨ ب

٥ ـ يعين الشكل الحقيقي للقطاع ثم ينقل الى السطح المنفرد وقاعدة الاسطوانة كما هو مبين في الشكل / ١٧٨ أ

مثال (٢)

منشور سداسي قائم طول ضلع قاعدته $1\frac{1}{2}$ سم وارتفاعه ٥ سم ، وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزه الأفقي ٢ سم عن المستوى الرأسي قطع المنشور بمستوى عمودي مائل على الأفقي بزاوية ٤٥° وتبعد نقطة (م) $2\frac{1}{2}$ سم عن محوره ارسم افراد سطحه بعد القطع .

الحل :

١ ـ يرسم المسقط الأفقي للمنشور السداسي بحيث يكون أحد اوجهه يوازي خط الأرض ثم ترقم أحرفه بـ (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ،) .

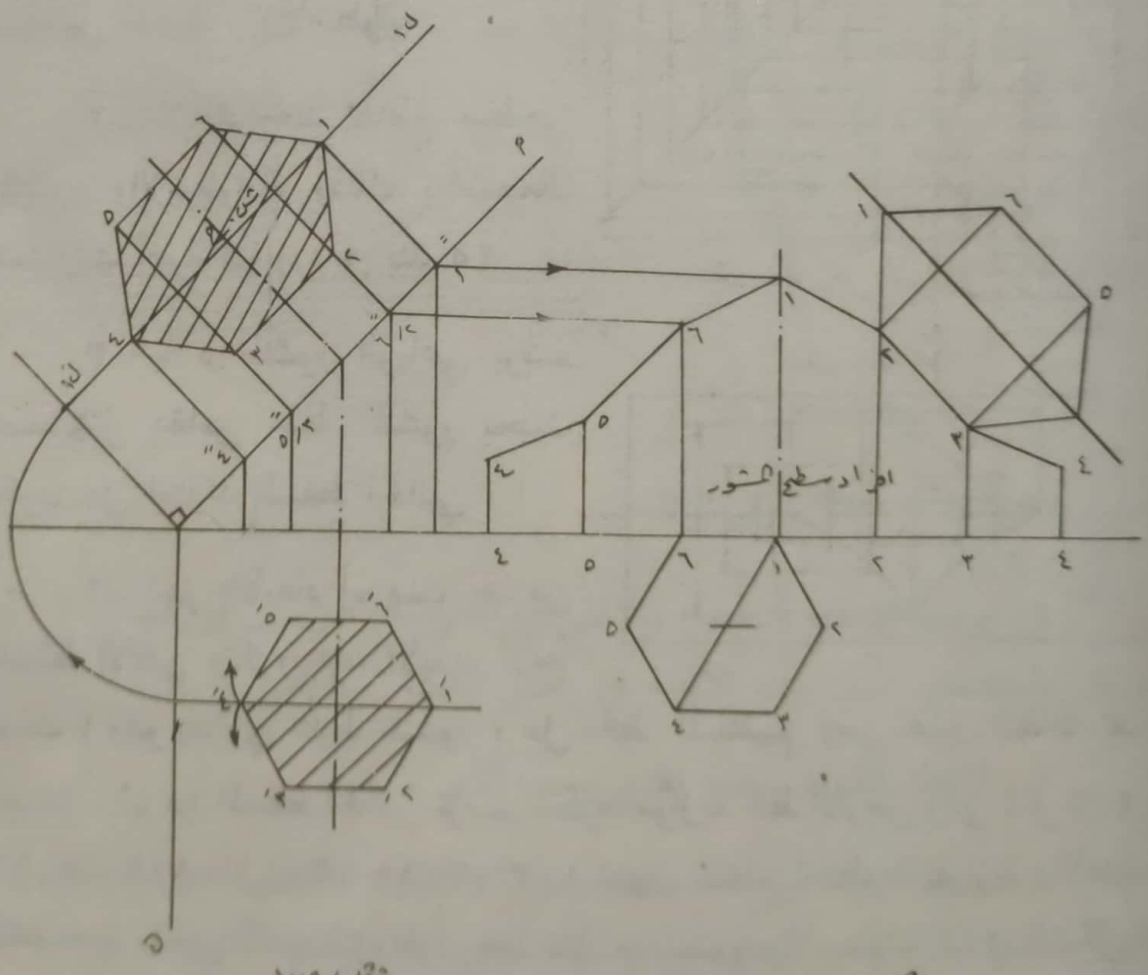
٢ ـ يرسم المسقط الرأسي وهو ١ ، ٢ ,٦ً ، ٣ ,٥ً ، ٤ً وهو مقطوع بالأثر الرأسي .

٣ ـ يرسم خط مستقيم يمثل مقاس محيط الجسم ويكون على امتداد قاعدة المنشور ثم يقسم الى (٦) اقسام متساوية كل قسم فيها يمثل طول ضلع قاعدته .

٤ ـ تقام أعمدة من نقط التقسيم هذه ومن المسقط الرأسي ترسم خطوط موازية لخط الأرض تقطع الأعمدة المقامة في نقط .

٥ ـ نصل نهايات تقاطع هذه الأعمدة والخطوط الموازية لخط الأرض نحصل على الخط المنكسر ٤ ـ ٥ ـ ٦ ـ ١ ـ ٢ ـ ٣ ـ ٤ وبذلك يتحدد الافراد المطلوب كما هو مبين في الشكل / ١٧٩ أ

٦ ـ نجد الشكل الحقيقي للقطاع ثم يضاف الى سطح المنشور المنبسط وكذلك قاعدته كما هو مبين في الشكل / ١٧٩ أ .

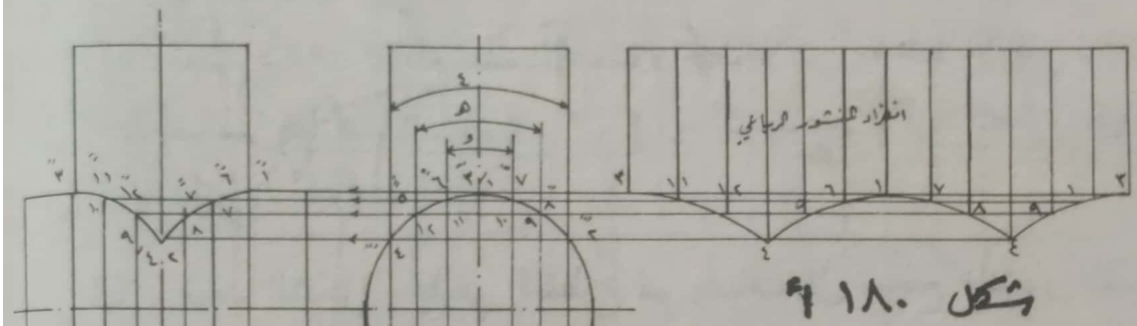


شكل ١٧٩/ب

شكل ١٧٩/أ

مثال (٣)

منشور رباعي قائم رأسي قطع اسطوانة أفقية كما هو مبين في الشكل ادناه ، جد خط تقاطع المنشور والأسطوانة وكذلك ايجاد انفراد سطحي المنشور والاسطوانة بعد التقاطع .



شكل ١٨٠ أ

الحل :

١ ـ يرسم المسقط الأفقي والرأسي والجانبي للمنشور والأسطوانة .

٢ ـ لايجاد خط تقاطع سطحي المنشور والاسطوانة وذلك باستعمال مستويات أفقية كما ورد في بند ٤٥ .

٣ ـ يفرد المنشور الرباعي برسم خط يمثل مقاس محيط المنشور بحيث يكون على امتداد المسقط الجانبي .

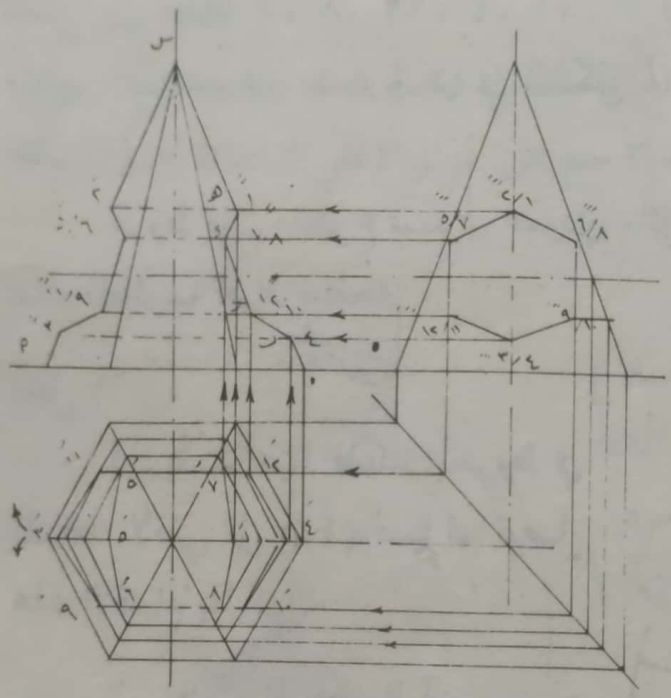
٤ ـ تنقل الأبعاد أ، ب، جـ من المسقط الأفقي وتكرر هذه الأبعاد أربع مرات (وهو يساوي محيط المنشور) على الخط المستقيم ومن هذه النقاط تقام أعمدة . ثم من المسقط الجانبي ترسم خطوط موازية لخط الأرض والتي تمثل ٢ ,٤، ٥,١٢، ٨/٩، ٦/١١، ٧/١٠، ١/٣ تعيين تقاطع الخطوط الموازية والأعمدة نقاط خط منحني الذي يمثل طول خط تقاطع المنشور والأسطوانة كما في الشكل / ١٨٠ أ .

٥ ـ تفرد الأسطوانة وتعيين نقطتي ٣، ١ وتمثلان قطر قاعدة المنشور وتعيين

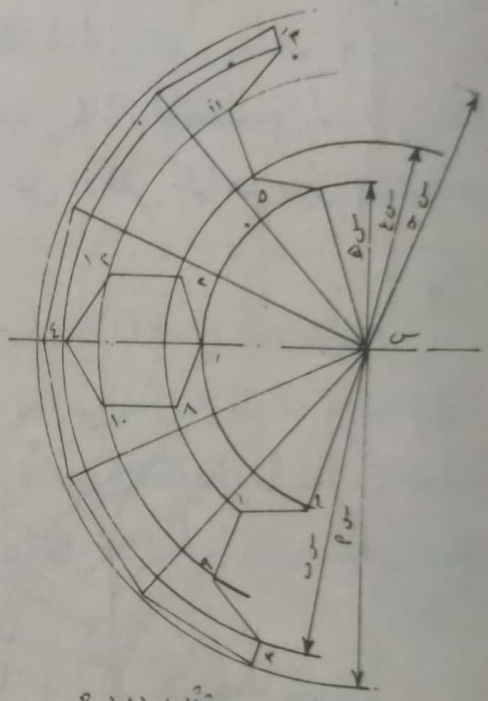
النقطتين ٢ ، ٤ والمسافة بينهما تساوي طول القوس في المسقط الجانبي المبين بالحرف (د) ثم تعيين بقية النقاط الأخرى كما هو مبين في افراد سطح الأسطوانة المبين في الشكل / ١٨٠ ب

مثال (٤)

هرم سداسي قائم يتخلله ثقب سداسي كما هو مبين في الشكل ادناه والمطلوب افراد سطح الهرم .



شكل / ١٨١



شكل / ١٨١ ب

الحل :

١ ـ يرسم المسقط الرأسي والأفقي والجانبي كما هو مبين في الشكل / ١٨١ وذلك باستعمال المستويات الأفقية في رسم الثقب السداسي .

٢ ـ لايجاد انفراد سطح الهرم يرسم الآتي :

ترسم جزء من دائرة نصف قطرها س أ (الطول الحقيقي للحرف) ثم يقسم قوس الدائرة الى (٦) اقسام كل قسم يساوي ضلع قاعده الهرم . توصل هذه الأقسام بالمركز (س) .

٣ ـ لايجاد وضع الثقب السداسي في السطح المنفرد يجري الآتي :

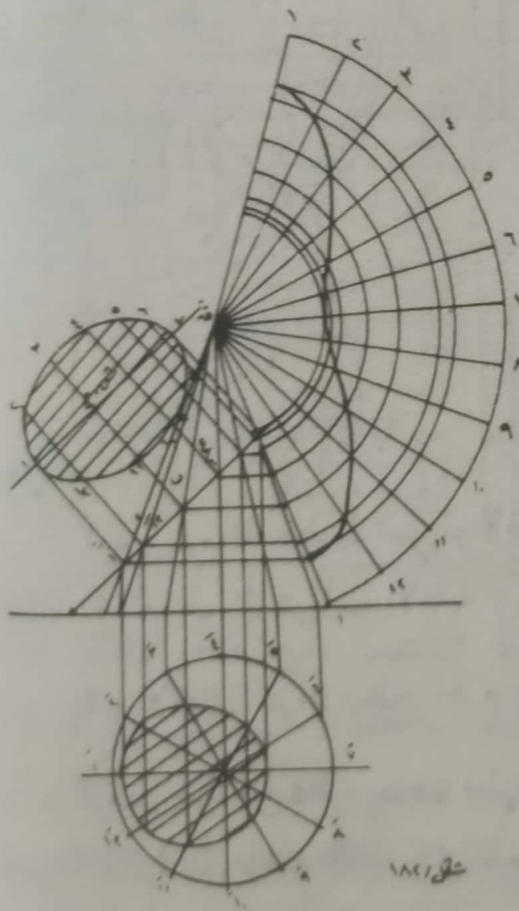
(أ) ترسم اجزاء من دوائر اخرى انصاف اقطارها س ب ، س حـ ، س د ، س هـ مركزها (س) .

(ب) تعيين النقطة (٤) على الدائرة (س ب) ثم النقطة (د) على الدائرة (س هـ) حيث المسافة (٢ ـ ٤) تمثل البعد الحقيقي . ثم نعين النقطتين (١١، ١٢) على الدائرة (س حـ) وتعيين المسافة (٤ ـ ١١ ـ أو ٤ ـ ١٢) بطريقة ايجاد الطول الحقيقي (راجع بند ١٣) ثم تعين النقطتان (٧، ٨) على الدائرة (س د) نصل بين النقاط ٢، ٨، ١٢، ٤، ١١، ٧ فيكون هو الشكل السداسي للثقب وتظهر اضلاعه غير متساوية كما في الشكل / ١٨١ أ .

مثال (٥)

مخروط قائم مقطوع بمستوى عمودي مائل على الأفقي كما هو مبين في الرسم ادناه المطلوب افراد سطحه .

الحل :



شكل/١٨٤

١ ـ يقسم محيط قاعدة المخروط في المسقط الأفقي الى (١٢) قسما ثم توصل هذه الأقسام بالمركز .

ثم تعيين المسقط الرأسي لهذه الأقسام .

٢ ـ الطول الحقيقي لراسم المخروط (قً ـ ٧ً اوقً ـ ١ً) يركز في قً وبفتحة تساوي الطول الحقيقي يرسم قوس ثم تنقل علية أقسام الدائرة من المسقط الأفقي ابتداء من (١') توصل هذه الأقسام الى (قً) .

٣ ـ الأثر الرأسي للمستوى العمودي قطع المسقط الرأسي للمخروط في النقاط ١ً ، ٢/١٢ً ، ٣/١١ً ، ٤/١٠ً ، ٥/٩ً ، ٦/٨ً ، ٧ً من هذه

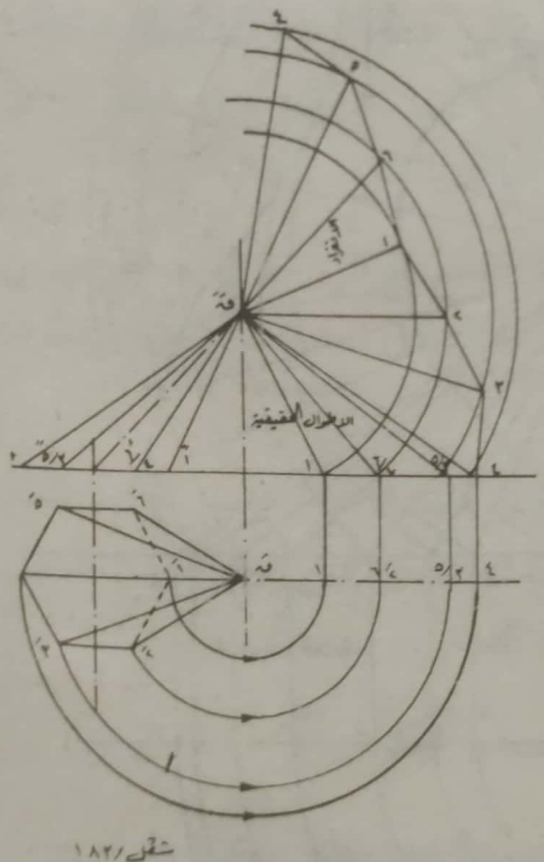
النقاط يرسم خطوط موازية لخط الأرض حتى تقطع الطول الحقيقي (قً - ٧ً) في أ ، ب ، حـ ، د ، هـ ، و ومنها ترسم أقواس دوائر تقطع الرواسم الحقيقية وهي قً - ١ ، قً - ١٢ ، قً - ١١ . . . قً - ١ .

٤ - نقط التقاطع هذه تحدد الخط المنحني للقطاع كما هو مبين في الشكل ١٨٢ (انفراد سطح المخروط) .

مثال (٦)

هرم سداسي مائل طول ضلع قاعدته ١ $\frac{١}{٢}$ سم ارتفاع قمته عن المستوى الأفقي ٣ سم ومسقطها الأفقي يبعد ٣ سم عن المركز الأفقي لقاعدته ارسم انفراد سطحه .

الحل :



شكل/١٨٢

١ - يلاحظ في هذا المثال ان اضلاع قاعدة الهرم متساوية وأحرف الهرم المائلة مختلفة في الطول والوضع وفيه كل حرفين متقابلين متساويين أي قً ٣ً = قً ٥ً ، قً ٢ً = قً ٦ً

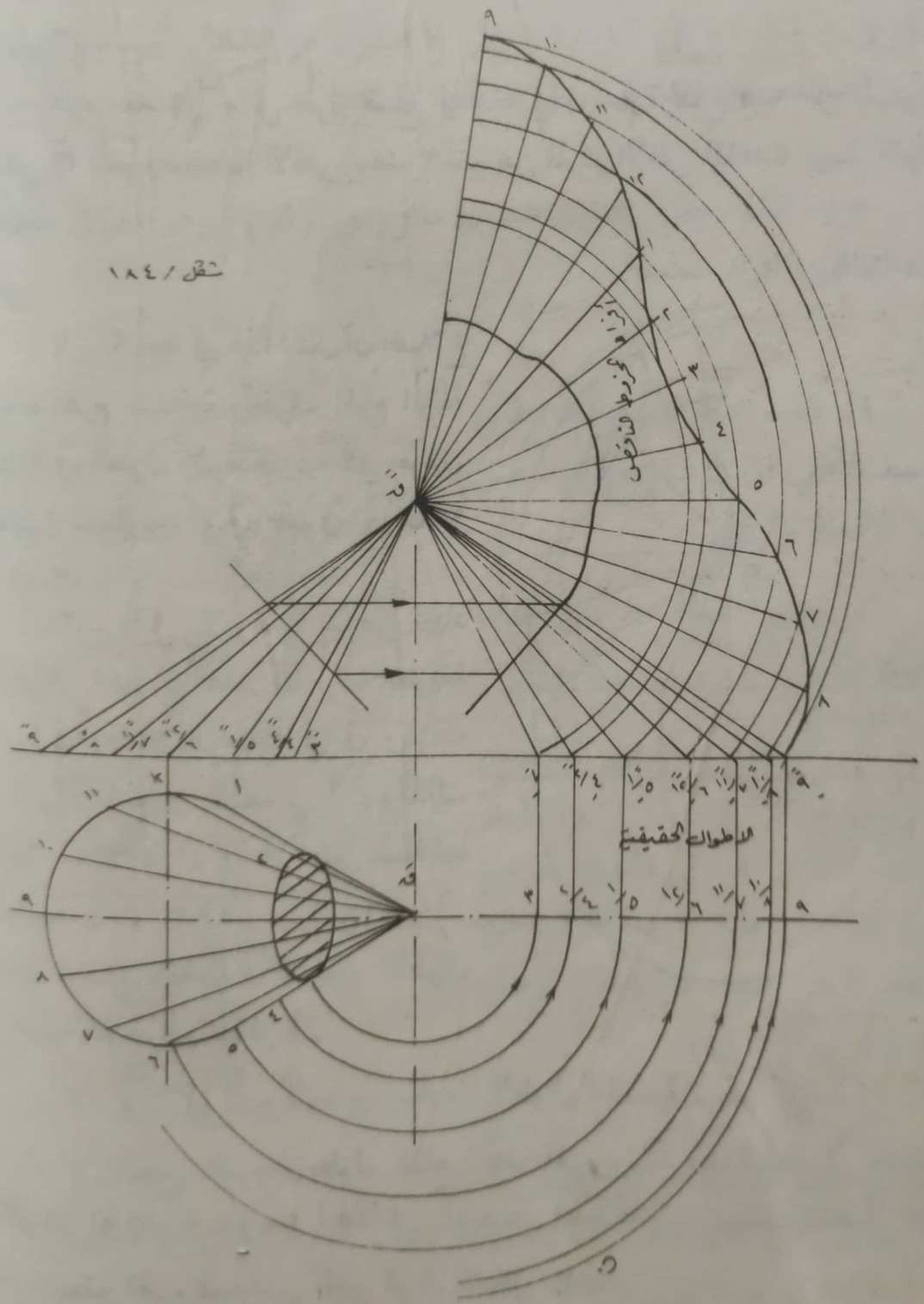
٢ - وقبل الافراد لا بد من ايجاد الأطوال الحقيقية لهذه الأحرف بطريقة الدوران وذلك بأن يركز في قَ وبفتحه تساوي قَ ١َ تعيين النقطة (١َ) وكذلك ٢/٦َ ، ٣/٥َ ، ٤َ ثم تعيين مساقطها الرأسية ٤ً ، ٣/٥ً ، ٢/٦ً ، ١َ ومنها توصل بالنقطة قً فتكون الأطوال الحقيقية للأحرف المطلوبة .

٣ - يركز في قً وبفتحات تساوي الأطوال الحقيقية ترسم أقواسا .

٤ - يفتح الفرجال بطول ضلع قاعده الهرم ونبدأ عند النقطة ٤ً ونقطع الأقواس في ٣ ، ٢ ، ١ ، ٦ ، ٥ ، ٤ . ثم نصل الخط المنكسر وبذلك نحصل على افراد سطح الهرم السداسي المائل كما في الشكل/١٨٣ .

مثال (٧)

مخروط مائل قطر قاعدته ٥ سم ومحوره وجهي يبعد ٣ سم عن المستوى الرأسي ويميل بزاوية ٤٥° على المستوى الأفقي وترتفع قمته ٥ سم عن المستوى الأفقي ، قطع المخروط بمستوى عمودي على محوره ويبعد عن رأس المخروط ٤ سم . المطلوب افراد سطح هذا المخروط بعد القطع .



الحل :

١ ـ يقسم محيط قاعدة المخروط الى (١٢) قسما وترقم ثم تعين مساقطها الرأسية على خط الأرض .

٢ ـ يعين محور المخروط الذي يميل ٤٥° على خط الأرض وتعين قمته على بعد ٥ سم عن المستوى الأفقي .

٣ ـ توصل المساقط الرأسية للأقسام في القمة (ق) فنقسم سطحه الى أجزاء مثلثة كل يتكون من ضلعين عبارة عن راسمين متجاورين في المخروط وقاعدته تساوي قوسا من الأقواس المتساوية على محيط الدائرة .

٤ ـ تعين الأطوال الحقيقية لهذه الرواسم ثم يركز في (ق) وبفتحات تساوي هذه الرواسم نرسم اقواسا وبفتحة تساوي $\frac{1}{12}$ من محيط الدائرة لنبدأ عند النقطة ٩ وتقطع الأقواس في النقاط (٨، ٧، ٦، ٤، ٣ . . . ٩) ثم نصل الخط المنحني وبذلك نحصل على افراد سطح المخروط كما في الشكل / ١٨٤ .

٥ ـ من نقط تقاطع المستوى العمودي القاطع مع الرواسم في المسقط الرأسي نرسم موازيات لخط الأرض تقطع الرواسم الحقيقية في نقط تحدد الأجزاء المقطوعة من هذه الرواسم .

