

الدكتور  
فاروق كامل تقلا

# مقدمة في فيزياء أشباه الموصلات



كيوان المطبوعات الجامعية

الساحة المركزية - بن عكنون - الجزائر

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

## تقدیم

ان حاجة طلبتنا لكتب متخصصة في فيزياء أشباه الموصلات ، دفعني الى انتقاء موضوعات مطروحة في المناهج الجامعية ، وذلك من بعض الكتب الأساسية في فيزياء أشباه الموصلات، وجمعتها في هذا الكتاب. ونحوت في عملي هذا الى التبسيط، لكي أجنب القارئ - قدر المستطاع - الاستعانة بالمراجع لفهم ماورد هنا، علما بأن دراسة نفس الموضوع في عدة كتب أكثر فائدة ونفعاً.

لقد أتى ترتيب المواضيع بأسلوب تدريسي، يعين طلببة السنوات الجامعية الأخيرة في معهديّ الفيزياء والالكترونيات والمعاهد التقنية المختصة على استيعاب ماطلب منهم ، ويساهم في تهيئة الراغبين منهم بالتخصص في مجال فيزياء الجسم الصلب وأشباه الموصلات بجانبه النظري والتطبيقي.

يحتوي هذا الكتاب على مقدمة عامة تتضمن موجزا للخصائص الأساسية لأشباه الموصلات، والنماذج المتداولة لتفسير آلية الناقلية الكهربائية وبعض النتائج التجريبية. تلاها أسس نظرية التمنطق في أشباه الموصلات، واحصاء الالكترونيات والثقوب وآليات تشتت حوامل الشحنة، وتولد هذه الحوامل واعادة توحيدها، بالإضافة الى انتشار وانسياق الحوامل الثانوية للشحنة، وأخيراً ظواهر الالتحام بين المعادن وأشباه الموصلات، وبين أشباه الموصلات بحد ذاتها.

أرجو الله أن أكون قد حققت الغاية المرجوة. والله الموفق.

قسنطينه - أبريل 1992.

د. فاروق كامل تقلا

## دالات

1. أتي ترتيب العلاقات بتسلسل رقم العلاقة ضمن الفقرة في حدود الفصل الواحد المتضمن للفقرة . واذا حدث واستعملت علاقة من فصل ما في فصل آخر، أشير الى ذلك باضافة الحرف (ف) الى رقم العلاقة وتلاه رقم الفصل، مثلا (3.4ف2) يعني العلاقة الرابعة من الفقرة الثالثة في الفصل الثاني.
2. أتي ترتيب الأشكال بتسلسل رقم الشكل ضمن الفصل الواحد.
3. لم نشر الى المراجع التي أخذت منها المنحنيات التجريبية لأنها شائعة، ولأن الكتاب تدريسي أصلا.
4. استخدمت الرموز الأساسية التالية للدلالة على المفاهيم المقابلة :

a	ثابت الشبكة البلورية، التسارع
$\vec{B}$	Lattice constant, Acceleration
C	التحريض المغناطيسي
c	Magnetic induction
D	السعة
$D_n, D_p$	Capacitance
$\epsilon_0, \epsilon$	سرعة الضوء في الخلاء
$\epsilon_0, \epsilon$	Velocity of the light in vacuum
$\epsilon_0, \epsilon$	معامل الانتشار ثنائي القطب
$\epsilon_0, \epsilon$	Bipolaire diffusion coefficient
$\epsilon_0, \epsilon$	معامل الانتشار للإلكترونات، الثقوب
$\epsilon_0, \epsilon$	Diffusion coefficient of electrons, of holes
$\epsilon_0, \epsilon$	متجهة شدة الحقل الكهربائي
$\epsilon_0, \epsilon$	Electric intensity, field
$\epsilon_0, \epsilon$	الشدة الحرجة للحقل الكهربائي
$\epsilon_0, \epsilon$	Critical electric field
$\epsilon_0, \epsilon$	الطاقة
$\epsilon_0, \epsilon$	Energy
$\epsilon_0, \epsilon$	الطاقتان الموافقتان لأرضية منطقة الناقلية، وسقف منطقة التكافؤ
$\epsilon_0, \epsilon$	Electron energy at conduction band edge, at valence edge

$E_d, E_a$	طاقة التأين للشوائب المانحة والآخذة..... Ionization energy of donor impurities , of acceptor impurities
$E_g$	عرض المنطقة المحظورة (عرض الفجوة الطاقية)..... Width of the forbidden gap
$E_i$	طاقة التأين (التشرد)..... Ionization energy
$E_p$	طاقة الفونون..... Phonon energy
$E_t$	طاقة سوية المصيدة..... Energy level of trap
$e$	شحنة الالكترون..... Electron's charge
$\hat{H}$	مؤثر هاملتون..... Hamilton's operator
$\vec{H}, H$	شدة الحقل المغناطيسي، الحقل المغناطيسي..... Magnetic intensity, Field
$h$	ثابت بلانك..... Planck's constant
$\vec{F}, F$	القوة..... Force
$F$	سوية فرمي..... Fermi level
$F_n, F_p$	شبه سوية فرمي للالكترونات، والثقوب..... Quasi-Fermi level for electrons for holes
$f$	دالة التوزيع لفرمي-ديراك؛ دالة التوزيع اللامتوازن..... Fermi-Dirac distribution function Non-equilibrium distribution function
$f_0, f_{0p}$	دالة التوزيع المتوازن للالكترونات، للثقوب..... Equilibrium distribution function for electrons, for holes
$G$	معدل سرعة التولّد..... Rate of generation
$g$	معامل اللاظرية..... Degenerate coefficient

		كثافة الفونونات
$N_p$	Density of phonons	
$n$	Concentration of electrons in (non-equilibrium)	تركيز الالكترونات في حالة عدم التوازن
	, Quantum number	
$n_a, n_d$	Concentration of electrons at the acceptor impurities, at the donor impurities	تركيز الالكترونات على الشوائب الآخذة، والمانحة
$n_0$	Equilibrium concentration of electrons	التركيز المتوازن للالكترونات
$n_i$	Intrinsic carrier concentration	التركيز الذاتي لحوامل الشحنة
$p$	Electron's impulse, Probability of transport	اندفاع الالكترون، احتمال العبور
$\vec{p}, p$	Quasi-impulse for carrier	شبه الاندفاع لحوامل الشحنة
$p$	Non-equilibrium concentration of holes	التركيز اللامتوازن للشقوق
$p_a, p_d$	Concentration of ionized acceptors, of ionized donors	تركيز الشوائب المؤينة الآخذة، والمانحة
$p_0$	Equilibrium concentration of holes	التركيز المتوازن للشقوق
$Q$	Total charge, Space-charge	الشحنة الكلية، الشحنة الحجمية
$\vec{R}$	Radius vector	نصف القطر الشعاعي
$R$	Resistance, Hall constant, Recombination rate (per unit time and volume)	المقاومة الكهربائية، ثابت هول، معدل سرعة إعادة التوحيد
$\vec{r}$	Radius vector for electron	نصف القطر الشعاعي للالكترون
$S$	Area	المساحة
$T$	Temperature, Time, Kinetic energy, Period	درجة الحرارة، الزمن، الطاقة الحركية، الدور

$I, i$	Current	التيار
$\vec{J}, j$	Current density	كثافة التيار
$j_s$	Saturation current density	كثافة تيار الاشباع
$\vec{k}$	Wave vector	الشعاع الموجي لحامل الشحنة
$k$	Boltzmann's constant	ثابت بولتزمان
$k_n, k_p$	Probability of electron capture, of hole capture	احتمال اقتناص الالكترونات والشقوق
$\ell$	Length, Thickness of space-charge	الطول، سمك الشحنة الحجمية
$L_n, L_p$	Diffusion length of electrons, of holes	طول الانتشار للالكترونات، والشقوق
$\ell$	Length, Length of free jump	الطول، طول القفزة الحرة
$M$	Mass of nucleus, of atom	كتلة النواة، كتلة الذرة
$m_0$	Mass of carrier's charge	كتلة حامل الشحنة
$m_n^*, m_p^*$	Effective mass of electron, of hole	الكتلة الفعالة للالكترونات، والشقوق
$m_{dn}, m_{dp}$	Effective mass of states for electrons, for holes	الكتلة الفعالة لكثافة الحالات للالكترونات والشقوق
$N$	Density of states, Concentration	كثافة الحالات الكوانتية، التركيز
$N_a, N_d$	Concentration of acceptor impurities of donor impurities	تركيز الشوائب الآخذة، المانحة
$N_t$	Concentration of traps	تركيز المصائد

U	Potential energy	الطاقة الكامنة
V	Potential, The lattice potential, Volume of crystal	الكمون، كمون الشبكة البلورية، حجم البلورة
$V_B$	Volume of Brillouin zone	حجم منطقة بريليون
$\vec{v}, v_{drif}$	Drift velocity	السرعة الانسيابية
$v_0$	The average velocity of the thermal motion	السرعة الوسطية للحركة الحرارية
$v_D$	Diffusion velocity	السرعة الانتشارية
$v_{sou}$	Velocity of sound	سرعة الصوت
$v_{ph}$	Phase velocity	السرعة الطورية
W	Probability	الاحتمال
$w$	Effective energy	طاقة الفعالية
$\alpha$	Absorption coefficient, Ionized collision coefficient	معامل الامتصاص، معامل التأين الصدمي
$\gamma$	Recombination coefficient	معامل اعادة التوحد
$n, \Delta p$	Concentration of additional electrons (holes)	تركيز الالكترونات (الثقوب) الاضافية
$\delta$	Dirac $\delta$ - function	دلتا دالة ديراك، سماكة الحاجز الكموني
$\epsilon, \epsilon_0$	Permittivity of free space, Dielectric constant	السماحية في الخلاء، الثابت الكهربائي
$\zeta$	Reduced Fermi level, Energy of phonon	سوية فرمي المختزلة، طاقة الفونون
$\theta$	Debye temperature, Angle	درجة حرارة ديبي، زاوية
$\mu_0$	Magnetic constant	الثابت المغناطيسي

$\alpha$	النفاذية، معامل الناقلية الحرارية
	Permeability, Thermal conductivity coefficient
$\lambda$	طول الموجة
	Length's wave
$\mu_n, \mu_d$	الحركية الانسيابية
	Drift mobility
$\mu_D$	الحركية الانتشارية
	Diffusion mobility
$\mu_n, \mu_p$	حركية الالكترونات، الثقوب
	Electron mobility, Hole mobility
$\mu_H$	حركية هول
	Hall's mobility
$\nu$	التواتر، ثابت التناقص (التخامد)
	Frequency, Decay constant
$\xi$	سوية فرمي المختزلة من $E_F$
	Reduced Fermi level at $E_F$
$\rho$	المقاومة النوعية، الكثافة الخطية، الشحنة الحجمية
	Resistivity, Line charge density, Volume charge
$\sigma$	الناقلية النوعية، المقطع العرضي الفعال
	Conductivity, Effective cross-section
$\tau$	الزمن الوسطي للقفرة الحرة، زمن الارتخاء، زمن الحياة (العمر)
	Mean free path (average time interval between collision), Relaxation time, Lift time
$\tau_n, \tau_p$	عمر الالكترونات، الثقوب
	Lifetime of electron, of hole
$\varphi$	دالة، زاوية، كمون، فرق الكمون الالتحامي
	Potential, Angle, Momentum, Barrier potential
$\Phi$	دالة، جهد الخروج
	Potential, Work function

## الفصل الأول

### بعض خواص أشباه الموصلات

#### 1.1. تصنيف المواد وفق قيم الناقلية الكهربائية

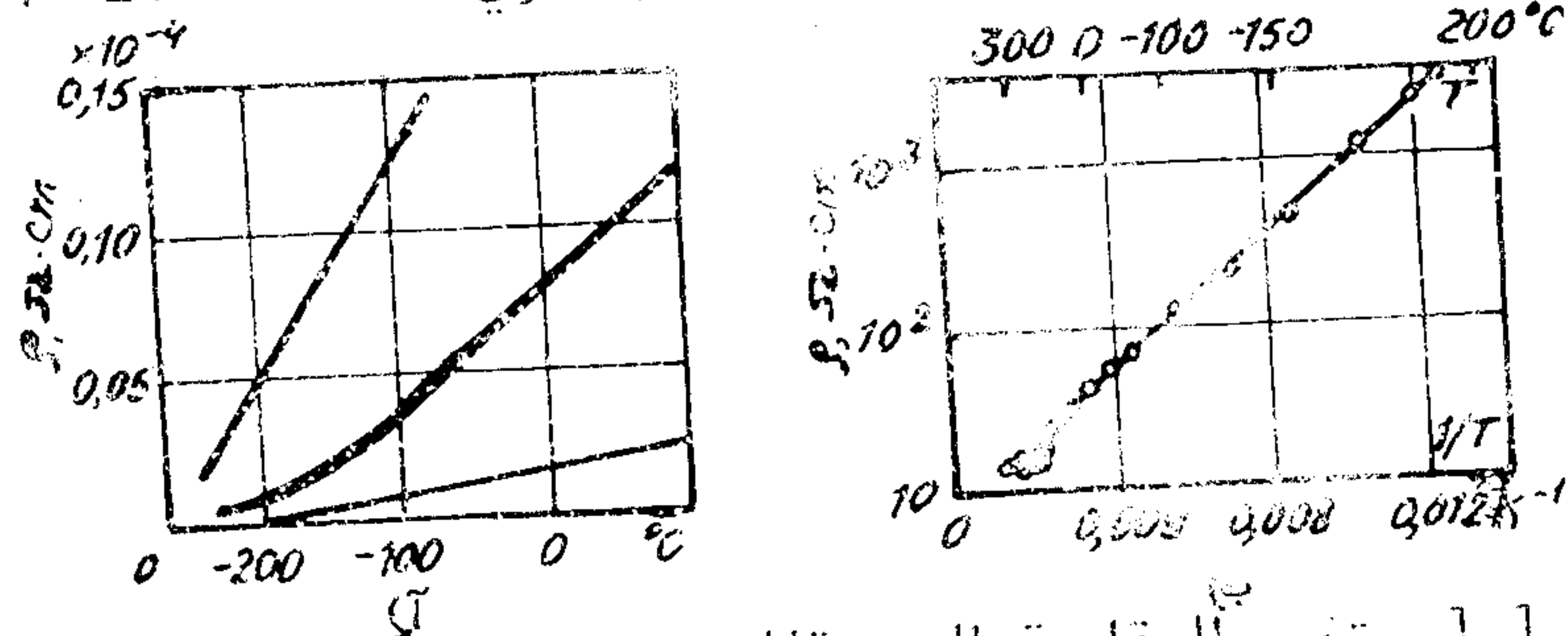
يمكن تصنيف جميع المواد الموجودة في الطبيعة اعتماداً على الخواص الالكتروفيزيائية في ثلاثة طوائف كبيرة : المعادن، وأشباه الموصلات والعوازل، ويبدو أن أبسط طرق تصنيف المواد تعتمد في الأساس على القيمة التي تملكها المقاومة النوعية الكهربائية للمادة . فمن أجل المعادن تتراوح هذه القيمة بين  $10^{-6}$  -  $10^{-4}$  أوم . سم (مثلاً ، تساوي المقاومة النوعية الكهربائية للفضة في درجة حرارة الغرفة  $10^{-6} \cdot 1,58$  أوم . سم ، والمقاومة النوعية لسبيكة نيكول - كروم  $10^{-4} \cdot 1,05$  أوم . سم ) . وتنسب المواد التي تتراوح مقاومتها النوعية الكهربائية من  $10^{-4}$  إلى  $10^{10}$  أوم . سم إلى أشباه الموصلات (مثلاً ، تتراوح المقاومة النوعية لكبريت الكاديوم في درجة حرارة الغرفة من  $10^{-3}$  إلى  $10^{12}$  أوم . سم ، وذلك حسب طريقة التحضير ، والجرمانيوم من  $10^{-4}$  إلى  $10^{47}$  أوم . سم ) . وتُعدّ مواد الطائفة الثالثة تلك المواد التي تكون مقاومتها أعلى من  $10^{10}$  أوم . سم ، وتسمى عوازل (مثلاً ، تتراوح قيمة المقاومة النوعية للميكا (البلق) في درجة الحرارة 200 درجة مئوية من  $10^{13}$  إلى  $10^{16}$  وذلك حسب تركيبها ، وللزجاج  $10^8$  -  $10^{15}$  أوم . سم ) . ويتضح من الأمثلة المعطاة آنفاً أن قيم المقاومة النوعية تتداخل جزئياً عند الانتقال من طائفة إلى أخرى . وبالتالي لا يمكن للمقاومة النوعية أن تُستخدم كأساس مُحدّد ووحيد لتصنيف المواد . غير أن الدراسة التفصيلية لتابعية المقاومة الكهربائية



النوعية لدرجة الحرارة ، غالباً ما تبرز بوضوح كاف الفرق بين المعادن وأشباه الموصلات ، ويعرض الشكل 1-1 المنحنيات البيانية للتابعية الحرارية المذكورة لبعض المعادن وأشباه الموصلات ، حيث يلاحظ أن قيم المقاومة النوعية للمعادن النقية كيميائياً ، تزداد باطراد بارتفاع درجة الحرارة المطلقة  $T$  ، أي أن

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) = \frac{\rho_0}{T_0} T \quad (1.1)$$

حيث أن  $\rho_0$  المقاومة النوعية للمعدن المعطى في درجة الصفر المئوية ،  $\alpha$  المعامل الحراري للمقاومة ويساوي  $1/273$  ،  $T=273$  .



الشكل 1-1 . تغير المقاومة النوعية للمعادن النقية أ، والسيليكون ب بتابعية درجة الحرارة .

يتبين من الشكل 1-2 أ، أن الخاصية المميزة لتابعية ناقليية المعادن النوعية الى درجة الحرارة ، تتمثل في وجود معامل حراري سالب للناقلية الكهربائية ، أي أن الناقلية النوعية للمعدن  $\sigma_1$  من أجل درجة الحرارة  $T_1$  أكبر من الناقلية  $\sigma_2$  من أجل درجات حرارة أعلى  $T_2$  .

وتختلف تابعية المقاومة النوعية والناقلية النوعية الكهربائية

الشكل 2-1، تابعة الناقلية النوعية لدرجة الحرارة بوجود معامل حراري موجب للناقلية النوعية. أي أن

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta T} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{T_2 - T_1} > 0$$

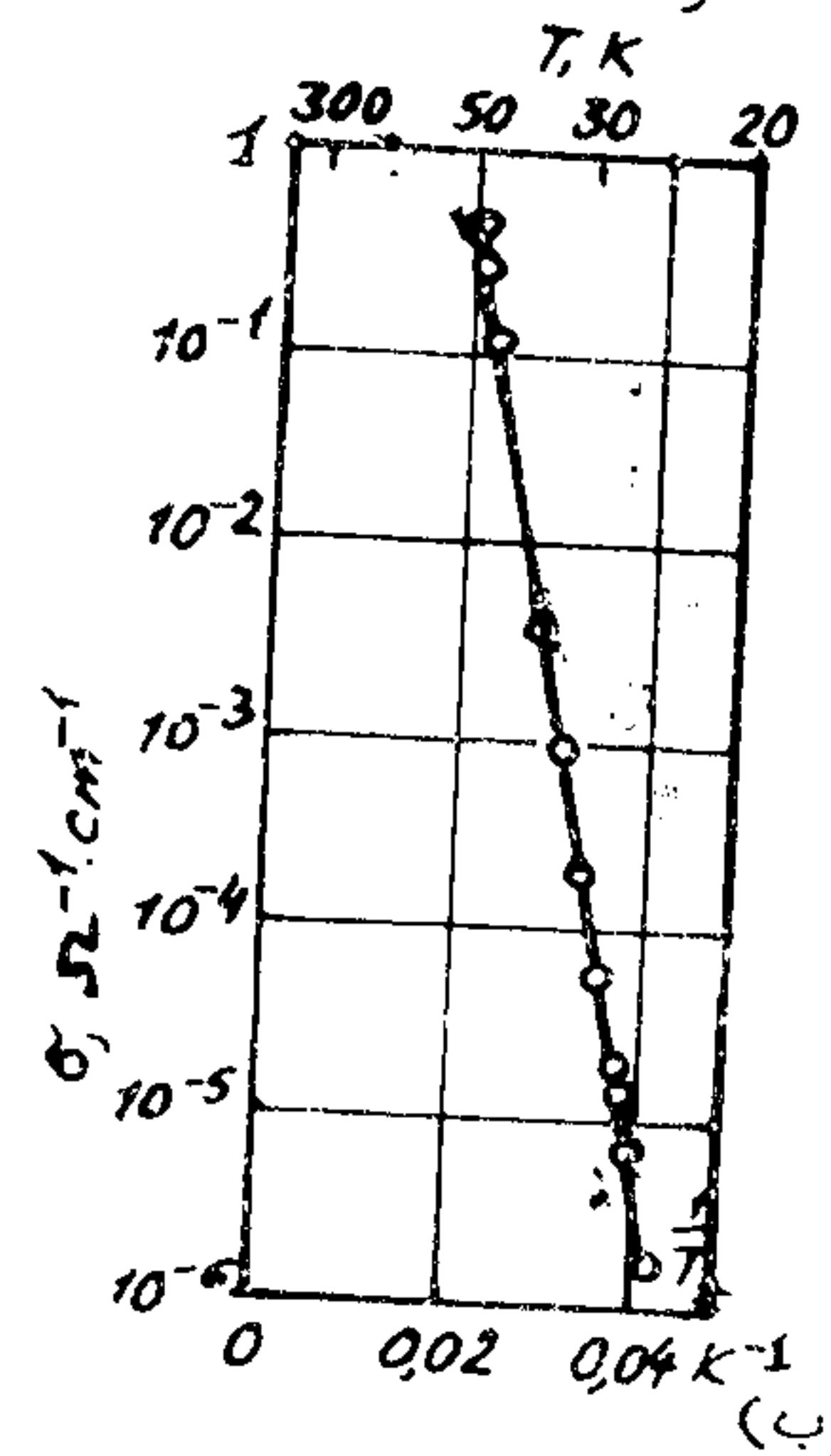
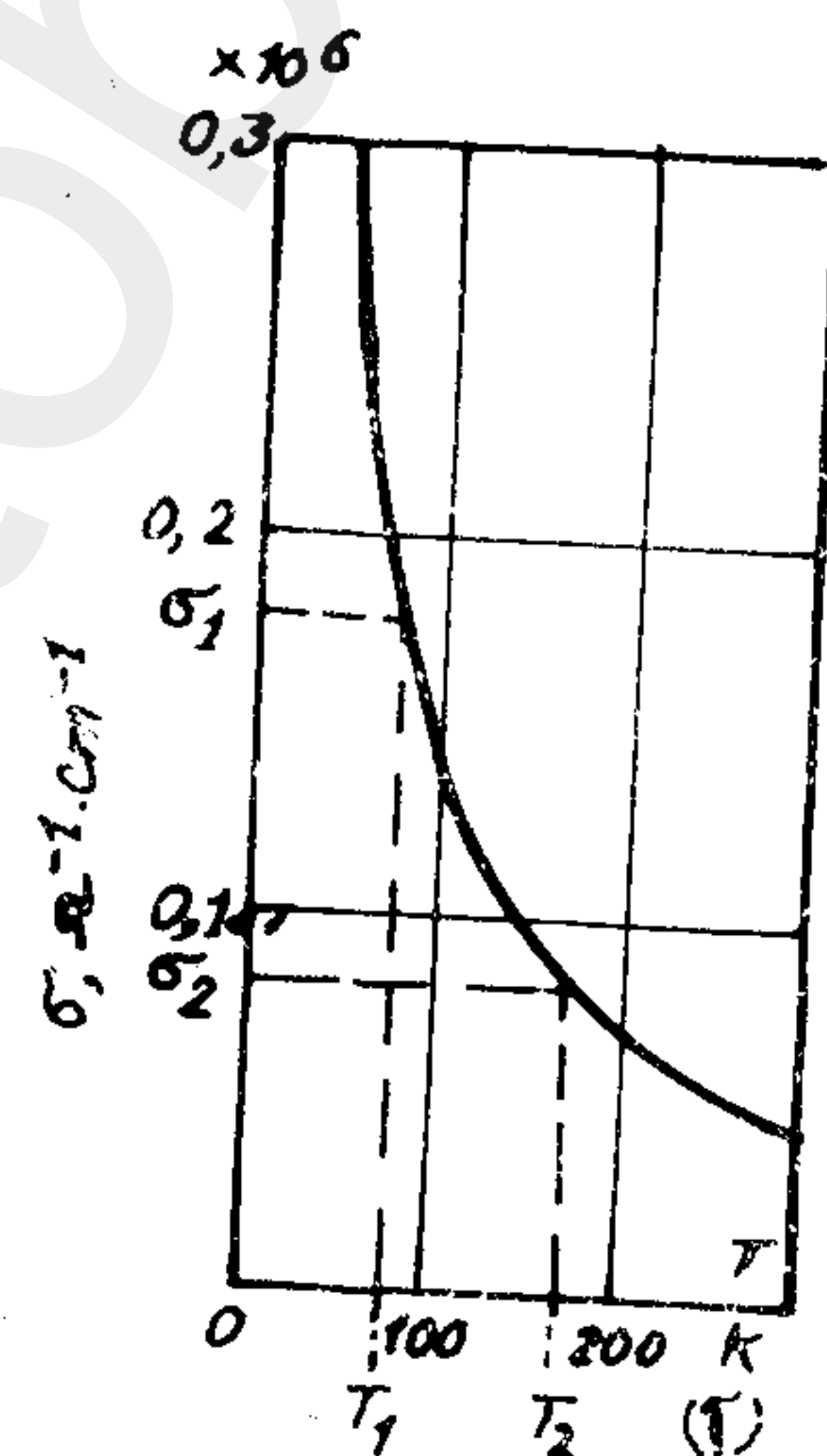
وهكذا يبدو، أن مسألة التمييز بين أشباه الموصلات والمعادن يمكن حلها بقانون المعامل الحراري للناقلية النوعية. غير أن اختياره كمقياس مُعَرَّف، يصتدم في الواقع بالحقيقة التالية، وهي أن شبه الموصل يمكنه أن يسلك سلوكاً مماثلاً للمعدن في بعض مجالات درجة الحرارة. وبالتالي لا يمكن دائماً استخدام قانون المعامل الحراري للناقلية النوعية، للاقرار بأن هذه المادة تنتسب لأشباه الموصلات. يمكن التخلص من الاشكالية السابقة إذا تتبعنا تغيرات الناقلية الكهربائية للمادة في درجات الحرارة المنخفضة، كما يبين ذلك الشكل 2-1، أين تنمو الناقلية النوعية للمعادن عندما تنخفض درجة الحرارة. وتملك بعض المعادن في درجة الصفر المطلق قيمة محددة للناقلية النوعية، بينما توجد فئة أخرى من المعادن أو السبائك المصنوعة منها التي تدخل في حالة فـسـرط الناقلية، ونعني بذلك الحالة التي تتميز بنمو حاد في الناقلية النوعية. ويمكن أن نفسر هذا التغير في الناقلية النوعية للمعادن عند خفض درجة الحرارة، إذا قبلنا فقط بوجود نواقل حرة للشحنة (الالكترونات) في المعادن بشكل مستقل عن تأثير درجة الحرارة. ويلاحظ عكس ذلك في أشباه الموصلات، إذ أن الناقلية النوعية تتناقص بتخفيض درجة الحرارة (الشكل 2-1ب)، ويقترب شبه الموصل من الانتساب الى العوازل بالقدر الذي تقترب فيه درجة الحرارة من الصفر المطلق. ويدفعنا ذلك الى القول: بأن ظهور