٦ ـ نركز في (ق) وبفتحات تساوي هذه الأجزاء نرسم أقواسا تقطع الرواسم المقابلة في الافراد في عدة نقط . نصلها بمنحنى يمثل افراد محيط القطاع في سطح المخروط فيتحدد شكل السطح بعد القطع .

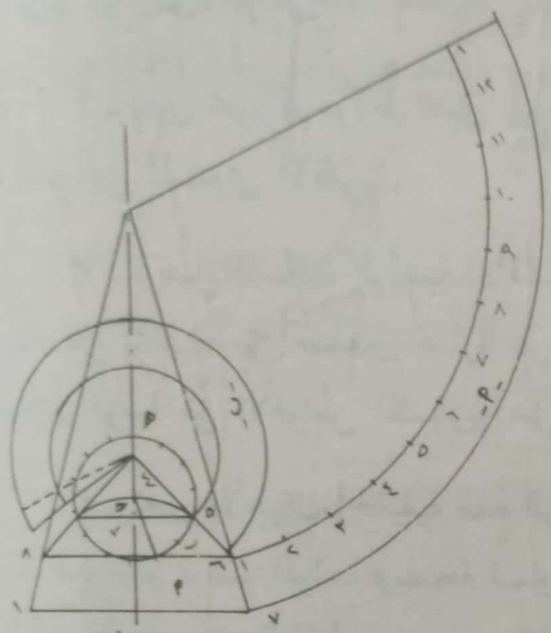
بند ٥٠ ـ الانفراد التقريبي لسطح نصف الكرة

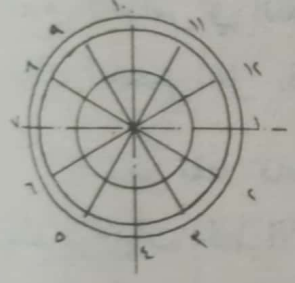
سطح الكرة من الأسطح التي لا يمكن بسطه على سطح مستو بدون أن يحدث تمزق فيه ولذلك يكون انفراده تقريبيا ويمكن الحصول عليه باحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى ـ طريقة الحلقة

تقطع الكرة بمستويات أفقية كل أثنين منها يحصران بينهما قطعة من الكرة على

شكل حلقة هي أقرب في شكلها الى مخروط ناقص ويجرى الآتي :





شكل/١٨٥

١ ـ يرسم نصف دائرة في المسقط الرأسي يمثل نصف الكرة ويقسم محيطه الى (٦) اقسام وترقم ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ثم نصل ٢ ـ ٦، ٣ ـ ٥ فنحصل على ثلاث حلقات هي أ، ب، حـ ويعتبر كل من أ، ب، مخروطين دائريين قائمين ناقصين راسم اولهما المستقيم ١ ـ ٢ وراسم ثانيهما المستقيم ٢ ـ ٣ والحلقة (حـ) تعتبر مخروطا دائريا كاملا راسمه المستقيم ٣ ـ ٤ .

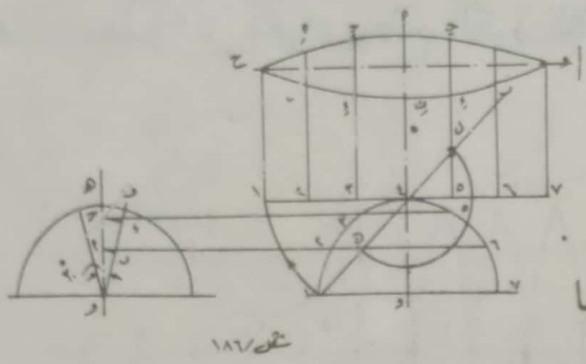
٢ ـ يبسط سطحي المخروطين الناقصين الأوليين والمخروط الكامل بأن يمد المستقيم ١ ـ٢ على استقامته ثم ٧ـ٦ حتى يتقابلا في نقطة (م) هذه النقطة تمثل رأس المخروط الأول . يركز فيها وبفتحه تساوي (م ـ ٧) يرسم قوس ثم يرسم قوس آخر (م ـ ٦) ولتحديد طول القوس الناتج عن انفراد الحلقة الأولى وذلك بأن نجد المسقط الأفقي للوتر (٦ ـ ٢) وهو يمثل القاعدة العليا للمخروط الناقص الأول ويقسم محيط الدائرة الناتجة عنه الى (١٢) قسما ثم ينقل الى $\frac{1}{12}$ الى القوس الثاني وبذلك نحصل على انفراد الحلقة الأولى (أ) .

٣ ـ يمد المستقيم ٢ ـ ٣ و ٦ ـ ٥ حتى يتقابلا في (هـ) ثم يرسم قوس بفتحة تساوي هـ ـ ٦ ، هـ ـ ٥ ويرسم المسقط الأفقي للوتر (٣ ـ ٥) لايجاد الطول الحقيقي لقوس الحلقة الثانية (ب) .

٤ ـ اما بالنسبة للمخروط الكامل رأسه الرقم (٤) يركز فيه وبفتحة تساوي (٤ ـ ٥) يرسم قوس ثم بعين الطريقة السابقة في ٢، ٣ اعلاه يعين طول القوس

للحلقة (حـ) كما هو مبين في الشكل / ١٨٥ .

الطريقة الثانية ـ طريقة الأهلة



شكل/١٨٦

نقسم الكرة الى (١٢) هلالا وذلك بأن نقطع الكرة بعدة مستويات تمر جميعها بقطر الكرة العمودي على المستوى الرأسي . فينقسم سطح الكرة الى (١٢) شقة كل منها بين مستويين .

الحل :

١ ـ نرسم نصف دائرة في المسقط الرأسي ونعين الزاوية المحصورة بين المستويين القاطعين وهي : $\frac{٣٦٠^\circ}{١٢} = ٣٠^\circ$.

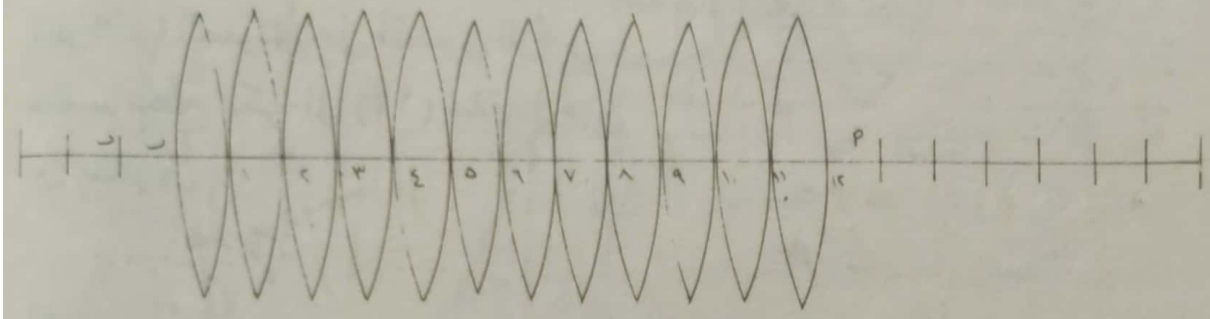
٢ ـ نعين المسقط الجانبي ويقسم محيطه الى (٦) اقسام متساوية ترقم ، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧ .

٣ ـ نسقط النقطتين ٢، ٦ والنقطتين ٣، ٥ والنقطة ٤ على المسقط الرأسي لنحصل على النقط أ ، حـ ، هـ .

٤ ـ نرسم مستقيما و ح (فوق المسقط الجانبي) مساويا لطول نصف محيط الدائرة ونقسمه الى (٦) اقسام متساوية في النقاط أ ، حـ ، هـ ، ويقام أعمدة عليها . ثم يركز الفرجال في (و) (المسقط الرأسي) وبفتحه تساوي (و أ) يرسم قوس يقطع (وف) في (ءَ) ثم نأخذ الأبعاد أ ب ، حـ د ، هـ ف وتحدد اطوالها على الأعمدة المقامة (المسقط الجانبي) فنحصل على ح ، ب١ ، د١ ، ف١ نصلها بمنحنى ثم نرسم هذا المنحنى في الجهة المماثلة بنفس الأبعاد وبذلك حصلنا على نصف الهلال وبالمثل يرسم النصف الثاني فيكون الهلال قد كمل وهو يمثل $\frac{١}{١٢}$ من سطح الكرة،كما هو مبين في الشكل/١٨٦ .

وهناك طريقة اخرى لرسم الأهلة . اذ نرسم خطا يساوي طوله محيط الكرة ويقسم الى (١٢) قسما متساويا ثم يفتح الفرجال فتحة تساوي $\frac{٣}{٤}$ طول الخط المفروض وليكن الخط (أ ب) ثم نركز على الخط أ ب أو امتداده من جهتيه في نقط نرسم منها

اقواسا مارة بنقط التقسيم الاثني عشر بحيث يكون كل قوسين متماسين ومارين بنقطة واحدة من نقط خط التقسيم فيكون مجموع الأقواس (٢٤) قوسا تكون (١٢) هلالاً وهذه تمثل انفراد سطح الكرة التقريبي كما في الشكل / ١٨٧ .

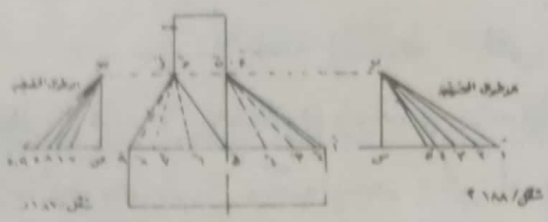


شكل / ١٨٧

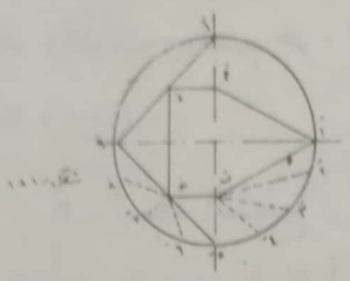
بند ٥١ ـ افراد قطع الاتصال

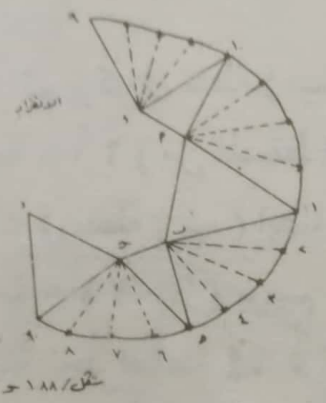
كثيرا ما تستعمل قطع الاتصال في المجاري الهوائية (الدكتات) او خلافها فهي عبارة عن قطعة من المعدن يكون سطحها بحيث تصل ماسورتين مختلفتين في الشكل والحجم ، فاذا كانت الماسورتان دائرتين المقطع كانت وصلة الاتصال مخورطية الشكل واذا كان مقطع احد الماسورتين شكلا مضلعا ومقطع الاخرى دائريا تكونت وصلة الاتصال من اسطح بعضها اجزاء من مخروط والبعض الآخر اسطح مستوية . ولافراد سطح وصلة الاتصـــال الى وحدات بسيطة تحدد الأسطح المختلفة المتكونة منها الوصلة ثم توجد الأطوال الحقيقية للخطوط التي تحدد تلك الوحدات ويرسم الشكل الحقيقي لكل وحدة حتى يمكن الحصول على الشكل الحقيقي لانفراد سطح وصلة الاتصال بأكمله . والمثال الآتي يبين كيفية افراد سطح وصلة الاتصال التي بين ماسورة مستطيلة المقطع وأخرى دائرية .

يتضح من شكل وصلة الاتصال هذه ان سطحها يتكون من وحدات بعضها سطوح مستوية تحصر بينها سطوحا منحنية هي اجزاء من مخاريط ويلاحظ ان القاعدة العليا لجسم وصلة الاتصال واقعة في مستـوى أفقي وكـذلـك القـاعـدة السفلى . لذلك نرى ان المستطيل أ بَ حَـ دَ في المسقط الأفقي يمثل الشكل الحقيقي



شكل/ ١٨٨ ب





شكل/ ١٨٨ جـ

لمقطع الماسورة العليا . وان الدائرة تمثل الشكل الحقيقي لمقطع الماسورة السفلي وكذلك يلاحظ أن سطح قطعة الاتصال مكون من أربعة مثلثات مساقطها أَ بَ ١' ، بَ حَـ ٥' ، حَـ دَ ٩' ، دَ أَ ١٠' وأربعة اجزاء من مخاريط محصورة بين المثلثات الأربعة وأن المساقط الأفقية لرؤوس المخاريط عند النقط أَ ، بَ ، حَـ ، دَ . ولأجل ايجاد الشكل الحقيقي لاستواء سطوح وصلة الاتصال يجب تعيين الاشكال الحقيقية للأربعة المثلثات والأشكال الحقيقية لانفراد سطح الأربعة الأجزاء المخروطية لذلك يجري الآتي :

١ ـ نلاحظ في المسقط الأفقي أن جزء المخروط الذي رأسه عند (بَ) قاعدته عبارة عن ربع دائرة قوسها من (١' ـ ٥') فيقسم هذا القوس الى عدد من الأقسام المتساوية وليكن أربعة مثلا ، النقط ٢' ، ٣' ، ٤' ثم نصل نقط التقسيم بالرأس (تَ) فتكون المستقيمات بَ ١' ، بَ ٢' ، بَ ٣' ، بَ ٤' ، بَ ٥' وهي المساقط الأفقية لرواسم في المخروط .

٢ ـ تحدد المساقط الرأسية لهذه الرواسم وهي المستقيمات بً ـ ١ً ، بً ـ ٢ز٦٢٠ ، بً ـ ٣ً ، بً ـ ٤ً ، بً ـ ز ٥ً .

٣ ـ لايجاد الأطوال الحقيقية لرواسم اجزاء المخاريط الأربعة يرسم خط من (بً) أفقيا وكذلك يرسم خط آخر من ١ً ثم تعين المسافة ب س عموديا على الخط الأفقي ثم تنقل أطوال المساقط الأفقية بَ ١ً ، بَ ٢ً ، بَ ٣ً ، بَ ٤ً ، بَ ٥ً على الخط امتداداً من الحرف (س) ثم توصل هذه بالنقطة ب فنحصل على الأطوال الحقيقية لرواسم جزء المخروط الذي رأسه (ب) وبنفس الطريقة نجد الأطوال الحقيقية لرواسم جزء المخروط الذي رأسه (حـ) كما هو مبين في الشكل / ١٨٧ أ ، ١٨٧ ب .

٤ ـ من ملاحظة المسقط الأفقي أن سطح وصلة الاتصال متماثلة بالنسبة للقطر (١′ ـ ٩′) فتكون رواسم جزء المخروط الذي رأسه (د) متماثلة مع رواسم جزءالمخروط الذي رأسه (حـ) أي أن طول كل راسم في احدهما يساوي نظيره في الأخر وكذلك رواسم جزء الذي رأسه (أ) متماثلة مع رواسم جزء المخروط الذي رأسه (ب) .

٥ ـ لبسط السطح ارسم المثلث (أ ب ١) بأطوال اضلاعه الحقيقية حيث أ ب = أَ بَ ، ب ـ ١ = أ ـ ١ = ب١ ـ ١ (شكل / ١٨٨ أ) .

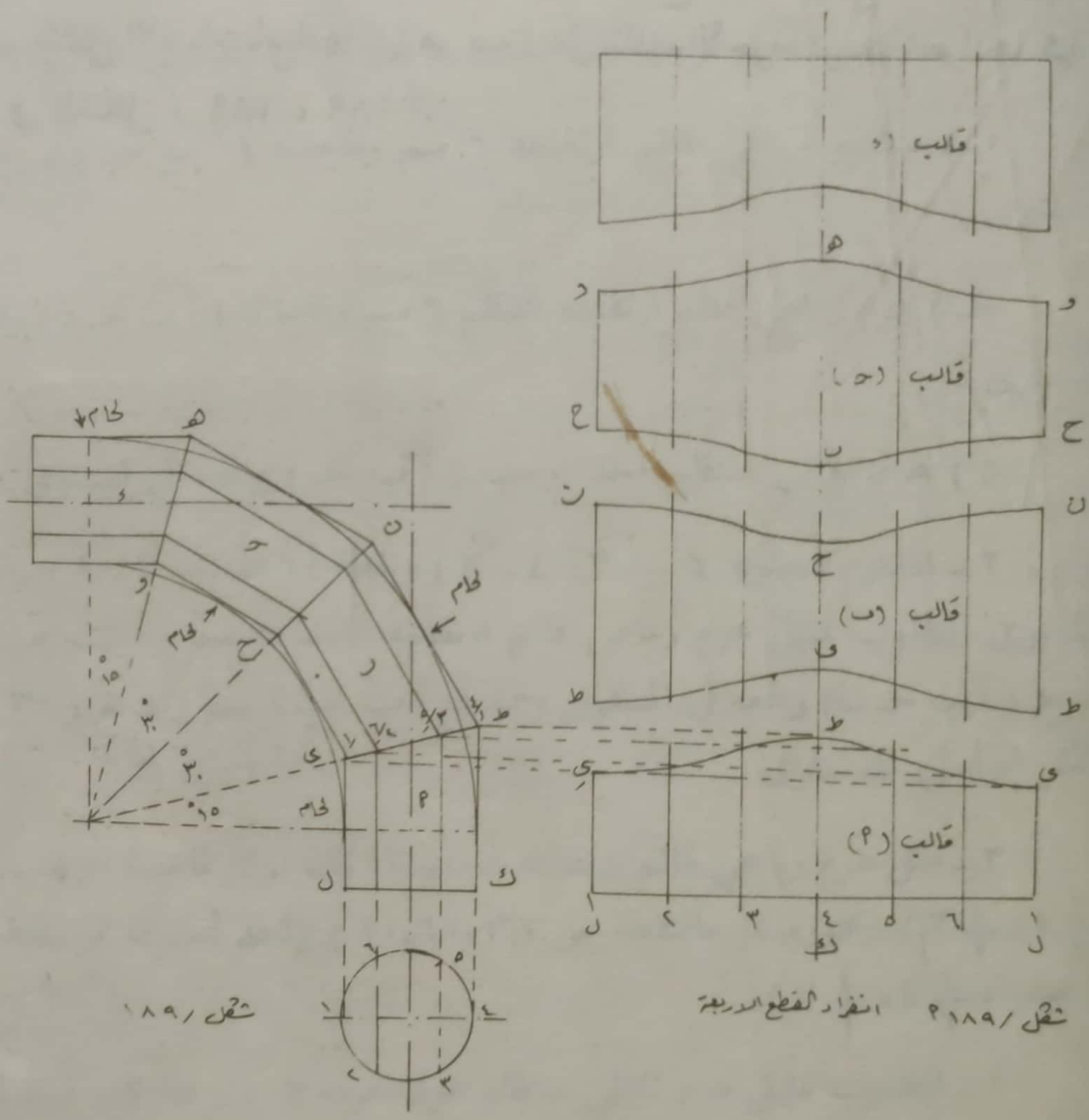
ثم يركز في نقطة (ب) وبفتحة = (ب ـ ٢) ، يرسم قوسا ثم يركز في (١) وبفتحة = اَ ٢َ (من المسقط الأفقي) يرسم قوسا يقطع القوس الأول في نقطة (٢) . ثم يركز في نقطة (ب) ايضا وبفتحة = (ب١ ـ ٣) يرسم قوسا ثم يركز في نقطة (٢) وبفتحة = (٢′ ٣′) يرسم قوسا آخر يقطع القوس الأول في النقطة (٣) وبنفس الطريقة نجد النقطة ٤، ٥ وتكون النقط ١، ٢، ٣، ٤، ٥ جميعها من النقط التي تحدد بشكل انفراد سطح المخروط الذي رأسه (ب) نصل بين بعضها البعض بمنحنى ثم يركز في (٥) وبفتحة = (حـ١ ـ ٥) (الشكل / ١٨٨ ب) يرسم قوسا وكذلك يركز في نقطة (ب) وبفتحة = بَ حَـ (المسقط الأفقي) يرسم قوسا يقطع القوس السابق في (حـ) نصل ب ـ حـ ، حـ ـ ٥ نحصل بذلك على المثلث الحقيقي ب حـ ٥ .

وبنفس الطريقة السابقة يمكن تعيين النقط ٦، ٧، ٨، ٩ وتكون جميعها من النقط التي تحدد بموجبها انفراد سطح جزء المخروط الذي رأسه (حـ) .

يركز في (حـ) وبفتحه = حَـ دَ يرسم قوس ثم يركز في نقطة (٩) وبفتحه تساوي (حـ١ ـ ٩)يرسم قوس يقطع القوس الأول في د .نصل(حـ ـ د)، (د ـ ٩) نحصل على الشكل الحقيقي للمثلث (حـ د ٩) وفي التماثل يمكن الحصول على شكل انفراد سطح جزء المخروط الذي رأسه (أ) وعلى المثلث الحقيقي (أ د ١٠) وكذلك على جزء المخروط الذي رأسه (د) وبذلك تم انفراد مسطح وصلة الاتصال كما في شكل / ١٨٨ حـ .

مثال (٢)

الشكل يمثل وصلة انتقال (مرفق) يتألف من أربع قطع المطلوب افراد سطح كل قطعة ؟ .



شكل ١٨٩/ انفراد القطع الاربعة

شكل ١٨٩/

الحل :

الشكل المبين في الرسم اعلاه يوضح انتقال الهواء خلال (الدكت) من غرفة الى اخرى ولأجل افراد سطحه يتبع الآتي :

١ - يرسم خط مواز لخط الأرض طوله يساوي محيط الأسطوانة وهو ل ك ل ويقسم الى اقسام متساوية ولتكن (٦) اقسام وترقم (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦) وتقام اعمدة عليها .

٢ ـ يسقط من الأرقام ١ـ، ٢ـ/٦، ٣ـ/٥، ٤ـ الواقعة على الضلع (ي ط) خطوط اسقاط تقطع الأعمدة المقامة في نقاط . توصل هذه النقاط نحصل على المنحنى المطلوب (ي ط ي) بالنسبة للجزء (أ) .

٣ ـ اما بالنسبة للأجزاء ب ، حـ ، د فتفتح عند موضع اللحام المبين في الرسم وتنقل الأقسام بأبعادها كما هو مبين على تلك الأجزاء لرسم انفرادها كما هو مبين في الشكل / ١٨٩ ، ١٨٩ أ.

تمارين الفصل الثامن

١ ـ المعلوم مستوى (ـ ٥، ٦، ٤) ونقطتان أ (ـ ١، ١ ١/٢، ؟) ب (١/٢، ؟، ١) واقعتان فيه والمطلوب تمثيل : ـ

أ) مكعب احد اوجهه (أ ب حـ د) واقع في المستوى المعلوم .

ب) منشور رباعي قائم ارتفاعه ٦ سم وقاعدته (أ ب حـ د) واقعه في المستوى .

حـ) هرم رباعي قائم ارتفاعه القائم ٦ سم وقاعدته (أ ب حـ د) واقعه في المستوى .

د) هرم ثلاثي منتظم احد اوجهه (أ ب حـ) واقعه في المستوى .

٢ ـ المعلوم مستوى (ـ ٣ ١/٢، ٤، ٣) ونقطة أ (صفر ، ؟، ١) واقعة في المستوى المطلوب تمثيل هرم رباعي قائم ارتفاعه القائم ٥ سم وقاعدته عبارة عن مربع (أ ب حـ د) واقعه في المستوى والضلع أ ب = ٢ ١/٢ سم ويصنع (٣٠°) مع الأثر الرأسي للمستوى .

٣ ـ مثل هرم رباعي قائم ارتفاعه ٨ سم اذا كان مركز قاعدته م (ـ ١ ١/٢، ٤ ١/٢، ٣ ١/٢) ومحوره يمر بالنقطة س (٣، ١٠، ١٠) وأحد أحرفه يمر بالنقطة ن (صفر ، ٤ ١/٢، ٧ ١/٢) .

٤ ـ المطلوب تمثيل هرم ثلاثي منتظم طول حرفه ٣ سم اذا كان أحد أحرفه أ ب أفقي ومعلوم اتجاه المسقط الأفقي للحروف أ حـ .

٥ ـ مثل مكعباً معلوم مسقطي أحد أحرفه (أ ب) علما بأن حرفاً آخر من الأحرف المارة بالرأس (أ) في وضع وجهي .

٦ ـ مثل مكعبا معلوم مركزه اذا كان أحد أوجهه يقع في مستوى رأس بميل ٤٥° على خط الأرض وأحد أحرف هذا الوجه بميل ٣٠° على الأثر الأفقي .

٧ ـ المعلوم مستقيمان شماليان متعامدان ح ، ع أحدهما ح أفقي والمطلوب

تمثيل ذي الثمانية أوجه المنتظم الذي يقع أحد أحرفه على المستقيم ع وأحد أقطاره الذي لا يقطع الحرف السابق ذكره على المستقيم ح .

٨ ـ مثل منشورا سداسيا قائما قاعدته سداسية الشكل طول ضلعها ٢ سم وارتفاعه ٦ سم اذا كان احد أوجه المنشور الجانبية يقع في مستوى عمودي على المستوى الرأسي ويميل ٤٥° على الأفقي وأحد أحرف هذا الوجه الواقع في السطح الجانبي للمنشور يميـل ٣٠° على الأفقي علما بأن أحد رؤ وس هذا الوجه (أ) تبعد عن المستوى الرأسي ٤ سم وعن المستوى الأفقي $\frac{1}{2}$ ٥ سم .

٩ ـ مثل ذي الثمانية أوجه المنتظم اذا كان أحد أوجهه يقع في المستوى (٥ ، ٥ ، $\frac{1}{2}$ ٦) وكانت النقطتان أ (ـ ٣ ، $\frac{1}{2}$ ٥ ، ؟) ، ب (؟ ، $\frac{1}{2}$ ٢ ، $\frac{1}{2}$) رأسين من هذا الوجه

١٠ ـ هرم رباعي قائم طول ضلع قاعدته $\frac{1}{2}$ ٣ سم وارتفاعه القائم ٧ سم وضع في المستوى الأفقي بحيث يبعد احد رؤ وس قاعدته ١ سم عن المستوى الرأسي ويميل احد اضلاع قاعدته (٤٥°) على خط الأرض قطع الهرم بمستوى مائل أثره الرأسي (٣٠°) ويميل أثره الأفقي (٤٥°) على خط الأرض وتبعد نقطة (م) ٧ سم عن محوره . ارسم المسقط الرأسي والأفقي والشكل الحقيقي للقطاع .

١١ ـ اسطوانة قائمة قطرها ٤ سم ارتفاعها ٧ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي $\frac{1}{2}$ ٢ سم عن المستوى الرأسي قطعت الأسطوانة بمستوى (ـ ٥ ، ٦ ، ٥) . ارسم المسقط الرأسي والأفقي والشكل الحقيقي للقطاع .

١٢ ـ كرة قطرها ٦ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي ٣ سم عن المستوى الرأسي ، قطعت بمستوى عمودي على الأفقي مائل على الرأسي بزاوية ٥٠° والمطلوب رسم المسقط الرأسي والأفقي للقطاع والشكل الحقيقي له اذا علمت ان الأثر الرأسي يبعد ٤ سم عن المركز الكرة .

١٣ ـ كرة قطرها ٤ سم وضعت في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزها الأفقي $\frac{1}{2}$ ٢ سم عن خط الأرض . قطعت بمستوى مائل بميل أثره الرأسي ٥٥° وبميل أثره الأفقي ٦٠° على خط الأرض وتبعد نقطة (م) عن محورها $\frac{1}{2}$ ٤سم . ارسم

المسقط الرأسي والأفقي والشكل الحقيقي للقطاع .

١٤ ـ منشور ثلاثي منتظم قائم ، قاعدته مثلث متساوي الأضلاع ضلعها ٣ سم وارتفاعه ٨ سم وضع بقاعدته في المستوى الأفقي بحيث يبعد أحد أحرفه ٢ سم عن المستوى ويميل أحد أوجهه ٣٠° على خط الأرض . قطع المنشور بمستوى مائل يميل أثره الأفقي ٣٠° وأثره الرأسي ٤٥° على خط الأرض ويبعد الأثر الأفقي عن مركز قاعدته ٣ سم . المطلوب رسم مسقطيه والشكل الحقيقي للقطاع .

١٥ ـ منشور رباعي قائم طول ضلعه ٢ سم وارتفاعه ٥ سم وضع بقاعدته في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزه الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي ، قطع باسطوانة أفقية قطرها ٣ سم طولها ٧ سم بحيث يبعد محورها ٣ سم عن المستوى الأفقي و ٢,٨ سم عن المستوى الرأسي . ارسم خطي تقاطعهما .

١٦ ـ منشور سداسي قائم طول ضلعه $1\frac{1}{2}$ سم وارتفاعه ٥ سم وضع بقاعدته في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركزه الأفقي $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي وأحد أضلاع قاعدته يوازي خط الأرض . قطع بمنشور سداسي آخر أفقي طول ضلعه $\frac{1}{2}$ ١ سم وطوله ٦ سم يبعد محوره $2\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الأفقي و ٢,٢ سم عن المستوى الرأسي ارسم خطي تقاطعهما .

١٧ ـ هرم سداسي قائم طول ضلع قاعدته ٢ سم وارتفاعه القائم ٥ سم بحيث يبعد مركز قاعدته $3\frac{1}{2}$ سم عن المستوى الرأسي . ومرتكز بقاعدته في المستوى الأفقي .

اخترقت سطحه اسطوانة رأسيه قطرها $1\frac{1}{2}$ سم وارتفاعها ٤ سم بحيث يبعد محورها الرأسي ٠,٣ سم عن محور الهرم في المسقط الرأسي و ٠,٣ سم في المسقط الأفقي . ارسم خطي تقاطع سطحيهما .

١٨ ـ ارسم مسقطي خط تقاطع اسطوانتين دائريتين قائمتين متعامدتين قطر الكبرى الرأسية ٥ سم وقطر الصغرى الأفقية ٤ سم اذا كان محورهما متقاطعين بالتعامد وموازيين مستوى الاسقاط الرأسي .

١٩ ـ المطلوب رسم مسقطي خط تقاطع الأسطوانتين في المسألة (١٨) اذا كان (أولاً) محور الأسطوانة الصغرى أفقيا ويميل ٣٠° مع المستوى الرأس

(ثانياً) محور الأسطوانة يميل ٣٠° مع المستوى الأفقي .

٢٠ ـ المطلوب رسم مسقطي خط تقاطع اسطوانتين دائرتين قائمتين متعامدتين قطر كل منهما ٦ سم . موضوعة احداهما في وضع رأسي بحيث يبعد محورها ٥ سم عن المستوى الرأسي ويبعد محور الأخرى الأفقية الموازي للمستوى الرأسي ٦ سم عن المستوى الأفقي للمحورين المتقاطعين .

٢١ ـ مخروط قائم قطر قاعدته ١٠ سم وارتفاعه القائم ١٤ سم وضع بقاعدته في المستوى الأفقي بحيث يبعد مركز قاعدته الأفقي ٦ سم عن المستوى الرأسي قطع بأسطوانة أفقية قطرها ٣ سم وطولها ١٢ سم ومحورها يوازي خط الأرض ويبعد عن كل من المستوى الرأسي والأفقي ٦ سم. ارسم المسقطين الرأسي والأفقي لمنحنى تقاطع الجسمين .

٢٢ ـ مخروط قائم قطر قاعدته ٦ سم وارتفاعه القائم ٧ سم جد افراد سطحه ثم عيّن طول ومسقط لاقصر مستقيم يمر حول المخروط من نقطة على محيط قاعدته الى أن تصل الى نفس النقطة على المحيط .

٢٣ ـ مخروط قائم قطر قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٩ سم قطع بمستوى عمودي مائل على الأفقي بزاوية ٤٥° ويمر بمنتصف المحور . ارسم افراد سطح المخروط الناقص .

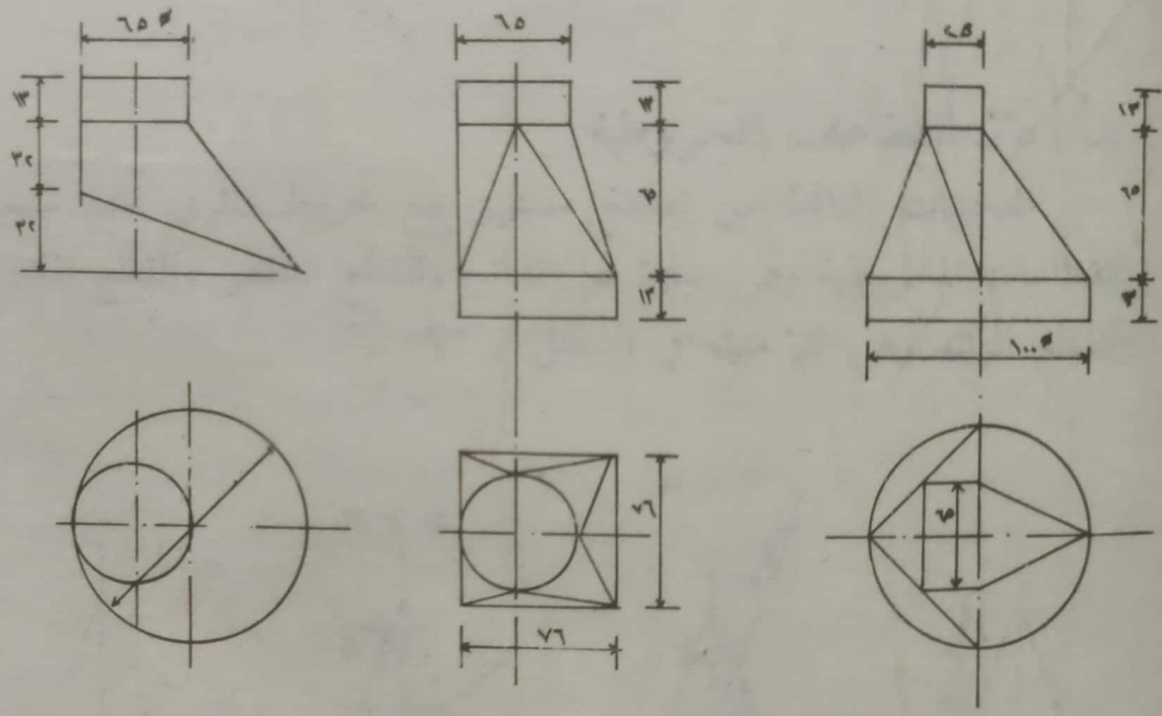
٢٤ ـ هرم سداسي مائل طول ضلع قاعدته ٢ سم وارتفاع قمته عن المستوى الأفقي ٥ سم ومسقطها الأفقي يبعد ٤ سم عن المركز الأفقي لقاعدته ، قطع بمستوى افقي يبعد $٢\frac{١}{٢}$ سم عن المستوى الأفقي ارسم سطح الجزء السفلي منه .

٢٥ ـ كرة قطرها $٤\frac{١}{٢}$ سم ارسم الانفراد التقريبي لسطح هلال (أو شقة) من سطح الكرة التي زاويتها ٣٠° .

٢٦ ـ مخروطان قائمان أحدهما منطبق بقاعدته على المستوى الأفقي وقطرها ١٠ سم ومركزها يبعد بمقدار $٥\frac{١}{٢}$ سم عن المستوى الرأسي وارتفاعه ١٠ سم والآخر قطر قاعدته ٩ سم وارتفاعه ١٠ سم ومحوره يوازي خط الأرض ويقطع

محور المخروط الأول في منتصفه بنقطة تبعد $\frac{1}{2}$ ٤ سم من رأس الثاني . ارسم مسقطي خط تقاطع المخروطين .

٢٧ ـ الأشكال المبينة مسقطيها الرأسي والأفقي في ادناه تبين وصلات انتقال ؛ المطلوب افراد سطح كل منها ؟

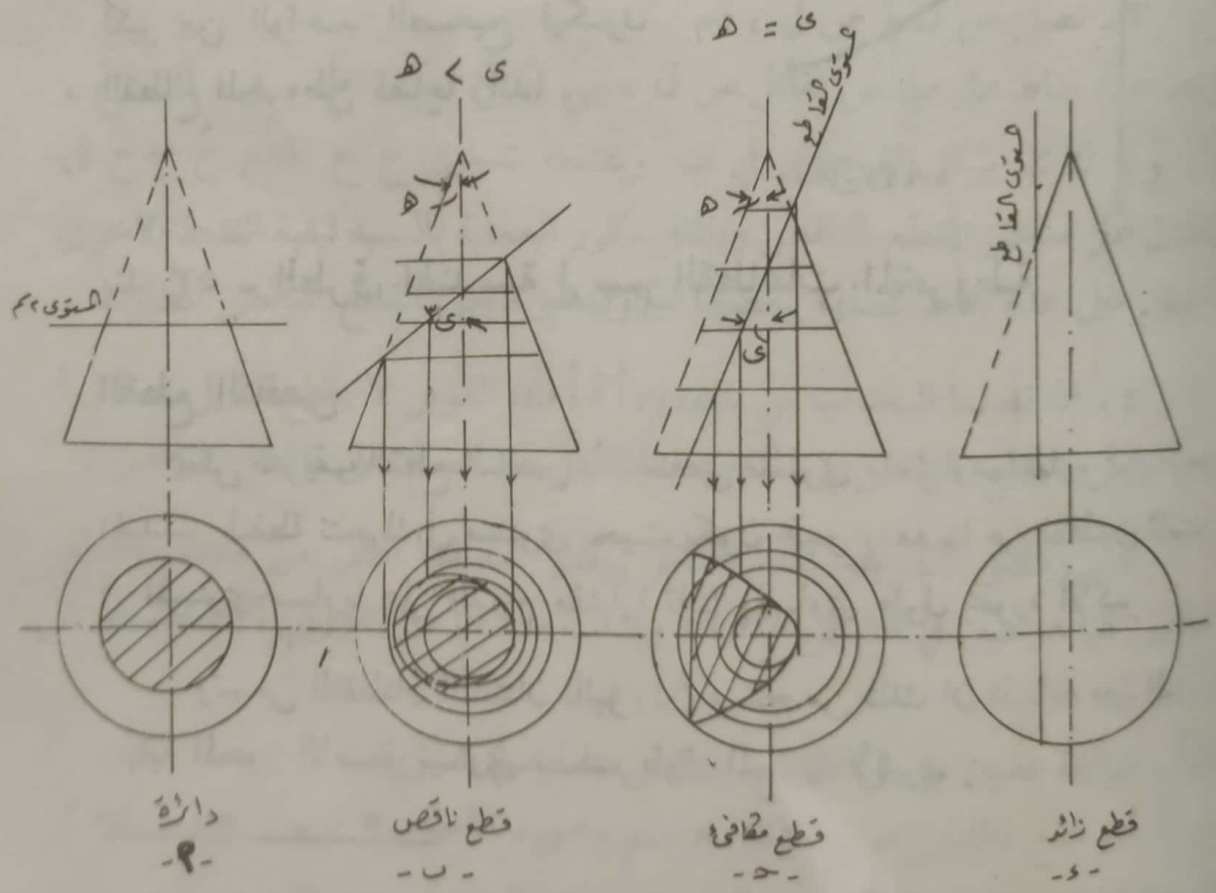


شكل/ ١٩٢ شكل/ ١٩١ شكل/ ١٩٠

الفصل التاسع

بند ٥٢ ـ القطاعات المخروطية

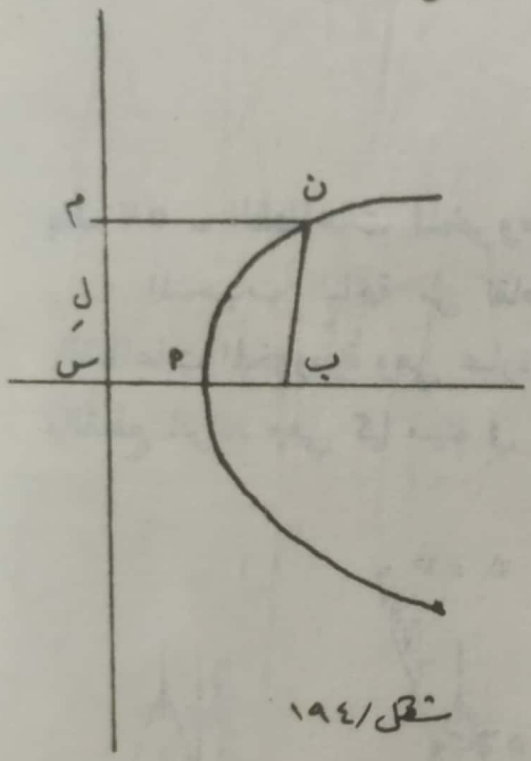
المنحنيات الناتجة من تقاطع مستوى مع مخروط دائري قائم تسمى بالقطاعات المخروطية وهي عبارة عن الدائرة والقطع الناقص والقطع المكافىء والقطع الزائد وهي كما مبينة في الشكل / ١٩٣ .



شكل / ١٩٣

ولهذه المنحنيات تطبيقات نظرية وعملية كثيرة وفيما يلي بعض الخواص الهندسية الرئيسة لهذه القطاعات [1] والتي لها صلة بأغراض الكتاب .

١) ـ يمكن تعريف القطاعات المخروطية رياضيا بأنها المحل الهندسي لنقطة (ن) تتحرك في مستوى بحيث نسبة بعدها عن نقطة ثابتة (ب) تسمى البؤرة الى بعدها عن مستقيم ثابت (ل) يسمى الدليل تساوي نسبة ثابتة ($\frac{\text{ن ب}}{\text{ن م}}$) تسمى الاختلاف المركزي للقطع كما في الشكل / ١٩٤ .



شكل/١٩٤

فاذا كانت هذه النسبة أقل من الواحد الصحيح يكون القطاع المخروطي قطاعا ناقصا .

واذا ساوت هذه النسبة الواحد الصحيح فيكون عندئذ القطاع المخروطي قطاعا مكافئا اما اذا كانت أكبر من الواحد الصحيح فيكون القطاع المخروطي قطاعا زائدا .

بند ٥٣ ـ الطرق الهندسية لرسم القطاعات المخروطية

القطع الناقص

يمكن تعريف القطع الناقص بأنه منحنى مستوي مقفل وهو عبارة عن المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين في المستوى مساويا على الدوام مقدارا ثابتا ويساوي طول محوره الأكبر .

وتسمى النقطتان الثابتتان بالبؤرتين وينتج من ذلك ان المسافة بين البؤرة ونهاية المحور الأصغر تساوي نصف طول المحور الأكبر . .

---

(١) ستتاح للطالب فرصة دراسة هذه المنحنيات من الناحية الرياضية في موضوع الرياضيات .

ويعتبر القطع الناقص أهم القطاعات المخروطية وأكثرها استعمالا وهناك عدة طرق لرسمه .

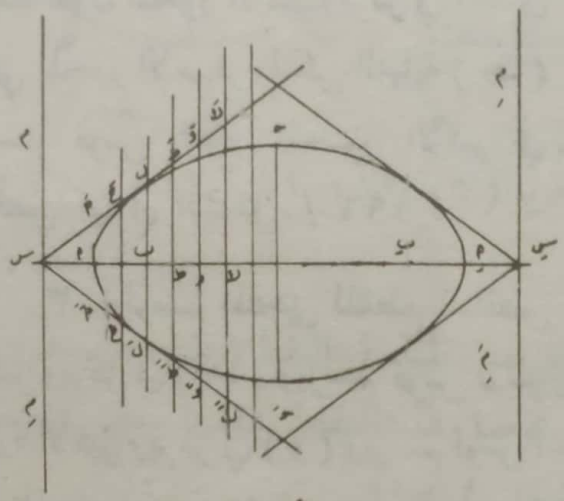
أولاً- طريقة رسم القطع الناقص بمعرفة بؤرته ودليله واختلاف المركزي

أ - تبعد بؤرة القطع الناقص ٢ سم عن الدليل ونسبة الإختلاف المركزي تساوي (٠,٨) ارسم القطع الناقص .

الحل :

١ - نفرض (ب) بؤرة المنحنى و م م دليله ، ف نسبة الاختلاف المركزي .

ويرسم من (ب) عمود على المحور ب س .



شكل/١٩٥

٢ - يعين ب ل = ف × ب س =

٠,٨ × ٢ = ١,٦ سم .

٣ - نصل س ل ، س لَ ، ثم يؤخذ عدة نقاط على ب س تقابل س ل ، س لَ في حَ، طَ ، وَ، كَ ، حً ، طً ، وً ؛ كً ثم يركز الفرجال في ب وبفتحة تساوي ح حَ اقطع حً ح حَ في نقطتين على منحنى القطع الناقص وبالمثل تكرر العملية بالنسبة لبقية النقاط الأخرى نحصل على عدة نقاط نصلها ببعضها فيكون هو منحنى القطع الناقص المطلوب .

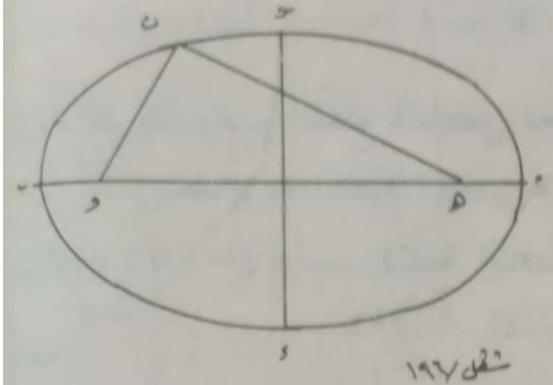
٤ - اذا نصفنا البعد ب س بالعمود أَ أ أً فأن القوس لا يقطع أَ أً بل يمسه في أ وهي رأس القطع الناقص وبذلك حصلنا على نصف منحنى القطع الناقص .

٥ - وبنفس الطريقة المارة الذكر يرسم النصف الثاني من منحنى القطع الناقص كما هو مبين في الشكل / ١٩٥ وبذلك حصلنا على محورين أَ أِ ، حـ حِ .

ثانياً - طريقة تعيين بؤرتي القطع الناقص بمعلومية محورية

أ - قطع ناقص محوره الأكبر ٨ سم ومحوره الأصغر ٥ سم . جد بؤرتيه ؟ وارسم منحنى القطع الناقص . ؟

الحل :



شكل ١٩٦

١ ـ يرسم المحور الأكبر أ ب بطول ٨ سم ثم المحور الأصغر حـ د بطول ٥ سم .

٢ ـ يفتح الفرجال بفتحة تساوي نصف طول المحور الأكبر ويركز في أحدى نهايتي المحور الأصغر ولتكن النهاية (جـ) ويرسم قوس يقطع المحور الأكبر في نقطتين هـ ، و فيكونان بؤرتي القطع الناقص كما في الشكل / ١٩٦ .

٣ ـ ولرسم المنحنى للقطع الناقص يفتح الفرجال فتحة أقل من طول محوره الأكبر ويركز في (هـ) ويرسم قوس ، ثم يفتح الفرجال بقدر الجزء الباقي من طول محوره الأكبر ويركز في (و) ويرسم قوس آخر يقطع الأول في نقطة (ن) هذه النقطة تمثل المحل الهندسي والتي تتحرك على منحنى القطع الناقص بحيث يكون مجموع المسافة هـ ن + و ن = طول المحور الأكبر أ ب .

٤ ـ وبتكرار العملية عدة مرات نحصل على نقاط اخرى ثم نصلها بعضها ببعض وبذلك حصلنا على منحنى القطع الناقص .

كما هو مبين في الشكل اعلاه . وتسمى هذه الطريقة بطريقة الأقواس المتقاطعة .

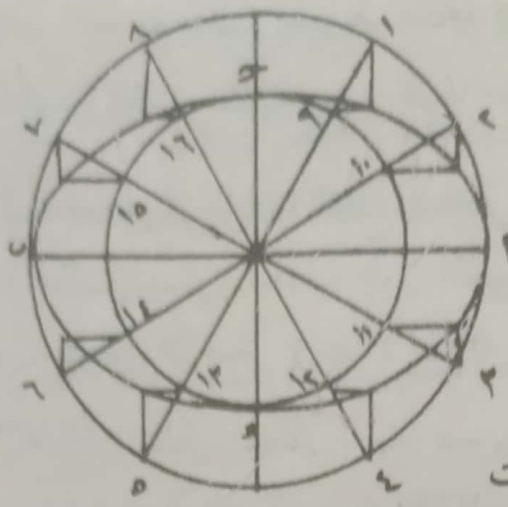
ثالثا ـ طريقة الاسقاط من دائرتين (التآلف)

ولأجل رسم منحنى القطع الناقص الوارد في ثانيا بطريقة أخرى تسمى طريقة الاسقاط من دائرتين نجري الآتي :

١ ـ المعلوم المحوران الأكبر أ ب والأصغر جـ د حيث يتقاطعان في م .

٢ ـ نركز في م وبفتحة تساوي نصف المحور الأكبر وترسم دائرة وبفتحة تساوي نصف المحور الأصغر ترسم دائرة أخرى مركزها (م) أيضا .