لدرجة الحرارة في أشباه الموصلات عما هي في المعادن، فمن أجل مجال محدد لدرجة الحرارة تكون هذه التابعة من الشكل:

$$\rho = \rho_0 e^{\beta/T} \quad (1.2)$$

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\beta/T} \quad (1.3)$$

حيث أن  $\rho_0$ ،  $\sigma_0$  و  $\beta$  ثوابت ما تتعلق قيمها بالمجال الحراري المعطى، وتعد هذه الثوابت صفة مميزة لكل مادة من مواد أشباه الموصلات.



الشكل 2-1. تغير الناقلية النوعية للرمصاص أ وللسيليكون ب كتابع لدرجة الحرارة.

وتتمتع أشباه الموصلات الفطرية ( أي تلك المواد التي تقع من أجلهم سوية فرمي في المنطقة المحظورة للطاقة ) بمثل هذه التابعيات (أي تابعة المقاومة والناقلية النوعيتين) لدرجة الحرارة. وتتميز من أجلهم، كما هو ملاحظ من المنحني المبين على

الالكترونيات والايونات . وتعد المعادن موصلات الكترونية للتيار أين يُحْمَل التيار الكهربائي بالالكترونيات . وهناك الموصلات الايونية التي يُحْمَل فيها التيار بواسطة شوارد المادة . وبالتالي فإن تركيب الموصل الايوني يتغير أثناء عبور التيار الكهربائي فيه . وتُعدّ المحاليل الكهرلتيية مثلا نموذجا للموصلات الايونية . يمكن للمواد شبه الموصلة أن تكون الكترونية أو ايونية . وسوف نقتصر في دراستنا على أشباه الموصلات الالكترونية .

تنسب الى شبه الموصلات الالكترونية طاقة كبيرة من المواد المختلفة . ويكون شبه الموصل ، اما مادة بسيطة (عنصر) : البور **B** ، الفحم **C** ، السيليكون **Si** ، الفوسفور **P** ، الكبريت من نوع  $\alpha$  (**S** -  $\alpha$ ) ، الجرمانيوم **Ge** ، الزرنيخ **As** ، التيلور **Te** ، القصدير الأشهب **Sn** -  $\alpha$  ، الانتموان **Sb** -  $\beta$  والسلينيوم الأحمر **Se** ، واليود **I** ، أو تركيبات كيميائية معقدة . ونورد على سبيل المثال في الجدول 1.1 بعضا من هذه المواد المركبة من العناصر البسيطة للجدول الدوري . ويحوي الجدول 1.1 على التركيب البلوري ، وثابت الشبكة البلورية ، وبعض الميزات الهامة الأخرى لأشباه الموصلات الأكثر شيوعا .

يوجد أيضا بالاضافة الى المواد السابقة بعض المركبات العضوية التي تتمتع بمواصفات أشباه الموصلات ، كالبنزول والنفثالين ... الخ .

لقد أدت الخواص المميزة لأشباه الموصلات الى استخدامها بكثرة في صناعة مختلف الأجهزة . فمنها ما يستخدم لتقويم التيار (الديود) ، ولتضخيم وتوليد الاهتزازات (الترانزيستور) ، وتحويل اشكال الطاقة الحرارية والاشعاعية الى طاقة كهربائية (العناصر الحرارية والعناصر الضوئية) ، أو تحويل الطاقة الكهربائية الى

الحوامل الحرة للشحنة في شبه الموصل يرتبط باكتسابه لطاقة حرارية . وتدعى هذه الحوامل بالحرارية أو "بالمتوازنة" . وتبين التجربة أن ظهور الحوامل الحرة للشحنة في شبه الموصل يتم أيضا بتعريض شبه الموصل للاضاءة ، أو لأشعة جسيمات نووية ، أو بتسليط حقل كهربائي عليه ، أو بتغيير الضغط الخارجي المطبق عليه . الخ . وتنشأ في هذه الحالات حوامل للشحنة ، تدعى "بالمتوازنة" . وترتبط مسألة ظهور حوامل الشحنة المتوازنة واللامتوازنة بدرجة كبيرة ببناء مادة شبه الموصل ووجود الشوائب (أو الطعوم) فيه .

وهكذا ، فإن أشباه الموصلات هي تلك المواد التي تملك في درجة حرارة الغرفة ناقلية نوعية تتراوح قيمها بين  $10^{-10}$  -  $10^{-4}$  أوم<sup>-1</sup> . سم<sup>-1</sup> . وتتعلق هذه القيم بشكل كبير بتركيب المادة ، ونوع وكمية الطعوم ، والشروط الخارجية : كدرجة الحرارة والضغط والتعرض للأشعاع الجسيمي والحقول الكهربائية والمغناطيسية . ولا يوجد ، وفقا للتعريف المقدم آنفا ، اختلاف مبدئي كيفي بين شبه الموصل والعازل ، فكلاهما يتمتع بناقلية كهربائية كنتيجة للتوليد الحراري فقط لحوامل الشحنة . بينما يتجلى الفرق واضحا بين المعادن وأشباه الموصلات ، فالناقلية في المعادن تتعلق بدرجة ضعيفة بوجود الشوائب والشروط الخارجية ، ويبقى تركيب الالكترونيات الحرة في المعادن ثابتا من أجل أية درجة حرارة ويتكون من رتبة  $10^{22}$  سم<sup>-3</sup> . ويظهر الاختلاف أيضا بين المعادن وأشباه الموصلات في حالة عبور التيار الكهربائي لدارة تتألف من شبيهي موصلين ، أين يلاحظ أن شدة التيار لا تتناسب خطيا مع فرق الكمون المطبق على الدارة . يوجد - كما هو معروف - نوعان من حوامل التيار الكهربائي :

بلاقة ضوئية (الديودات الضوئية واللازرات) . وتستعمل أيضا الأجهزة التي تقوم على أشباه الموصلات في مجالات أخرى واسعة كمقاييس لدرجة الحرارة والضغط والاشعاع والحقول المغناطيسية (مفعول هول) .

وتجري في آلية عمل كل جهاز ظواهر وحوادث فيزيائية محددة يتطلب فهمها معرفة جيدة بفيزياء أشباه الموصلات ، وهكذا تعتبر فيزياء أشباه الموصلات الأساس النظري للإلكترونيات أشباه الموصلات . وتمكن المعرفة الجيدة لفيزياء أشباه الموصلات (أش.م) من اعداد المواد ش.م التي يتم على أساسها صنع أجهزة بنماذج جديدة ، واجراء البحوث العلمية في هذا المجال لانتاج نوعية متميزة من الأجهزة ش.م والدارات التكاملية ، وصناعة أدوات حديثة لمختلف الاستعمالات .

### 2.1 . الظواهر الحركية في أشباه الموصلات

سندرس فيما يلي بعض نتائج البحث التجريبي لخواص أش.م لأن هذه المعطيات ساهمت بشكل فعال في فهم العمليات الفيزيائية الحادثة في أش.م ، ومهدت السبيل لقيام النظريات في هذا المجال .

تلعب الظواهر الحركية أو ما يسمى بظواهر النقل دورا هاما في دراسة ش.م . ويتمثل العامل المشترك لهذه الظواهر في أن الإلكترونات الناقلية تحمل أثناء حركتها مقاديرا فيزيائية مرتبطة معها : الكتلة ، الشحنة الكهربائية ، الطاقة... الخ ، وينتج عن ذلك في شروط معينة ، ظهور تدفقات موجهة لهذه القيم ، ويؤدي ذلك بدوره الى العديد من المفاعيل الكهربائية والحرارية . وهكذا سنعرض بشكل مختصر أهم الظواهر الحركية ، وخاصة منها ، تلك

الكهربائيات	عرض المنطقة المحظورة في eV. كلفن 0	ثابت الشبكة البلورية في 300 كلفن بالانغستروم	التركيب البلوري	والمركبات	أشباه الموصلات
5,5	5,51	3,56679	الماسي	C	أش.م عنصرية
16	0,89	5,65748		Ge	
11,8	1,16	5,43086		Si	
	0,08	6,4892		Sn	
10	3,1	4,358	زنكي مكعبي	SiC	IV-IV
11	1,75	6,1355	زنكي	AsSb	III-V
15	0,80	6,0955		GaSb	
10,9	1,52	5,6534		GaAs	
10	2,40	5,4505		GaP	
17	0,26	6,4788		InSb	
14,5	0,46	6,0585		InAs	
14	1,34	5,8688		InP	
10	2,487	5,832	زنكي كوارتزي (hexagonal)	CdS	II-VI
	2,56	a = 4,16 c = 6,756		CdS	
10	1,85	6,05		CdSe	
9	3,2	a = 3,21 c = 5,19		ZnO	
8	3,7	5,42		ZnS	
	3,91	a = 3,82 c = 6,26		ZnS	
17	0,34	5,935	مكعبي	PbS	IV-VI
30	0.24	6,460	مكعبي	PbTe	

الجدول 1.1 . البناء البلوري لأهم أشباه الموصلات .

التي تسترعي الاهتمام في دراسة أشباه الموصلات .

### (أ) الناقلية الكهربائية

تتحرك الإلكترونات في البلورة عندما لاتخضع هذه الأخيرة لتأثير حقل كهربائي خارجي ، حركة حرارية فقط بسرعه  $\vec{v}_T$  وتتخلص مميزات هذه الحركة في أن الإلكترون يتحرك خلال فترة زمنية ما ( زمن القفزة الحرة ) حركة مستقيمة منتظمة تقريبا ، ويغير بعدئذ اتجاه حركته بشكل حاد نتيجة للتأثير المتبادل مع الشبكة البلورية . وسندعو مستقبلا مثل هذه الحوادث لتغير الاندفاع "بتشتت الاندفاع" . (وتدرس هذه الحوادث بشكل مماثل لتصادم الذرات في النظرية الحركية للغازات) . ولاتسود ، بنتيجة الحركة العشوائية للغاز الإلكتروني في حالة التوازن الحراري ، اتجاهات مفضلة للحركة ، وبالتالي تكون القيمة المتوسطة للسرعة الحرارية معدومة . ويعني هذا أن التدفق المتوسط للجسيمات ، وبالتالي الكثافة المتوسطة للتيار في أي اتجاه معدومة .

تكتسب الإلكترونات عند تسليط حقل خارجي سرعا إضافية  $\vec{v}$  ، وذلك نتيجة لتأثير الحقل . ولا تغدو الحركة الحاصلة للإلكترونات في هذه الحالة عشوائية ، وإنما يبرز تدفق موجه للشحنة الكهربائية (التيار الكهربائي) . وسوف نرمز لقيمة السرعة المتوسطة للحركة المنظمة من أجل الكتلون واحد (محسوبة من أجل فترة زمنية ينفذ فيها الإلكترون اصطدامات عديدة جدا) بـ  $\vec{v}_{drift}$  ، ونرمز للقيمة المتوسطة لهذه السرعة من أجل مجموع الإلكترونات بـ  $\langle \vec{v} \rangle \equiv \vec{v}_{drift}$  . وندعو السرعة المتوسطة للحركة المنتظمة بالسرعة الانسيابية  $\vec{v}_{drift}$  . يبدو في كثير من الحالات أن السرعة الانسيابية متناسبة طردا مع شدة الحقل الكهربائي  $\vec{E}$  . وبالتالي يفضل استعمال

مفهوم الحركة الانسيابية للدقائق المشحونة  $\mu$  ، وتعرف بأنها السرعة الانسيابية التي تمتلكها الدقائق المشحونة الخاضعة لحقل شدته واحدة الشدة . أو

$$\vec{v}_{drift} = \mu \vec{E} \quad (2.1)$$

وتكون الحركة  $\mu$  سالبة في حالة الإلكترونات ، وموجبة في حالة الدقائق الموجبة .

إذا وجدت دقائق من نوع واحد مشحونة بنفس الشحنة ، فإن كثافة التيار الكهربائي  $\vec{j}$  :

$$\vec{j} = en \vec{v}_{drift} = en \mu \vec{E} \quad (2.2)$$

حيث أن  $e$  شحنة جسيمة واحدة (ترمز  $e$  هنا الى القيمة الجبرية لشحنة الجسيمة) ،  $n$  تركيز الجسيمات المتحركة . ويكون وفقا لقانون اوم :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2.3)$$

حيث أن  $\sigma$  الناقلية الكهربائية النوعية للمادة ، وبالتالي

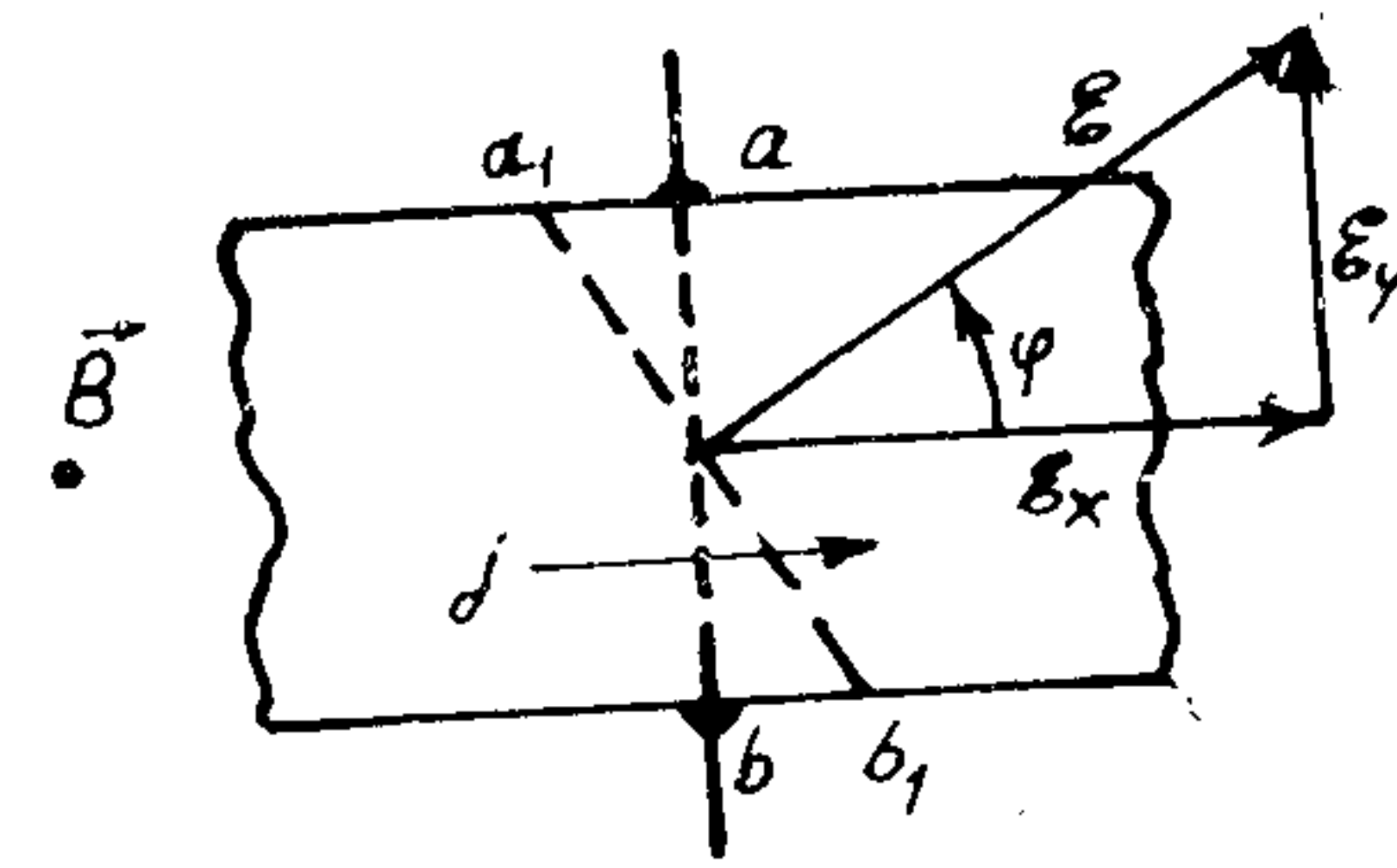
$$\sigma = en \mu \quad (2.4)$$

وبما أن اشارة الحركة تتغير بنفس الوقت مع تغير اشارة  $e$  ، فإن الناقلية لاتتعلق باشارة شحنة الجسيمة .

يكون اتجاه السرعة الانسيابية في الأوساط متماثلة المناحي (الايذوتروبية) منطبقا على اتجاه الحقل (للجسيمات الموجبة)

في حالة غياب الحقل المغناطيسي الى وسط مختلف المناحي عند وجوده . وتؤدي هذه الأمور الى نشوء الظواهر الغلفانية مغناطيسية . ويعد مفعول هول وتغير المقاومة في الحقل المغناطيسي من أهم هذه الظواهر .

يتلخص مفعول هول بظهور قوى محرقة كهربائية ، وبالتالي نشوء حقل كهربائي اضافي في الناقل الذي يجري به تيار والخاضع الى حقل مغناطيسي . يعرض الشكل 1-3 آلية هذا المفعول في ايسر وأهم حالاته . وندرس في هذه الحالة موصلًا متجانسًا ومتماثل المناحي على شكل متوازٍ للمستطيلات ، يملك مرابطة كهربائية على وجوهه . نوجه محاور جملة احداثية متعامدة وفق حروف متوازي المستطيلات ،



الشكل 1-3. مفعول هول

ونفرض أن شعاع كثافة التيار  $\vec{j}$  مواز للمحور  $x$  ، وشعاع التحريض المغناطيسي  $\vec{B}$  متجه وفق  $z$  . يكون في حالة غياب الحقل المغناطيسي ، اتجاه شعاع الحقل الكهربائي  $\vec{E}$  منطبقًا على اتجاه  $\vec{j}$  ، ويكون فرق الكمون بين المرطين الكهربائيين (نقطة الالتحام)  $a$  و  $b$  على الناقل الواقعين في مستوي معامد ل  $\vec{j}$  معدوماً . عندما يطبق على الناقل حقل مغناطيسي عرضي  $\vec{B}$  ، ينشأ بين المرطين  $a$  ،  $b$  فرق في الكمون يغير اشارته عند تغير اتجاه التيار أو اتجاه الحقل المغناطيسي .