٣ ـ يقسم محيط الدائرة الكبرى الى أقسام متساوية نصل هذه الأقسام بمركز الدائرة (م) فتقطع كل من الدائرة الكبرى والصغرى .



شكل / ١٩٧

٤ ـ ترقم هذه الأقسام ومن الأرقام المدونة على محيط الدائرة الكبرى أي من (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، . . . .) ترسم مستقيمات موازية للمحور الأصغر ومن الأرقام المدونة على الدائرة الصغرى أي من (٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ . . . . .) ترسم مستقيمات موازية للمحور الأكبر .

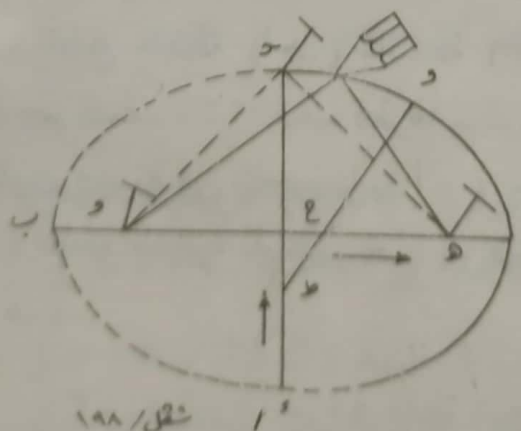
٥ ـ تتقاطع هذه المستقيمات كل مع نظيره في النقط (ب ، د ، هـ . . . .) التي تقطع على محيط القطع الناقص . توصل هذه النقاط بعضها ببعض فنحصل على المنحنى المطلوب كما هو مبين في الشكل / ١٩٧ .

رابعاً ـ طريقة استعمال الخيط او حافة الورقة

١ ـ يرسم المحوران المعلومان أ ب ، جـ د متناصفين ومتعامدين ثم تعين البؤرتين هـ ، و (راجع شكل / ١٩٦) .

٢ ـ يثبت دبوس في كل من النقط جـ ، و ، هـ ويلف خيط حولها بحيث يكون الخيط مشدودا .

٣ ـ ينزع الدبوس المثبت عند النقطة (حـ) ويوضع مكانه قلم الرصاص ، ويحرك القلم حركة دائرية بحيث يظل الخيط مشدودا في اثناء الحركة وعند اتمام الدورة يكون سن القلم قد رسم قطاعا ناقصا كما في الشكل / ١٩٨



شكل / ١٩٨

ولهذه الطريقة فائدة عملية عندما يراد تخطيط الحدائق على أن يوضع بدل الدبابيس اوتادا خشبية ويشد حولها حبل رفيع بدلاً من الخيط .

٤ ـ ويمكن رسم القطع الناقص باستعمال حافة الورقة وذلك بتعيين البعد (ط) الذي يساوي نصف طول المحور الأكبر (أ ب) ، (ز ح) ويساوي نصف طول المحور الأصغر (جـ د) فان البعد (ح ط) يساوي الفرق بين طولي المحورين .

٥ ـ نثبت النقطة (ح) على المحور الأكبر والنقطة (ط) على المحور الأصغر وعند النقطة (ز) تعين علامة . هذه العلامة هي نقطة واقعة على منحنى القطع الناقص .

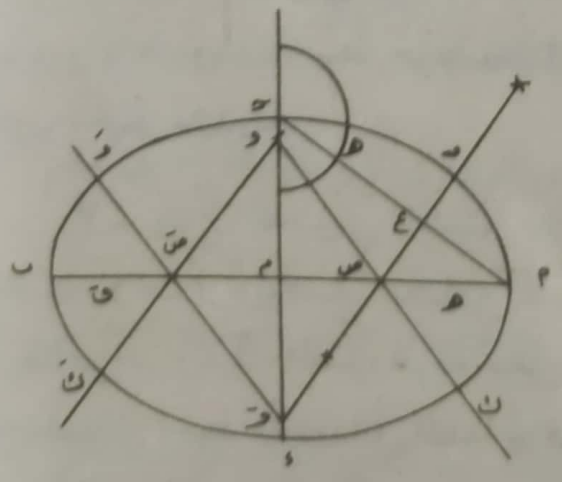
٦ ـ تغير اوضاع النقطتين (ح ، ط) عدة مرات من كلتي جهتي المحور الأصغر وبذلك نحصل على عدد من النقط على المنحنى نصلها ببعض فنحصل على المنحنى المطلوب .

خامساً ـ طريقة رسم القطع الناقص بمعلومية محورية

المعلوم القطر الأكبر أ ب = ٧ سم والقطر الأصغر حـ د = ٥ سم والمطلوب رسم منحنى القطع الناقص .

الحل :

١ ـ يرسم المحور الأكبر أ ب بطول ٧ سم ثم المحور الأصغر بطول ٥ سم متناصفين متعامدين في نقطة م .



شكل/١٩٩

٢ ـ نصل النقطة (حـ) بالنقطة (أ) وترسم نصف دائرة نصف قطرها يساوي الفرق بين نصفي المحورين (أ م ، حـ م) فتقطع الدائرة المستقيم حـ أ في نقطة (هـ) .

٣ ـ ينصف (أ هـ) في نقطة (ع) ويمد المنصف حتى يقطع المحور الأصغر أو

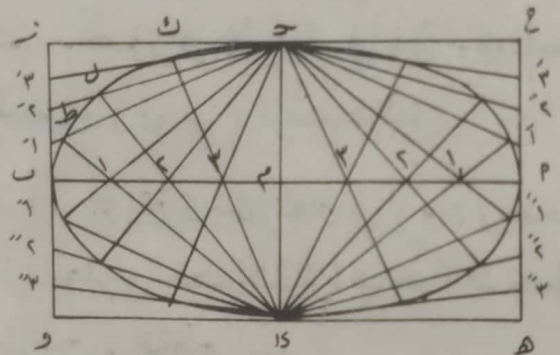
امتداده فيقطع المحور الأكبر في (ص ، صَ) والأصغر في (و ، وَ) .

٤ ـ يركز الفرجال في (وَ) ويرسم قوس يقطع المنصف في (ق ـ قَ) مارا بنقطة (حـ) ثم يركز الفرجال في (و) وبفتحة تساوي (و د) يقطع المنصف الثاني في (ك ـ كَ) مارا بالنقطة (د) .

٥ ـ ثم يركز الفرجال في (ص) وبفتحة تساوي (ص ق) يرسم القوس الصغير مارا بالنقطة (أ ، ك) وبنفس الفتحة يرسم القوس الآخر وبذلك تم رسم منحنى القطع الناقص كما هو مبين في الشكل /١٩٩.

سادساً ـ طريقة المستطيل او متوازي الأضلاع (الأشعة)

المعلوم المحور الأكبر أ ب = ٧ سم
المحور الأصغر جـ د = ٤ سم، والمطلوب رسم منحنى القطع الناقص .



شكل / ٢٠٠

الحل :

١ ـ يرسم المحوران المعلومان أ ب ، حـ د متعامدين ومتناصفين في نقطة (م) .

٢ ـ يرسم المستطيل الذي طوله ٧ سم وعرضه ٤ سم (هـ و ز ح) .

٣ ـ تقسم المسافة ب م الى اقسام متساوية ولتكن (٤) وترقم ابتداء من (ب) (١ ، ٢ ، ٣) وكذلك المسافة (ب ز) الى أربعة أقسام وتقسم المسافة (ب و) الى اربعة اقسام .

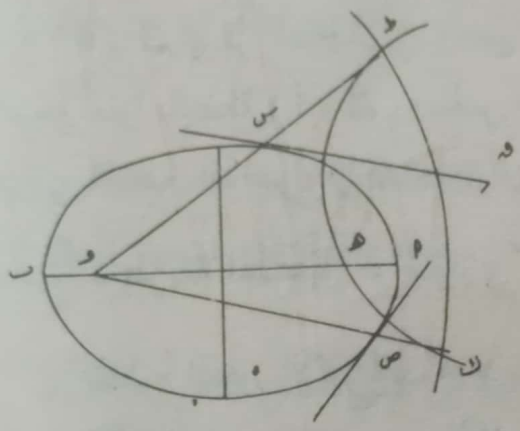
٤ ـ ترسم من نقطة (د) الأشعة المارة في (١ ، ٢ ، ٣) على نصف المحور الأكبر (م ب) ثم من نقطة (حـ) ترسم أشعة مارة في النقاط (١′ ، ٢′ ، ٣′) .

٥ ـ تتقاطع الأشعة الأولى بالأشعة الثانية في النقط (ك ، ل ، ط) نصل النقط ب ، ط ، ل ، ك ، حـ بعضها ببعض على التوالي بمنحنى فنحصل على ربع منحنى القطع الناقص كما في الشكل / ٢٠٠ وبنفس الطريقة يكمل بقية المنحنى .

٦ ـ وبعين الطريقة السابقة يمكن رسم القطع الناقص داخل متوازي الأضلاع .

بند ٥٤ ـ طريقة رسم المماس لمنحنى قطع ناقص من أي نقطة خارجة عنه

النقطة ق خارجة عن منحنى القطع الناقص والمطلوب رسم المماس للمنحنى .



شكل / ٢٠١

الحل :

١ ـ تعيين بؤرتي القطع الناقص هـ ، و .

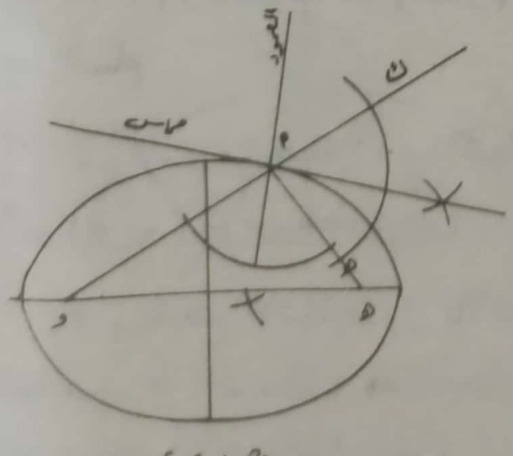
٢ ـ يركز الفرجال في (ق) وبفتحة تساوي (ق هـ) ترسم دائرة .

٣ ـ يركز الفرجال في (و) وبفتحة تساوي (أ ب) أي طول المحور الأكبر يرسم قوس يقطع الدائرة في ط ، ك نصل ط و ، ك و يقطعان منحنى القطع الناقص في س ، ص .

٤ ـ نصل ق ص ، ق س يكونان مماسين لمنحنى القطع الناقص المطلوب كما في الشكل / ٢٠١ .

بند ٥٥ ـ طريقة رسم المماس والعمود لمنحنى ناقص عند أي نقطة عليه

المعلوم منحنى القطع الناقص ويطلب رسم مماس من نقطة (أ) واقعة عليه .



شكل / ٢٠٢

الحل :

١ ـ تعين بؤرتي القطع الناقص هـ ، و .

٢ ـ نصل البؤرتين بالنقطة (أ) ونمد (أ و) على استقامته الى نقطة ك .

٣ ـ ننصف الزاوية ك أ هـ بمستقيم فيكون هو الماس المطلوب .

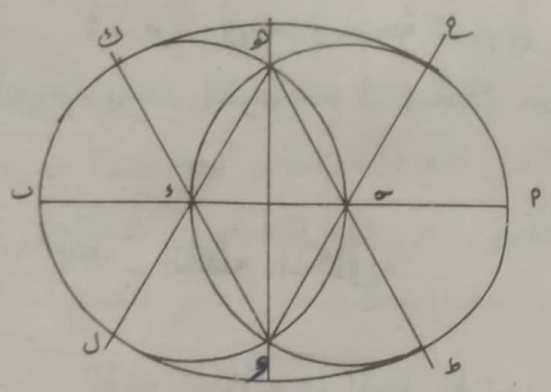
٤ ـ ولرسم العمود على المنحنى عند هذه النقطة (أ) ننصف الزاوية هـ أ و كما في الشكل / ٢٠٢ .

بند ٥٦ ـ القطع الناقص الكاذب وطرق رسمه

سمي بالكاذب لأنه شكل تقريبي للقطع الناقص تفرطحت نهايتاه الجانبيتان وضاع فيه التدرج المعروف في القطع الناقص . وفيما يلي طريقتين لرسمه بمعلومية طول محوره الأكبر فقط .

أ ـ الطريقة الأولى

المعلوم طول المحور الأكبر أ ب وطوله ٧ سم والمطلوب رسم منحنى القطع الناقص .



شكل/٢٠٢

الحل :

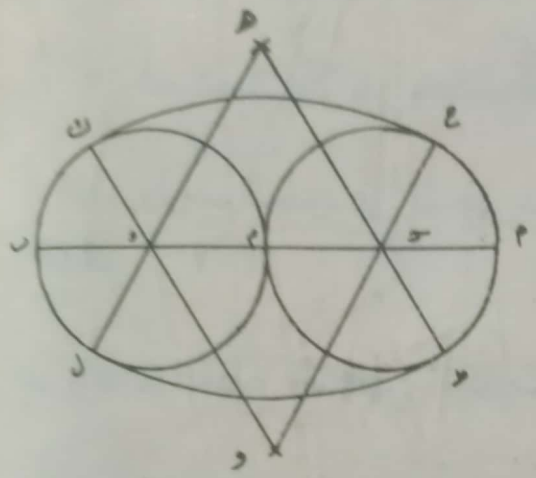
١ ـ يقسم طول المحور الأكبر (أ ب) الى ثلاثة أقسام متساوية في حـ ، د .

٢ ـ يركز في (حـ) وبفتحة تساوي حـ أ يرسم دائرة ثم يركز في (د) ونرسم دائرة اخرى تقطع الدائرة الأولى في نقطتين هـ ، و .

٣ ـ نصل هـ حـ ، هـ د ونمدا على استقامتهما ليقطعا الدائرتين في ط ، ل ثم نصل و حـ ، و د ونمدا على استقامتهما في ح ، ك .

٤ ـ يركز الفرجال في كل من هـ ، و وبفتحه تساوي و ح يرسم القوسان ط ل ، ح ك ليمسا الدائرتين فينتج من ذلك القطع الناقص الكاذب المبين بالشكل / ٢٠٣ .

ب ـ الطريقة الثانية



شكل/٢٠٤

الحل :

١ ـ يقسم طول المحور الأكبر الى أربعة أقسام متساوية في حـ ، م ، د .

٢ ـ يركز الفرجال في (حـ) وبفتحة تساوي أ حـ ترسم دائرة ثم يركز في (د) ويرسم دائرة أخرى .

٣ ـ ان المسافة (حـ د) تمثل قاعدة المثلث متساوي الأضلاع ينشىء عليها المثلث المتساوي الأضلاع حـ د هـ ويمد ضلعه هـ حـ حتى يقطع الدائرة الأولى في (ط) وضلعه الثاني هـ د يقطع الدائرة الثانية في (ل) كما في الشكل/٢٠٤ .

٤ ـ يركز في هـ وبفتحة تساوي هـ ط يرسم قوس عن دائرتين . ثم بنفس الطريقة يرسم القوس ح ك وبذلك حصلنا على القطع الناقص التقريبي .

بند ٥٧ ـ القطع المكافىء

القطع المكافىء هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى يحتوي على نقطة معلومة ومستقيم معلوم بحيث يكون بعدها عن النقطة المعلومة مساويا على الدوام لبعدها العمودي على المستقيم المعلوم والنقطة المعلومة تسمى بالبؤرة والخط المعلوم يسمى بالدليل . والبعد بين أي نقطة على المنحنى والبؤرة بنصف القطر البؤري والبعد بين البؤرة والدليل يسمى بالبعد الثابت . وأهم الطرق المستعملة لرسم القطع المكافىء ما يأتي :

أولاً ـ طريقة رسم القطع المكافىء اذا علمت بؤرته ودليله

المفروض ان الدليل (م مَ) والبؤرة (ب) للمنحنى المطلوب رسمه .

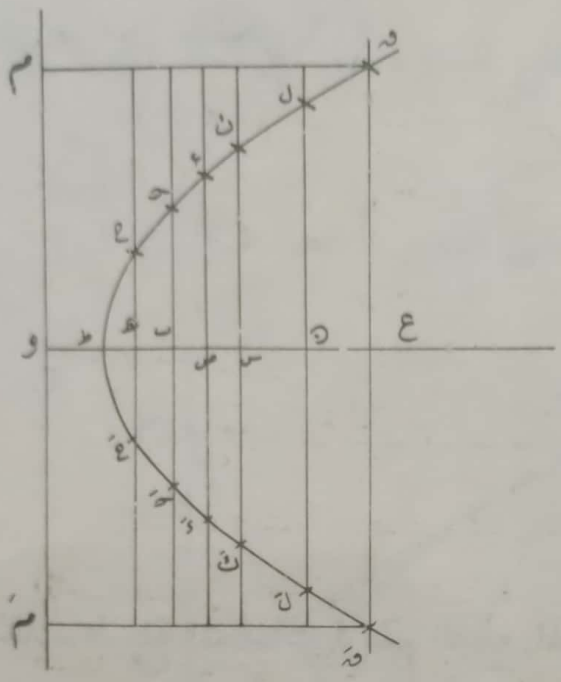
الحل :

١ ـ يرسم المحور ع و مارا بالبؤرة (ب) وقاطعا الدليل في (و) .

٢ ـ تعين النقطة (ع) على المحور ببعد مناسب عن البؤرة (ب) ويرسم عمـود على المحور مارا بالنقطة (ع) .

٣ ـ يفتح الفرجال بفتحة تساوي (ع و) ويركز في (ب) ويرسم قوسان يقطعان العمود في (ق ، قَ) اللتين تقعان على منحنى القطع المكافىء لأن :

ب ق = ب قَ = ع و ويساوي بعد كل من (ق، قَ) عن الدليل .



شكل/٢٠٥

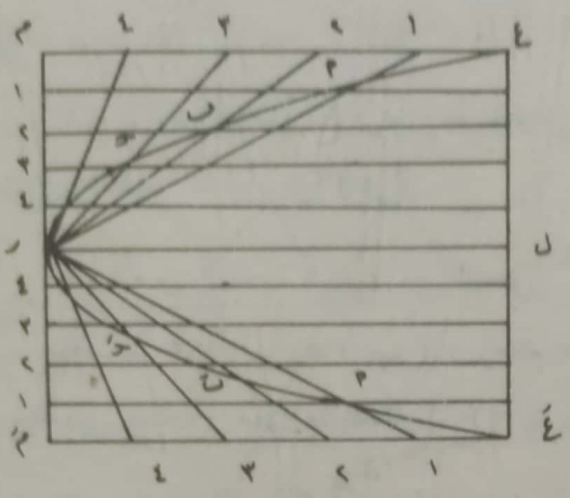
٤ ـ تكرر هذه العملية عدة مرات بأخذ عدة أعمدة على المحور عن يمين البؤرة ويسارها الى رأس المنحنى (ط) الذي يقع في منتصف البعد بين (ب ، و) وباتباع نفس الخطوات السابقة يمكن الحصول على عدة نقط من نقاط المنحنى مثل ل ، ك ، د ، حـ ، ح وبتوصيلها بعضها ببعض نحصل على منحنى القطع المكافىء كما هو مبين بالشكل / ٢٠٥ .

ثانياً ـ طريقة رسم القطع المكافىء بمعرفة رأسه ومحوره ونقطة عليه

المفروض أن س هي رأس القطع ، س ن محوره ، ع نقطة عليه وأن ن هي مسقط ع على المحور .

يكمل المستطيل س ن ع م ثم يقسم س م ، م ع الى عدد مناسب وليكن خمسة اقسام متساوية وترقم هذه الأقسام١ ،٢ ،٣ ،٤ كما هو مبين،ثم نصل س ن بنقط تقسيم ع م نرسم من نقط تقسيم س م خطوطاً موازية للمحور (س ن) ثم نعين نقط تقاطع الخطوط التي تصل لنقطة (س) بالنقط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ على (م ع) فنحصل على النقاط أ ، ب ، حـ الواقعة على منحنى القطع المكافىء . وبنفس

الطريقة تعين النقاط أ ، ب ، حـ كما هو مبين بالشكل ٢٠٦ .

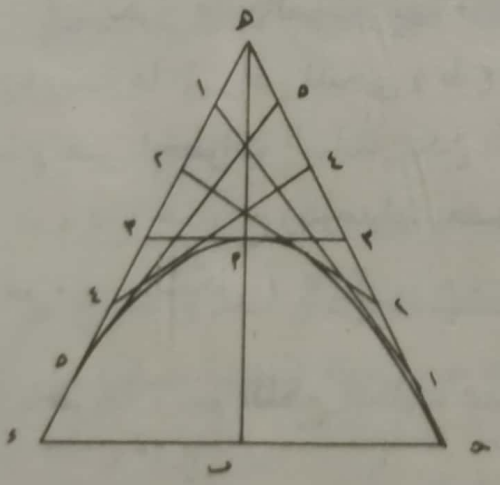


شكل / ٢٠٦

ثالثاً ـ طريقة المماسات لرسم القطع المكافيء

المفروض (أ ب ، حـ د) المستقيمان المعلومان والمطلوب رسم القطع المكافيء بطريقة المماسات .

الحل :



شكل / ٢٠٧

١ ـ يرسم المستقيم حـ د ويقام من منتصفه المستقيم أ ب .

٢ ـ يمد (ب أ) على استقامته الى (هـ) بحيث يكون (ب أ = أ هـ) .

٣ ـ نصل حـ هـ ، د هـ المماسين للمنحنى

٤ ـ يقسم (حـ هـ ، هـ د) الى أقسام متساوية ولتكن (٦) أقسام وترقم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ . بحيث يكون ترقيم الضلع (حـ هـ) ابتداء من النقطة (حـ) والضلع (د هـ) ابتداء من النقطة (هـ) .

٥ ـ نصل الأرقام على الضلعين (حـ هـ ، هـ د) بحيث يكون رقم (١) من الضلع حـ هـ مع الرقم (١) من الضلع هـ د وهكذا في بقية الأرقام وبذلك نحصل

على مماسات لمنحنى القطع المكافىء المطلوب كما في الشكل / ٢٠٧ .

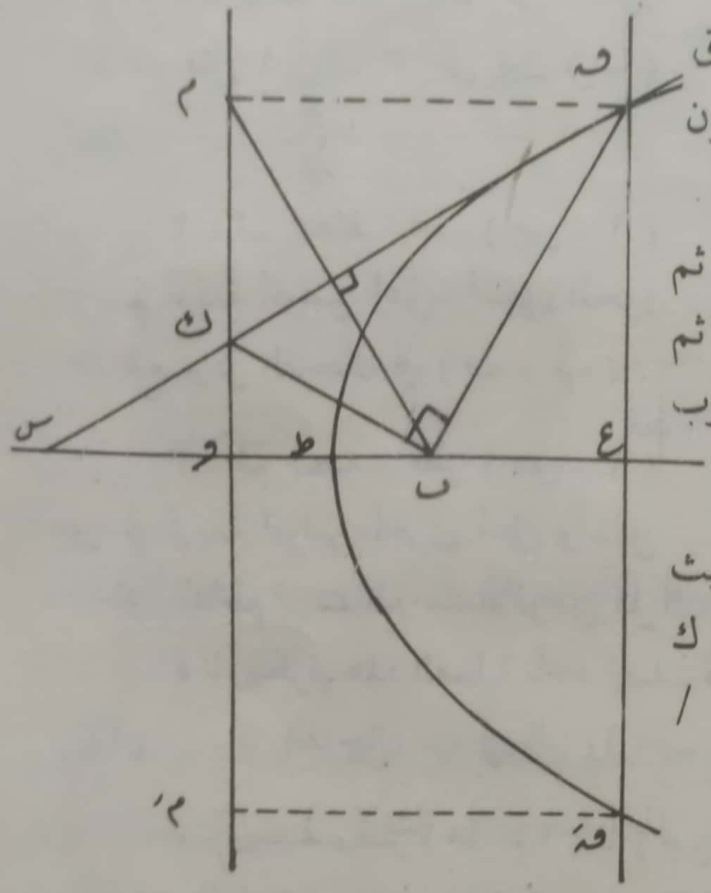
رابعاً ـ طريقة رسم مماس وعمودي على القطع المكافىء عند أي نقطة عليه

لرسم المماس ثلاث طرق

١ ـ لتكن نقطة (ق) واقعة على منحنى القطع الناقص شكل / ٢٠٨ المطلوب رسم المماس عندها من (ق) يرسم العمود ق م على الدليل ثم نصل (ق ب) ثم تنصف الزاوية (ب ق م) فيكون المنصف ق س هو المماس المطلوب .

٢ ـ يرسم الأحداثي ق ع ، ثم يأخذ بقدر البعد ع ط ، البعد ط ر ثم نصل ق س فيكون هو المماس المطلوب شكل / ٢٠٨ .

٣ ـ عند (ب) يقام عمود بحيث يقطع الدليل م مَ في نقطة ك نصل ق ك فيكون هو المماس المطلوب شكل / ٢٠٨ .



شكل / ٢٠٨

بند ٥٨ ـ القطع الزائد

هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى يشتمل على نقطة معلومة تسمى البؤرة ومستقيم معلوم يسمى الدليل ويكون تحركها بحيث أن نسبة بعدها عن البؤرة الى بعدها العمودي من الدليل تكون دائما ثابتة وأكبر من الوحدة .

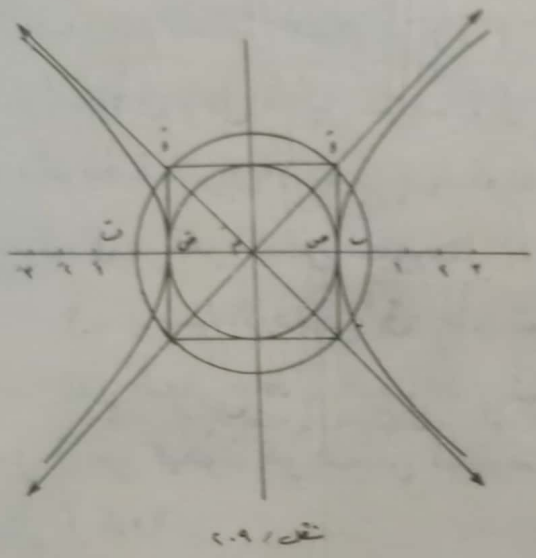
المحور الواصل بين رأسي القطع الزائد يسمى المحور القاطع والمستقيم العمودي على المحور القاطع من منتصف المسافة بين الرأسين يسمى المحور المرافق والنقطة الواقعة في منتصف المسافة بين البؤرتين هي مركز القطع الزائد .

هناك عدة طرق لرسم القطع الزائد وهي كما يلي :

أولاً ـ طريقة رسم القطع الزائد بمعرفة المحور القاطع والبؤرتين

المعلوم المحور القاطع ص صَ و ب ، بَ البؤرتين شكل /٢٠٩ ، والمطلوب رسم القطع الزائد .

الحل :



شكل / ٢٠٩

١ ـ نأخذ عدة نقاط على المحور القاطع مثل ١، ٢، ٣ على يمين (ب) وعلى يسار (بَ) .

٢ ـ ثم بنصف قطر (ص ـ ١) يرسم أربعة أقواس أعلى وأسفل المحور القاطع بركز الفرجال في (ب ، بَ) .

٣ ـ ثم بنصف قطر (صَ ـ ١) يرسم أربعة أقواس أخرى أعلى وأسفل المحور القاطع . تتقاطع هذ الأقواس كل أثنين منها في نقطة على المنحنى .

٤ ـ وبتكرار هذه العملية بأخذ نصف قطر (ص ـ ٢) ثم (ص ـ ٣) ورسم الأقواس بركز الفرجال مرة في البؤرة (ب) وأخرى في البؤرة (بَ) .

٥ ـ وبنصف قطر (صَ ـ ٢) ، (صَ ـ ٣) برسم الأقواس التي تتقاطع مع الأقواس الواردة في (٤) وبذلك نحصل على النقاط الواقعة على المنحنى . ثم نصل النقاط بعضها ببعض فنحصل على منحنى القطع الزائد المطلوب كما في الشكل/٢٠٩ .

٦ ـ ولايجاد طول المحور المرافق نركز في ص وبنصف قطر م ب نرسم قوسا يقطع المحور المرافق في د ، دَ .

ثانياً ـ طريقة رسم القطع الزائد بمعلومية المحور القاطع ونقطة عن المنحنى

المعلوم المحور القاطع ص صَ والنقطة ع . المطلوب رسم منحنى القطع الزائد .

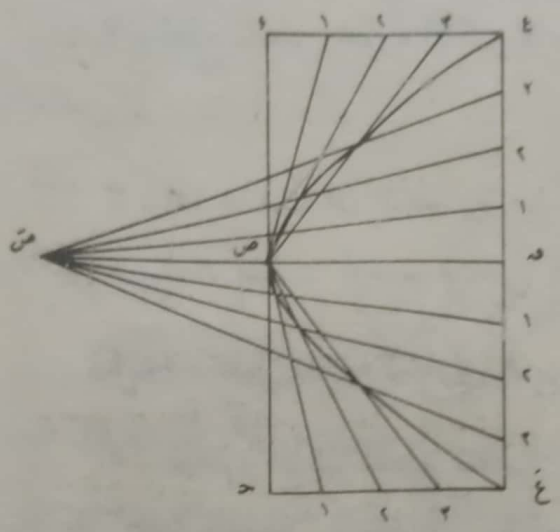
الحل :

١ ـ يرسم المحور القاطع ص صَ ويمد على استقامته .

٢ ـ يسقط عليه من نقطة معلومة (ع) عمود يقطعه في ق ويمد العمود على استقامته بحيث يكون ع ق = عَ ق .

٣ ـ برسم المستطيل الذي بعداه ع عَ ، ص ق فيكون المستطيل ا ع د حـ عَ .

٤ ـ يقسم ع ق ، ع قَ ، عَ حـ ، ع د الى أقسام متساوية ولتكن أربعة ترقم ، أ، ٢، ٣ .



شكل / ٢١٠

٥ ـ ترسم اشعة من صَ الى نقط التقسيم على ع عَ وترسم من ص أشعة الى نقط التقسيم على ع د ، عَ حـ .

فتكون نقط تقاطع كل شعاع مع نظيره نقطة على منحنى القطع الزائد نصل بين هذه النقاط نحصل على المنحنى المطلوب كما في الشكل / ٢١٠ .

(تمارين عن الفصل التاسع)

١ ـ تبعد بؤرة القطع الناقص ٣ سم عن الدليل ونسبة الاختلاف المركزي ٠,٨ سم ، ارسم منحنى القطع الناقص .

٢ ـ قطع ناقص محوره الأكبر ٧ سم ومحوره الأصغر ٤ سم ارسم منحنى القطع الناقص .

٣ ـ اذا علمت ان البعد بين بؤرتي قطع ناقص هو ٦ $\frac{1}{2}$ سم وأن طول محوره الأكبر هو ٨ $\frac{1}{2}$ سم . ارسم منحنى القطع الناقص .

٤ ـ مستطيل بعديه تساوي ٨ سم ، ٥ سم ارسم القطع الناقص في داخله .

٥ ـ المحور الأكبر لقطع ناقص ١٠ سم والأصغر ٧ سم ارسم منحنى القطع بطريقة حافة الورقة ثم خذ أي نقطة خارج القطع وارسم منها مماسين للقطع .

٦ ـ قطع ناقص معلوم منه طول محوره الأكبر ويساوي ٨ سم ارسم منحنى القطع .

٧ ـ المثلث أ ب حـ متساوي الساقين أ ب ، أ حـ وطول كل منهما ٦ سم وطول ب حـ ٥ سم المطلوب رسم قطع مكافىء تكون أ رأسه ، ب ، حـ نقطتان عليه .

٨ ـ مستطيل طوله ٨ سم وعرضه ٥ سم والمطلوب رسم منحنى القطع المكافىء في داخله .

٩ ـ ارسم منحنى القطع المكافىء الذي تبعد بؤرته ٢ $\frac{1}{2}$ سم عن دليله ونقطة مثل (ع) تبعد ٥ سم عن البؤرة ثم ارسم المماس والعمود على القطع المكافيء عند (ع) .

١٠ ـ ارسم منحنى القطع الزائد اذا علم أن طول محور القاطع ص صَ = ٤ سم والمسافة بين بؤرتيه ٦ سم ثم ايجاد المحور المرافق والخطين التقريبين .

١١ ـ المستطيل طوله ٨ سم وعرضه ٤ سم ارسم منحنى القطع الزائد بواسطته .

الفصل العاشر

بند ٥٩ ـ تمثيل المنحنى البريمي والسطوح البريمية

المنحنى البريمي هو المنحنى غير المستوي الذي يقع على سطح اسطوانة ويميل على رواسم هذه الأسطوانة ميلا ثابتا واذا افردنا السطح الجانبي للأسطوانة فان هذا المنحنى يصبح خطا مستقيما، والمنحنى البريمي هو الذي ينتج من دوران نقطة حول محور بحيث تبقى دائما على بعد ثابت من ذلك المحور وتنتقل هذه النقطة في اتجاهه بسرعة ثابتة ايضا . فان كان المحور رأسيا والنقطة التي ترسمه تدور في اتجاه عقرب الساعة عند اتجاهها من أعلى الى أسفل أثناء الهبوط فيسمى المنحنى البريمي يمينيا، وفيما عدا ذلك يسمى منحنيا بريميا شماليا .

واذا كانت النقطة أثناء عملية الابرام تقترب او تبتعد عن المحور بانتظام فان المنحنى يسمى عندئذ منحنيا بريميا مخروطيا ويقع مثل هذا المنحنى على سطح مخروط دائري قائم محوره .

ويتعين الابرام بمعلومية الآتي :

أ ـ خطوة الابرام (خ) وهي عبارة عن مقدار الهبوط والصعود الذي نحصل عليه أثناء ابرام النقطة لفة واحدة (أي ٣٦٠°) .

ب ـ اتجاه الابرام (يمينيا او شماليا) .

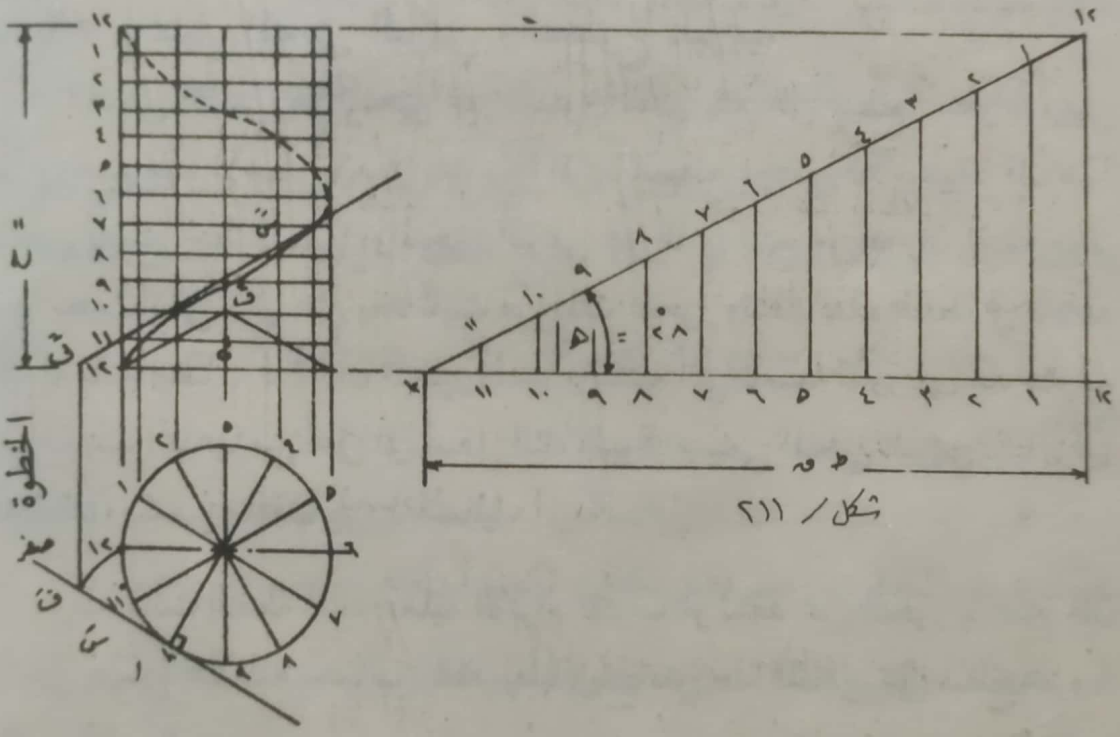
جـ ـ ارتفاع مخروط توجيه المنحنى ويمثل (ع) ويساوي $\frac{\text{الخطوة}}{٢\ ط}$ وهو يمثل بعد رأس المخروط عن خط الأرض . (وهو يساوي $\frac{١}{٦}$ الخطوة تقريبا) .

مثال (١)

المعلوم نصف قطر الاسطوانة يساوي $1\frac{1}{2}$ سم وخطوة المنحنى البريمي ٤,٨ سم والمطلوب تمثيل لفة كاملة من منحنى البريمي مع العلم ان اتجاه الابرام يميني .

الحل :

١ ـ يقسم المسقط الأفقي (محيط الدائرة) للأسطوانة وكذلك الخطوة الى عدد من الأقسام المتساوية ولتكن (١٢) قسما ، ونرقم هذه الأقسام ابتداء من صفر الى ١٢ في اتجاه عقرب الساعة وتقسيم الخطوة من ١٢ الى صفر من أسفل الى أعلى .



شكل / ٢١١

٢ ـ توقع نقط منحنى اللولبي ابتداء من رقم ١٢ حتى ٦ وبذلك نحصل على نصف الخطوة وبالاستمرار حتى الصفر نحصل على النصف الآخر المختفي كما هو مبين في الشكل رقم / ٢١١ ، وهو عبارة عن خط جيبي يمس المحيط الظاهري للأسطوانة .

٣ ـ ولايجاد زاوية ميل المنحنى البريمي وطوله بفرد محيط الأسطوانة واسقاط اقسام الخطوة بخطوط افقية حتى تقطع الخطوة (ط) الرأسية المقامة من أقسام محيط

الأسطوانة وبذلك نحصل على الزاوية المطلوبة والتي تمثل بـ (هـ) وايجاد قيمتها باستعمال القانون الآتي :

$$\text{ظاهـ} = \frac{\text{خ}}{\text{ط ق}}$$

٤ ـ من ملاحظة الافراد للمنحنى البريمي أنه يمثل خطا مستقيما وهو أقصر خط يصل نقطتين على سطح الأسطوانة أي أنه خط جيوديسي واقع على سطح الأسطوانة وأن المماسات للمنحنى البريمي تميل بزاوية ثابتة على المستوى العمودي على راسم الأسطوانة وهذه الزاوية تساوي (هـ) كذلك .

٥ ـ ولرسم المماس عند رقم (١٠) نلاحظ ان المسقط الأفقي يمس المسقط الأفقي للأسطوانة عند (١٠′) ولتعيين مسقط الرأس نقيس مسافة على مسقطه الأفقي تساوي طول القوس (١٠′ صفر فنعين (سَ) ومنها (سٌّ) على خط الأرض ونصل (١٠″ سٌّ) يكون هو المسقط الرأسي للماس المطلوب عند نقطة.رقم ١٠ .

٦ ـ اذا أخذت نقطة في الفراغ ومد منها مستقيمات توازي مماسات المنحنى البريمي في جميع نقطه فان هذه المستقيمات تكون مخروطا دائريا قائما يسمى **مخروط توجيه المنحنى البريمي** ومحور هذا المخروط يوازي محور الأسطوانة ورواسمه تميل بزاوية (هـ) على المستوى العمودي .

مثال (٢)

اسطوانة دائرية قائمة نصف قطرها ٢ سم يقع على سطحها منحنى بريمي ، معلوم مسقط نقطة ن عليه فاذا كانت الزاوية التي تحصرها المماسات لهذا المنحنى البريمي مع المستوى الأفقي تساوي (٣٠°) فالمطلوب تعيين خطوة هذا المنحنى ثم تمثيل لفة كاملة في هذا المنحنى وكذلك تمثيل المماس (س) عند النقطة المعلومة وتعين نقطة (هـ) تقاطع المنحنى مع المستوى الأفقي .

الحل :

١ ـ نعين ارتفاع مخروط توجيه المنحنى بمعلومية زاوية (هـ) ونصف قطر الأسطوانة ظاهـ $= \frac{\text{ع}}{\text{س}}$ ..... (١) .

$$\frac{\text{ع}}{٢} = ٠,٥٧٧٤ \quad /$$

ع = ٢ × ٠,٥٧٧٤ = ١,١٥٤٨ سم .

٢ ـ نعين قيمة الخطوة بدلالة ارتفاع مخروط التوجيه .

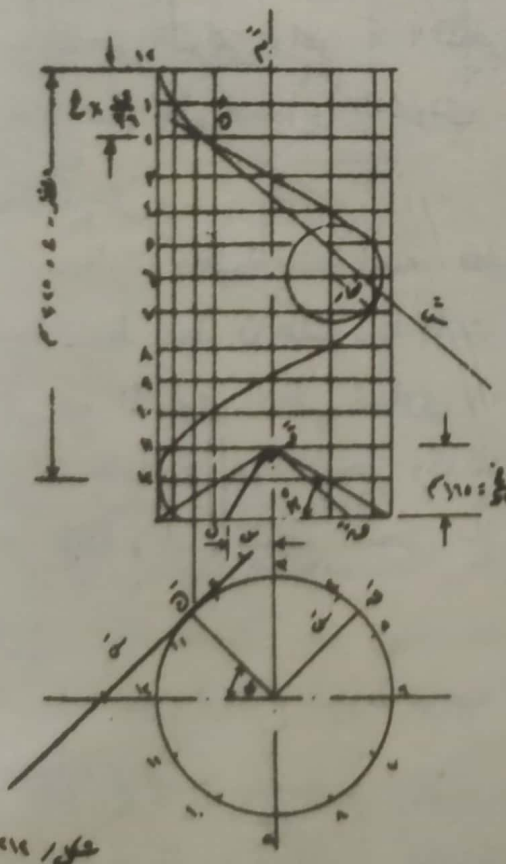
$$ع = \frac{خ}{٢ ط} \quad .....(٢)$$

$$\frac{خ}{٢ ط} = ١,١٥٤٨$$

∴ خ = ٢ × ط × ١,١٥٤٨ = ٧,٢٥ سم

٣ ـ يرسم المسقط الأفقي للمنحنى البريمي وهو عبارة عن دائرة مركزها مَ ونصف قطرها ٢ سم . تقسم الدائرة والخطوة الى أقسام متساوية ولتكن (١٢) قسما .

يرقم كل من أقسام الخطوة وأقسام الدائرة من صفر الى (١٢) في اتجاه عقرب الساعة (حيث المنحنى يميني) ثم ترسم خطوط تناظر من كل ترقيم على الدائرة يتقاطع مع الخط الأفقي المرسوم من الترقيم المقابل له من أقسام الخطوة وبذلك نحصل على عدة نقاط يحدد المسقط الرأسي للمنحنى البريمي .



شكل / ٢١٢

ـ ولتمثيل المماس يعين مبدئيا رأس مخروط توجيه المنحنى الذي قاعدته قاعدة الأسطوانة ، فلتمثيل المماس عند المسقط الرأسي للنقطة نً يعين المسقط الأفقي سَ لراسم المخروط الموازي للمسقط الأفقي للماس سَ المار بالمسقط الأفقي نَ وتعيين مسقطه الرأسي سً ، عندئذ يرسم المسقط الرأسي للماس سً الذي يمر في النقطة نً ، كما هو مبين في الشكل ٢١٢ .

ـ لتعيين دائرة التكور عند رؤوس المنحنى (١٢ ، ٦ ، ١) نرسم من وً رأس مخروط التوجيه مستقيما عموديا على راسم

المخروط يقطع القاعدة في (ل) نحدد منها نصف قطر التكور نق .

بند ٦٠ ـ السطوح البريمية

يتولد السطح البريمي من ابرام خط او سطح (منحنى مستوي او فراغي او خط مستقيم) حول محور ويسمى الخط او السطح راسم السطح البريمي وكل نقطة من الخط او السطح الراسم ترسم منحنيا بريميا واقعا على السطح وخطوات هذه المنحنيات البريمية تتحد في المحور واتجاه الابرام وطول الخطوة . والسطح البريمي الناتج ما هو الا السطح الحاصر للأوضاع المختلفة للراسم ولهذه المنحنيات ومقطع السطح بمستوى مار بالمحور يسمى خط زوال .

ويمكن أن يتولد هذا السطح من ابرام احد خطوط زواله او اي خط آخر واقع على السطح ابراما . خطوته (خ) حول المحور (م) وفي نفس اتجاه ابرام الراسم الأصلي .

ويسمى السطح بريميا مقفلا على حسب ما اذا احتوى السطح على (م) او اذا قطع الراسم (د) المحور (م) .

ويسمى السطح بريميا مفتوحا اذا لم يقطع (د) المحور (م) وفي هذه الحالة توجد على (د) نقط بعدها أصغر ما يمكن عن المحور (م) والمنحنيات البريمية المرسومة بهذه النقط تسمى خطوط الحلق البريمية للسطح . واذا كان الراسم (د) مستقيما سمي السطح سطحا بريميا مسطرا وعلى حسب ما اذا كان (د) عموديا او مائلا على (م) يكون السطح المسطر بريميا عموديا او شماليا .

بند ٦١ ـ مسائل اساسية في تمثيل السطوح البريمية

لنفرض ان المعلوم من سطح بريمي اسطواني محوره رأس ومسقطي المحور (م) والراسم (د) واتجاه الابرام (يميني) والخطوة (خ) والمطلوب :

أولاً ـ تعيين الارتفاع المناظر لزاوية اللف (ي) وبالعكس

اذا ابرمت نقطة مثل (ن) شكل/٢١٣ ، حول محور (م) زاوية مقدارها

(ي) واتجاه ابرام معلوم فان الارتفاع او الانخفاض الذي ترتفعه او تنخفضه النقطة (ن) يمكن استنتاجه من القانون التالي :

$$\frac{\text{خ}_1}{\text{خ}} = \frac{\text{ى}^\circ}{٣٦٠}$$

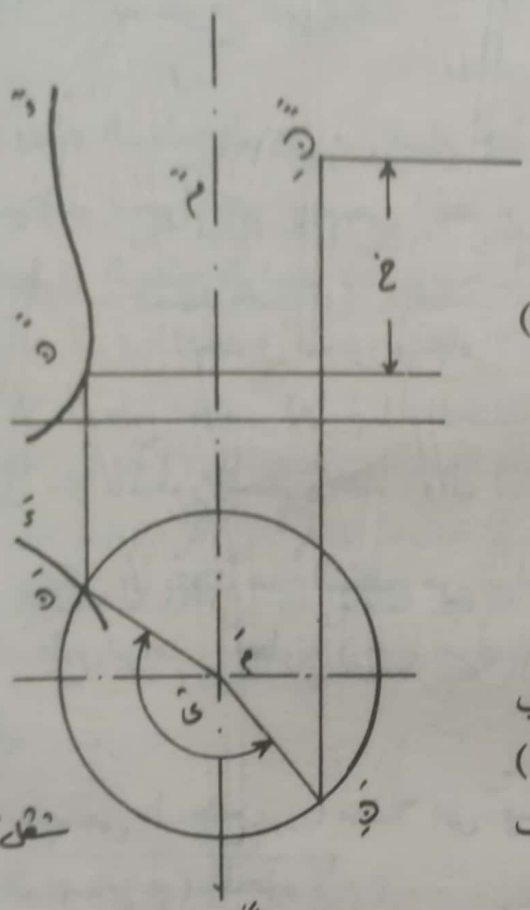
∴ مقدار الارتفاع او الانخفاض للنقطة

$$(\text{ن}) = \text{خ}_1 \times \frac{\text{ى}^\circ}{٣٦٠^\circ} \quad \ldots\ldots (١)$$

ثانياً - تعيين المسقط الرأسي لنقطة على السطح المعلوم

مسقطها الأفقي

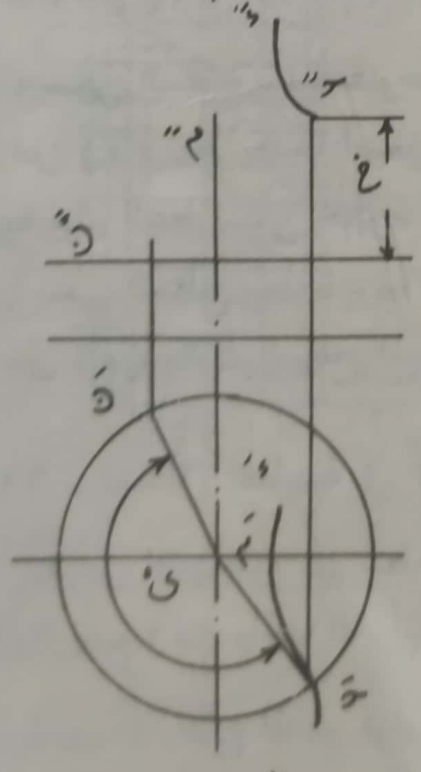
المسقط الأفقي للمنحنى البريمي المار بالنقطة المعلوم مسقطها الأفقي (نَ) هو عبارة عن دائرة مركزها (م′) ونصف قطرها مَ نَ .