يدل تشكل هذا الفرق في الكمون على نشوء حقل كهربائي اضافي  $\vec{E}_y$  في الناقل ، عندما يسقط على هذا الأخير حقل

أو معاكسا له (للجسيمات السالبة) ، وبالتالي فان  $\mu$  و  $\nu$  في جوهرهما مقداران سلميان ، ويكون  $\vec{j}$  و  $\vec{E}$  شعاعين منطبقين في الاتجاه . ولا يتحقق ما ذكر في حالة الأوساط مختلفة المناحي (الايوزتروبية) . أين تأخذ العلاقة بين  $\vec{j}$  و  $\vec{E}$  شكلا أعم :

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y + \sigma_{xz} E_z \\ j_y &= \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y + \sigma_{yz} E_z \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$j_z = \sigma_{zx} E_x + \sigma_{zy} E_y + \sigma_{zz} E_z$$

أو تكتب باختصار على الشكل التالي

$$j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} E_\beta \quad , \quad (\alpha, \beta = x, y, z) \quad (2.5 - a)$$

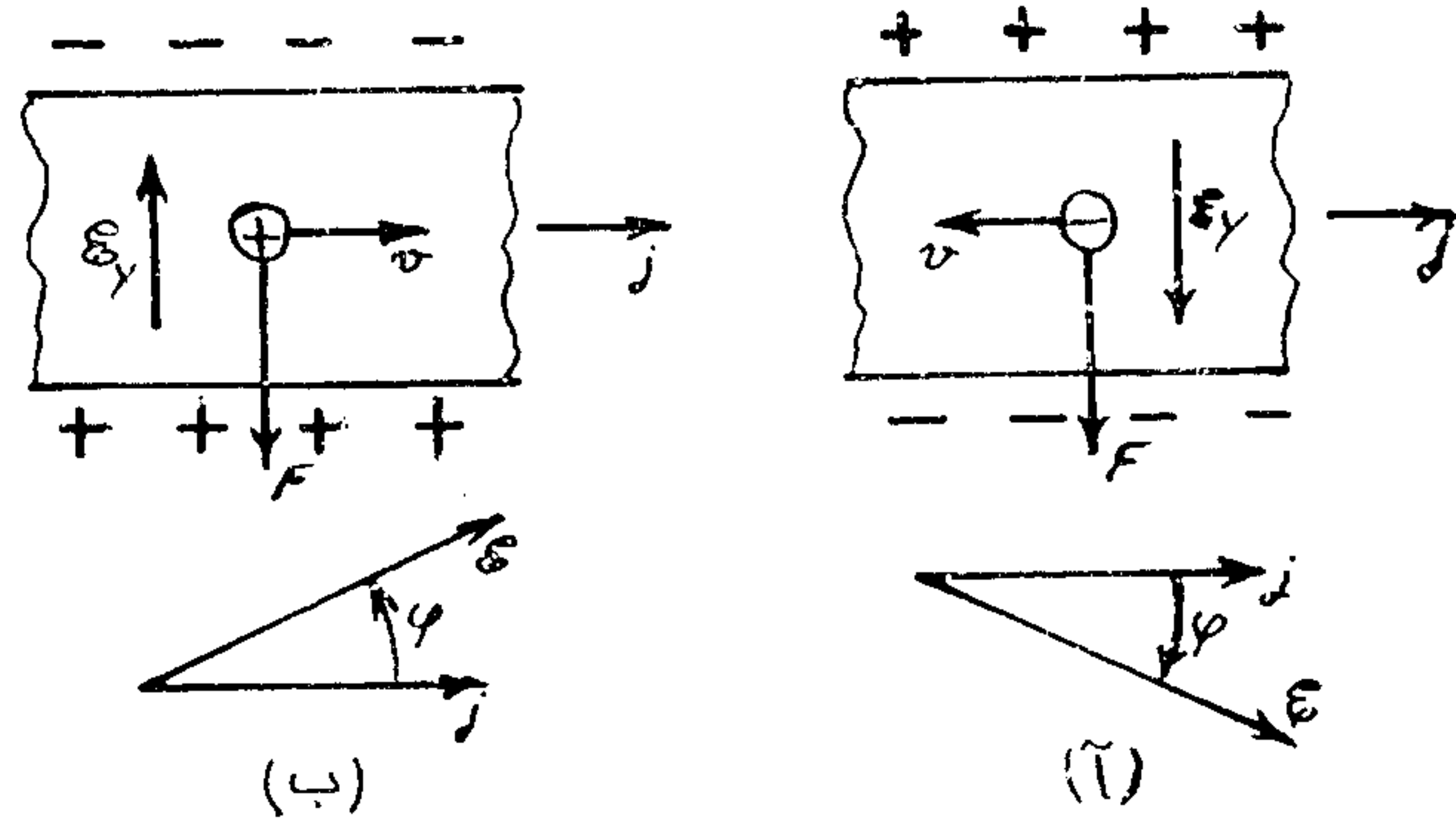
حيث يتم الجمع على الحدود الممهورة برموز مكررة . وهكذا فان ظاهرة الحمل لتمييز في هذه الحالة بمعامل حركي وحيد ، وانملا بجملة من المعاملات  $\sigma_{\alpha\beta}$  التي تمثل مركبات موتر (Tensor) ثنائي الرتبة - موتر الناقلية الكهربائية .

(ب) مفعول هول

تخضع الإلكترونات المتحركة في حقل مغناطيسي الى تأثير قوة لورانتر المعامدة لاتجاهات سرعتها واتجاه الحقل المغناطيسي المسلط عليها . وبالتالي تتم حركة الإلكترونات في الاتجاهات المختلفة بأشكال مختلفة ، ويتحول شبه الموصل متماثل المناحي

الأسفل أيضا ، غير أن الوجه السفلي للعينة يصبح مشحونا بشحنة سالبة ، ويغير بالتالي الحقل  $\vec{E}_y$  اتجاهه . ويغدو  $\vec{E}$  محروفا بالنسبة ل  $\vec{j}$  باتجاه عقارب الساعة . ويأخذ كل من  $\varphi$  و  $R$  إشارة سالبة .

يلقى مفعول هول تطبيقات تقنية مختلفة ، حيث يمكن استخدامه لقياس شدة الحقول المغناطيسية ، فإذا كانت هذه الحقول معلومة ،



الشكل 1-4. إشارة زاوية هول (أ)  $\varphi > 0$  ، (ب)  $\varphi < 0$  .

أمكن استخدامه لقياس شدة التيار والاستطاعة . ويمكن بمساعدة مفعول هول توليد وتكييف وإعادة تكييف الاهتزازات الكهربائية وتقوية الإشارات الكهربائية ، بالإضافة إلى حل العديد من المسائل التقنية الأخرى .

يمكن استخدام موتر الناقلية الكهربائية  $\sigma_{\alpha\beta}$  في الحقل المغناطيسي للتعبير مباشرة عن ثابت هول وزاوية هول . وسوف نتخذ في البداية شكلا واحدا لحوامل الشحنة الحالة العامة سندرسها في الفقرة (5) . تكون في هذه الحالة السرعة الانسيابية

مغناطيسي . ويكون اتجاه الحقل الكهربائي الحاصل  $\vec{E}$  عندئذ منحرفا عن اتجاه  $\vec{j}$  بزاوية  $\varphi$  ، وتدعى "زاوية هول" . وتصبح سطوح سوية الكمون التي كانت مستويات عمودية على  $\vec{E}_x$  في حالة غياب  $\vec{B}$  ( أحد هذه المستويات كان قد مر من النقطتين  $a$  و  $b$  ) ، عمودية على  $\vec{E}$  ، أي أنها تصبح محروفة بالزاوية  $\varphi$  أيضا (  $a_1, b_1$  على الشكل 1-3 ) .

تظهر التجربة أن شدة الحقل الناتج عن مفعول هول  $\vec{E}_y$  ، وكمون هول ، يمكن أن يعبر عنهما بالصيغ :

$$\vec{E}_y = \frac{u}{d} = R B j = R B \frac{i}{ad} \quad (2.6)$$

حيث أن  $d$  سمك العينة ،  $a$  عرضها (في اتجاه الحقل  $\vec{B}$  ) ،  $i$  الشدة الكلية للتيار ، و  $R$  عامل تناسب تحدده خواص المادة فقط ، ولا يتعلق بشدة الحقل المغناطيسي في حالة الحقول الضعيفة . ويدعى  $R$  "بثابت هول" .

تتعلق اشارتا زاوية هول وثابت هول بإشارة شحنة الجسيمات المتحركة التي تسبب الناقلية الكهربائية . ويوضح ذلك الشكل 1-4 . إذا كان الحقل المغناطيسي موجها من الصفحة نحو القارئ ، وكانت الجسيمات المتحركة حاملة لشحنة موجبة ، فإن قوة لورانتر  $\vec{F}$  تكون من أجل اتجاه  $\vec{j}$  المشار إليه في الرسم ، متجهة نحو الأسفل ، ويصبح الوجه السفلي للبلورة مشحونا بشحنة موجبة ، والعلوي بشحنة سالبة . ويغدو الحقل الكهربائي الحاصل منحرفا بالنسبة ل  $\vec{j}$  عكس اتجاه عقارب الساعة . ونشترط في هذه الحالة إشارة موجبة لكل من زاوية هول وثابت هول .

تكون  $\vec{F}$  من أجل الجسيمات المشحونة سلبا متجهة نحو

الناقل الواقع في حقل مغناطيسي عرضي تتغير أيضا . وتظهر التجربة أن تغير الناقلية الكهربائية  $\Delta \sigma_{\perp}$  وتغير المقاومة النوعية  $\Delta \rho_{\perp}$  يخضعان في مجال معين للحقول المغناطيسية الضعيفة الى القانونية التالية :

$$-\frac{\Delta \sigma_{\perp}}{\sigma} = \frac{\Delta \rho_{\perp}}{\rho} = \alpha_{\perp} B^2 \quad (2.10)$$

حيث أن  $\rho$  و  $\sigma$  تؤخذان من أجل  $\vec{B} = 0$ ، و  $\alpha$  "معامل المقاومة المغناطيسية العرضية" الذي يتعلق بخواص المادة .  
يفسر مفعول المقاومة المغناطيسية على أنه نتيجة مباشرة لتحول الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي الى موتر . وبالتالي يمكن التعبير عن المقاومة المغناطيسية بدلالة مركبات هذا الموتر ، وذلك كما هو الحال لزاوية هول . نفرض في العلاقات (2.5) أن  $\vec{E}_z = \vec{j}_y = 0$ ، ونحذف الحقل  $\vec{E}_y$  من العلاقتين الأوليتين ، فنحصل على :

$$\vec{j}_x = \left( \sigma_{xx} + \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx}} \right) \vec{E}_x$$

تعطى الناقلية الكهربائية النوعية في الحقل المغناطيسي العرضي ، بالعلاقة

$$\sigma_{\perp}(B) = \frac{j_x}{E_x} = \frac{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx}} \quad (2.11)$$

ومنه يمكن التعبير عن معامل المقاومة المغناطيسية  $\alpha_{\perp}$  بدلالة مركبات الموتر  $\sigma_{\alpha\beta}$  . وسنرجى ذلك الى الفقرة 4 .  
إذا كان الحقل المغناطيسي موازيا للتيار ، فان قوة لورانتز

لهذه الحوامل متجهة وفق التيار (المحور  $x$  ، الشكل 3-1)، وتكون قوة لورانتز  $\vec{F}$  وحقل هول واقعين في المستوي  $xy$  ، و  $E_z = 0$  (ذلك وفقا للعلاقات 2.5). سنأخذ بعين الاعتبار بعدئذ أن

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} \quad , \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} \quad (2.7)$$

وسوف نثبت صحة المساواة اليسرى حسابيا في الفقرة الرابعة أما المساواة اليمنى فيمكن اثباتها بدون حسابات ، ذلك لأن المحور  $x$  يتمتع بنفس حقوق المحور  $y$  بالنسبة ل  $\vec{B}$  ، فاذا فرضنا في (2.5) أن  $dy = 0$  (المربطان  $a$  و  $b$  غير مغلقين) لحصلنا على

$$\tan \varphi = \frac{E_y}{E_x} = -\frac{\sigma_{yx}}{\sigma_{yy}} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} \quad (2.8)$$

نحذف  $E_x$  من العلاقة الأولى ل (2.5) ومن الصيغ (2.8) فنجد

$$E_y = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} j_x$$

ونحصل بمقارنة هذه العلاقة مع (2.6) على ثابت هول :

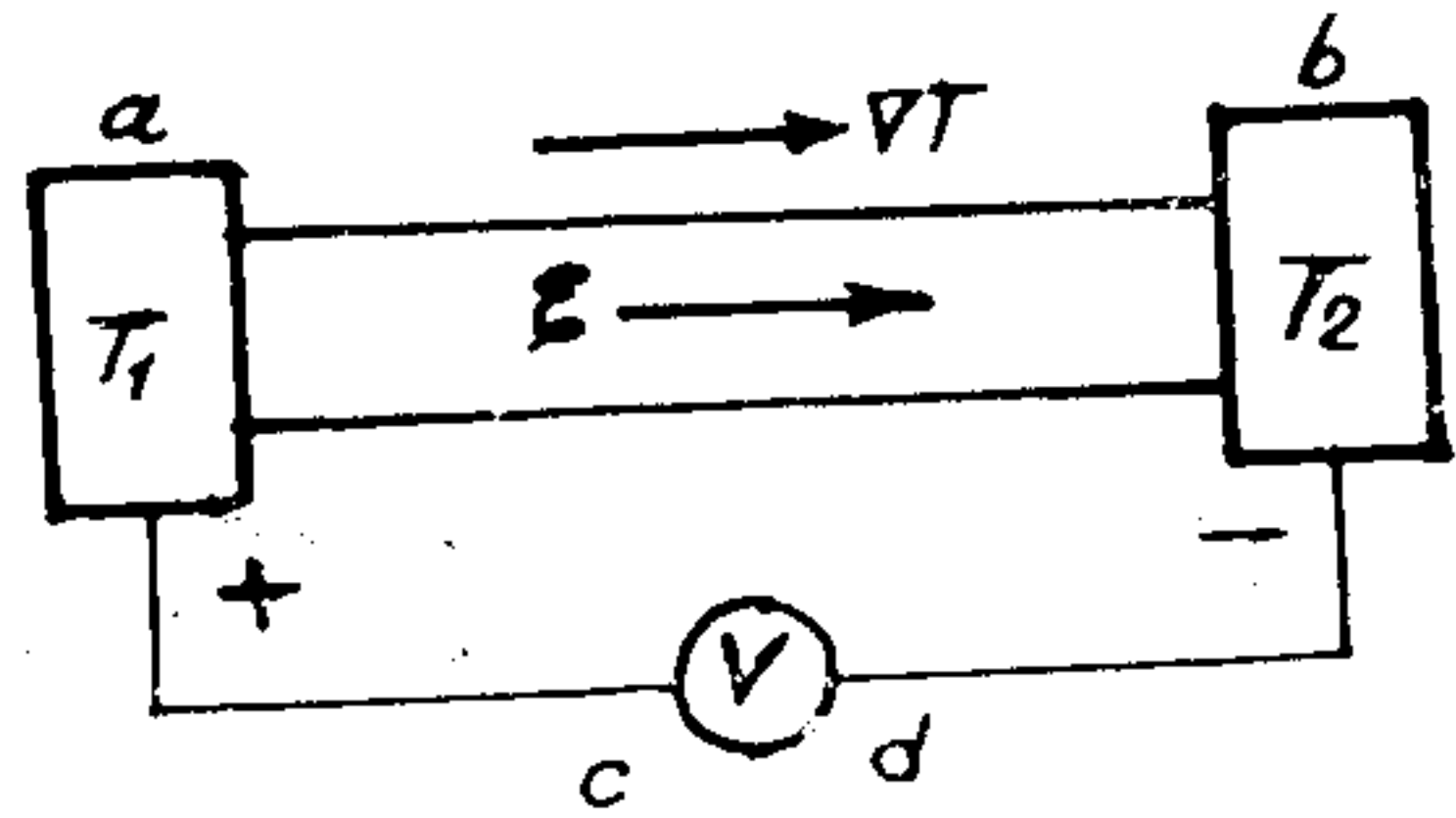
$$R = \frac{1}{B} \cdot \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.9)$$

ج) تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي

يحدث تسليط الحقل المغناطيسي الخارجي بالاضافة الى ظهور الحقل الهولي  $E_y$  ، تغيرا في التيار  $j_x$  . ويعني هذا أن مقاومة



الحاصل للانتشار . غير أن القيمة الكلية للكمون التي يسجلها (يقيسها) مقياس الكمون بين المربطين المعدنيين  $a$  و  $b$  (الشكل 1-5) ، لاتعطي فقط الهبوط الكموني داخل الناقل ، وإنما تدخل فيها القفزان الكمونيتان الناتجتان عن التحام المعدن وشبه الموصل (فرق الكمون للالتحام) وتتعلقان أيضا بدرجة الحرارة. إذا كان المربطان المعدنيان



الشكل 1-5. قمكح . ان اشارة الكمون على الشكل توافق الحوامل الموجبة للشحنة. و  $T_1 < T_2$  .

متماثلين تماما ، وكان الفرق في درجة الحرارة معدوما ، فان مجموع القفزين الكمونيتين يساوي الى الصفر . واذا اختلفت درجة حرارة النهايتين فان مجموع القفزين الكمونيتين يصبح مخالفا للصفر ، مما ينعكس على قيمة قمكح المقاسة . يمكن التعبير عن قيمة قمكح  $dV_0$  في حالة فرق صغير بين درجتى حرارة النهايتين  $dT$  ، بالعلاقة التالية :

$$dV_0 = \alpha \cdot dT \quad (2.12)$$

وتدعى  $\alpha$  هنا - تعريفا - "بالقوة المحركة الكهربائية الحرارية التفاضلية" . فاذا كان المربطان المعدنيان وسلكا التوصيل مصنوعين من نفس المادة ، وكانت النقطتان  $c$  و  $d$  (الشكل 1-5) مالكتين لدرجة حرارة متساوية ، فان  $\alpha$  تتعلق بخواص شبه الموصل فقط . وبما أن هذه الخواص تتعلق بدرجة الحرارة ، فان  $\alpha$  بدورها تتعلق أيضا بدرجة الحرارة . وتأخذ  $\alpha$  قيما صغيرة في حالة المعادن ، وتكون عادة من رتبة 1 - 10 ميكرو فولت/درجة . أما

تختلفي ضمن النموذج المدروس ، وبالتالي  $\sigma_{II} (B) = \sigma$  ، وتكون المقاومة المغناطيسية الطولية  $\frac{\Delta \sigma_{II}}{\sigma} = 0$  .

نشير الى أن العلاقات (2.8) ، (2.9) و (2.11) صحيحة بدقة كافية ، فقط في الوسط اللامحدود . وتكون أبعاد العينات في الواقع العملي محدودة ، وبالتالي فان وجود التيارات المجاورة لنقاط الالتحام المعدنية يؤدي الى تشوه خطوط التيار وخطوط الحقل ، وينبغي أن يؤخذ ذلك بعين الاعتبار أثناء اجراء القياسات . ولكي نقلل من تأثير المفاعيل الحدودية ، ينبغي جعل أطوال العينات (في اتجاه التيار) أكبر بكثير من الأبعاد العرضية .

### د) القوة المحركة الكهربائية الحرارية (قمكح)

لا يقتصر بروز اتجاه مفضل لحركة الشحنات على تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي فقط ، وإنما ينشأ هذا الاتجاه أيضا في حالة وجود تدرج لدرجة الحرارة ، حتى في حالة غياب الحقل المغناطيسي . وهذا يؤدي الى ظهور مجموعة من الظواهر الكهروحرارية . ويعد نشوء قمكح وما يدعى "بمفعول تومسون" في أشباه الموصلات المتجانسة من أهم هذه الظواهر .

تتلخص الظاهرة الأولى في نشوء فرق في الكمون بين طرفي ناقل غير مغلق اذا كانت درجتا حرارة الطرفين مختلفتين ، وهذا يعني تولد قوة محركة كهربائية في داخل الناقل (الشكل 1-5) . يفسر نشوء قمكح ، بأن تدفق انتشار الجسيمات المشحونة من الطرف الساخن الى الطرف البارد أكبر منه في الاتجاه المعاكس . وبالتالي تظهر شحن كهربائية على نهايتي الناقل (وعلى سطحه) وحقل كهربائي في داخله . ويكون هذا الحقل في حالة التوازن لناقل مفتوح سببا في توليد التيار الانسيابي الذي يعدل التدفق

والأول  $\vec{j}$  أن حرارة تومسون ، خلافا لحرارة جول ، تتناسب مع الأس الأول  $\vec{j}$  . وبالتالي عندما يتغير اتجاه التيار الى الاتجاه العكس ، تغير حرارة تومسون اشارتها : يحل محل امتصاص الحرارة اصدارها وبالعكس .

ينشأ في الناقل في حالة تدرج الحرارة تدفق حراري أيضا ، مرتبط بالناقلية الحرارية للمادة . وتكون في هذه الحالة كمية الحرارة العابرة لواحدة السطوح في واحدة الزمن في الاتجاه  $x$  مساوية :

$$- \kappa \frac{dT}{dx} \quad (2.14)$$

حيث أن  $\kappa$  معامل الناقلية الحرارية . فاذا تغير هذا التدفق في الفضاء (نتيجة لتغير  $\kappa$  أو  $\frac{dT}{dx}$ ) ، فان الحرارة ستتطلق في حجم الناقل :

$$\frac{d}{dx} \left( \kappa \frac{dT}{dx} \right)$$

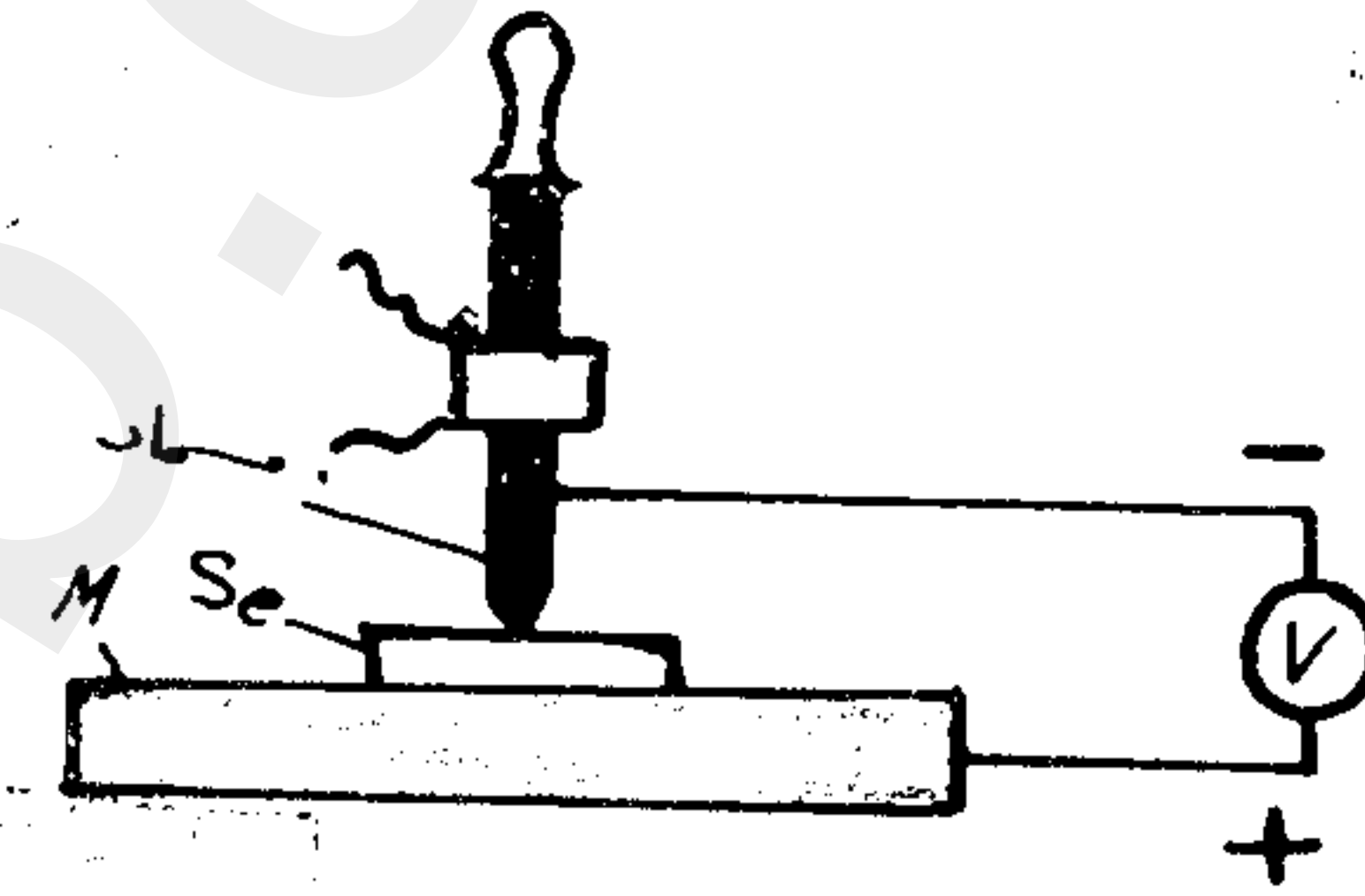
وفي الحالة العامة ، عندما يكون اتجاهها  $\vec{j}$  و  $\vec{\nabla T}$  متعاكسين ، فان الحرارة الكلية المتولدة في واحدة الزمن وفي واحدة الحجم الناقل ، تصبح مساوية :

$$Q_v = \frac{j^2}{\sigma} - \alpha_T (\vec{j} \cdot \vec{\nabla T}) + \text{div}(\kappa \cdot \nabla T) \quad (2.15)$$

يعطي الحد الأول من العلاقة السابقة الحرارة الجولية ، والحد الثاني حرارة تومسون ، أما الحد الثالث فيعطي الحرارة المرتبطة بالناقلية الحرارية . ويكون في حالة التوازن  $Q_v = 0$  . هكذا يتحقق في الناقل مثل هذا التوزع الحراري الفضائي ، عندما

في أشباه الموصلات فيمكن أن تتضاعف قيمتها بمئات أو بآلاف المرات .

يمكن تعيين القطبية لكمون قم كح من تحديد اشارة حركية حوامل الشحنة ببساطة . ويستخدم من أجل ذلك "مجس حراري" أي مسمار معدني ساخن (المكواة الكهربائية العادية المستخدمة في لحم المعادن) ، يضغط على عينة شبه الموصل المدروس ، ويربط



الشكل 1-6. المجس الحراري . (1) مسمار ساخن ، (2) شبه موصل (3) صفيحة معدنية باردة . الاشارة المبينة للكمون تخصص الجسيمات الموجبة .

بين المجس والوجه البارد للعينة مقياس ميلي فولط (الشكل 1-6) .  
هـ) مفعول تومسون

إذا توفر في شبه الموصل تدرج لدرجة الحرارة في اتجاه المحور  $x$  ، وجرى في نفس الاتجاه تيار كهربائي كثافته  $\vec{j}$  ، فان واحدة الحجم من شبه الموصل تطلق في واحدة الزمن ، بالإضافة للحرارة الجولية  $j^2/\sigma$  ، حرارة اضافية :

$$- \alpha_T \cdot \vec{j} \frac{dT}{dx} \quad (2.13)$$

وترمز  $\alpha_T$  هنا الى معامل تومسون ، ويتعلق بنوع المادة وحالتها .

تكون الحرارة المستردة من قبل الناقلية الحرارية تساوي بطبيعة الحال مجموع حرارة تومسون وحرارة جول .

( و ) مفعول بيلته \_

يلاحظ الامتصاص الحراري (الاصدار العكوس للحرارة) أيضا على حدود الالتحام لناقلين مختلفين . وتعطى كمية الحرارة الصادرة  $Q_S$  عن واحدة المساحة للالتحام في واحدة الزمن ، بالعلاقة :

$$Q_S = P_{12} \cdot J \quad (2.16)$$

وترمز  $J$  هنا الى كثافة التيار العابر لمنطقة الالتحام ، و  $P_{12}$  الى معامل بيلته الذي يتعلق بخواص الناقلين الملتحمين . ويبدل الرقمان 1 و 2 الى أن التيار يجري من الناقل 1 الى الناقل 2 . ويلاحظ أثناء تغيير اتجاه التيار الى الاتجاه المعاكس ، أن عملية امتصاص الحرارة تتحول الى اصدارها ، وبالعكس . وبالتالي فان

$$P_{12} = -P_{21}$$

ويتلخص السبب في اصدار (أو امتصاص) حرارة بيلته في أن الطاقتين المتوسطتين للالكترونات  $E_1$  و  $E_2$  في الناقلين مختلفتان ، حتى ولو كان الناقلان في درجة حرارة واحدة . وتتغير أثناء الانتقال من أحد الموصلين الى الآخر الطاقة الكامنة للالكترونات  $e\psi$  ، وذلك لوجود قفزة للكمون الكهروساكن على حدود الالتحام ، وبالتالي  $\psi_1 \neq \psi_2$  هذا من ناحية ، ومن ناحية أخرى يمكن أن تتغير القيمة المتوسطة لطاقتها الحركية  $E_c$  . ويفسر تغير هذه الأخيرة ، بأن الالكترونات لاتخضع لقانونية الاحصاء الكلاسيكي لماكسويل - بولتزمان ، وانما للاحصاء الكوانتي

اهرمي ديراك . وتتعلق  $E_c$  وفقا لهذا الأخير ، ليس فقط بدرجة الحرارة وانما بتركيز الالكترونات أيضا . وبالتالي فان ابقاء منطقة الالتحام في درجة حرارة ثابتة أثناء مرور التيار يتطلب اكتساب حرارة فيما اذا كانت  $E_2 < E_1$  (اصدار حرارة بيلته) ، أو اعطاء حرارة الى منطقة الالتحام اذا كانت  $E_2 > E_1$  (امتصاص حرارة بيلته) .

تسمح النظرية القائلة بحمل الطاقة من قبل الالكترونات ، بالتعبير عن  $P_{12}$  بالفرق بين مقدارين :

$$P_{12} = P_1 - P_2 \quad (2.17)$$

حيث أن  $P_1$  و  $P_2$  معاملا بيلته للناقل الأول والثاني على الترتيب . وتظهر هذه النظرية أيضا أن المعاملات الحركية الكهروحرارية ( $P$  ،  $\alpha_T$  ،  $\alpha$ ) ليست مستقلة عن بعضها وانما ترتبط فيما بينها بالعلاقتين التاليتين :

$$P = \alpha T \quad (2.18)$$

$$\alpha_T = T \frac{d\alpha}{dT} \quad (2.19)$$

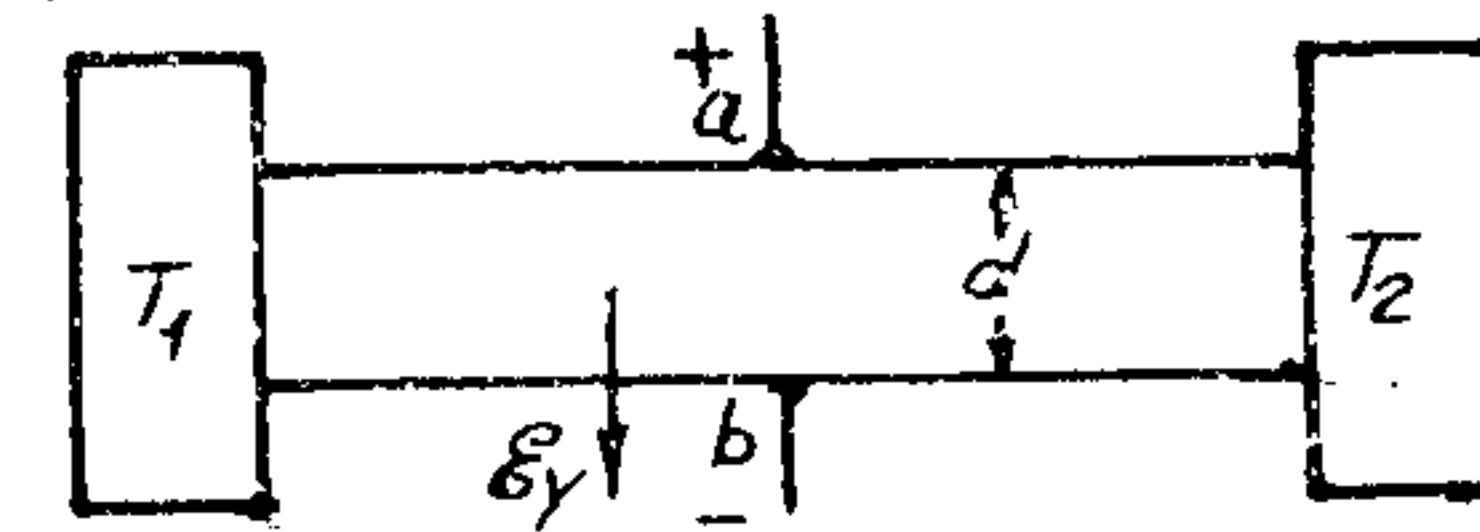
يتضح من العلاقة (2.18) أن  $P$  متناسب مع  $\alpha$  ، وبالتالي فان قيم معامل بيلته لأشباه الموصلات أكبر بكثير من قيمه للمعادن ، ذلك كما هو عليه الحال بالنسبة لـ  $\alpha$  . وتظهر العلاقة (2.19) أن حرارة تومسون مرتبطة بالتابعية الحرارية لـ  $\alpha$  التفاضلية ( $\alpha$ ) . فاذا كانت  $\alpha$  مستقلة عن درجة الحرارة فان حرارة

تومسون تساوي الى الصغر .

تملك الظواهر الكهحرارية مجالا واسعا للتطبيقات العملية المفيدة ، حيث يمكن استخدام قمعك لصناعة مولدات كهحرارية ذات استطاعات صغيرة مُعدة لتحويل الطاقة الحرارية مباشرة الى طاقة كهربائية . ويمكن الاستفادة من مفعول بيلته مثلالتصنيع برادات كهحرارية مختلفة .

ز ) مفعول نيرنست - ايتنغهاوزن

تنشأ في شبه الموصل الحاوي على تدرج لدرجة الحرارة ، والخاضع لتأثير حقل مغناطيسي خارجي ، تنشأ ظواهر حرارية مغناطيسية (حرطيسية) مختلفة . ويعد مفعول نيرنست - ايتنغهاوزن العرضي من أمتعها ، ويتلخص هذا المفعول بنشوء حقل كهربائي  $\vec{E}$  عمودي على كل من  $\vec{\nabla T}$  و  $\vec{B}$  ، أي في اتجاه الشعاع  $(\vec{\nabla T} \times \vec{B})$  . اذا كان تدرج درجة الحرارة منطبقا على المحور  $x$  ، وكان التحريض المغناطيسي منطبقا على  $z$  ، فان الحقل الكهربائي يكون موازيا لـ  $y$  . وبالتالي ينشأ بين المرئطين العرضيين  $a$  و  $b$  فرق



في الكمون الكهربائي  $u$  (انظر الشكل 1-7) . ويمكن التعبير عن  $E_y$  بالصيغة :

$$E_y = \frac{u}{d} = q_1 B_z \frac{dT}{dx} \quad (2.20)$$

الشكل 1-7 . المفعول العرضي الحرطيسي لنيرنست - ايتنغهاوزن .

ويدعى  $q_1$  بثابت نيرنست - ايتنغهاوزن ، ويتعلق هذا الثابت بخواص شبه الموصل ويمكن أن يأخذ قيمة موجبة أو سالبة .

لكي نملك تصورا عن هذا المفعول ، نشير الى أن قيمته في الجرمانيوم ذي المقاومة النوعية  $1 \text{ أوم} \cdot \text{سم}$  وفي درجة حرارة الغرفة ، ومن أجل  $B \approx 10^3$  غوص ( 1 غوص =  $10^{-4}$  تسلا ) ، و  $\frac{dT}{dx} \approx 10 \frac{\text{grad}}{\text{cm}}$  درجة /سم ، تكون مساوية  $10^{-2}$  فولت /سم . وتتعلق قيم  $q_1$  وبالتالي  $E_y$  تعلقا شديدا بدرجة الحرارة للعينة ، وبالحقل المغناطيسي ، ويمكن أن تتغير اشارتهما أثناء تغير قيم هذين الأخيرين .

ينشأ المفعول المدروس آنفا لنفس السبب الذي ينشأ من أجله مفعول هول ، أي أنه يتكون نتيجة لانحراف تدفق الجسيمات المشحونة تحت تأثير قوة لورانتز . ويمكن الاختلاف بين المفعولين المذكورين في أن التدفق الموجّه للجسيمات في حالة مفعول هول ينشأ نتيجة لانسياقهم في الحقل الكهربائي ، أما في حالتنا فينشأ نتيجة لانتشارهم ( diffusion ) .

يلاحظ بسهولة أن اشارة  $q_1$  ، خلافا لثابت هول ، لاتتعلق باشارة حوامل الشحنة . ويؤدي في الواقع تغير اشارة الشحنة في حالة الانسياق في الحقل الكهربائي الى تغير اتجاه الانسياق ، وبالتالي الى تغير اشارة ثابت هول (انظر الشكل 1-4) . أما في حالة مفعول نيرنست - ايتنغهاوزن ، فيكون تدفق الانتشار متجها دوما من الطرف الساخن للعينة نحو الطرف البارد ، بغض النظر عن اشارة الجسيمات . وهكذا يكون اتجاهها قوة لورانتز للجسيمات الموجبة والسالبة متعاكسين ، غير أن اتجاه تدفقي الشحن الكهربية في كلتا الحالتين يبقى نفسه .

ح ) مفعول ريغيا - ليدويك .

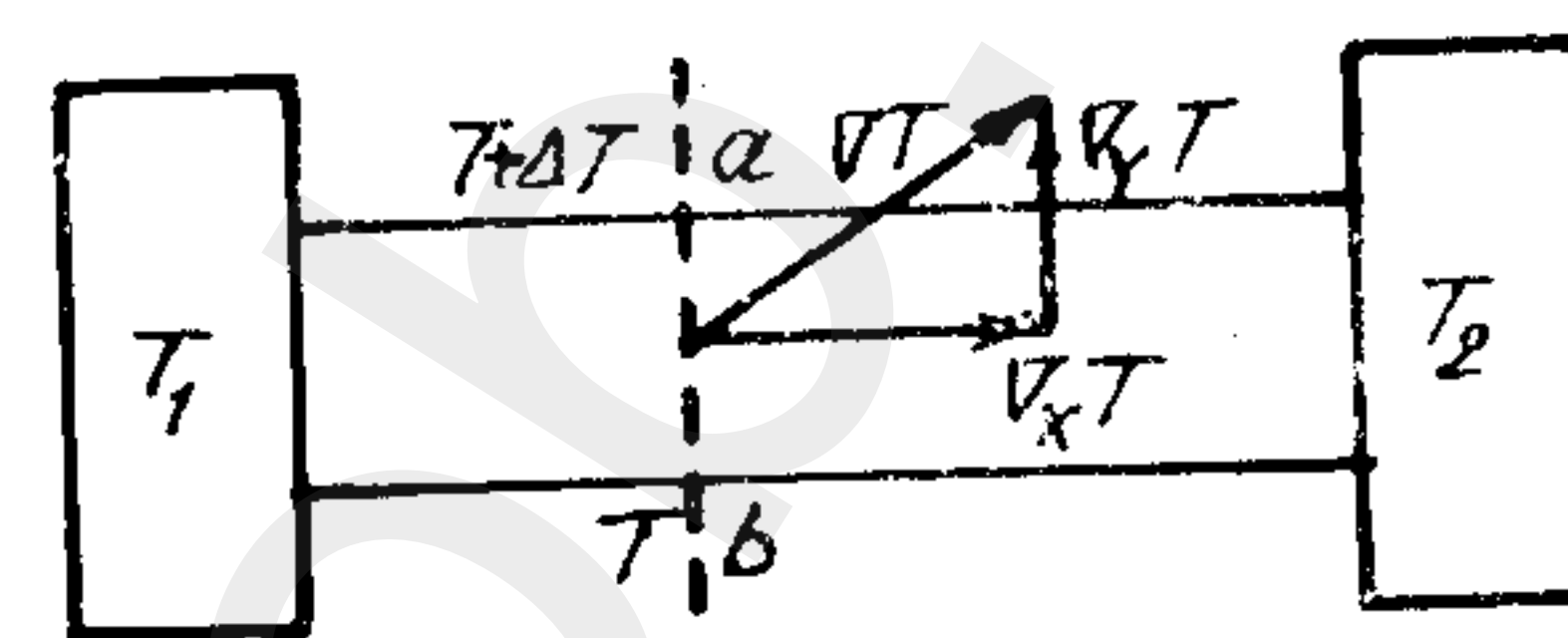
ينشأ في شبه الموصل المالك لتدرج في درجة الحرارة ، أثناء

تطبيق حقل مغناطيسي عليه ، ينشأ أيضا فرق عرضي في درجة الحرارة ( بالنسبة للتدفق الحراري البدئي ، واتجاه  $\vec{B}$  ) (الشكل 1-8) . ويمكن التعبير عن قيمة التدرج العرضي لدرجة الحرارة بالعلاقة :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = S \cdot B_z \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.21)$$

حيث أن  $S$  ثابت ريغا - ليدويك الذي يتعلق بخواص المادة .

يفسر هذا المفهوم ، بأن حوامل الشحنة المنتقلة تحمل معها الحرارة (الناقلية الحرارية) ، ويكون تدفق الحرارة في حالة غياب الحقل المغناطيسي متجها من الطرف الساخن للعينة نحو الطرف



الشكل 1-8 . المفهوم الحراري العرضي لريغا ليدويك .

البارد ، أي أنه موازيا لـ  $-\nabla_x T$  . وعندما يسقط الحقل المغناطيسي على العينة ، تعمل قوة لورانز على حرف تدفقي الانتشار والحرارة بزاوية ما . وبالتالي تنشأ مركبة للتدفق الحراري وفق المحور  $y$  ، مما يؤدي الى ظهور المركبة  $\nabla_y T$  لتدرج درجة الحرارة . وبما أن اتجاه قوة لورانز من أجل اتجاه معطى للانتشار يتعلق بإشارة الجسيمات المشحونة ، فإن زاوية انحراف التدفق الحراري وبالتالي الثابت  $S$  يملكان اشارتين مختلفتين من أجل حوامل الشحن الموجبة والسالبة .

(ط) المفاعيل الحرارية الطولية

يلاحظ في اشباه الموصلات ، بالإضافة الى المفاعيل

الحرارية العرضية ، المفاعيل الحرارية الطولية . اذا وجد تدفق حراري بدئي في الاتجاه  $x$  ، فان تسليط حقل مغناطيسي عرضي يؤدي الى ظهور فرق كمون طولي (المفعول الطولي لنيرنست ايتنغهاوزن) بالإضافة الى فرق الكمون العرضي . ويمكن فهم هذا المفهوم كتغيير لـ قمكح في الحقل المغناطيسي العرضي .

اذا بقي التدفق الحراري ثابتا في اتجاه المحور  $x$  (الشكل 1-8) بعد تطبيق الحقل المغناطيسي ، فانه بالإضافة الى الفرق العرضي لدرجة الحرارة (وفق المحور  $y$  ) ينشأ فرق طولية اضافي لدرجة الحرارة وفق المحور  $x$  (المفعول الطولي لريغا ليدويك) . ويظهر هذا الأخير نتيجة لتغير الناقلية الحرارية تحت تأثير الحقل المغناطيسي .

نشير الى أن قيم المعاملات الحركية ، يمكن أن تتغير فيما لو تغير التبادل الحراري بين العينة والوسط المحيط بها . وبالتالي يجب التمييز بين (المفاعيل الأديباتية) (الكظومة) والايزوحرارية (متساوية درجة الحرارة) . وتدعى المفاعيل "بالايزوحرارية" اذا تولدت في شروط تكون فيها التدرجات العرضية لدرجة الحرارة (وفق  $y$  و  $z$ ) معدومة ، وتدعى "بالكظومة" في حالة كون التدفقات الحرارية العرضية معدومة . ويستثنى من هذا التصنيف مفعول ريغا - ليدويك الذي لا يمكن أن يكون ، بالتعريف ، ايزوحراريا .

وتنتسب الى ظواهر الحمل بالإضافة الى المفاعيل المشار اليها آنفا ، حوادث الانتشار والناقلية الحرارية .

تتعلق قيم المعاملات الحركية المختلفة (الناقلية الكهربائية ، ثابت هول ، قمكح ... الخ) بشكل ملموس بخواص الحوامل المتحركة للشحنة : بشحنها وكتلتها وطيفها الطاقوي في

كظوم  
adiabatic

$$-dN = N \frac{dt}{\tau} \quad (3.1)$$

حيث نرسم لمعامل التناسب بـ  $\frac{1}{\tau}$  . ويعني هذا المقدار احتمال قيام الكترون وحيد باصطدام خلال واحدة الزمن . ويعطي تكامل المعادلة (3.1) ، بعد الأخذ بعين الاعتبار أنه في اللحظة  $t = 0$  لم يتوفر الزمن اللازم لأي الكترون للقيام باصطدام ، العلاقة التالية:

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

وبالتالي ، فان عدد الاصطدامات الحاصلة خلال المجال الزمني من  $t$  الى  $t + dt$  ، يعطى بالعلاقة

$$dN = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \frac{dt}{\tau}$$

يمكننا أن نقوم بتتبع حركة الكترون واحد خلال زمن كاف لحدوث اصطدامات عديدة ، بدلا من دراسة قفزة حرة واحدة لكل الكترون من المجموعة المدروسة . وبالتالي ، فان النتائج الحاصلة يمكن تطبيقها على حركة الكترون وحيد ، وذلك اذا فهمنا من  $N_0$  العدد الكلي للقفزات الحرة . ومن الواضح أن يكون هذا العدد كبيرا بشكل كاف ، لكي نستطيع تطبيق قوانين الاحصاء . ان احتمال امتلاك الكترون ما لزمن قفزة حرة في المجال من  $t$  الى  $t + dt$  يعطى بالعلاقة:

$$f(t) \cdot dt = \frac{dt}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.2)$$

ويمكن أن نتأكد من أن

البلورة ، بالإضافة الى خصائص تأثيرها المتبادل مع الشبكة البلورية . وبالتالي تعطي دراسة الظواهر الحركية معلومات كثيرة حول الحوادث الالكترونية في أشباه الموصلات . ان الدراسة التفصيلية لنظرية الظواهر الحركية ستطرح فيما بعد ، وسنكتفي الآن بعرض الظواهر الغلفانومغناطيسية الأولية المناسبة التي تمكنتنا من تفسير العديد من الحقائق التجريبية الهامة .

### 3.3. زمن الارتخاء :

تخضع حركة الالكترونات في البلورة الى قوانين الميكانيك الكوانتي . غير أن معادلات الحركة يمكن التعبير عنها في كثير من الحالات بصياغة كلاسيكية ، وذلك اذا استبدلت كتلة الالكترون في حالته المنعزلة  $m_0$  بمقدار آخر يدعى "بالكتلة الفعالة" . وبالتالي ، سوف نستخدم في هذا الفصل الطريقة الجسيمية للدراسة وسنعتبر الالكترونات بمثابة جسيمات كلاسيكية . بالإضافة الى ذلك سوف نعتبر الكتلة الفعالة مقدارا سلميا . لكي نوجد القيمة المتوسطة للسرعة المنظمة للالكترونات ، ينبغي دراسة قانون التوزيع لأزمنة القفزة الحرة . نفرض أن عددا كبيرا  $N_0$  من الالكترونات عانت من اصطدام في نفس اللحظة  $t = 0$  . ولنرمز بـ  $N(t)$  لجزء الالكترونات من  $N_0$  الذي لايقوم بأي اصطدام خلال الفترة الزمنية الممتدة من 0 الى  $t$  . يمكننا عندئذ أن نفرض أن عدد الالكترونات  $dN$  التي تعانني اصطداما في الفترة الزمنية  $(t, t + dt)$  سوف يكون متناسبا مع  $N$  ومع امتداد الفترة الزمنية  $dt$  ، وينقص بالتالي عدد الالكترونات  $N$  بالمقدار  $dN$  . ومنه

كتلة  
لبنانه

$$\int_0^{\infty} f(t) \cdot dt = 1 \quad (3.3)$$

ويعني الثابت  $\tau$  هنا الزمن المتوسط للقفزة الحرة ، ويمكن اثبات ذلك انطلاقا من تعريف القيمة المتوسطة لأي مقدار :

$$\langle \bar{t} \rangle = \int_0^{\infty} t f(t) \cdot dt$$

حيث أن  $f(t)$  الاحتمال المنتظم للمقدار المدروس والمالك للقيمة  $t$  . وإذا استبدلنا هنا القيمة  $f(t)$  بقيمتها من (3.2) لوجدنا

$$\langle \bar{t} \rangle = \tau \quad (3.4)$$

لقد اعتبرنا سابقا  $\tau$  قيمة ثابتة ، غير أن هذا الاعتبار غير مؤكد بشكل عام . وينحصر الموضوع في أن نتحدث عن اصطدام الإلكترونات ، يعني حوادث تغير اندفاعاتها نتيجة لتأثيراتها المتبادلة الشديدة مع لانتظامية الشبكة البلورية (الناشئة عن الحركة الحرارية ، وعن وجود ذرات الشوائب ، والعيوب البنيوية الأخرى) . غير أن نتائج هذه التأثيرات المتبادلة تتعلق بالحالة الحركية للإلكترون ، وعلى وجه الخصوص بطاقته الكلية . وبالتالي فإن قيم  $\tau$  يمكن أن تكون مختلفة من أجل الإلكترونات المختلفة . ويعد اعتبار  $\tau$  متعلقة فقط بالطاقة الكلية للإلكترون من أبسط الفروض .