شكل/١٣/

هذا المنحنى يقطع الراسم (د) في النقطة (حـ) وحيث أن (حـ ، ن) تقعان على منحنى بريمي واحد فبمعلومية اتجاه الابرام وزاوية اللف (ي) والزاوية التي تبلغها (نَ) حتى تأخذ الوضع (حَ) يمكن قياسها مباشرة في المسقط الأفقي .

نعين فرق الارتفاع (خ١) (او الانخفاض) حسب المسألة السابقة ونرسم خطا أفقيا يعلو أو ينخفض عن المسقط الرأسي للنقطة (حـ) بمقدار



شكل/١٤/

الفرق خ١ ونعين عليه نً بخط تناظر في نَ كما في الشكل/٢١٤ .

ثالثا ـ تعيين خط الزوال الرئيس للسطح

المعلوم سطح بريمي شمالي محوره الرأسي (م) والراسم (د) والخطوة خ سم والمطلوب تعيين خط الزوال الرئيس .

لتعيين خط الزوال الرئيس نبرم جميع نقط (د) حول المحور (م) (في اتجاه عقرب الساعة حيث المنحنى شمالي وضد عقرب الساعة اذا كان المنحنى يميني) نحو الأعلى . حتى تقع جميع هذه النقط في مستوى خط الزوال الرئيس اي في المستوى الوجهي المار بالمحور (م) وبحسب الارتفاع خ١ المناظر للزاوية (ي°) من المعادلة السابقة (في أولاً) .

لذلك نختار على الرواسم نقطة مثل (١) ونديرها في اتجاه عقرب الساعة زاوية (ي°) حتى نقطع خط الزوال الرئيس ونعين المسقط الرأس لها (١ً) ونكرر العملية لتعيين بقية نقط اخرى مثلا (٢، ٣، ٤، ٥) وبذلك نحصل على خط الزوال الرئيس (زً ـ رً) .

فاذا كانت خطوة السطح = ٦ سم ومن المعادلة الآنفة الذكر ان (١ سم) يناظر زاوية اللف (٦٠°). ولاختيار موقع النقطة (١) بحيث يكون المستقيم (مَ ـ ١َ) يصنع زاوية (١٢٠°) مع مستوى خط الزوال الرئيسي وبذلك يكون الارتفاع المناظر لها = ٢ سم .

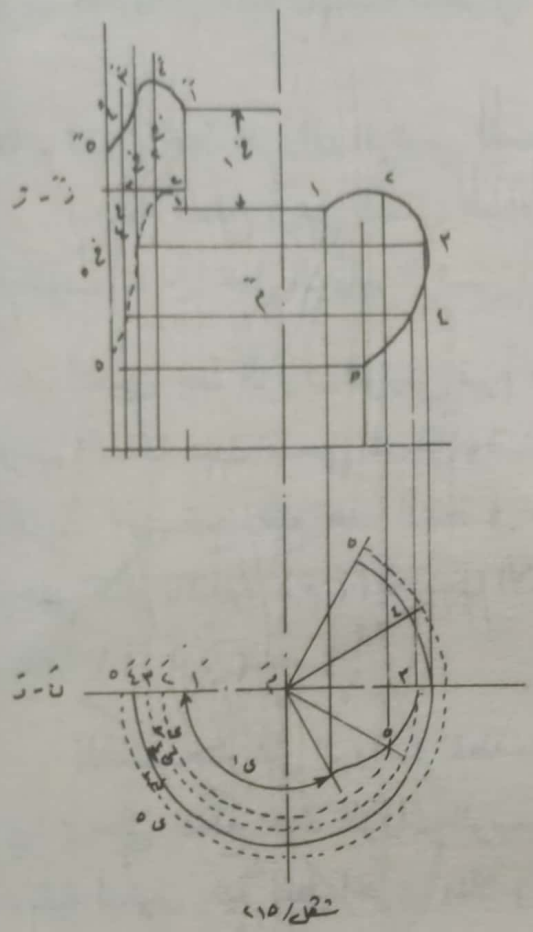
ثم يختار بقية النقط (٢، ٣، ٤، ٥) بحيث تصنع كل فيما بينها (٣٠°) التي تناظر فرق ارتفاع مقداره = ($\frac{١}{٢}$ سم) فتكون الارتفاعات خ٢ ، خ٣ ، خ٤ ، خ٥ المناظرة ($٢\frac{١}{٢}$ ، ٣ ، $٣\frac{١}{٢}$ ، ٤) سم كما في الشكل/٢١٥ .

بند ٦٢ ـ بعض السطوح البريمية والمسطرة الهامة

أولاً ـ السطح اللولبي المسطر العمودي

يتولد هذا السطح من ابرام جزء مستقيم حوال محور عمودي على هذا المستقيم فان قطع الراسم المحور كان السطح الناتج مقفلا وان لم يقطعه كان

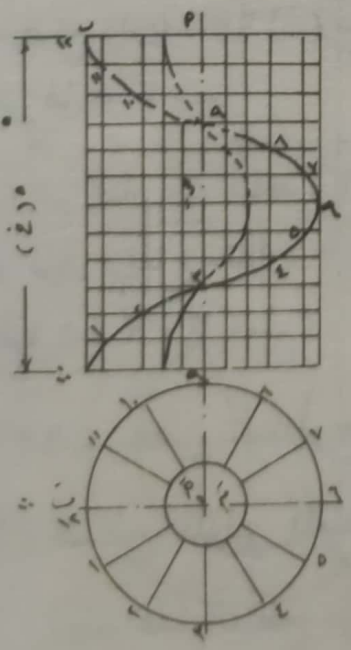
السطح الناتج مفرغا وشكل /٢١٦ ، يمثل سطحا بريميا عموديا مقفلا يمينيا فيه الراسم (أ ب) عبارة عن مستقيم أفقي يقع مع المحور (م) الرأسي في مستوى رأس واحد ولا يقطع أ ب المحور م ولتمثيل خطوة هذا السطح مثلنا المنحنيين البريميين الذي ترسمهما نقطتا أ ، ب حسب بند (٥٦) وقد فرضنا ان المنحنى البريمي الذي ترسمه النقطة الداخلية (ب) يقع على سطح اسطوانة دائرية قائمة محورها (م) ثم وقعنا مساقط الرواسم في المسقطين ورسمنا المنحنى او المنحنيات الحاصرة لهذه الرواسم ولنهاياتها .



شكل/٢١٥

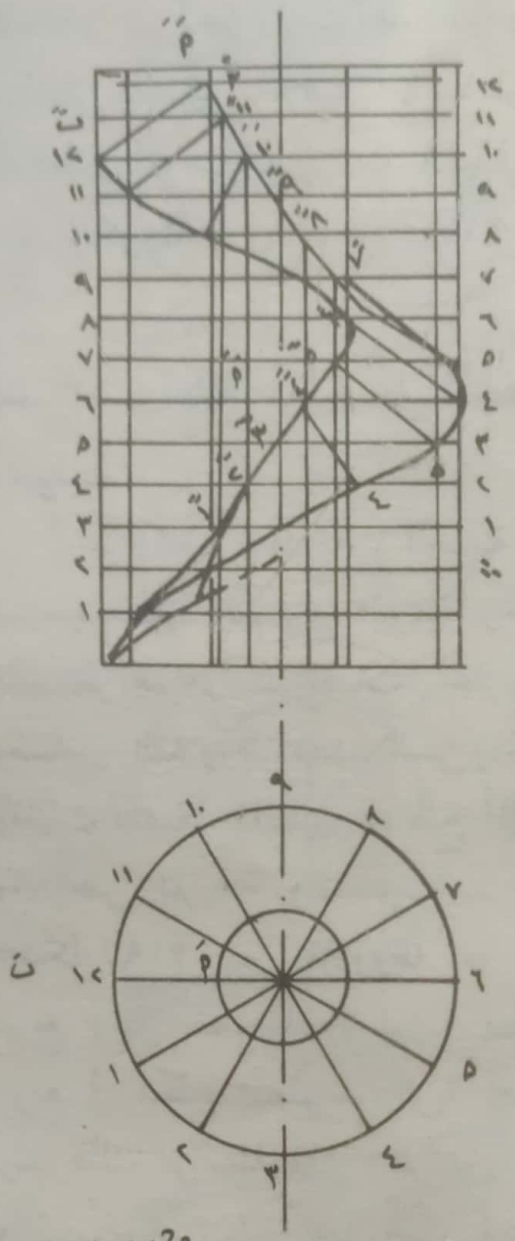
ثانيا ـ السطح اللولبي المسطر المائل

السطح البريمي المسطر المائل يتولد في حركة الراسم (أ ب) الذي يقع مع المحور (م) في مستوى رأسي واحد ويميل عليه بزاوية ثابتة ولا يقطعه . وقد اختير الوضع الابتدائي للراسم (أ ب) ان يكون وجهيا فترسم النقطة (أ) منحنيا بريميا (أ) وكذلك ترسم النقطة (ب) منحنيا بريمياً (ب) وللمنحنيين نفس الخطوة (خ) ولكنهما يبدآن كل من ارتفاع مخالف للآخر. ونعين على المنحنى (أ) النقط من صفر الى ١٢ وعلى المنحنى (ب) النقط من صفر الى ١٢ ونصل كل



شكل/٢١٦

نقطة بالتي تناظرها مثل ٢ الى ٢َ وهكذا حتى نحصل على مساقط الأوضاع المختلفة لرواسم هذا السطح، ومنها عينا المحيط الظاهري بالنسبة للمستوى الرأسي كغلاف لهذه الأوضاع المختلفة يحدده المنحنيين (أ ،ب) كما هو مبين في الشكل / ٢١٧ .



شكل / ٢١٧

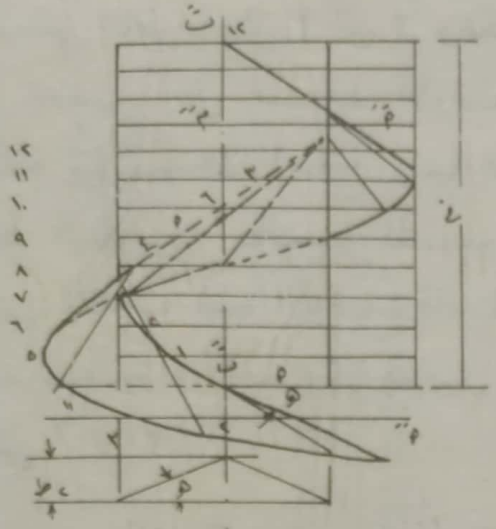
ومن الملاحظة ان نهاية المستقيم الراسم في جميع الأوضاع يرتكز على محور الدوران تكون حركتها حركة انتقال فقط (صعود او انخفاض) على المحور أما النقط الأخرى البعيدة عن المحور ترسم كل منها منحنيا لولبيا .

ثالثا ـ السطح البريمي المسطر المماس لمنحنى بريمي

يتولد هذا السطح من حركة خط مستقيم يتحرك على الدوام مماسا لمنحنى بريمي اسطواني وهذا السطح عبارة عن سطح بريمي مسطر مفرغ لأن رواسمه عبارة عن المماسات لمنحنى بريمي ، ولذلك فهي لا تقطع المحور وتميل عليه بزاوية ثابتة وتبعد عنه بعدا ثابتا يساوي نصف قطر الاسطوانة التي يقع عليها هذا المنحنى اللولبي ، وهذا السطح هو نفسه السطح المماس لسطح بريمي عام في طول منحنى بريمي واقع عليه ويتلاقى كل وضعين متتاليين من اوضاع الراسم في نقطة تماسه مع المنحنى البريمي ومعنى هذا ان السطح قابل للاستواء **أي قابل للأفراد** .

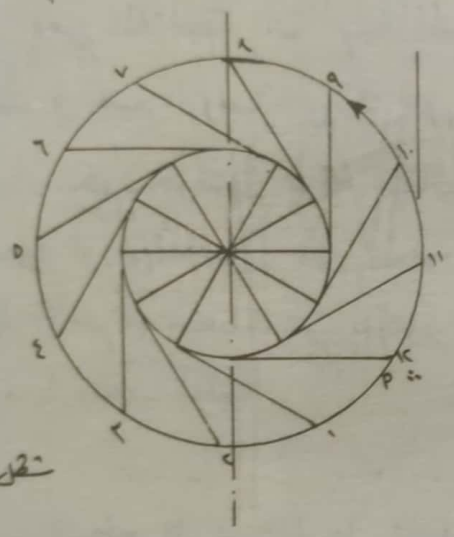
وشكل/٢١٨ يبين سطحا بريميا مسطرا مفرغا شماليا . المنحنى الأصلي فيه يقع على اسطوانة دائرية قائمة محورها رأسي وخطوته (خ) وطول الراسم (المماس

للمنحنى) (أ ب) ثابت وقد مثلنا أولاً مسقطي المنحنيين البريميين أ ، ب المرسومين بالنقطتين أ ، ب نهايتي الراسم كما في المثال المار الذكر والمبين في الشكل / ٢١٧ .

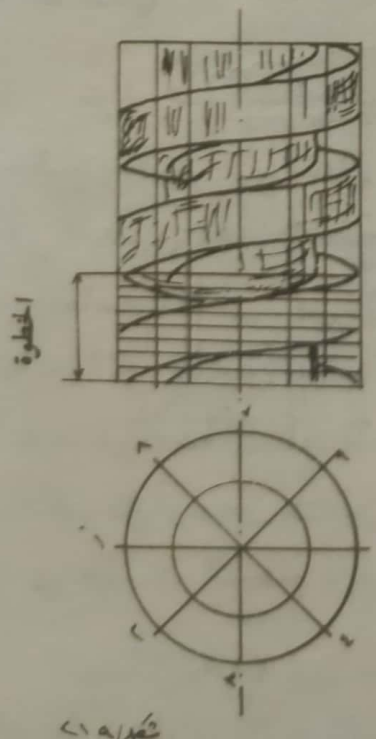


بند ٦٣ ـ أمثلة عملية على السطوح اللولبية

من اهم التطبيقات العملية التي تستخدم فيها السطوح البريمية وخاصة المسطر منها ، المنزلقات الحلزونية ومسامير القلاووظ ذات السن المربع والمثلث ونصف المستدير وسطح المثقاب والنوابض المربعة والمستديرة . . الخ. الشكل/٢١٩ يبين قلاووظاً ذا سن مربع ويتم بقطع فتحة لولبية قطاعها مربع في سطح اسطوانة دائرية مصمته وتم ذلك بواسطة قلم الخراطة المربع والذي يساوي $\frac{1}{2}$ خطوة السن وبذلك يكون كل سطح من اسطح هذه الفتحة عبارة عن سطح بريمي مسطر عمودي مقفل راسمه الضلع الأفقي من المربع الراسم وطريقة رسمه (راجع بند ٥٦ شكل/٢١١) .

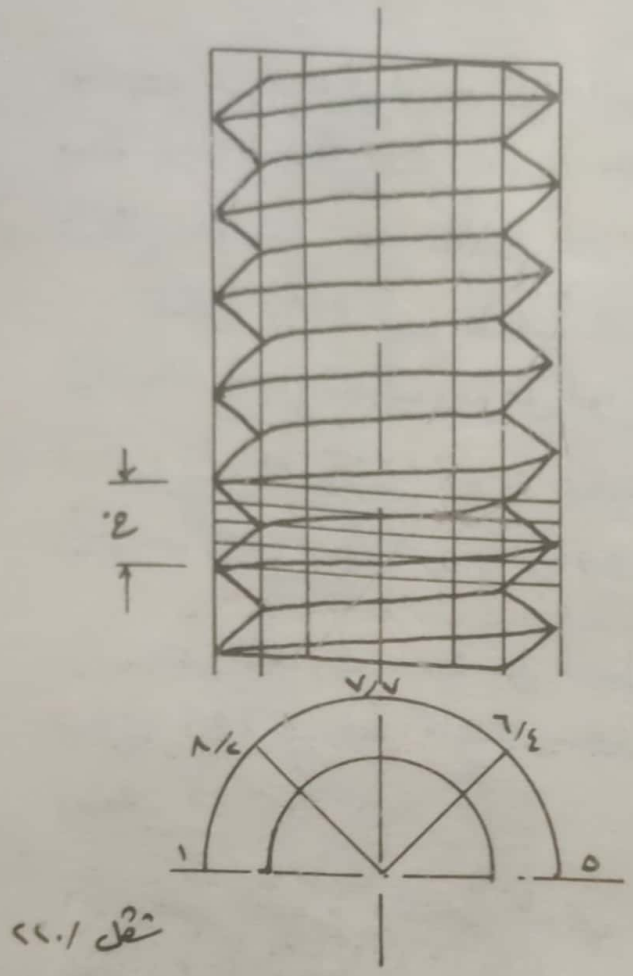


شكل/٢١٨



شكل/٢١٩

والشكل /٢٢٠ يبين قلاووظاً ذا سن مثلث ويتم قطعه بواسطة قلم الخراطة مثلث الشكل وزاوية رأسه المدبب تكون اما (٥٥° او ٦٠°)

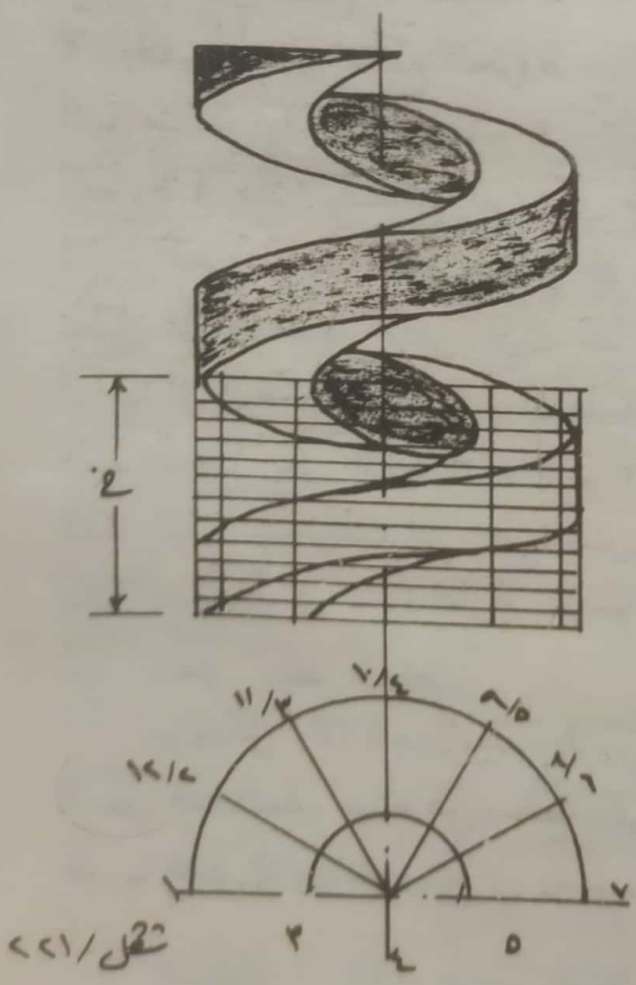


شكل /٢٢٠

حسب نوع السن وعمق السن يساوي (٠,٦٤ خ) اذا كان من نوع لولب ويتـووارث و (٠,٦٥ خ) اذا كان اللولب متريا .

وطـريقـة رسم المنحنى البـريمي الخـارجي والداخـلي للسن يتبع نفس الطريقة الواردة في اعلاه .

ويقال ان القلاووظ ذو باب واحد اذا كانت الخطوة تساوي للأبرام تساوي ارتفاع المربع او المثلث الراسم، اما اذا كـانت خـطوة الا برام ضعف هـذا الارتفاع فالمسمار ببابيـن وهكذا .



شكل /٢٢١

والشكل /٢٢١ يبين نابض مربع ينتج من ابرام سيخ حديدي قطاعه مربع حـول سطح اسـطواني . والسطحـان الخارجي والداخلي لهذا النابض عبارة عن اجزاء من سطحي اسطوانتين دائرتين قائمتين. الا ان السطحين الآخرين عبارة عن سطحي بريمـين مسطرين قـائمين مقفولين .

وطريقـة رسمـه لا تختلف عن طريقة رسم القلاووظ المربـع الا ان اسطوانته تكـون عادة أكبـر من خطوة القـلاووظ المـربـع وحسب مواصفاته الخاصة .

ويمكن ان يكون النابض مستديرا

وهو ينتج من ابرام شيش حديدي قطاعه دائرة حول محور ثابت وترسم الدائرة عدة اوضاع متتالية ثم تحصر هذه الأوضاع بين شكلين يمسانها . ينتج السطح وهو يشبه شكل الثعبان .

شكل /٢٢٢ يبين المثقاب الذي يستعمل بكثرة في الأعمال الهندسية الميكانيكية ولعمل الثقوب وهو على أنواع كثيرة حسب مقطعه الذي يولد السطح .

ولرسمه لا بد من معرفة خطوته وقطره . حيث يتولد ابرام المقطع (أ ، ب ، حـ ، د) حول محور رأسي (م) بمركز المقطع .

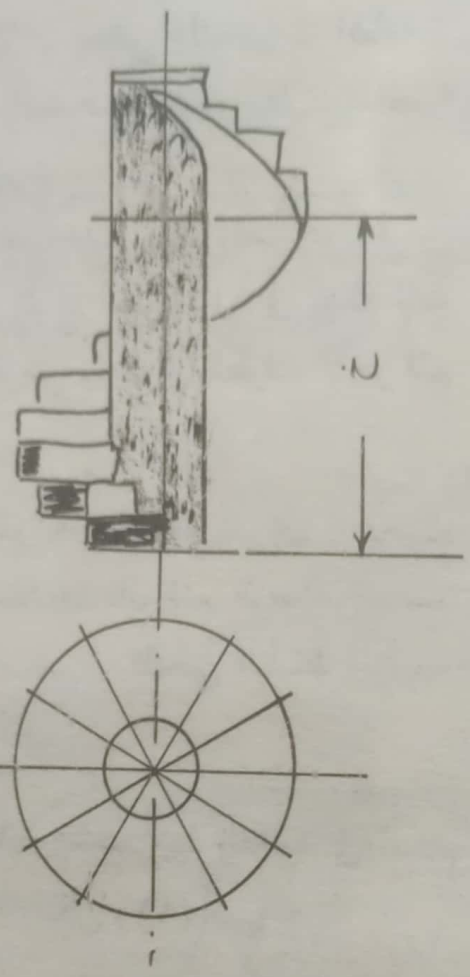
ينتهي المثقاب عادة من أعلى بمخروط دائري قائم نصف زاوية رأسه تساوي (٤٥°) وقطر قاعدته يساوي قطر المثقاب نفسه ويجري الآتي عند رسمه :

١ ـ نرسم خطوة من المنحنى البريمي الذي ترسمه كل من النقط (أ ، ب ، حـ ، د) على سطح الاسطوانة ثم نعين الظاهر والمختفي حسب اتجاه المنحنيات

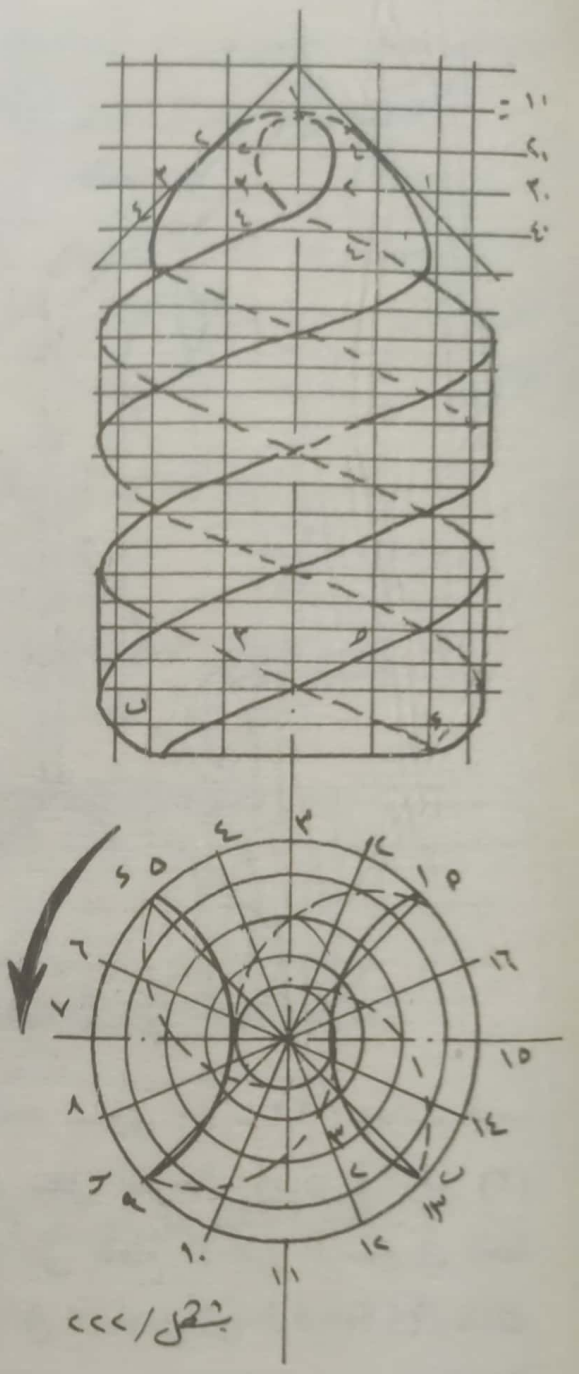
٢ ـ ولتعيين منحنى تقاطع المخروط مع السطح البريمي نقطع السطحين بمستويات أفقية مناسبة ترقم بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، . . . الخ فمثلا المستوى رقم ٣ يقطع المخروط في دائرة والسطح البريمي في منحنى فاذا أبرمنا كل منهما الى أسفل حتى قاعدة المخروط فان المنحنى ينطبق على المنحنى الأصلي (أ ب حـ د) والدائرة تنطبق على مسقطها الأفقي حيث يتقاطعان في النقط ٣ ـ ٣ ـ ٣ ـ ٣ ثم نعيد ابرامها الى الوضع الأصلي بدوران المسقط الأفقية ٤٥° في اتجاه عكس التي تقابل ١ سم فنحصل على النقط ٣َ ـ ٣َ ـ ٣َ ـ ٣َ ثم نعين مساقطها الرأسية ونكرر العمل لبقية المستويات التي على مستوى يمكن تحديده من المسقط الأفقي حيث يقطع المخروط في دائرة قطرها ١ سم تلامس المنحنى من الداخل ثم نصل نقط المنحنى بنقط المسقطين .