وفي الواقع ، عندما درسنا أنفا توزيع أزمنة القفزة الحرة لمجموع الإلكترونات ، افترضنا ضمنا أن  $\tau$  مستقلة عن الطاقة ، أو أن طاقات جميع الإلكترونات متساوية تقريبا ، وبالتالي يمكن

اعتبار  $\tau$  قيمة ثابتة . وينبغي أيضا أثناء استخدام التوزيع (3.2) للإلكترون وحيد ، أن نفترض بشكل مماثل أن الطاقة الكلية للإلكترون لا تتغير بشكل ملموس أثناء حركته .

ويعد الافتراض الأخير صحيحا من أجل الإلكترون مستقل في كثير من الحالات . ويتحقق ذلك في الحقول الكهربائية الضعيفة ، بحيث أن الطاقة التي يكتسبها الإلكترون خلال القفزة الحرة الوحيدة في حركته المنتظمة تكون صغيرة بالمقارنة مع طاقة الحركة الحرارية ، وإذا لم تتراكم هذه الطاقة بل تمنح للشبكة البلورية أثناء الاصطدامات . وينبغي أن نأخذ بعين الاعتبار أثناء إيجاد الزمن المتوسط  $\langle \tau \rangle$  لمجموعة الإلكترونات ككل ، أن الإلكترونات في البلورة يمكنها أن تأخذ قيما مختلفة جدا للطاقة ، ويجب بشكل عام اعتبار  $\tau$  تابعا للطاقة . ويدعى المقدار  $\tau_p \equiv \langle \tau \rangle$  بزمن الارتخاء للاندفاع .

4.1 . النظرية الأساسية (الأولية) للظواهر الغلفانومغناطيسية :

(1) موتر (Tensor) الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي

يُمكن استخدام مفهوم زمن الارتخاء من حساب موتر الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي  $(\sigma_{\alpha\beta})$  ويُعرّف هذا المقدار جميع المفاعيل الغلفانومغناطيسية . وسنقوم في البداية بدراسة حركة جسيمة واحدة بين اصطدامين متتاليين ، ومن ثم نقوم بعملية تبسيط للنتيجة على جميع القفزات الحرة . يسمح لنا ذلك بإيجاد السرعة الانسيابية  $\langle \vec{v} \rangle$  ، وبالتالي كثافة التيار ، ومنه يتم تحديد مركبات الموتر  $\sigma_{\alpha\beta}$  بشكل مباشر .

نفرض أن التحريض المغناطيسي  $\vec{B}$  متجه وفق المحور  $z$

ويلاحظ أن الحركة وفق  $z$  لا تتغير في الحقل المغناطيسي ، ذلك لأن قوة لورانتز تقع من أجل الاتجاه المختار لـ  $\vec{B}$  في المستوي  $xy$  . ويكون حلا المعادلتين الأوليتين لـ (4.1) المحققان للشروط البدئية من الشكل (يمكن التأكد مباشرة من صحة الحلين بالتبديل المباشر) :

$$x - a = -a \cos \omega_c t - b \sin \omega_c t + b \omega_c t \quad (4.5)$$

$$y - b = -b \cos \omega_c t + a \sin \omega_c t - a \omega_c t$$

حيث أن  $a$  ،  $b$  ثابتان يملكان أبعاد الطول ، ويساويان :

$$a = \frac{1}{\omega_c^2} \frac{e}{m} \mathcal{E}_x \quad (4.6)$$

$$b = \frac{1}{\omega_c^2} \frac{e}{m} \mathcal{E}_y$$

تملك هذه الحركة خواصا بسيطة ، حيث يصف الحدان الأخيران من (4.5) حركة الحمل في المستوي  $xy$  ذات السرعة الثابتة  $v_x$  . وتعطى مركبات هذه السرعة بالمساويات :

$$v_{tx} = b \omega_c = \frac{\mathcal{E}_y}{B} , \quad v_{ty} = -a \omega_c = -\frac{\mathcal{E}_x}{B} \quad (4.7)$$

ويكون الجداء الإسلمي  $(\vec{v}_t \cdot \vec{\mathcal{E}}) = v_{tx} \mathcal{E}_x + v_{ty} \mathcal{E}_y = 0$  عندئذ معدوما ، أي أن  $v_t$  تعامد  $\vec{\mathcal{E}}$  (وتعامد  $\vec{B}$  أيضا) . وتصف الحدود الأخرى في المعادلة (4.5) الدوران المنتظم بتواتر  $\omega_c$  وفق دائرة  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 + b^2$  ينطبق مركزها على النقطة  $(a, b)$  .

لجملة احداثيات متعامدة . تعطى عندئذ قوة لورانتز المؤثرة على الجسيمة بالعلاقة :

$$F_x = e \mathcal{E}_x + e v_y^o B , \quad F_y = e \mathcal{E}_y - e v_x^o B , \quad F_z = e \mathcal{E}_z$$

حيث أن  $e$  شحنة الجسيمة ،  $x^o$  و  $y^o$  مركبتا السرعة على المحورين  $x$  و  $y$  . وهكذا تكون معادلات الحركة ببيانات اصطدامين متتاليين من الشكل :

$$x'' = \frac{e}{m} \mathcal{E}_x + \omega_c y^o \quad (4.1)$$

$$y'' = \frac{e}{m} \mathcal{E}_y - \omega_c x^o , \quad z'' = \frac{e}{m} \mathcal{E}_z$$

وترمز  $\omega_c$  هنا الى التواتر السكلتروني (الدوراني المغناطيسي) :

$$\omega_c = \frac{e B}{m} \quad (4.2)$$

أي تواتر الدوران المنتظم للجسيمة في الحقل المغناطيسي ، ويلاحظ أنه لا يتعلق بنصف قطر المدار و طاقة الجسيمة . نعتبر الشروط البدئية التالية

$$t = 0 , \quad x = y = z = x^o = y^o = z^o = 0 \quad (4.3)$$

فنحصل من المعادلة الأخيرة للمجموعة (4.1) على :

$$z = \frac{e}{m} \mathcal{E}_z t^2 \quad (4.4)$$



القيم وفق جميع الجسيمات . وسوف نستخدم الرمز  $\tau$  التاليين  
قصد الاختصار في الكتابة :

$$\xi = \left\langle \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle, \quad \zeta = \left\langle \frac{\tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle \quad (4.9)$$

حيث أن  $\langle \dots \rangle$  تعني التوسيط وفق جميع الجسيمات . نحصل  
عندئذ من أجل كثافة التيار على العلاقات :

$$\begin{aligned} j_x &= en \langle v_x \rangle = \frac{e^2 n}{m} (\xi_1 \epsilon_x + \omega_c \xi_2 \epsilon_y) \\ j_y &= en \langle v_y \rangle = \frac{e^2 n}{m} (-\omega_c \xi_2 \epsilon_x + \xi_1 \epsilon_y) \\ j_z &= en \langle v_z \rangle = \frac{e^2 n}{m} \langle \tau \rangle \epsilon_z \end{aligned} \quad (4.10)$$

وتعطي مقارنة هذه العلاقات مع (2.5) مركبات موتر الناقلية

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{e^2 n}{m} \xi_1, \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \omega_c \frac{e^2 n}{m} \xi_2$$

الكهربائية:

$$\sigma_{zz} = \frac{e^2 n}{m} \langle \tau \rangle, \quad \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 0 \quad (4.11)$$

إذا انعدم الحقل المغناطيسي فإن  $\omega_c = 0$  ، وبالتالي  
تتعدم المركبات اللاقطرية  $\sigma_{\alpha\beta}$  . وتتحقق عندئذ المساواة  
 $\xi_1 = \langle \tau \rangle$  ، وتصبح جميع المركبات القطرية متساوية . وتتحول  
الناقلية الكهربائية الى قيمة سلمية:

ويعطي جمع هاتين الحركتين الحركة الحاصلة ، وتكون وفـوق  
سكلويد (Cycloid) كما هو مبين على الشكل 1-9 .  
يعطي ضرب  $x, y, z$  باحتمال امتلاك الجسيمة لزمن

قفزة حرة  $t$  (3.2) ، ومكاملة الناتج  
وفق  $t$  من 0 الى اللانهاية ، يعطي  
الانتقالات المتوسطة  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  ،  
التي تخص جسيمة واحدة ، ونحصل  
بتقسيم القيم الناتجة على  $\tau$  على  
السرعة المتوسطة  $\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z$  .  
وبالأخذ بعين الاعتبار العلاقات  
التالية:



الشكل 1-9. حركة جسيمة  
مشحونة في حقلين  
متعامدين كهربائيين  
ومغناطيسي .

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sin \omega_c t \cdot \frac{dt}{\tau} = \frac{\omega_c \tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2}$$

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cos \omega_c t \cdot \frac{dt}{\tau} = \frac{1}{1 + \omega_c^2 \tau^2}$$

نحصل على

$$\begin{aligned} \bar{v}_x &= \frac{e}{m} \epsilon_x \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} + \omega_c \frac{e}{m} \epsilon_y \frac{\tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \\ \bar{v}_y &= \frac{e}{m} \epsilon_y \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} - \omega_c \frac{e}{m} \epsilon_x \frac{\tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \\ \bar{v}_z &= \frac{e}{m} \epsilon_z \tau \end{aligned} \quad (4.8)$$

لكي نحصل على السرعة الانسيابية ، ينبغي أن نوسط هذه

$$\mu_H = \frac{e}{m} \frac{\xi_1}{\xi_2} \quad (4.15)$$

بما أن  $\frac{\xi_1}{\xi_2}$  تملك بعدا زمنيا، فإن  $\mu_H$  تملك ابعادا حركية. غير أنها لاتساوي في الحالة العامة الحركية الانسيابية  $\mu$  المعطاة في العلاقة (4.13). وتدعى  $\mu_H$  التي تعين من مفعول هول — "بالحركية الهولية".

ونحصل في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة المحققة للشرط

$$\text{tg } \psi \approx \omega_c \tau \ll 1 \quad (4.16)$$

على:  $\xi_1 \approx \langle \tau \rangle$ ،  $\xi_2 \approx \langle \tau^2 \rangle$ . ويكون في هذه الحالة:

$$\mu_H = \frac{e}{m} \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle} \quad (4.15 - a)$$

يعطى ثابت هول مباشرة من العلاقة (2.9). وإذا اقتصرنا على الحقول الضعيفة المحققة للشرط (4.16)، فإن  $\sigma_{xy} \ll \sigma_{xx}$ ، ويكون أيضا  $\sigma_{xx} \approx \sigma = en\mu$ . وتعطى  $R$  عندئذ بالعلاقة:

$$R \approx \frac{\sigma_{xy}}{B \sigma^2} = \frac{\text{tg } \psi}{B \sigma} = r \frac{1}{en} \quad (4.17)$$

حيث أن  $r = \frac{\mu_H}{\mu}$ . ويتضح من هنا أن تعيين "عامل هول"  $r$  من القياسات التجريبية لثابت هول يسمح لنا بتحديد تركيز حوامل الشحنة  $n$ . ويعطي حاصل جداء ثابت هول بالناقلية الكهربائية النوعية

$$R \sigma = \mu_H \quad (4.18)$$

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m} \langle \tau \rangle \quad (4.12)$$

وتعطى حركية حوامل الشحنة في حالة انعدام الحقل المغناطيسي بالعلاقة:

$$\mu = \frac{e}{m} \langle \tau \rangle \quad (4.13)$$

وتعين بقيمة (واشارة) الشحنة النوعية، وبالقيمة المتوسيطية لزمن الارتخاء.

لكي نحصل على القيم العددية لـ  $\sigma_{\alpha\beta}$  لابد من اجراء توسيط لكل من  $\xi_1$  و  $\xi_2$  وفقا للصيغتين (4.9) ويجب تعريف هذا التوسيط الذي رمزنا له بـ  $\langle \dots \rangle$  بشكل واضح. ان ذلك سيدرس لاحقا، وسنكتفي الآن بايراد النتائج التي لاتتطلب اجراء فعليا للتوسيط المشار اليه.

(ب) زاوية هول وثابت هول.

نحصل بتعويض قيم  $\sigma_{xx}$  و  $\sigma_{xy}$  من (4.11) في (2.8) على العبارة التالية لزاوية هول:

$$\text{tg } \psi = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = \omega_c \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

أو، بعد تبديل  $\omega_c$  بقيمتها من (4.2)، على

$$\text{tg } \psi = \mu_H B \quad (4.14)$$

حيث أن

امكانية تعيين الحركة الهولية  $\mu_H$  ..

نتوقف الآن لتوضيح مفهوم العامل  $r$  . نحصل من الصيغتين (4.13) و (4.15-a) في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة

$$r = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle} \quad (4.19)$$

وبما أن القيمة المتوسطة لمربع المقدار أكبر (أو تساوي) دوماً مربع القيمة المتوسطة للمقدار ، فإن  $r \geq 1$  . فإذا كان  $\tau$  مستقلاً عن الطاقة ، فإن  $\langle \tau \rangle = \tau$  ،  $\langle \tau^2 \rangle = \tau^2$  ، وبالتالي  $r = 1$  . وهكذا يتطلب تعيين  $r$  معرفة تابعة زمن الارتخاء للطاقة ، وترتبط هذه التابعة بنوعية حوادث تشتت الاندفاع التي تلعب الدور الأهم في شبه الموصل المدروس وفي درجة الحرارة المعطاه ، وبالتالي فإن  $r$  تملك قيماً مختلفة في الحالات المختلفة . ونشير هنا إلى بعض من أهم هذه الحالات .

إذا كان شبه الموصل نقياً نسبياً (أي يحوي على تركيز صغير للشوائب) ، وكانت درجة الحرارة مرتفعة بشكل كاف ، وكان تركيز الجسيمات المتحركة ليس كبيراً جداً (يتحقق ذلك فيما يسمى أشباه الموصلات الفطرية) ، فإن عمليات التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة البلورية تلعب الدور الأهم . وتأخذ  $r$  في هذه الحالة القيمة  $r = \frac{3\pi}{8} = 1,18$  .

إذا كان شبه الموصل واقعاً في درجات حرارة منخفضة (حيث يكون التشتت على الشبكة البلورية ، أو ما يسمى بالتشتت الشبكي صغيراً) ، وحاولاً على تركيز كبير للشوائب (ذراتها مشحونة) فإن التشتت على الشوائب المشحونة يلعب الدور الأهم ، ويعطى الحساب قيمة لـ  $r$  مساوية  $r = \frac{315\pi}{512} \approx 1,93$  .

أخيراً ، إذا حوى شبه الموصل تركيزاً مرتفعاً جداً للجسيمات كما هو الحال في المعادن (ويتحقق ذلك أيضاً فيما يدعى أشباه الموصلات اللافتيرية) ، فإن  $r = 1$  .

ويلاحظ أن  $r$  في الحالات المذكورة تنحصر في مجال صغير نسبياً (من 1 إلى 2) ، أي تأخذ قيماً من رتبة الواحد . وبالتالي فإن معرفة نوعية التشتت في الحالات التي لا تتطلب دقة كبيرة ليست مهمة ويمكن اعتبار قيمة  $r$  تساوي الواحد .

(ج) المقاومة المغناطيسية

يعطي تعويض قيم  $\sigma_{xx}$  ،  $\sigma_{xy}$  من (4.11) في (2.11) العلاقة التالية

$$\sigma_{\perp}(B) = \frac{e^2 n}{m} \left( \xi_1 + \omega_c^2 \frac{\xi_2^2}{\xi_1} \right)$$

نوجد الآن التغير النسبي للناقلية الكهربائية  $\frac{\Delta \sigma_{\perp}}{\sigma}$  ، حيث أن  $\Delta \sigma_{\perp} = \sigma_{\perp}(B) - \sigma$  و  $\sigma = \frac{e^2 n \langle \tau \rangle}{m}$  تعني الناقلية الكهربائية في حالة غياب الحقل المغناطيسي . إذا أخذنا بعين الاعتبار العلاقة

$$\xi_1 - \langle \tau \rangle = \left\langle \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} - \tau \right\rangle = - \omega_c^2 \xi_2$$

حيث أن  $\xi_3$  :

$$\xi_3 = \left\langle \frac{\tau^3}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle \quad (4.20)$$

لحملنا على

$$-\frac{\Delta \sigma_{\perp}}{\sigma} = \frac{\Delta \xi_{\perp}}{\xi} = \omega_c^2 \frac{\xi_3 - \xi_2^2 / \xi_1}{\langle \tau \rangle} \quad (4.21)$$

وبما أن  $\omega_c$  تتناسب مع التحريض المغناطيسي  $B$  ، وأن جميع المقادير في (4.21) تحتوي على  $\omega_c^2$  ، فإن تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي (كما هو منتظر) مفعول زوجي ، أي أنه لا يتعلق باتجاه الحقل المغناطيسي. غير أن تابعة  $\Delta \sigma$  لـ  $B$  لا تكون في الحالة العامة تربيعية ، وإنما أكثر تعقيدا .

تعال الحالات الأكثر أهمية ، كما هو الحال في مفعول هول ، في القيم الصغيرة للحقول المغناطيسية التي تحقق الشرط (4.16) . يمكن عندئذ أن ننشر عبارات المقادير  $\xi_1$  ،  $\xi_2$  ،  $\xi_3$  وفق سلسلة قوى لـ  $\{\omega_c \tau\}$  ، والاحتفاظ في (4.21) فقط بالحدود التي لا يتعدى أسها  $\{\omega_c \tau\}$  . نحصل بذلك من (4.21) على

$$-\frac{\Delta \sigma_{\perp}}{\sigma} = \frac{\Delta \xi_{\perp}}{\xi} = \alpha_{\perp} B^2 \quad (4.22)$$

حيث أن

$$\alpha_{\perp} = \left( \frac{e}{m} \right)^2 \frac{\langle \tau^3 \rangle \langle \tau \rangle - \langle \tau^2 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^2} \quad (4.23)$$

وهكذا يكون تغير المقاومة في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة متناسبا مع مربع التحريض المغناطيسي .

لو فرض أن  $\tau$  لا يتعلق بالطاقة ، فإن  $\alpha_{\perp} = 0$  ، وبالتالي لا يكون هناك أي تغير في المقاومة (في الحقول المغناطيسية الضعيفة)

ولكن عند وجود نوعين (أو أكثر) من الجسيمات ، فإن تغير المقاومة لا يكون معدوما حتى ولو لم تتعلق  $\tau$  بالطاقة .

ندرس الآن حالة حدية أخرى ، وهي حالة الحقول المغناطيسية الشديدة جدا ، أي عندما يكون

$$(\omega_c \tau)^2 \gg 1 \quad (4.24)$$

وينبغي أن ننتقيد بتحديد  $\tau$  جدا : ويتأتى هذا التحديد من أن الحركة في الحقول المغناطيسية الشديدة تجنح نحو كونها كوانتية . ولكي تصبح طريقة دراستنا الكلاسيكية مقبولة ، ينبغي أن تكون الكوانتات الطاقية  $\hbar \omega_c$  المرتبطة بهذه الحركة صغيرة بالمقارنة مع الطاقة الوسطية الحرارية  $K T$  . وبالتالي يجب أن نفهم من قولنا الحقل الشديدة تلك الحقول التي تحقق الشرط (4.24) من ناحية ، ونحقق من ناحية أخرى الشرط

$$\frac{\hbar \omega_c}{K T} \ll 1 \quad (4.25)$$

(تجدد الإشارة التي أن طاقة فرمي تدخل بدلا من  $T$  في المتراجحة الأخيرة في حالة أشباه الموصلات الشديدة اللاقطرية) .

يكون من الملائم في حالة الحقول الشديدة دراسة قيمة الناقلية الكهربائية بحد ذاتها بدلا من تغييرها . نقوم بنشر  $\xi_1$  ،  $\xi_2$  ،  $\xi_3$  وفق سلسلة قوى للمقدار الصغير  $\frac{1}{\omega_c^2 \tau^2}$  ، ونهمل الحدود الحاوية على  $\frac{1}{\omega_c^2 \tau^2}$  وما فوق ، فنحصل بعد إجراء حسابات بسيطة على التالي :

$$\sigma_{\infty} = \frac{e^2 n}{m} \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle^{-1}$$

لاحظ من هذه العبارة أن الناقلية الكهربائية تتوقف عن تحملها

بالحقل المغناطيسي في حالة الحقول الشديدة ، وتبلغ قيمة ثابتة حدية  $\sigma_{\infty}$  . وتعطى النسبة بين القيمتين الحديتين لـ  $\sigma$  (في حالتها الضعيفة والشديدة) ، وأيضا لـ  $\xi$  بالعلاقة

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\infty}} = \frac{\xi_{\infty}}{\xi} = \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle \langle \tau \rangle \quad (4.26)$$

حصلنا على النتيجة (4.26) ضمن الفرض الذي يفرض استقلال الكتلة الفعالة للحوامل وزمن الارتخاء عن اتجاه الحركة ، غير أنه في الواقع ، يمكن أن تتعلق الكتلة الفعالة بالاتجاه ، ولا تعتبر قيمة ثابتة وإنما دورا من المرتبة الثانية . وتصبح عبارات ثابت هول وتغير المقاومة في الحقل المغناطيسي أكثر تعقيدا . إلا أن هذه الحالة لا تحمل تغييرا مبدئيا في قانونية مفعول هول ، ولكن يمكنها أن تلعب دورا مؤثرا في ظواهر المقاومة المغناطيسية .

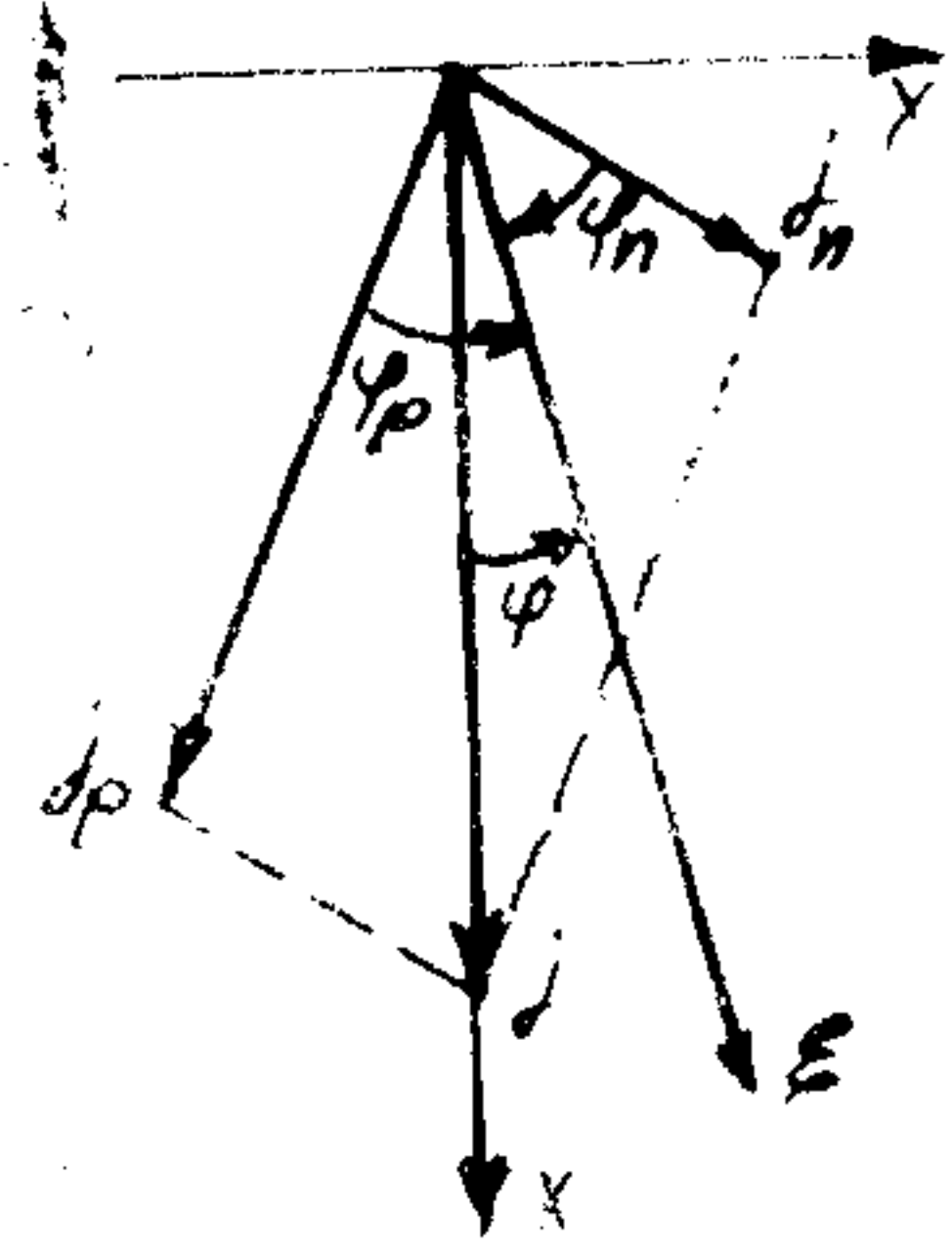
نشير أخيرا إلى أن الحالة الخاصة التي يكون فيها الحقل المغناطيسي موازيا للحقل الكهربائي ، تقود أيضا إلى تغيير المقاومة ، وتبين الدراسة أن النسبة  $\frac{\xi_{\infty}}{\xi}$  في الحقول المغناطيسية الشديدة تتعلق بشدة التحريض المغناطيسي .

### 5.1 . الناقلية المختلطة :

يتم في العديد من أشباه الموصلات حمل الشحنة بواسطة جسيمات مختلفة . وبالتالي ينبغي أن ندمج النتائج التي حصلنا عليها على الحالات التي تتواجد فيها هذه الأنواع المختلفة لحوامل الشحنة .

### أ) مفعول هول

يعرض الشكل 1-10 الخارطة الكيفية لمفعول هول في حالة وجود نوعين مختلفين من الجسيمات . ونقبل ، تحديداً ، أن النوع الأول يحمل شحنة موجبة والآخر مشحون بشحنة سالبة . ويكون عندئذ شعاعا كثافة التيار للجسيمات الموجبة  $\vec{j}_p$  وللسالبة  $\vec{j}_n$  موجهين بشكل يبدو معه شعاع الحقل الكهربائي الحاصل  $\vec{E}$  محروفا بالنسبة لـ  $\vec{j}_p$  بزواوية هول  $\psi_p$  في الاتجاه الموجب ، وبالنسبة لـ  $\vec{j}_n$  في الاتجاه السالب .



وتساوي الكثافة الكلية للتيار مجموع الشعاعين السابقين :  $\vec{j} = \vec{j}_p + \vec{j}_n$  وتلاحظ تجريبيًا زواوية هول  $\psi$  الناتجة عن انحراف شعاع الحقل  $\vec{E}$  بالنسبة للشعاع  $\vec{j}$  . ويمكن أن تأخذ هذه الزاوية قيمة موجبة أو سالبة ، وذلك تبعًا لقيمتي واتجاهي  $\vec{j}_p$  و  $\vec{j}_n$  ، أي تبعًا للنسبة بين تركيز وحركية النوعين المختلفين للجسيمات .

الشكل 1-10 مفعول هول في حالة الناقلية المختلطة .

لكي نحسب زاوية هول الحاصلة ، نعود إلى عبارات كثافة التيار التي تشكلها الجسيمات من النوع "ع" ، هذه العبارات التي تكتب استنادًا إلى العلاقة (2.8) بالشكل :

$$\begin{aligned} j_x^{(i)} &= \sigma_{xx}^{(i)} (\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y \tan \psi^{(i)}) \\ j_y^{(i)} &= \sigma_{yy}^{(i)} (\mathcal{E}_y - \mathcal{E}_x \tan \psi^{(i)}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$R = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \mu_H^{(i)}}{(\sum \sigma_{xx}^{(i)})^2 + (\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)})^2} \quad (5.4 - a)$$

تتعلق جميع المقادير الداخلة في (5.4 - a) في الحالة العامة بشدة التحريض المغناطيسي، وبالتالي لا يعد ثابت هـول قيمة ثابتة، وإنما يتعلق أيضا بـ  $\vec{B}$ . غير أنه يأخذ قيمة ثابتة في الحقول المغناطيسية الضعيفة.

إذا وُجد نوعان مختلفان فقط من الجسيمات، وكان الحقل المغناطيسي ضعيفا، فإن

$$\operatorname{tg} \varphi^{(i)} \ll 1, \quad \sigma_{xx}^{(i)} \approx e n^{(i)} \mu^{(i)}$$

وتأخذ الصيغة (5.4 - a) الشكل:

$$R = \frac{n_1 \mu_1 \mu_{1H} + n_2 \mu_2 \mu_{2H}}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} \quad (5.5)$$

وإذا اعتبرنا أن المعامل الهولي  $r$  له نفس القيمة من أجل النوعين من الجسيمات:

$$r = \frac{\mu_{1H}}{\mu_1} = \frac{\mu_{2H}}{\mu_2}$$

فان (5.5) يمكن صياغتها بالشكل التالي:

$$R = \frac{r}{e n_1} \cdot \frac{1 + \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2} \quad (5.5 - )$$

ويمكن أن نكتب مركبتي كثافة التيار، بعد الأخذ بعين الاعتبار (4.11) بالشكل:

$$j_x = \sum_i j_x^{(i)} = \varepsilon_x \sum \sigma_{xx}^{(i)} + \varepsilon_y \sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)}$$

$$j_y = \sum j_y^{(i)} = -\varepsilon_x \sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)} + \varepsilon_y \sum \sigma_{xx}^{(i)} \quad (5.2)$$

إذا كان المبريطان (الالكترودان) الهوليان غير متصلين (دارة مفتوحة)، فإن  $j_y = 0$ . ومنه نجد زاوية هول العارضة:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)}}{\sum \sigma_{xx}^{(i)}} \quad (5.3)$$

بما أن  $\operatorname{tg} \varphi^{(i)}$  معطاة بالعلاقة (4.11)، فإننا نستطيع إيجاد  $\operatorname{tg} \varphi$  إذا علمنا التركيز (الذي يدخل في  $\sigma_{xx}$ ) والحرارة الهولية لكل من نوعي الجسيمات.

يمكن إيجاد ثابت هول بحذف الحقل  $\varepsilon_x$  من العلاقتين (5.2) فنجد أن

$$\varepsilon_y = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)}}{(\sum \sigma_{xx}^{(i)})^2 + (\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)})^2} j_x$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (2.6)، نحصل على

$$R.B = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)}}{(\sum \sigma_{xx}^{(i)})^2 + (\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)})^2} \quad (5.4)$$

أو نحصل بادخال حركية هول في المصورة على:

حيث أن المضروب الثاني في الطرف الأيمن يمثل التصحيح الذي يدخله وجود النوع الثاني للجسيمات .  
 يكون في حالة الحقول المغناطيسية الشديدة المحققة للشرطين (4.24) و (4.25) ، وبالتالي يمكن أن نفرض في الصيغة (5.4) التالي:

$$\sum \sigma_{xx}^{(i)} \gg \sum \sigma_{xx}^{(i)} \quad , \quad \xi_2^{(i)} \approx \frac{1}{\omega_{ci}^2}$$

$$\sigma_{xx}^{(i)} \gg 1 \gg \tan \psi^{(i)} \quad , \quad \sigma_{xx}^{(i)} \tan \psi^{(i)} = \frac{e^2 n^{(i)}}{m^{(i)}} \xi_2^{(i)} \cdot \omega_{ci} \frac{\xi_2^{(i)}}{\xi_1^{(i)}} \approx \frac{e n^{(i)}}{B}$$

ونحصل عندئذ على

$$R_{\infty} = \frac{1}{e(n_1 + n_2)} \quad (5.6)$$

ويصبح ثابت هول في الحالة الحدية مستقلاً عن الحقل المغناطيسي، ولا يتعلق البتة بنسبة الحركات  $r$  ، ويحدد فقط بمجموع تركيزي الجسيمات . وبالتالي فإن تحديد تركيز الجسيمات المشحونة بمساعدة ثابت هول في الحقول المغناطيسية الشديدة يتمتع من حيث المبدأ بأهمية كبيرة . غير أن تحقيق الشرطين (4.24) و (4.25) معاً عند إجراء التجارب غير ممكن للأسف في أغلب الحالات .

تصادف الحالة السابقة التي تخص نوعين من الجسيمات الشحونة لنفس إشارة الشحنة في مواد عديدة . فعلى سبيل المثال ، يتحقق ذلك في الجرمانسيوم والسيليكون اللذين يحويان

على ما يسمى بالثقوب الموجبة "الخفيفة" و "الثقيلة" ، ويتحقق أيضاً في درجات الحرارة المنخفضة في العديد من أشباه الموصلات الحاوية على شوائب ، عندما تلعب بالإضافة إلى الناقلية الكهربائية العادية ما تسمى "الناقلية في المنطقة الشائبية" دوراً هاماً .

يوجد أيضاً حالة سائدة تتمثل في ساهمة الجسيمات المشحونة بشحن مختلفة (الالكترونات السالبة والثقوب الموجبة) في تشكيل الناقلية الكهربائية . وينبغي في هذه الحالة أن نقرن دوماً زاوية هول للشحن السالبة بإشارة ناقص . وبالتالي، إذا كان  $P$  ، تركيزي الجسيمات الموجبة والسالبة على الترتيب ، وجب علينا أن نكتب في (5.6) بدلاً من  $(n_1 + n_2)$  ، يصبح إشارة ثابت هول في الحقول الضعيفة على الشكل

$$R = \frac{P\mu_p \mu_{pH} - n\mu_n \mu_{nH}}{(P\mu_p + n\mu_n)^2} \quad (5.7)$$

حيث أن الرمز  $P$  و  $n$  يدلان على نوعي الجسيمات ، ويمثل في الحالات التي لا تتطلب دقة كبيرة أن نفرض  $\mu_p = \mu_{pH}$  و  $\mu_n = \mu_{nH}$  وتصبح العبارة (5.7) على الشكل

$$R = \frac{1}{e} \frac{P - nb^2}{(P + nb)^2} \quad (5.7 - a)$$

حيث أن  $b = \frac{\mu_n}{\mu_p}$  . وتستخدم العبارة الأخيرة لـ  $R$  بكثرة . ويتضح من (5.7 - a) أن  $R$  في حالة الناقلية المختلطة يمكنها أن تأخذ قيمة موجبة أو سالبة ، وذلك حسب النسبة بين تركيزي الجسيمات المختلفة . وتنعدم  $R$  في الحالة الخاصة التي يكون

$$P = nb^2$$

بين الناقلية الكهربائية ، أي الالكترونات . وتدعى أشباه الموصلات من النوع المذكور "بالإلكترونية" \* أو بأشياء الموصلات من النوع  $n$  (من سالب  $negative$ ).

ويوجد العديد من أشباه الموصلات التي تلاحظ فيها  $R$  ،  $\alpha$  أكبر من الصفر ، ومع ذلك لا تتمتع هذه الأخيرة بناقلية شاردية (أيونية) مطلقا . وهذا يعني أن التيار مرتبط أيضا بالالكترونات السالبة ، غير أن مقدار هول يوافق في هذه الحالات تركيز الشوائب الرئيسية ، وهذا يعني أن هذه الوضعية من وجهة النظر الكلاسيكية ، ذلك أن حركة الالكترونات في البلورات تنضج اشرارين الموصلة ، وتظهر تلك القوانين أن بعض الشوائب السالبة التي تضاف للبلورات في الحقول الكهربائية ، وبالمقارنة مع الشوائب الموجبة ، وتأتي جسيمات مشحونة ايجابيا تحمل في الالكترونات السالبة ، وهذا في هذه الجسيمات "بالثقوب" التي هي أشباه الموصلة التي تكون شبهة  $R$  ،  $0 < \alpha$  ، أو بـ  $\alpha$  من النوع  $P$  (موجب  $positive$ ).

يتعلق نوع الناقلية الكهربائية ( الكترونية أو ثقبية ) بجنس الشوائب التي يحويها شبه الموصل . فمثلا ، تؤدي إضافة الزرنيخ أو الانشوان  $Sb$  أو أي عنصر من عناصر العمود الخامس في الجدول الدوري إلى السيليكون  $Si$  أو الجرمانيوم  $Ge$  لامتلاك هذين الأخيرين لناقلية الكترونية . وبالعكس ، فإن إضافة الفاليوم  $Ga$  أو البور  $B$  أو أي عنصر من عناصر العمود الثالث

\* يستخدم مصطلح "أشياء الموصلات الإلكترونية" في موقعين : أولا ، أيدل على الحالة التي تختفي فيها الناقلية الشاردية في شبه الموصل المعني ، وثانيا للدلالة على أن ثابت هول  $R > 0$  .

## ( ب ) المقاومة المغناطيسية

تعمم الصيغ التي تخص المقاومة المغناطيسية في حالة الناقلية المختلطة بشكل مماثل لما سبق . نفرض في العلاقات (5.2) أن  $j_y = 0$  ، ونحذف  $\epsilon_y$  من هذه العلاقات ، فنحصل على :

$$j_x = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_0} \left\{ \sigma_{xx}^{(i)} + \frac{(\sum \sigma_{xx}^{(i)} + tg \varphi^{(i)})^2}{\sum \sigma_{xx}^{(i)}} \right\}$$

وبمثل المضروب الموجود ضمن الأقواس الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي  $(B)$  . وبالتالي ، نحمل بعد الأخذ بعين الاعتبار الصيغة (5.3) على

$$\sigma_{\perp}(B) = (1 + tg^2 \varphi) \sum \sigma_{xx}^{(i)} \quad (5.8)$$

وهكذا ، يمكن التعبير عن الناقلية الكهربائية في الحقل المغناطيسي بدلالة الزاوية الحاصلة لاهوار والعناصر القطرية لموتر الناقلية الكهربائية .

## 6.1 . بعض النتائج التجريبية :

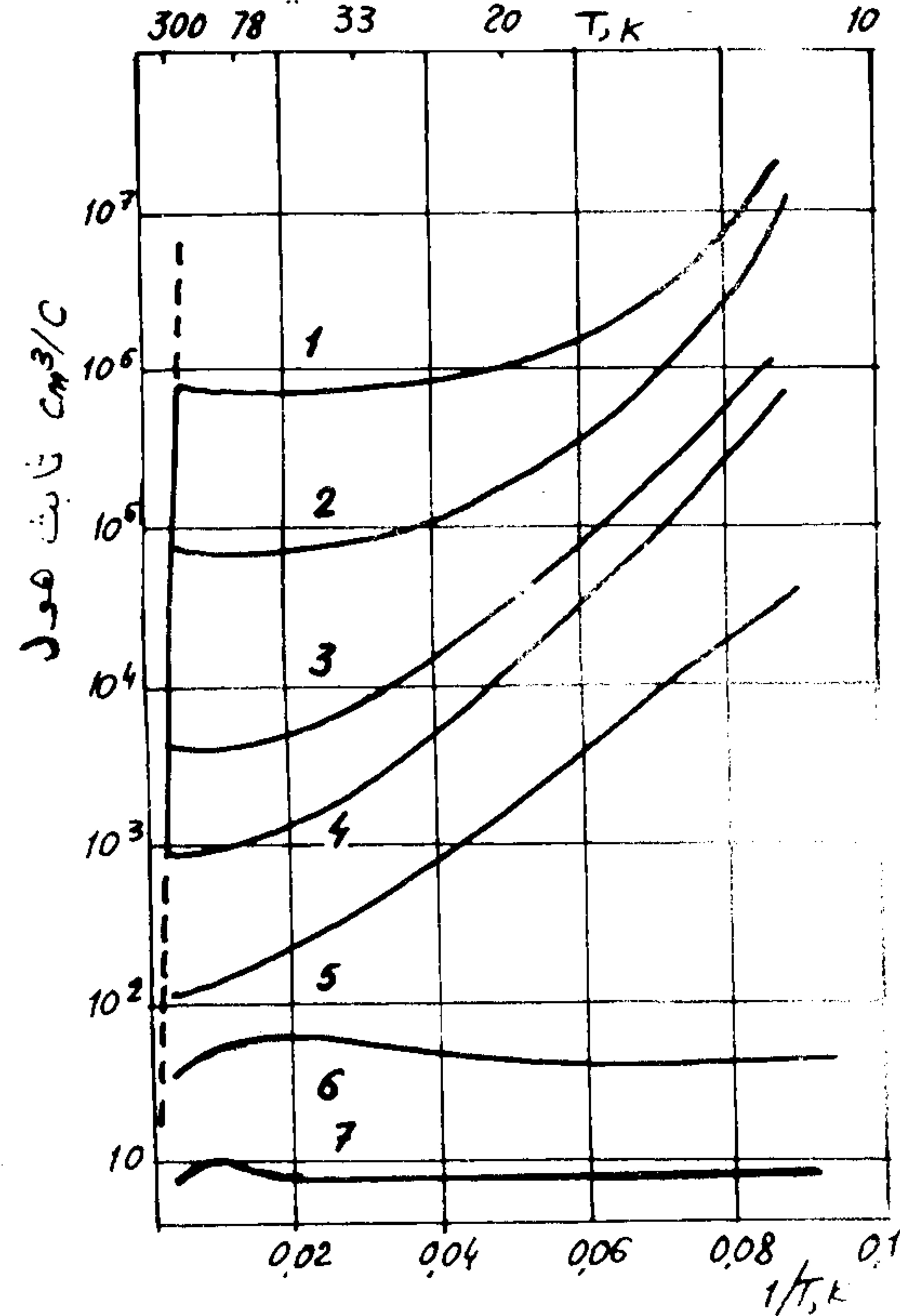
### ( أ ) الناقلية الإلكترونية والثقبية

تبين التجربة أن ثابت هول والقوة المحركة الكهروحرارية ، يمكن أن تملكا اشارات سالبة أو موجبة . وتوافق الحالة التي تكون فيها  $R > 0$  حواملا للشحن السالبة المتحركة التي



المجال لدرجات الحرارة ، لا ينشأ عن تشتت ذرات الشوائب ، وإنما نتيجة لانقطاع روابط الإلكترونات لذرات البلورة الأساسية، وبالتالي يدعى هذا المجال "بمجال الناقلية الذاتية" .

وتتواجد في هذا المجال ، كما سنرى لاحقا ، الإلكترونات السالبة والثقوب الموجبة بكميات متساوية . وبالتالي يعطى ، وفقا للعلاقة



الشكل (5.7- a) ثابت هول لدرجة الحرارة في بلورات Ge المشوبة بالزرنيخ . تركيز الشائبة يزداد من البلورة رقم 1 إلى رقم 7 .

( 5.7- a ) ، ثابت هول بالشكل :

تجعل  $Si$  و  $Ge$  يملكان ناقلية ثقبية . وتولد اضافة الاوكسجين الى  $Cu_2O$  ناقلية ثقبية ، واطافة النحاس ناقلية الكترونية ، وهكذا دواليك . وتدعى الشوائب التي تسبب ناقلية الكترونية في شرم المعني "بالموانح" ، والشوائب التي تسبب ناقلية ثقبية "بالآخذات" . ونشير أخيرا الى أن نفس الشائبة يمكن أن تكون مانحة في أشرم معينة ، وآخذة في أشرم أخرى .

وهكذا فان الناقلية الكهربائية في أشرم ، يمكن أن تتحقق اما بحركة الإلكترونات السالبة أو بحركة الجسيمات الموجبة الثقوب . ويمكن أن تكون النسبة بين تركيز الإلكترونات وثقوب الثقوب مختلفة جدا ، وذلك تبعاً لنوع وكمية الشوائب ودرجة حرارة شرم . وتدعى الجسيمات المشكلة للأغلبية بالحوامل الأساسية للشحنة (الإلكترونات في أشرم من النوع  $n$  ، والثقوب في النوع  $p$  ) ، والجسيمات المشكلة للأقلية بالحوامل الثانوية للشحنة (الإلكترونات في النوع  $p$  ، والثقوب في النوع  $n$  ) .

### ب) الناقلية الذاتية والشائبة

تعطي دراسة التبعية الحرارية لثابت هول نتائج هامة . ومن الهيئة العامة لهذه التبعية كما هو مبين على الشكل (1-11) هناك من أجل بلورات الجرمانيوم المشوبة بكميات مختلفة من الشوائب . ويتعلق ثابت هول بشدة بدرجة الحرارة في مجال درجات الحرارة العالية . ويلاحظ أن جميع المنحنيات للبلورات المختلفة تتناسب في منحنى واحد من أجل درجات حرارة مرتفعة بشكل كاف (تكون درجة الحرارة أكبر كلما كان تركيز الزرنيخ أعلى) ، ويكون هذا المنحنى على شكل مستقيم تقريبا في الاحداثيات  $\lg R$  ،  $\frac{1}{T}$  . ويبين ذلك أن الجزء الأساسي لحوامل الشحنة المتحركة في هذا

ذرات الزرنيخ قد تشردت في هذا المجال لدرجة الحرارة ، حيث أعطت كل ذرة منها إلكترونات ناقلا . وعند الاستمرار في خفض درجة الحرارة يصبح تشرد ذرات الشائبة غير كامل ، وينخفض

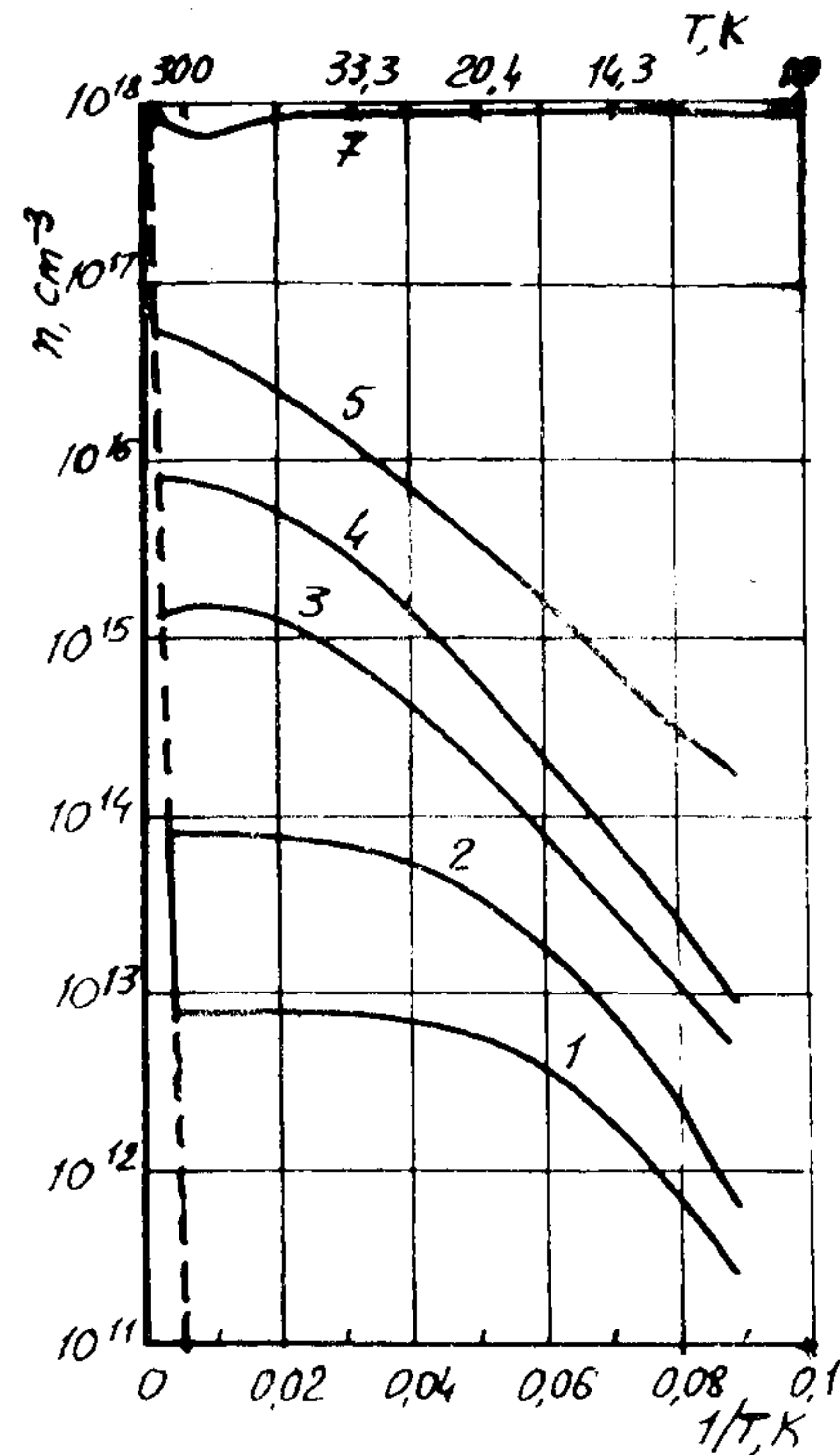
بالتالي تركيز الكترولونات الناقلية ، ولكن بقاها ثابتة تختلف عن تلك التي تطبق في المجال الذاتي .