والشكل /٢٢٣ يبين سلم حلزوني من الخرسانة او المباني او الخشب والسطح السفلي لهذا السلم عبارة عن سطح بريمي مسطر عمودي مقفل والخطوة فيه تقسم حسب عدد الدرجات ويتبع في رسم المنحنى البريمي له حسب بند (٥٦) .

الشكل / ٢٢٤ يبين منزلقاً حلزونياً يستعمل في نقل البضائع من



شكل / ٢٢٢

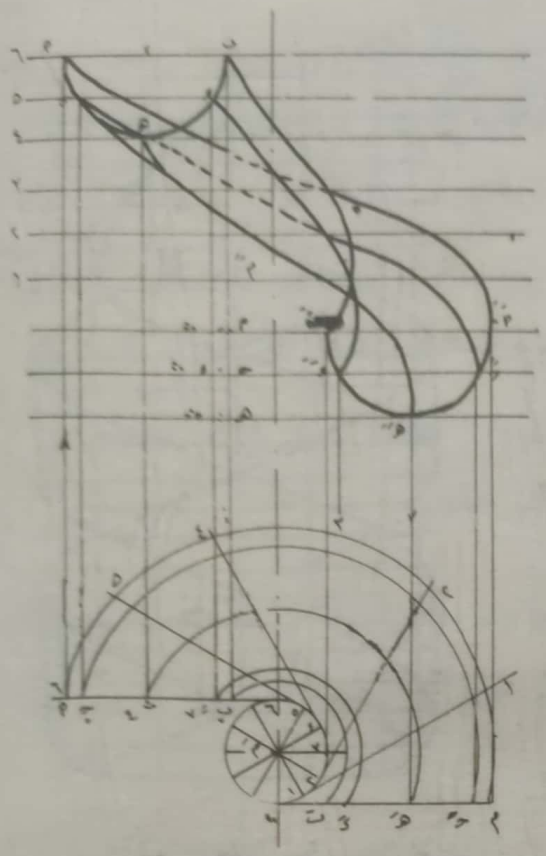


شكل / ٢٢٣

الطوابق العليا الى الطوابق السفلى والسطح الذي تنزلق عليه البضائع عبارة عن جزء من سطح بريمي مسطر عمودي مقفل ويرسم من ابرام نصف دائرة رأسية حول محور (م) ولتمثيل السطح نختار عدة نقاط مثل (أ ، ب ، حـ ، د ، هـ) على الراسم في الوضع الوجهي ونرسم المنحنى البريمي لكل منها. بأن نرسم دائرة تمس امتداد أب (المسقط الأفقي) في نقطة وترقم صفر ثم نقسم نصف الدائرة ب (٦) أقسام متساوية (حيث المطلوب $\frac{1}{2}$ لفة) ثم نركز في (مَ) ونرسم الدوائر المارة للمساقط الأفقية (أَ ، بَ ، حَ ، هَ ، دَ) ترسم التماسات للدائرة الماسة لامتداد (أَ بَ) فتقطع الدوائر السالفة في اجزاء متساوية وهي تمثل أوضاع نصف الدائرة .

بند ٦٤ ـ بعض المنحنيات الهامة

أولاً ـ المنحنى الباسط للدائرة (انفوليوت)



شكل / ٢٢٤

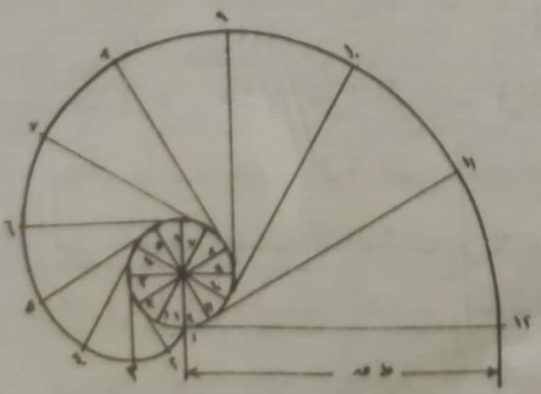
اذا أخذنا خيطا ولف حول قرص دائري وثبت أحد طرفيه في نقطة ثابتة على القرص وثبت في الطرف الآخر قلم رصاص .

ثم يفرد الخيط تدريجيا . بحيث يظل مشدودا فان قلم الرصاص يرسم منحنيا يسمى . المنحنى الباسط ولرسمه يجرى الآتي :

١ ـ يقسم محيط الدائرة الى أقسام متساوية ولتكن (١٢) قسما .

٢ ـ ترسم مماسات للدائرة من كل نقطة تقسيم .

٣ ـ يركز الفرجال في رقم (١) وبفتحه تساوي (١ ـ ١٢) ويرسم قوسا يقطع المماس المرسوم من رقم (١) . ثم ينقل الفرجال ويركز في رقم (٢) وبفتحه تساوي نهاية تقاطع القوس الأول حتى يقطع المماس المرسوم في نقطة (٣) وهكذا يستمر العمل في بقية المماسات الى ان نصل الى الرقم (١٢) وبذلك حصلنا على المنحنى الباسط المطلوب كما هو مبين في شكل / ٢٢٥ .



شكل / ٢٢٥

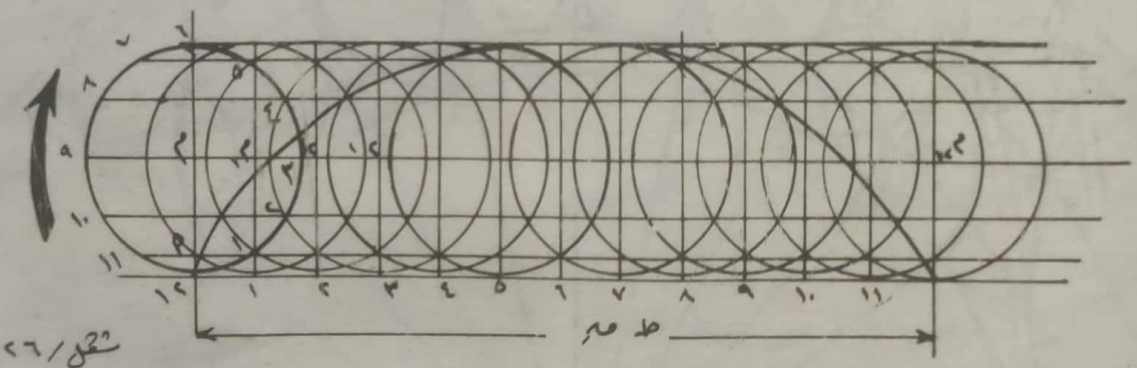
ويستخدم هذا المنحنى في تحديد الأسطح الجانبية لاسنان التروسي .

ثانيا ـ المنحنى الدويري

اذا تدحرجت الدائرة دون انزلاق على خط مستقيم (يسمى الدليل) فان المنحنى الناتج من حركة نقطة (أ) عليها يسمى المنحنى الدويري وتسمى الدائرة المتدحرجة بالدائرة المنتجة . والتي قطرها (ق) واذا دارت الدائرة دورة كاملة فانها تتحرك مسافة المحيط (ق ط) على المستوى الأفقي ولرسمه يجري الآتي :

١ ـ يقسم محيط الدائرة الى (١٢) قسما .
وترقم بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣ . . . . . .

ثم يقسم الدليل الذي يساوي (ط ق) الى (١٢) قسما .



شكل/٢٢٦

٢ ـ تقام أعمدة على الدليل (المحيط) .

٣ ـ نرسم خطوط موازية لخط الدليل من الأرقام (١١ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ،) .

٤ ـ تتقاطع هذه الخطوط مع الأعمدة المقامة على الدليل في م١ ، م٢ . . .

٥ ـ نرسم دوائر مراكزها م١ ، م٢ ، م٣ . . . . بعدد أقسام الدائرة

٦ ـ تقاطع محيط كل دائرة مع الخط الموازي لخط الدليل والذي يحمل نفس الرقم الذي تحمله الدائرة .

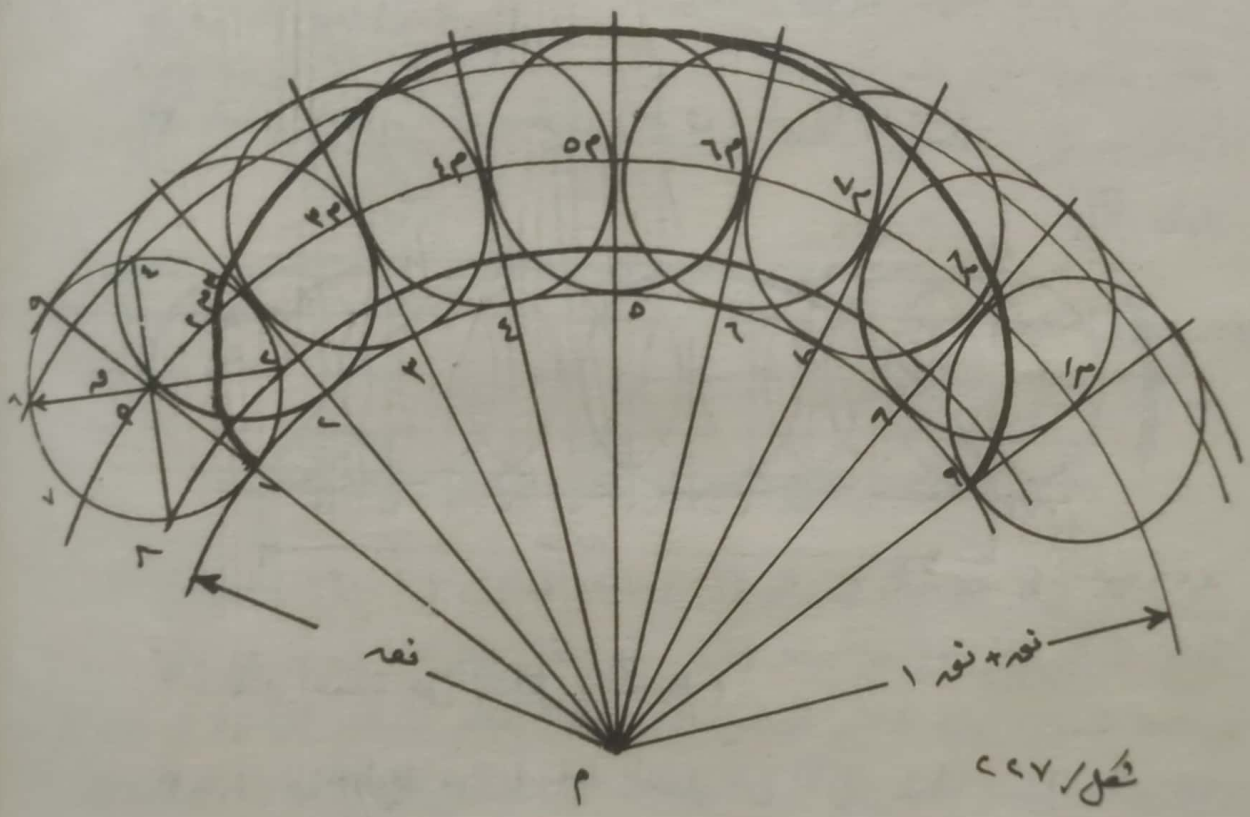
٧ ـ نحصل على نقاط المنحنى . نصل بعضها ببعض وبذلك نحصل على المنحنى (السيكلوئيد) المطلوب كما في الشكل / ٢٢٦ .

ثالثاً ـ المنحنى الدويري الفوقي (ايبي سيكلوئيد)

وهو يمثل مسار نقطة على محيط دائرة تتدحرج (بدون انزلاق) من الخارج على محيط دائرة اخرى ثابتة بحيث تكون الدائرتان في مستوى واحد دائما .

ولرسم المنحنى الدويري الفوقي نجري الآتي :

١ ـ يرسم جزء من محيط الدائرة الكبيرة (الثابتة) التي نصف قطرها نق ثم ترسم الدائرة الصغيرة المتدحرجة مارا مركزها م١ بالمركز م .



شكل / ٢٢٧

٢ ـ يقسم محيط الدائرة الصغيرة الى عدد من الأقسام المتساوية ولتكن (٨) وترقم (١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨) .

٣ ـ ويقسم الجزء من محيط الدائرة المرشدة الى (٨) اقسام ايضا مساوية لتقاسيم الدائرة الصغيرة .

٤ ـ يرسم قوس يمثل محور الدائرة الصغيرة (م١) حول محيط الدائرة الكبيرة (بعد مركزها ثابت عن مركز الدائرة الكبيرة م) .

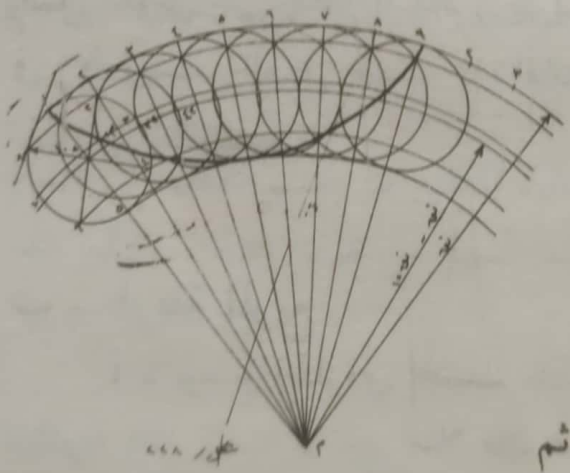
٥ ـ ترسم أقواس حول محيط الدائرة الكبيرة من أرقام (٢ ـ ٨، ٣ ـ ٧ ، ٤ ـ ٦ ، ٥) مراكزها (م) .

٦ ـ يوصل المركز م بالأرقام الموجودة على محيط الدائرة الكبيرة (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨) بأنصاف اقطار وتمد على استقامتها حيث تقطع الأقواس المارة الذكر في (٥) .

٧ ـ ترسم ثمان دوائر صغيرة يتغير مركزها حسب عدد انصاف الأقطار . كل دائرة تقطع القوس التي يحمل رقمها مثل الدائرة مركز م٢ تقطع القوس رقمه (٢) وهكذا نحصل على نقاط المنحنى المطلوب كما هو مبين في الشكل / ٢٢٧ .

رابعا ـ المنحنى الدويري التحتي (هيبو سكلوئيد)

وهو يمثل مسار نقطة على محيط دائرة تتدحرج (بدون انزلاق) من الداخل على محيط دائرة ثابتة بحيث تكون الدائرتان في مستو واحد دائما .



ولرسم المنحنى الدويري التحتي يجرى الآتي :

١ ـ يرسم جزء من محيط الدائرة الثابتة التي نصف قطرها س ويعين عليه الأقسام المبينة على محيط الدائرة الصغيرة المتحركة وعدد هذه الأقسام ثمانية .

٢ ـ توصل هذه الأقسام بالمركز مَ ثم ترسم اقواس من الأرقام المبينة على محيط الدائرة الصغيرة وهي (٨ ـ ٢ ، ٧ ـ ٣ ، ٦ ـ ٤ ، ٥) .

٣ ـ يتم رسم الدوائر الصغيرة حسب ما جاء في الشكل / ٢٢٧ وتعين نقاط تقاطع محيط كل دائرة بالقوس الذي يحمل رقمها، وهكذا يتم تعين بقية نقاط المنحنى الدويري التحتي كما هو مبين في الشكل / ٢٢٨ .

بند ٦٥ ـ المنحنيات الحلزونية

الحلزوني هو منحنى مستو يتولد من دوران نقطة معلومة حول مركز

معلوم يسمى بالقطب وهناك عدة طرق لرسمه نذكر منها الآتي :

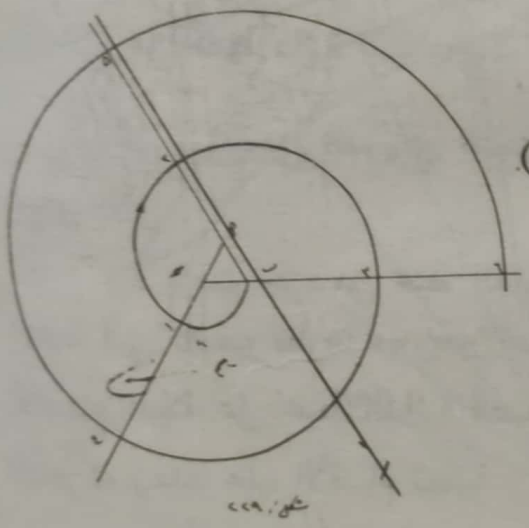
أ ـ طريقة المثلث المتساوي الأضلاع .

١ ـ يرسم الحلزوني حسب الخطوة المطلوبة فاذا كانت خطوته ٣ سم يؤخذ طول ضلع المثلث ١ سم (أي أن الخطوة = محيط المثلث) .

٢ ـ يرسم المثلث المتساوي الأضلاع أ ب جـ .

٣ ـ تمد النقطة (ب) في اتجاه (أ) وتمد النقطة (أ) في اتجاه (حـ) وتمد النقطة (حـ) في اتجاه (ب) كما هو مبين في الشكل / ٢٢٩ .

٤ ـ يركز الفرجال في (حـ) وبفتحة تساوي (ب حـ) يرسم قوس يقطع امتداد (أ حـ) في (١) ثم يركز في (أ) وبفتحة تساوي (أ ـ ١) يكمل القوس حتى يقطع امتداد (ب أ) في (٢) ثم يركز في (ب) وبفتحة تساوي (ب ـ ٢) يكمل القوس حتى يقطع امتداد (حـ ـ ب) في (٣) ويستمر العمل حسب عدد لفات الحلزوني المطلوب .



شكل / ٢٢٩

ب ـ طريقة المربع

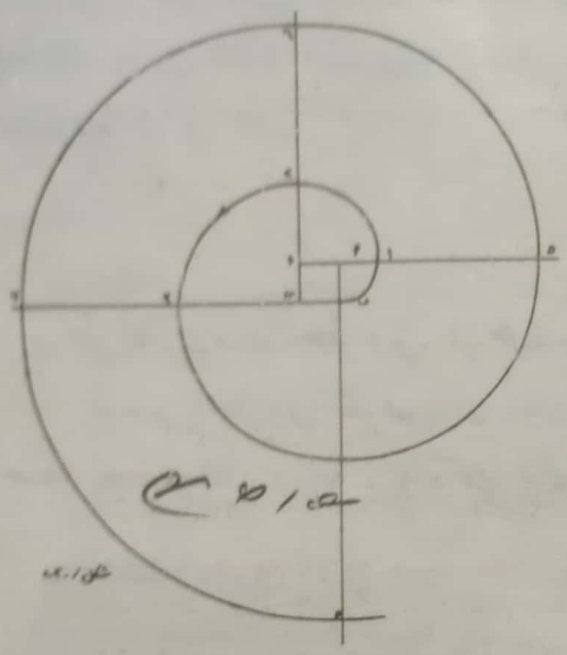
١ ـ يرسم الحلزوني حسب خطوته المطلوبة فاذا كانت ٤ سم مثلا فان محيط المربع يساوي ٤ سم وطول ضلعه ١ سم .

٢ ـ يرسم المربع (أ ب حـ د) الذي طول ضلعه ١ سم .

٣ ـ تمد النقطة (د) في اتجاه (أ) وتمد النقطة (جـ) في اتجاه (د) وتمد النقطة (ب) في اتجاه (حـ) وتمد النقطة (أ) في اتجاه (ب) وبذلك تحددت الاتجاهات .

٤ ـ يركز الفرجال في (أ) وبفتحة تساوي (أ ب) يرسم قوس يقطع

امتداد (د أ) في (١) ثم يركز في (د) وبنصف قطر (د ـ ١) يرسم قوس يقطع امتداد (حـ د) في (٢) ويركز في (حـ) وبنصف قطر (حـ ـ ٢) يرسم قوس يقطع امتداد (ب حـ) في (٣) ثم يركز (ب) وبنصفه قطر (ب ـ ٣) يرسم قوس يقطع امتداد (أ ب) في (٤) وهكذا يستمر بالعمل حسب عدد لفات الحلزوني المطلوبة . كما في الشكل / ٢٣٠ .

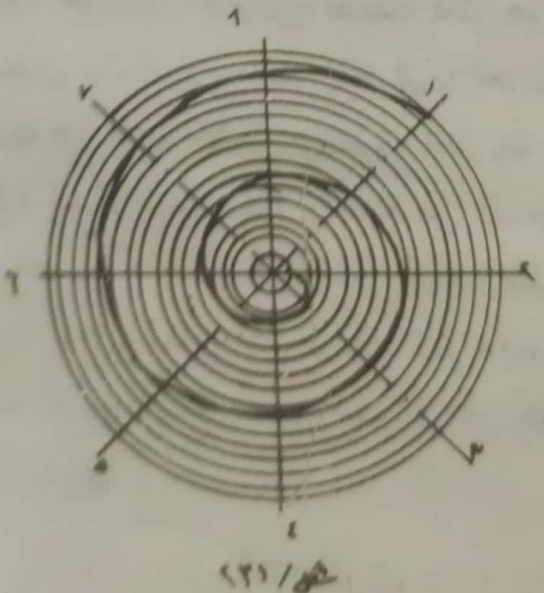


حـ ـ طريقة الدائرة

١ ـ لرسم الحلزوني بواسطة الدائرة لا بد من معرفة عدد الخطوات وقطر الدائرة التي تحتويه فاذا كان عدد الخطوات (٢) مثلا فان الخطوة الواحدة = $\frac{\text{القطر}}{٢}$ سم .

٢ ـ ترسم الدائرة بنصف قطر الدائرة المعلوم ثم يقسم محيطها الى اقسام متساوية ولتكن (٨ أ و ١٢) قسما ترسم أشعة من مركز الدائرة وترقم هذه الأقسام .

٣ ـ تقسم الخطوة الواحدة الى (٨ أ و ١٢) قسما حسب عدد الأقسام الواردة في (٢) ونرقم ابتداء من المركز وترسم دوائر حسب عدد الأقسام التي قسمت بها الدائرة .