تبين منحنيات الشكلين (1-11) و (1-12) أن تابعة  $R$  و  $n$  لدرجة الحرارة تضعف بزيادة تركيز الزرنيخ .

وبالفعل من أجل تراكييز أعلى من  $10^{17}$  سم<sup>-3</sup> تتوقف هذه التابعة تماما ، وتمتلك الناقلة الذاتية خاصة معدنية ، ويستخلص من ذلك أن طاقة التشرد

لذرات الشوائب تسعى الى الصفر من أجل التراكييز المرتفعة لهذه الشوائب . وسنبين لاحقا أسباب ذلك .

تلاحظ تابعيات مشابهة لما سبق في حالة أشم ثقبية ، مثلا الجرمانيوم المشوب بأحدى مواد العمود الثالث للجدول الدوري .



الشكل 1-12 تابعة تركيز الإلكترونات لدرجة الحرارة في بلورات الجرمانيوم المشوبة بالزرنيخ .

الجدول الثالث للجدول الدوري .

$$R = \frac{1}{en_i} \cdot \frac{b-1}{b+1} \quad (6.1)$$

حيث أن  $n_i = n = p$  ( ترمز هنا الى تركيز الإلكترونات في مجال الناقلة الذاتية (التركيز الذاتي) لشبه الموصل المدروس ، و  $b$  أن حركة الإلكترونات في الجرمانيوم أكبر من حركة الشيوب ، أي أن  $b > 1$  ، فإن ثابت هول يكون سالباً .

ويلاحظ أن منحنيات تابعة  $R$  ل  $\frac{1}{T}$  هي منحنيات حرارة أكثر انخفاضا مما سبق تتعلق بصورة واضحة بتبريد الشوائب إضافة الى ذلك، فإن زيادة تركيز الشوائب تؤدي الى نقصان قيمة  $R$  ، وبالتالي الى زيادة تركيز الإلكترونات  $n$  . وبالنسبة للإلكترونات المتحركة في هذه المجالات لدرجة الحرارة المنخفضة التشرد الحراري لذرات الشوائب ، وتعامل هنا مع شوائب في مجال الناقلة الشائبة " . ويتوحد عمليا في مجال الناقلة الشائبة نوع واحد من الجسيمات المشحونة المتحركة (الإلكترونات في حالتنا ) ، ويؤثر عن ثابت هول بالعلاقة (4.17) ، (ويكون هنا  $R > 0$  ) .

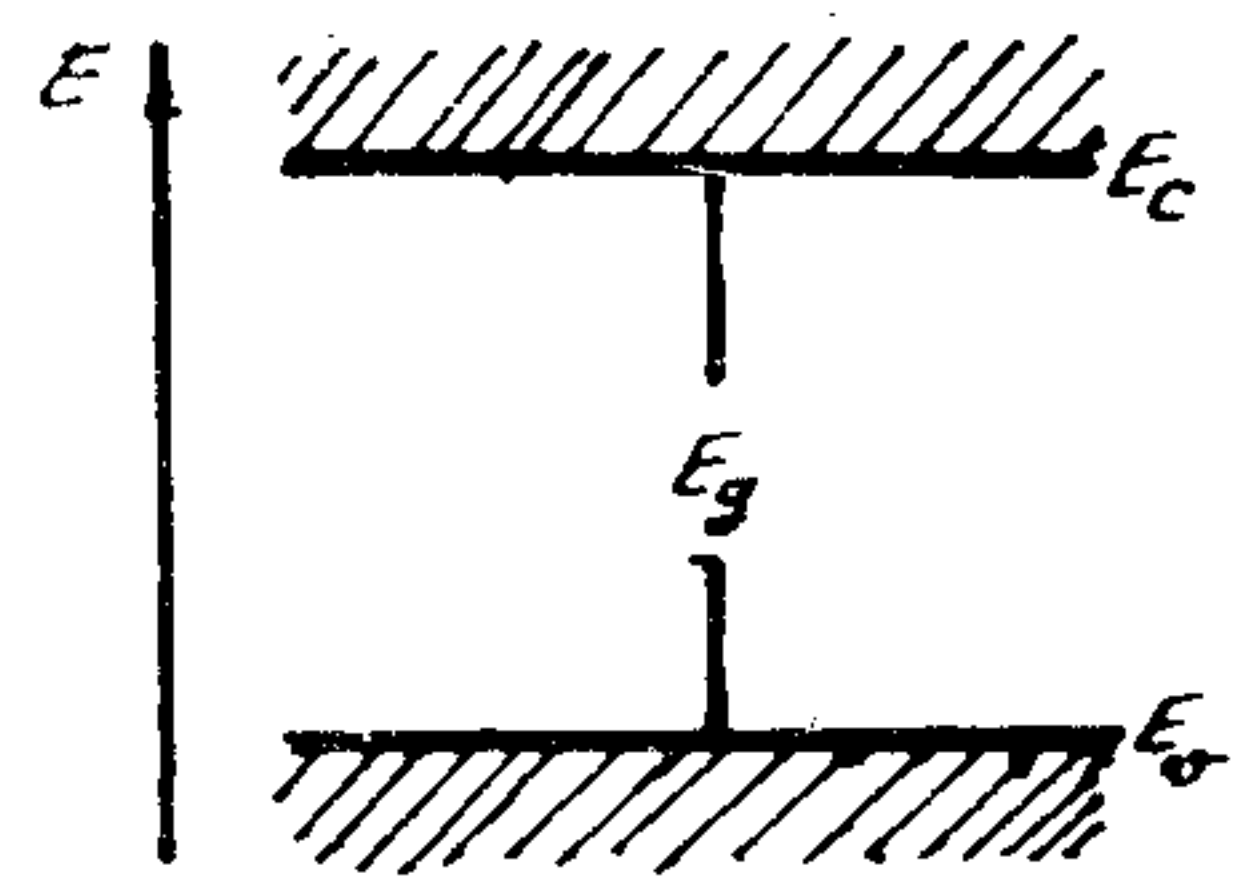
يمكن باستخدام الصيغ المشار اليها ، والاستفادة من قيم ثابت هول أن نوجد تابعة تركيز الكترولونات الناقلة لدرجة الحرارة . يعبر عن ذلك بالشكل 1-12 هذه التابعة ، وبين بوضوح مجال الناقلة الذاتية لدرجة الحرارة المنخفضة ، ويلاحظ أن التركيز  $n$  يتعلق بشدة تبريد الموصل ، أي أن الناقلة الذاتية ، بينما يوجد في مجال الناقلة الشائبة مدى معيناً لدرجة الحرارة لا يتغير فيها تركيز الإلكترونات سلباً . ويؤثر ذلك بأن جميع

حوالي 100 ) ، لذلك فان تغير  $R$  يلاحظ بشكل واضح فسي البلورات من النوع  $P$  . اذا كانت حركية الالكترونات أصغر من حركية الثقوب (  $1 > b$  ) ، فان انقلاب إشارة  $R$  ينبغي أن يلاحظ في بلورات النوع  $n$  .

تظهر النتائج المحصل عليها أن الصفات المميزة لتابعية تركيز الجسيمات المتحركة المشحونة لدرجة الحرارة في أشم تختلف عما هي عليه في المعادن . حيث أن تركيز الكترونات الناقلية في هذه الأخيرة لايتعلق عمليا بدرجة الحرارة . بينما يتواجد دوما في أشم النموذجية مجال لدرجات الحرارة (مجال الناقلية الذاتية ) ، تكون فيه تابعة تركيز الجسيمات المتحركة  $n_i$  لدرجة الحرارة واضحة تماما ، وتزداد هذه التابعية بزيادة التسخين .

### ج ) منطقة الطاقة المحظورة

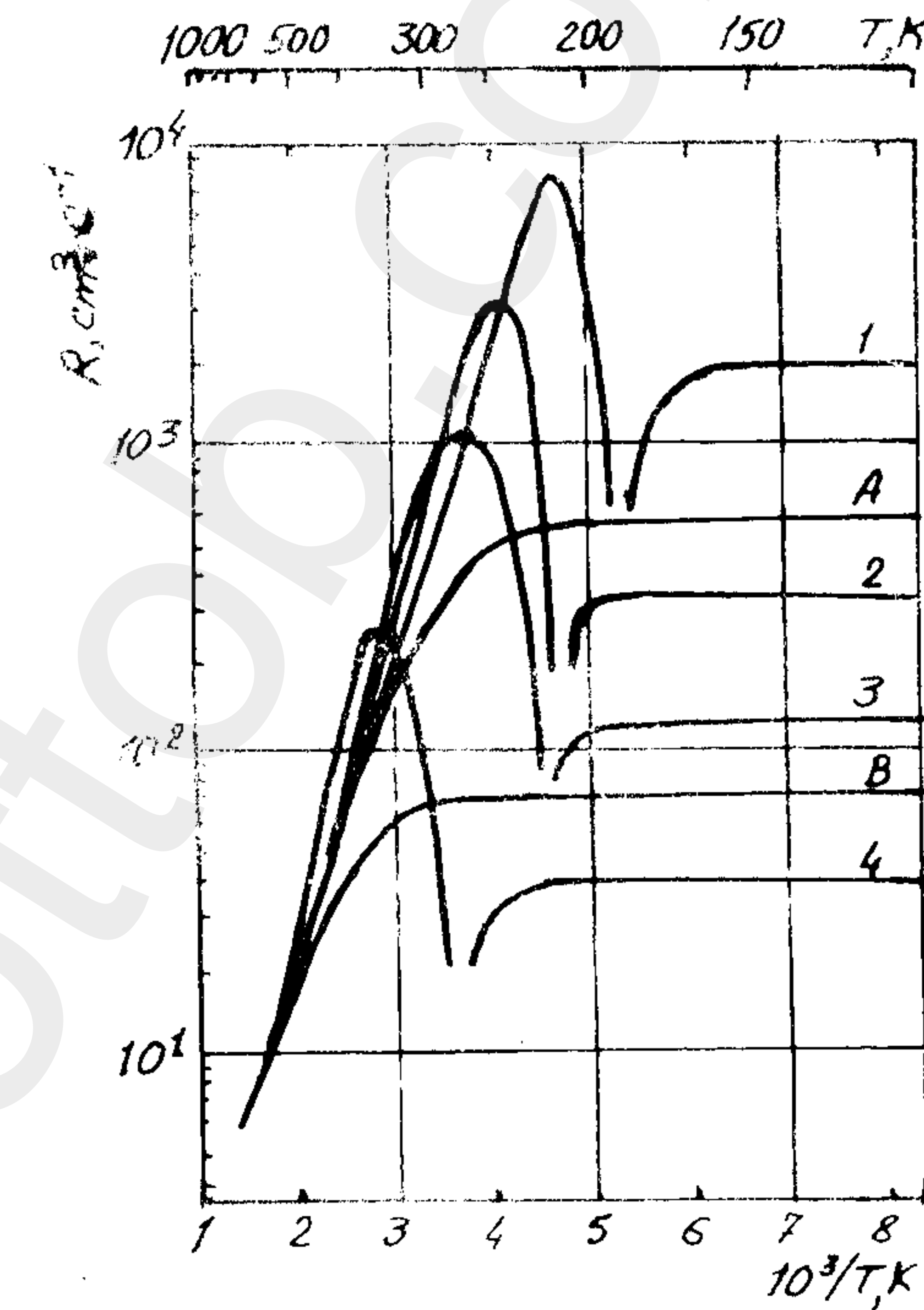
تملك طاقة التشرذ في اشباه الموصلات النقية قيما محددة ، ويمكن تمثيل هذه الخاصية بمساعدة المخطط الطاقوي (الشكل 1-14) ، حيث تتوضع قيم الطاقة الكلية للالكترونات في البلورة وفق الشاقول



الشكل 1-14 حول مفهوم المنطقة المحظورة

من الأسفل نحو الأعلى . وتحتوي المنطقة (الشريط) المخططة السفلية على مختلف السويات الطاقية للالكترونات التكافؤ أي الالكترونات المرتبطة بالشبكة البلورية التي لاتساهم في الناقلية الكهربائية . ويمثل الحد العلوي لهذه المنطقة (التي تدعى منطقة التكافؤ) أعظم طاقة يمكن أن تملكها الالكترونات المرتبطة . وتحتوي

لقد أشرنا في الفقرة الخامسة الى أن ثابت هول يمكن أن يسعى الى الصفر في حالة الناقلية المختلطة ، وذلك من أجل نسب معينة بين تركيز الجسيمات الموجبة والسالبة . وبالفعل



الشكل 1-13 تابعة ثابت هول لدرجة الحرارة في بلورات  $InSb$  . العينات 1، 2، 3، 4 من النوع  $P$  ، والعينتان  $A$  ،  $B$  من النوع  $n$  .

تكون قيمة  $1 < b$  في حالة اندوان الانديوم (وتأخذ قيمة كبيرة

لذلك نلاحظ ذلك تجريبيا .

يعرض الشكل 1-13

تابعية ثابت هول لدرجة

الحرارة في بلورات

انتموان الانديوم  $InSb$  .

ويفسر مجرى هذه

المنحنيات ، بأن تركيز

الكترونات يكون في

مجال الناقلية الشائبية

قليل بالمقارنة مع تركيز

الثقوب ، ويكون وفقا

للعلاقة (  $a - 5.7$  )  $R > 0$  .

غير أن رفع درجة الحرارة

يؤدي الى زيادة  $n$  ،

ويؤول ثابت هول الى

الصفر من أجل  $P = nb^2$  .

ريزداد تركيز الالكترونات

بمواصلة رفع درجة

الحرارة ، ويغير ثابت

هول اشارته . وبالفعل

عدد الكثرونات الناقلية الناشئة في واحدة الحجم وفي واحدة الزمن نتيجة للتشرد الحراري متناسبا مع  $(N_c - n_i)$  ومع معامل بولتزمان  $\exp(-\frac{E_g}{KT})$  ، هذا من جهة . ومن جهة أخرى ، ينبغي أن تكون وتيرة العمليات العكسية (انتقال الكثرونات الناقلية الى الحالة المرتبطة) متناسبا مع التركيز البدئي للكثرونات  $n_i$  ومع عدد الأمكنة الشاغرة  $n_i$  ، أي متناسبا مع  $n_i^2$  . وبالتالي تتحقق في حالة التوازن المساواة التالية :

$$a(N_c - n_i) \exp(-\frac{E_g}{KT}) = b n_i^2$$

حيث أن  $a$  ،  $b$  ثابتا التناسب . فإذا كان  $N_c \gg n_i$  ، فإن تناسب  $n_i$  مع درجة الحرارة يكون أسيا :

$$n_i = C \exp(-\frac{E_g}{2KT})$$

ويؤدي الحساب الدقيق الى بعض التغيير في الصيغة السابقة ، أي الى العلاقة :

$$n_i = A T^{\frac{3}{2}} \exp(-\frac{E_g}{2KT}) \quad (6.2)$$

تختلف هذه الصيغة عن الصيغة السابقة بوجود المضروب  $T^{3/2}$  ، أي أن تأثير هذا المضروب يبقى طفيفا بالمقارنة مع المضروب الأسّي .

تسمح الصيغة (6.2) بتعيين عرض المنطقة المحظورة  $E_g$  من المسطيات التجريبية لتعلق  $n_i$  بـ  $T$  في مجال الناقلية الذاتية . أن عرض المنطقة المحظورة بحد ذاته يتعلق بدرجة الحرارة ، ولذلك عادة بانخفاضها . وبالتالي يبرز السؤال حول القيمة التي

المنطقة العلوية (التي تدعى منطقة الناقلية) مختلف قيم الطاقة التي تملكها الكثرونات المنفصلة (المتشردة) ، أي الكثرونات المسؤولة عن الناقلية الكهربائية . ويدل الحد السفلي لهذه المنطقة  $E_c$  على أصغر قيمة للطاقة الكلية التي يمكن أن تمتلكها هذه الكثرونات . وهكذا فإن الطاقة الصغرى اللازمة لانقطاع الكثرونات من الشبكة أو ماندعها بطاقة التشرد ، تمثلها المسافة الفاصلة بين حدي المنطقة  $E_g = E_c - E_v$  ، وبالتالي فإن المدى الطاقوي الممتد بين  $E_c$  و  $E_v$  لا يوافق أي من الحركات المستقرة للكثرونات ، ويدعى هذا المدى الطاقوي "بالمنطقة المحظورة" . وبما أن طاقة التشرد في المعادن معدومة ، فإن  $E_g$  من أجلها تساوي الصفر .

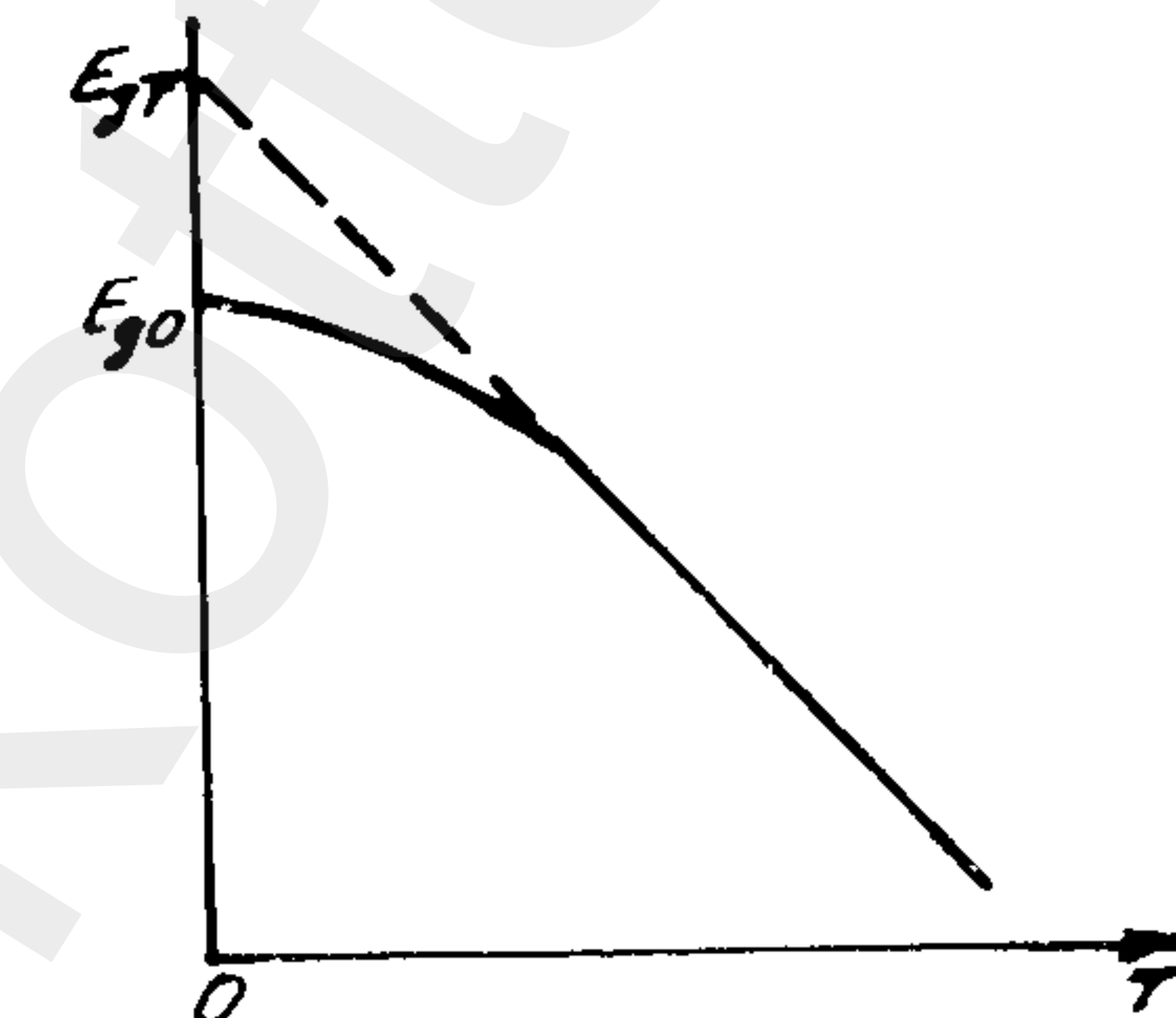
لقد اعتمدنا هنا في تشكيل المناطق الطاقوية على مفهوم طاقة التشرد فقط ، بيد أن بناءهم نظريا يتطلب حل مسألة حركة الكثرونات في الحقل الدوري للبلورة وفقا لقوانين الميكانيك الكوانتي . ولكن ادخال هذا التمثيل الآن يعد مفيدا للتعامل مع الحقائق التجريبية .

تسمح دراسة التابعية الحرارية لتركيز الكثرونات  $n_i$  في مجال الناقلية الذاتية ، بتحديد عرض المنطقة المحظورة  $E_g$  . نقوم الآن بتوضيح ذلك بشكل مبسط دون تعمد الدقة التامة في المناقشة . نفرض أن الكثرونات في البلورة تخضع لاحصاء بولتزمان (يتحقق هذا الوضع في درجات الحرارة المرتفعة) . ونرمز لعدد الحالات الممكنة للكثرونات في منطقة الناقلية بـ  $N_c$  (سنوضح دلالتها بدقة لاحقا) . يكون عندئذ عدد الحالات الشاغرة (الخالية من الكثرونات) في منطقة الناقلية  $N_c - n_i$  ، وعدد الأمكنة الشاغرة في منطقة التكافؤ  $n_i$  . وينبغي أن يكون

نحدها من القياسات التجريبية الحرارية . ولكي نزيل هذا الالتباس ، نقوم بنشر عبارة عرض المنطقة المحظورة في سلسلة قوى وفق  $T$  :

$$E_g = E_{g0} - \alpha T + \dots$$

حيث أن  $E_{g0}$  يمثل العرض في الصفر المطلق . وإذا اقتصرنا في هذا النشر على الحد الخطي ، فإننا نعين  $E_{g0}$  من ( 6.2 ) ، ذلك لأن  $E_g$  بتبديل بقيمتها يسمح بتحويل الحد الخطي  $\alpha T$  الى مضروب ثابت  $( - \frac{\alpha}{2K} ) \exp$  يمكن ادماجه ضمن الثابت  $A$  . وإذا لم نتمكن من اعتبار هذه التابعية خطية في جميع مجال درجات الحرارة ، فإن قيمة  $E_g$  المعينة من القياسات الحرارية لا تكون مساوية تماما لعرض المنطقة المحظورة في الدرجة  $T = 0$  ، ويوضح



الشكل 1-15 حول تعيين عرض المنطقة المحظورة .