٤ ـ تقاطع دوائر الخطوة مع الأقسام المشعة من مركز الدائرة والتي تحمل نفس الرقم تعين نقاط الحلزوني وبذلك نحصل على الحلزوني لخطوة واحدة ،

ولرسم الخطوة الثانية تقسم كذلك الى دوائر اخرى تتقاطع مع الأقسام المشعة وبذلك يتعين نقاط الحلزوني توصل هذه النقاط ببعضها نحصل على الحلزوني المطلوب كما في الشكل/٢٣١ .

د ـ طريقة رسم حلزوني ارخميدس

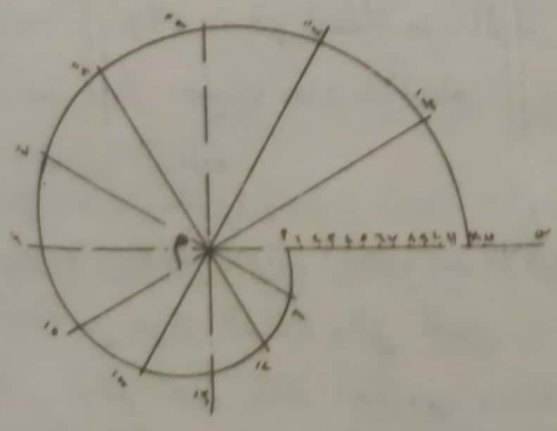
لرسم الحلزوني نفرض أن الخط الابتدائي هو (م س) وان (م أ) هو أصغر نصف قطر متجه ، (مَ ب) هو أكبر نصف قطر متجه .

لذلك نجري الاتي : ـ

١ ـ نرسم من (م) مستقيمات تصنع مع (م س) زوايا ٣٠° ، ٦٠° ، ٩٠° ، ١٢٠° . . . ٣٣٠° (أي قسمنا دورة المستقيم الى (١٢) قسما .

٢ ـ نقسم المسافة (أ ب) الى نفس العدد وهو (١٢) قسما ثم نركز الفرجال في (م) وبنصف قطر يساوي (م ـ ١) نرسم قوسا يقطع المستقيم (م ـ ١َ) في (١َ) ثم بنصف قطر (م ـ ٢) نرسم قوسا آخر يقطع المستقيم (م ـ ٢َ) وهكذا فاذا وصلت نقط التقاطع ١َ ، ٢َ ، ٣َ ، ٤َ . . . . . ١١َ نحصل على منحنى حلزوني ارخميدس المبين في الشكل / ٢٣٢ .

٣ ـ واذا اريد رسم حلزوني ذي اللفتين باعتبار ان أصغر نصف قطر متجه هو (م أ) وأكبر نصف قطر هو (م ب) فاننا نقسم المسافة (أ ب) الى قسمين متساويين بنقطة اخرى (حـ) وبذلك يعتبر (م حـ) اكبر نصف قطر متجه في اللفة الاولى وتنطبق الطريقة المارة الذكر لرسم لفة واحدة من المنحنى ثم نعتبر (م حـ) هو أصغر نصف قطر متجه ، (م ب) أكبر نصف قطر متجه للفة الثانية ويتبع نفس الطريقة السابقة في رسمها .



هـ - طريقة رسم الحلزوني الانسيابي (اللوغارتمي)

لرسم الحلزوني الأنسيابي (اللوغارتمي) بمعلومية نسبة طولي أي نصفي قطرين متجهين يحصران بينهما زاوية معينة .

نفرض أن النسبة بين طولي نصفي القطرين $\frac{٥}{٦}$ وان الزاوية المحصورة بينهما (٣٠°) وان طول اصغر نصف قطر = ١ سم والمطلوب رسم الحلزوني :

لغرض رسم الحلزوني نجري الآتي :

١ - نجد اطوال انصاف الأقطار المتجهة . نرسم خطا مستقيما مثل : (و ع) ونأخذ عليه طولا (و ف) = ٥ سم . ثم نقيم من (ف) عمودا على (و ع) ثم نركز في (و) وبفتحة = ٦ سم . نرسم قوسا يقطع العمود عند (ف) في نقطة (ص) نصل (و ص) ونمده على استقامته .

٢ - نأخذ على (و ع) طولا و أ = ١ سم ونقيم من (أ) عمودا يقابل (و ص) في (ب) فيكون $\frac{\text{و أ}}{\text{و ب}} = \frac{٥}{٦}$.

٣ - نقيم من (ب) عمودا على (و ع) تقابله في (حـ) فيكون :

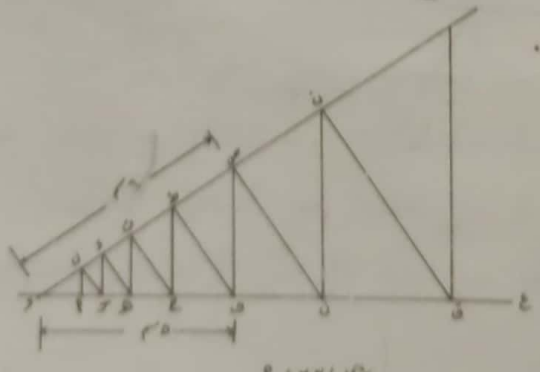
$\frac{\text{و أ}}{\text{و ب}} = \frac{٥}{٦} = \frac{\text{و أ}}{\text{و ب}}$ وهكذا فتكون النسبة بين أي طولين متتاليين ثابتة اي ان

$$\frac{\text{و أ}}{\text{و ب}} = \frac{\text{و ب}}{\text{و حـ}} = \frac{\text{و حـ}}{\text{و د}} \ldots\ldots\ldots \frac{٥}{٦}$$

ومنها يظهر ان الأطوال تكون متوالية هندسية والشكل / ٢٣٣ أ يبين طريقة الحصول على أطوال انصاف الأقطار المتجهة وهي :

و أ ، و ب ، و حـ ، و د ، و هـ ، و ز ، و ح

و ط ، و ف ، و ص ، و ل ، و ن ، و ق .



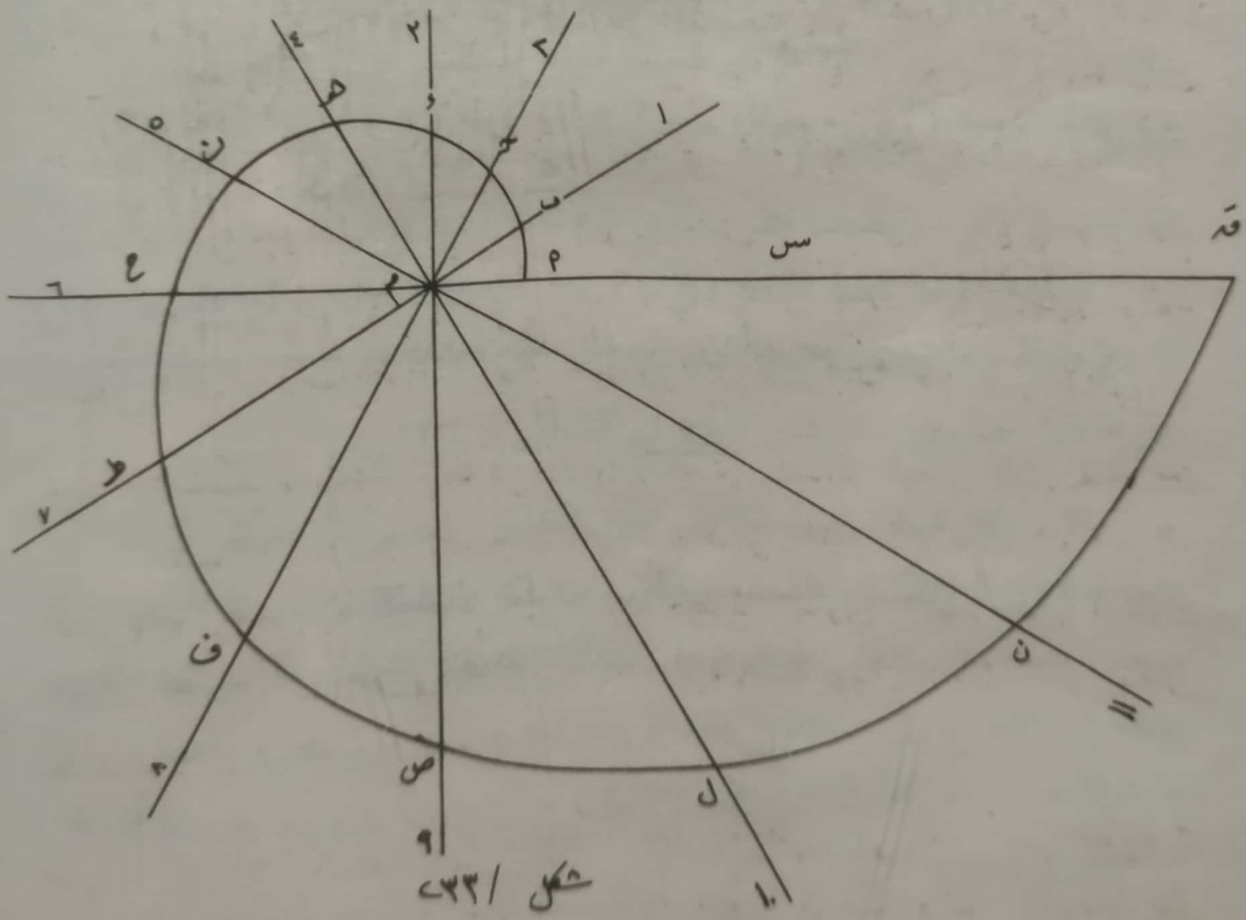
شكل/٢٣٢ أ

ولرسم المنحنى اللوغارتمي نجري الآتي :

١ ـ نأخذ خطا مستقيما مثل (م س) ونعين عليه طول و أ = ١ سم .

٢ ـ نرسم من (م) مستقيمات (أشعة) تصنع مع (م س) زوايا ٣٠°، ٦٠° ، ٩٠° ..... ٣٣٠° وترقم هذه الأشعة بـ (١ ، ٢ ، ٣ ..... ١٢) .

٣ ـ تعين انصاف الأقطار على الأشعة ابتداء من المركز (م) بحيث يمثل الرقم (١) نصف قطر (و ب) وهكذا عند نقل بقية انصاف الأقطار المتجهة كما هو مبين في الشكل / ٢٣٣ ب .



شكل /٢٣٣ ب

« تمارين عن الفصل العاشر »

١ ـ المعلوم نصف قطر الاسطوانة الذي يساوي ٢ سم وخطوة المنحنى البريمي ٦ سم والمطلوب تمثيل لفة كاملة من المنحنى البريمي مع العلم ان اتجاه الابرام يميني .

٢ ـ مثل خطوة واحدة من المنحنى البريمي الشمالي الناتج من ابرام النقطة ن ($-\frac{1}{2}$ ٣ ، ٥ ، صفر) حول المحور الرأسي م = (صفر ، ٥ ، ؟) اذا كانت خطوته تساوي ٩ سم ثم مثل المماس للمنحنى بعد $\frac{2}{3}$ لفة .

٣ ـ مثل خطوة واحدة من المنحنى البريمي اليميني الناتج من ابرام النقطة أ (صفر ، ٧ ، صفر) حول المحور الرأسي م (صفر ، ٥ ، ؟) اذا كانت خطوته تساوي ٩ سم . مثل المماس للمنحنى عند اي نقطة عليه .

٤ ـ المعلوم من منحنى بريمي محوره الرأسي م (صفر ، ٥ ، ٣ ، ؟) ومماس له س (١ ، ٧ ، ٦) و (ـ ٢,٥ ، ٤ ، ٢,٥) . عين خطوته واتجاه المنحنى وكذلك أثره الأفقي . مثل خطوة واحدة منه ابتداء من الأثر الأفقي .

٥ ـ مثل خطوة واحدة من السطح البريمي المسطر اليميني الذي ينشأ من ابرام مستقيم أ ب حول المحور الرأسي م (صفر ، ٥ ، ؟) حيث أ (١ ، ٦ ، صفر) ، ب (٤ ، ٦ ، ٢) اذا كانت خطوته تساوي ٩ سم ، عين المستوى المماس للسطح عند منتصف أ ب بعد نصف لفة وعين كذلك الأثر الأفقي للسطح .

٦ ـ منحنى بريمي أيمن خطوته ٦ سم ومنحنى بريمي آخر أيسر خطوته ٣ سم مرسومان على سطح اسطوانة رأسية قطرها ٦ سم ترتكز بقاعدتها على المستوى الأفقي والمطلوب رسم المسقط الرأسي للفتين من المنحنى الأول وأربع لفات من المنحنى الثاني بحيث تبدأ الحركة من نهاية كل من الراسمين المتطرفين عند ارتكازها على المستوى الأفقي .

٧ ـ ارسم المسقط الرأس لقلاووظ سن مثلث ببابين اذا علمت ان القطر الخارجي ٤,٨ سم والقطر الداخلي ٤ سم وزاوية السن ٦٠° .

٨ ـ ارسم المسقط الرأس لقلاووظ سن مربع بباب واحدة لثلاث لفات كاملة اذا علمت ان قطره الخارجي ٣,٦ سم وخطوته ١,٦ سم .

٩ ـ ارسم المسقط الرأسي لنابض مربع أيمن اذا علمت ان ضلع المربع للمقطع ١,٢ سم والقطر الداخلي = ٤ سم وخطوته = ٤,٨ سم .

١٠ ـ مثل مثقاب منحنى ناتج من ابرام المقطع أ ب جـ ذ حول المحور الرأسي م الذي يمر بمركز المقطع ن حيث قطر المثقاب = ٥ سم ونصف قطر القوسين أ د ، ب حـ = ١,٧ سم اذا كانت خطوته = ٩ سم وينتهي المثقاب من اعلى بمخروط دائري قائم نصف زاوية رأسه = ٤٥° وقطر قاعدته يساوي قطر قاعدة المثقاب ، مثل تقاطع السطح مع المخروط .

١١ ـ دائرة قطرها ٥ سم ارسم المنحنى الباسط لهذه الدائرة .

١٢ ـ ارسم المنحنى الدوري اذا كانت النقطة الراسمة واقعة على محيط دائرة (متدحرجة) قطرها ٥ سم .

١٣ ـ ارسم المنحنى الدوري الفوقي اذا كانت النقطة الراسمة على محيط دائرة قطرها ٤ سم تتدحرج خارج دائرة ثابتة قطرها ١٢ سم .

١٤ ـ ارسم المنحنى الدوري التحتي اذا كانت النقطة الراسمة على محيط دائرة قطرها ٣ سم تتدحرج داخل دائرة ثابتة قطرها ١٦ سم .

١٥ ـ ارسم المنحنى الحلزوني لكل : ـ

أ ـ اذا كان طول ضلع المثلث المتساوي الاضلاع = $\frac{١}{٢}$ سم ولثلاث لفات كاملة .

ب ـ اذا كان طول ضلع المربع = $\frac{١}{٢}$ سم ، $\frac{٣}{٤}$ سم ولثلاث لفات كاملة .

حـ ـ اذا كان قطر الدائرة = ٨ سم ، ١٠ سم .

١٦ ـ ارسم حلزوني ارخميدس المكون من لفتين اذا كان نصف القطر يزداد من ١ سم الى ٥ سم في اللفتين .

١٧ ـ ارسم لفة واحدة من المنحنى الحلزوني اللوغاريتمي اذا كان طول أكبر نصف قطر متجه هو ١٠ سم وأصغر نصف قطر متجه هو ١,٤ سم والنسبة بين طولي نصفي قطرين متجهين يحصران بينهما زاوية مقدارها ٢٨° هي $\frac{٧}{٨}$.

فهرست

بند		الصفحة
	مقدمة	٥
	تمهيد	٧
	الرموز	٩
	تعاريف اولية ونظريات أساسية	١٠ ، ١١
	نظريات في الهندسة الفراغية	١٢ ، ١٣
	الباب الاول	
	الفصل الاول	
١	الاسقاط المركزي	١٧ ، ١٨
	الاسقاط المتوازي	١٩
	الاسقاط العمودي	٢٠
	الفصل الثاني	
٢	الاسقاط العمودي على مستويين متعامدين	٢٣ ، ٢٤
٣	تمثيل النقطة	
٤	تمثيل النقطة في الزوايا الزوجية الأربع	٢٥ ـ ٢٨
٥	اوضاع خاصة بالنقطة	٢٩
٦	المستويات المنصفة	٣٠
٧	تعيين مواضع ومساقط النقطة في الفراغ المحدد بثلاث مستويات	٣١ ـ ٣٣

بند		الصفحة
	أسئلة محلولة على النقاط	٣٤-٤٢
	تمارين عن الفصل الثاني	٤٣ ، ٤٤
	الفصل الثالث	
٨	تمثيل المستقيم	٤٥ ، ٤٦
	طريقة اسقاط الخط المستقيم	
٩	طريقة تعيين الاثر الافقي والرأسي للخط المستقيم	٤٧
١٠	اوضاع الخط المستقيم في الفراغ	٤٨ - ٥٢
١١	اوضاع خاصة للمستقيم	٥٢
١٢	العلاقة بين المستقيمين في الفراغ	٥٣ ، ٥٤
١٣	تعيين الطول الحقيقي وزاويتي ميل الخط المستقيم	٥٥ - ٥٨
	مسائل محلولة على الخط المستقيم	٥٩ - ٦٤
١٤	طريقة رسم مساقط خط مستقيم بمعلومية طوله وزاويتي ميله ...	٦٥
١٥	طريقة رسم مساقط خط مستقيم بمعلومية إحداثيات نهايته	٦٦ ، ٦٧
	تمارين عن الفصل الثالث	٦٨ - ٧٠
	الفصل الرابع	
١٦	المستوى	٧١
١٧ ، ١٨	اوضاع المستوى في الفراغ	٧١ - ٧٥
١٩	طرق تعيين أثري المستوى	٧٥ ، ٧٦
	أمثلة محلولة	٧٦ - ٧٩
	تمارين	٨٣
٢٠	ميل المستوى الفراغي على مستويي الاسقاط	٨٤ ، ٨٥
٢١	رسم أثري مستوى معلوم ميله	٨٦
	مسائل محلولة	٨٧ , ٨٨
	تمارين	٨٩

بند | الصفحة

الفصل الخامس

٢٢ المستويات المساعدة او الاضافية ٩١
٢٣ طريقة الاسقاط على المستويات الاضافية ٩٢
٢٤ تطبيقات على المستويات الاضافية ٩٣-٩٧
٢٥ طريقة تحويل شكل المستوى في وضع عام ٩٨
الى وضع عمودي وتعيين زاويتي ميله وشكله الحقيقي
٢٦ اسقاط الاجسام على المستويات المساعدة ١٠٠-١٠٣
٢٧ تحويل المستوى المائل الى مستوى عمودي ١٠٣-١٠٦
تمارين عن الفصل الخامس ..... ١٠٧، ١٠٨

الفصل السادس

مسائل الوضع

٢٨ المسألة الاولى : تعيين مستوى يوازي ١٠٩
مستوى معلوم ويمر بنقطة معلومة
٢٩ المسألة الثانية : تعيين المستقيمات ١١٠-١١٨
والنقط الواقعة في المستوى
٣٠ المسألة الثالثة : تقاطع المستويات ١١٨
٣١ تقاطع المستويات ١١٩-١٢٨
٣٢ المسألة الرابعة - تعيين نقطة تقاطع ١٢٨-١٣٤
مستقيم مع مستو معلوم
تمارين عن الفصل السادس ١٣٥-١٣٨

الفصل السابع

مسائل القياس

٣٣ المسألة الاولى : تمثيل العمود من نقطة ١٣٩-١٤٣
على مستوى معلوم

بند		الصفحة
٣٤	طريقة ايجاد المسافة الحقيقية بين مستويين متوازيين	١٤٤ ، ١٤٥
٣٥	طريقة ايجاد البعد الحقيقي بين مستقيمين متوازيين	١٤٦ ـ ١٤٩
٣٦	تعيين أقصر بعد بين مستقيمين شماليين	١٤٩ ، ١٥٠
٣٧	المسألة الثانية	١٥١
	دوران المستويات او تطبيقها	
٣٨	دوران المستويات حول أحد أثريها وانطباقها على احد مستويي الاسقاط	١٥٢ ـ ١٦٠
٣٩	دوران النقطة الواقعة في المستوى	١٦٠
٤٠	دوران خط مستقيم واقع في المستوى المائل	١٦١
٤١	دوران مستو معين بمستقيمين متقاطعين حول احد مستقيماته الافقية او الوجهية	١٦٣
٤٢	تعيين طول معين على مستقيم معلوم	١٦٤
٤٣	تعيين الزاوية الزوجية بين مستويين	١٦٤ ـ ١٧١
	تمارين عن الفصل السابع	١٧٢ ، ١٧٣
	الفصل الثامن	
٤٤	كثيرات السطوح المنتظمة	١٧٥
٤٥	تمثيل كثيرات السطوح	١٧٦ ـ ١٨٣
٤٦	نقط تقاطع مستقيم مع كثير السطوح	١٨٣ ، ١٨٥
٤٧	تقاطع مستوى مع كثير السطوح	١٨٥ ـ ١٩١
٤٨	تقاطع السطوح (الاجسام)	١٩١ ـ ١٩٨
٤٩	افراد سطوح الاجسام	١٩٨ ـ ٢٠٧
٥٠	الانفراد التقريبي لسطح نصف الكرة	٢٠٧ ـ ٢١٠
٥١	افراد قطع الاتصال	٢١٠ ـ ٢١٤
	تمارين عن الفصل الثامن	٢١٥ ـ ٢١٩

بند | الصفحة

الفصل التاسع

٥٢ القطاعات المخروطية ٢٢١
٥٣ الطرق الهندسية لرسم القطاعات المخروطية ..... ٢٢٢ ـ ٢٢٨
٥٤ طريقة رسم المماس لمنحنى قطع ناقص ٢٢٨
من اي نقطة خارجة عنه
٥٥ طريقة رسم المماس والعمود لمنحنى قطع ناقص ٢٢٨
٥٦ القطع الناقص الكاذب وطرق رسمه ٢٢٩
٥٧ القطع المكافىء ..... ٢٣٠ ـ ٢٣٣
٥٨ القطع الزائد ..... ٢٣٣ ـ ٢٣٥
تمارين عن الفصل التاسع ٢٣٦

الفصل العاشر

٥٩ تمثيل المنحنى البريمي والسطوح البريمية ..... ٢٣٧ ـ ٢٤١
٦٠ السطوح البريمية ٢٤١
٦١ مسائل اساسية في تمثيل السطوح البريمية ..... ٢٤١ ـ ٢٤٣
٦٢ بعض السطوح البريمية والمسطرة ..... ٢٤٣ ـ ٢٤٦
٦٣ امثلة عملية على السطوح اللولبية ..... ٢٤٦ ـ ٢٤٩
٦٤ بعض المنحنيات الهامة ..... ٢٥٠ ـ ٢٥٣
٦٥ المنحنيات الحلزونية ..... ٢٥٣ ـ ٢٥٨
تمارين ..... ٢٥٩ ـ ٢٦١

المصادر العربية

اسم الكتاب	المؤلف	السنة
١ ـ الهندسة الوصفية	د . علي مصطفى مشرفة ومحمد الهامي	١٩٣٧
٢ ـ الهندسة الوصفية	نصيف سعيد وحسن رفعت	١٩٤٠
٣ـ علم الهندسة الوصفية جزئين	د . علي حسن محمد وحسن عبد الواحد	١٩٥٦
٤ ـ الهندسة الوصفية	د . الفريد بشارة	١٩٦٣
٥ ـ الهندسة الوصفية	د . امين محمد خليل وهيب	١٩٧٦

المصادر الاجنبية

1 - Angewante darstellende Geometrie
Von Karl Keiser Berlin 1925

2 - Darstellende Geometrie
Von H Flukiger 1943

3 - Practical Geometry and Eng. Graphics
Ly. W. Abbott London 1951

4 - Darstellende Geometrie
Von. Dr. Fritz Rehbock Berlin 1957

5 - Einp'uhrung in Das projebtions

Zeichnen Von L. Frede 1958

6 - Darstellende Geometrie

Lehrbiefe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Von Der T. H. Dresden 1959 - 1960

7 - Building Construction Drawing

P. Batsubov Moscow 1964

8 - Mechanical Drawing

A. Serebryakov and K. yankovs by and

M. Pleshkin. Moscow 1964

كل ورقة وجيرها الذبول

الا الصداقة فباقية لا

تزول

ذكرى طلاب الاول ميكانيك ب.م.

the united croup

Ali - Ali - Hussan - Khiled