ذلك الرسم 1-15 . وتكون القيمة المقاسة في هذه الحالة تساوي  $E_{gT}$  ، ويتم الحصول عليها بشكل استقرائي ، وذلك بتمديد المستقيم الذي يصف تقريبا تابعية  $E_g$  ل  $T$  في المجال المدروس ليتقاطع مع المحور  $E_g$  من أجل  $T = 0$  . وتدعى القيمة  $E_{gT}$  أحيانا بالعرض الحراري للمنطقة المحظورة .

الحراري بمقدار قليل .

نورد في الجدول 1.2 قيم عرض المناطق المحظورة  $E_g$  (بالإلكترون فولت) وحركية الإلكترونات والثقوب (ب سم<sup>2</sup>/ثا . فولت) في درجة الحرارة  $T = 300$  كلفن . وتدل الأعداد الواردة في الجدول ضمن أقواس على درجات حرارة تختلف عن 300 كلفن .

مجموعات الجدول الدوري	المادة	$E_g$ (e.v)	$\mu_n$ $\text{cm}^2/\text{s.v}$	$\mu_p$ $\text{cm}^2/\text{s.v}$
IV	الألماس	5,4	1800	1400
IV	Si	1,1	1300	500
IV	Ge	0,67	3800	1820
IV-IV	$\alpha$ -SiC	3,1	220	48
III-V	GaP	3,32(77)	300	100
=	GaAs	1,52(77)	8800	400
=	InP	1,40(77)	4600	150
=	GaSb	0,80(77)	4000	1400
=	InAs	0,43(77)	33000	460
=	InSb	0,22(77)	78000	750
II-VI	ZnO	3,2	180	—
=	ZnSe	2,80	260	15
=	$\alpha$ -CdS	2,42	295	—
=	$\beta$ -CdSe	1,85	500	—
IV-VI	PbS	0,39	550	600
=	PbSe	0,27	1000	900
=	PbTe	0,33	1600	550

الجدول 1.2

### (أ) الناقلية الكهربائية النوعية

تكشف لنا تابعية الناقلية الكهربائية النوعية لأشياء الموصلات لدرجة الحرارة ، كما هو الحال في ثابت هول ، بعض

يمكن تعيين عرض المنطقة المحظورة فعليا (وتابعيتها لدرجة الحرارة) من القياسات الضوئية التي تقوم على دراسة تابعية معامل امتصاص الضوء لطاقة الفوتونات . ويمكن أن تختلف قيم العرض الضوئي للمنطقة المحظورة عن قيم العرض

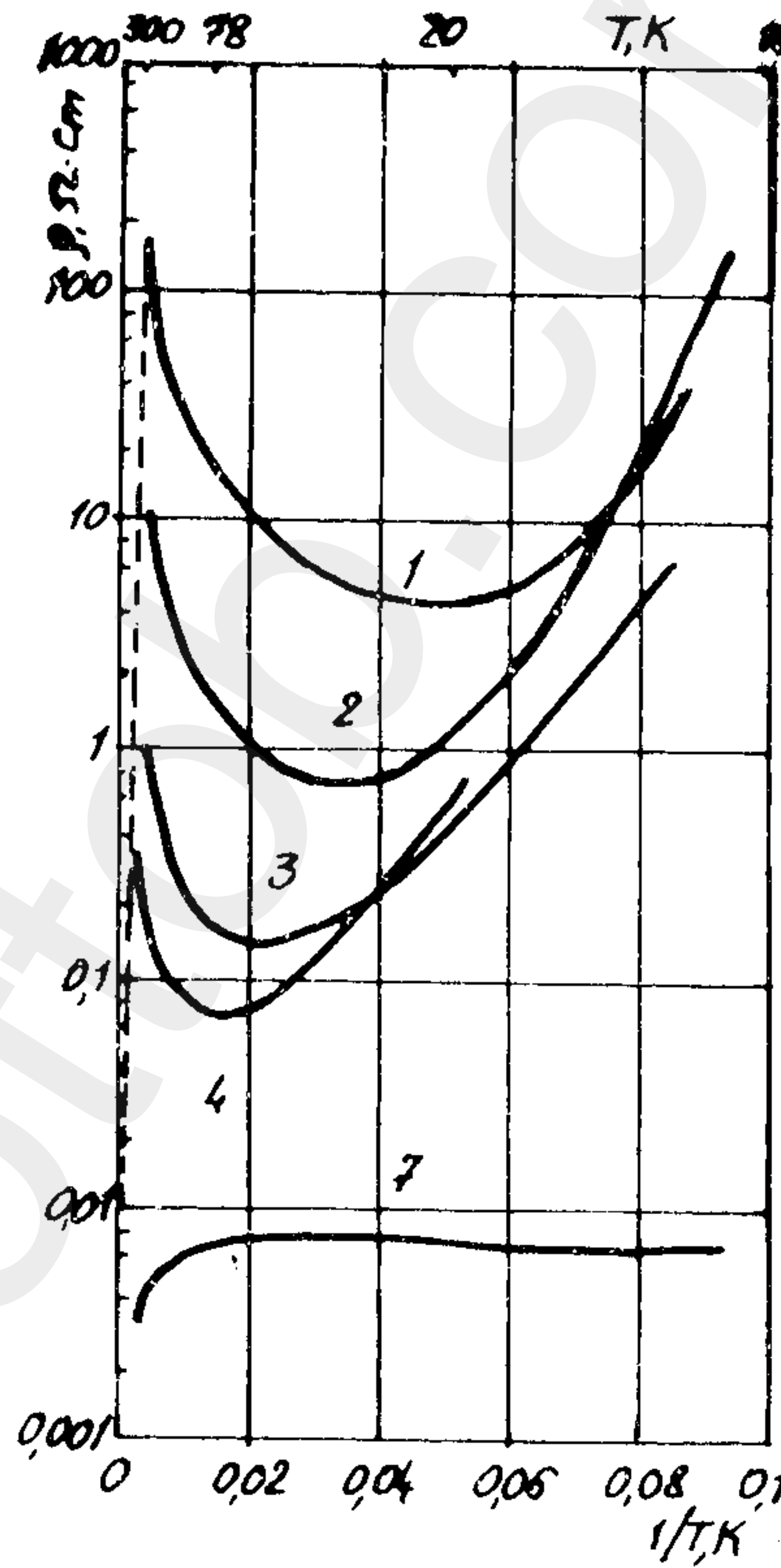
1-11 و 1-12 أين تشاهد هضبة في مجال الناقلية الشائبية، يكون هنا الوضع أكثر تعقيدا، ويلاحظ تغير غير مضطرب ل  $S$  . ويفسر ذلك بأن  $S$  تتعلق بجداء تركيز الالكترونات بحركيتهم، وهذه الحركية تتعلق أيضا بدرجة الحرارة . ويؤدي الاستمرار في نفس درجة الحرارة الى زيادة مضطربة في قيمة  $S$  . غير أن  $S$  توقف عن التعلق ب  $T$  في الدرجات المنخفضة جدا ( أي الدرجات المقاربة ل 4 كلفن من أجل المثال المطروح ) . ويعود السبب في ذلك الى ما يسمى " بالمنطقة الشائبية " .

### • الحركية

وردت في الجدول 1.2 قيم حركيات الالكترونات والثقوب في مجموعة من أشم . وتتنسب هذه القيم الى أشم النقية (ضمن الامكانيات المتاحة) في درجة الحرارة 300 كلفن . وتجدر الاشارة الى أنه أثناء مقارنة هذه القيم ، ينبغي الأخذ بعين الاعتبار ان الحركية بنظافة البلورات وكمال بنائها . وبالتالي، فإن قيم الحركية معروفة بشكل جيد من أجل تلك البلورات المصنوعة في الوقت الراهن بصورة نظيفة (جرمانيوم ، سيليكون ، انتموان السيليوم) . أما بالنسبة للبلورات التي تصنع بطريقة أقل كمالا ، فإن قيم الحركيات لاتتعلق فقط بخواص شم المدروس وانما بتجربة البلورات المدروسة . وقد وردت في الجدول القيم العظمى المقاسة .

يلاحظ من الجدول أن الحركية تختلف قيمها جدا باختلاف البلورات . فمثلا ، تكون حركية الثقوب في  $GaP$  من رتبة 100 سم<sup>2</sup>/ثا . فولت (وتأخذ قيما أقل من ذلك في بعض المواد الأخرى) ، بينما تبلغ حركية الالكترونات في  $InSb$  وفي درجة

الخصائص المميزة . يعرض الشكل 1-16 تابعة المقاومة النوعية لدرجة الحرارة من أجل نفس البلورات التي وردت على الرسم 1-12 . ويمكن أن نلاحظ هنا بوضوح أيضا مجال الناقلية الذاتية



الشكل 1-16 تابعة المقاومة النوعية لدرجة الحرارة في بلورات الجرمانيوم المشوبة بالزرنيخ .

(الخط المتقطع) ، ومجال الناقلية الشائبية في درجات الحرارة الأكثر انخفاضا .

تعطى الناقلية الكهربائية النوعية في مجال الناقلية الذاتية ( $n = P = n_i$ ) ، بالعلاقة

$$\sigma = en_i (\mu_n + \mu_p) \quad (6.3)$$

وبما أن الحركيات تتعلق بدرجة الحرارة بشكل ضعيف ، فإن التغير الشديد لقيم  $S$  و  $\sigma$  في هذا المجال يرتبط بتابعية  $n_i$  لدرجة الحرارة .

يكون تركيز الثقوب  $P$  في مجال الناقلية الشائبية صغيرا بالمقارنة مع تركيز الالكترونات  $n$  ويكون

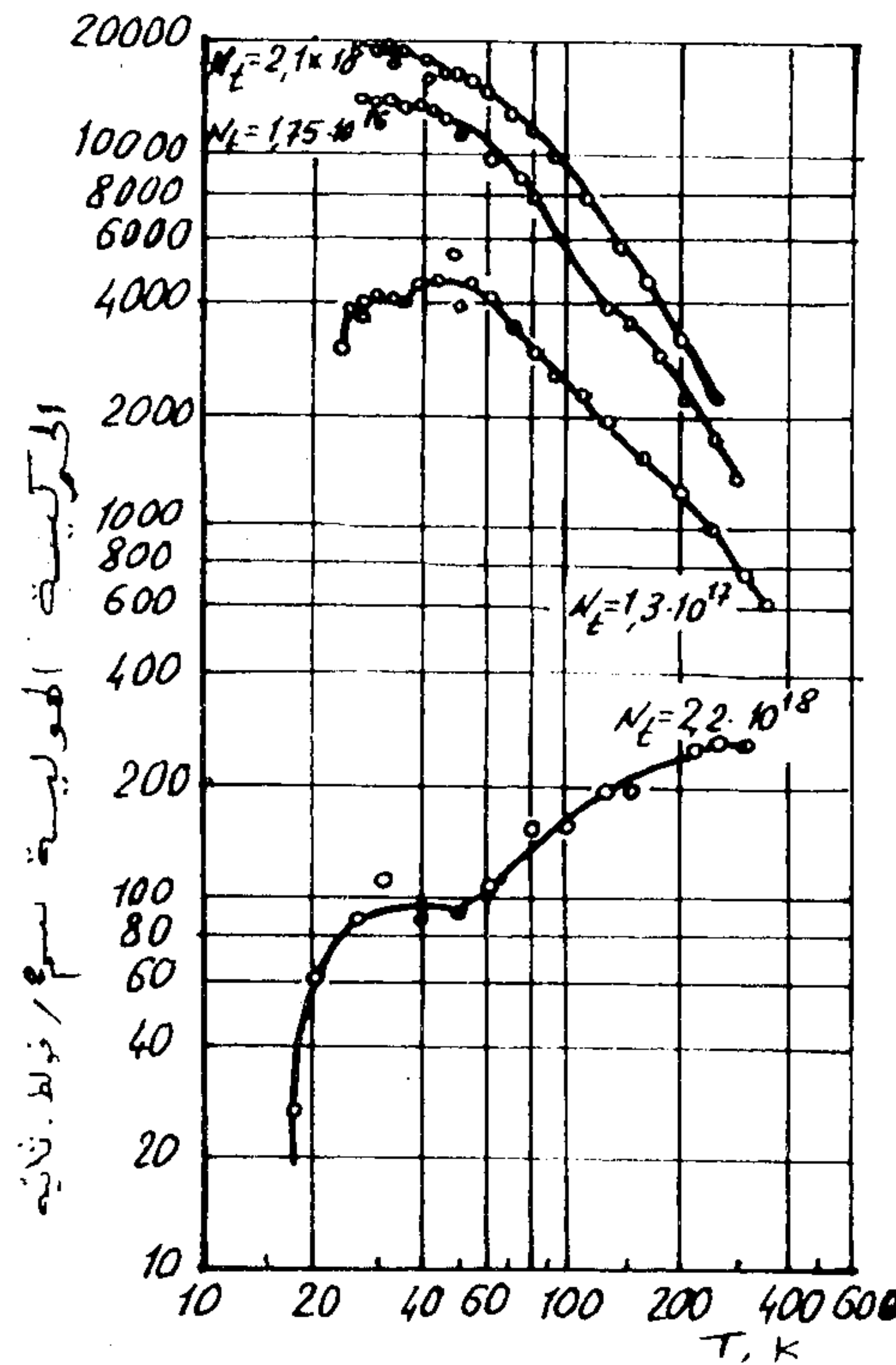
$$\sigma = en_i \mu_n$$

وتتعلق  $S$  و  $\sigma$  في هذا المجال بتركيز الزرنيخ : كلما ازداد تركيز الشوائب كلما كبرت  $\sigma$  وصغرت  $S$  . وخلافا لمنحنيات الشكلين

الشكل 1-17 .

توضح نظرية التشتت بشكل مرضٍ الميزة العامة للقانونيات الملاحظة ، وتدرس هذه النظرية مع ظواهر النقل . وسنكتفي هنا بإيراد بعض الملاحظات .

يبين الميكانيك الكوانتي أن الإلكترونات في البلورة المثالية الامحدودة ، أي في الحقل تام الدورية ، تتحرك بطاقة واندفاع



الشكل 1-17. التابعية الحرارية للناقلية الهولية للإلكترونات في السيليكون المشوب بالزرنيخ .  $N_L$  - تركيز شائبة الزرنيخ .

لا يتنفذ هذه الإلكترونات اصطدامات ، لذلك يكون زمن الارتخاء  $\tau$  وأيضا الحركية  $\mu = \frac{e\tau}{m}$  مساويين الانهية . وترتبط القيمة المحدودة للحركية بحوادث تشتت الاندفاع الناتجة من تشوه مثالية البلورة . وتعد الحركة الحرارية ودرجات الشوائب المتشردة من أهم العوامل في حدوث التشتت ، وتفرض أن منهنما قيمة ما محددة

من الارتخاء :  $\tau_T$

(الاهتزاز الحراري) و  $\tau_I$  (الشوائب المتشردة) ، واحتمالات محددة للتشتت  $\frac{1}{\tau_I}$  و  $\frac{1}{\tau_T}$  ويكون

الحرارة 300 كلفن حوالي 80000 سم<sup>2</sup>/ثا . فولت ، وبخفض درجة الحرارة يمكن أن تفوق 10<sup>6</sup> سم<sup>2</sup>/ثا . فولت .

يسمح قياس  $R$  و  $\sigma$  في درجات الحرارة المختلفة ، بإيجاد تابعة الناقلية الهولية للحوامل الأساسية لدرجة الحرارة . ويمكن أيضا استنادا الى مثل هذه القياسات ضمن شروط معينة ، إيجاد تابعة الناقلية الانسيابية لدرجة الحرارة (أيضا من أجل الحوامل الأساسية) . ويمكن إجراء هذه الأخيرة ، على سبيل المثال ، في مجال الناقلية الشائبية في ذلك المدى لدرجة الحرارة الذي يكون فيه تركيز الإلكترونات (أو الثقوب) مستقلا تقريبا عن درجة الحرارة (الهضبة على الرسمين 1-11 و 1-12) . تعطي عندئذ التابعة الحرارية للناقلية الكهربائية التابعة الحرارية للحركية الانسيابية من أجل الحوامل الأساسية .

تبين التجربة أن تابعة  $\mu$  ل  $T$  في أشم ذات الحركيات المرتفعة (مثلا ، في الجرمانيوم والسيليكون) ، تعطى بشكل مرضٍ بالعلاقة

$$\mu = A T^P$$

حيث أن  $A$  و  $P$  يتعلقان بنوع شرم في المجال الحراري المعتمد ونوع الجسيمات (الإلكترونات أو ثقوب) . يكون في البلورات الحاوية على تركيز قليل من الشوائب وفي درجات الحرارة المرتفعة نسبيا  $P > 0$  ، أي أن  $\mu$  تتناقص بارتفاع درجة الحرارة .

وتؤدي زيادة تركيز الشوائب الى نقصان الحركيتين الهولية والانسيابية . ويلاحظ خلافا لما سبق ، أن  $\mu$  تزداد برفع درجة الحرارة من أجل تركيز مرتفع للشوائب في مجال درجات الحرارة المنخفضة ، وهذا يتفق مع قيم موجبة ل  $P$  (  $0 < P$  ) . (انظر

الاحتمال الحاصل للتشتت ، ضمن تقريب جيد ، مساويا مجموع الاحتمالين السابقين ، أي

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$$

حيث أن  $\tau$  زمن الارتخاء الحاصل والمرتبط بهاتين العمليتين . يتعلق المقداران  $\tau_1$  و  $\tau_2$  بدرجة الحرارة بأسلوبين مختلفين؛ حيث يؤدي ارتفاع درجة الحرارة الى زيادة احتمال التشتت الشبكي ، وبالتالي الى تناقص  $\tau_1$  ، بينما يزداد  $\tau_2$  بارتفاع درجة الحرارة . ويفسر ذلك كيفيا اعتمادا على التصورات الكلاسيكية: كلما كانت السرعة الحرارية للجسيمة أكبر ، كلما كانت التغيرات التي يسببها الحقل الكهربائي للذرة المتشردة في حركتها أصغر . تكون  $\mu$  وفقا لما قيل سابقا ، التابعية المسجلة  $\mu(T)$  في البلورات الحاوية على تراكيز عالية من الشوائب معقدة في مجال واسع لدرجات الحرارة . ففي درجات الحرارة المنخفضة يكون التشتت الشائبي مسيطرا ، وبالتالي تزداد  $\mu$  في البداية بارتفاع درجة الحرارة ، غير أن الاستمرار في رفعها يجعل التشتت على اهتزازات الشبكة يلعب الدور الأساسي ، وبالتالي تبدأ  $\mu$  في التناقص . وتمر قيم  $\mu$  عبر نهاية عظمى من أجل درجات حرارة معينة (انظر الشكل 1-17) . وتكون درجة الحرارة الموافقة لهذه النهاية أعلى كلما ازداد تركيز الشائبة المعنية .

تتمتع تابعية  $\mu$  ل  $T$  في أشم ذات الحركات المنخفضة ( $In_2Te_3, Fe_2O_3, NiO_2, B, Se$  الخ) بمميزات أخرى . ويتلخص ذلك في أن  $\mu$  تزداد بارتفاع درجة الحرارة وفق قانون أسي تقريبا  $[\mu \sim \exp(-w/kT)]$  ، حيث أن  $w$  تعني "طاقة الفعالية" . وتسمح هذه القانونية ، علاوة عن أنها تخص

الحركات ذات القيم الصغيرة ، باستنتاج الصفات القفزية لحركة حوامل الشحنة في مثل هذه المواد ، أين توجد الحوامل في غالبيتها في الحالات المرتبطة ، ويتم انتقالها من وضعية معينة الى أخرى فقط خلال فواصل زمنية ما . واحداث مثل هذه الانتقالات لا بد من التغلب على حاجز كموني ، وهكذا فإن **وتيرة القفزات** تزداد بارتفاع درجة الحرارة ، ويتم ذلك وفق القانون الأسي المشار اليه . وتدل  $w$  هنا الى الطاقة اللازمة للتغلب على الحاجز الكموني .

(و) التركيز الذاتي للالكترونات

يعد التركيز الذاتي  $n_i$  واحدا من أهم مميزات شرم . وبالفعل فهو يدخل في أغلب الصيغ النظرية ، وبالتالي لا بد من المعرفة الدقيقة لقيمة هذا المقدار ، ولتابعيته الحرارية ، وذلك لأجراء الحسابات المختلفة .

لقد تحدثنا سابقا عن تابعية  $n_i$  ل  $T$  ، وتعتبر الصيغة (6.2) عنها . وسنعمل الآن على حساب قيمة  $n_i$  . يمكن ايجاد هذه القيمة من ثابت هول في مجال الناقلية الذاتية ، وذلك باستعمال العلاقة (6.1) . الا أن ذلك يتطلب معرفة تابعية  $b = \frac{\mu_n}{\mu_p}$  لدرجة الحرارة ، مع أن تأثيرها ضعيف ولكنه موجود . اضافة الى ذلك فلقد فرض في (6.1) أن الحركات الهولية مساوية للحركات الانسيابية ، وبالتالي فان التحديد الدقيق ل  $n_i$  يتطلب في الواقع استعمال العلاقة (5.7) ومعرفة نسبة هذه الحركات .

ان قيمة  $n_i$  الأكثر دقة يمكن ايجادها من الناقلية الكهربائية . فكما ذكرنا سابقا ، يمكن تعيين الحركيتين الانسيابيتين  $\mu_n$  و  $\mu_p$  وتابعيتهما الحرارية من معطيات الناقلية الكهربائية وثابت



الموصلات المشهورة ، مع القيم الناتجة عن مفعول هول والناقلية الكهربائية .

نشير أيضا الى أن قياس تركيز الالكترونات (أو الثقوب) والمقاومة النوعية ، تستخدم بشكل واسع لتعيين درجة نقاوة المواد شبه الموصلة . فقد رأينا سابقا أن اضافة كميات مهملة من الشوائب ، تؤدي الى تغيرات ملحوظة في تركيز الالكترونات (أو الثقوب) والناقلية الكهربائية في مجال الناقلية الشائبيية . فمثلا ، يكون تركيز الالكترونات في بلورات الجرمانيوم شديدة النقاوة مساويا  $10^{13}$  سم<sup>-3</sup> تقريبا في درجة الحرارة 300 كلفن . ومن جهة أخرى ، فان تركيزا للزرنيخ مساو الى  $10^{13}$  سم<sup>-3</sup> تقريبا ، يؤدي الى تغير ملحوظ في الناقلية الكهربائية ، حيث أن كل ذرة زرنيخ تعطي الكترونا واحدا مساهمافي الناقلية ، وذلك في مجال الهضبة على الشكل 1-12 . وبما أن عدد ذرات الجرمانيوم في اسم  $3 \approx 10^{22}$  ذرة ، فان التركيز المشار اليه للزرنيخ يوافق وجود ذرة واحدة منه لكل  $10^9$  ذرة من الجرمانيوم . أي أن النسبة الذرية المئوية تساوي  $10^{-7}$  تقريبا . ويصح ماقلناه على العديد من أشم ، فمثلا تؤدي اضافة 1,0% من شائبة الاوكسجين ، الى  $Cu_2O$  في درجة الحرارة 300 كلفن الى زيادة الناقلية الكهربائية ب  $10^5$  مرة تقريبا . وتبين هذه الأمثلة الضرورة الحتمية لتوفير شروط خاصة استثنائية للوصول الى نقاوة جيدة لبعض أشباه الموصلات .

وينبغي التأكيد هنا على أن تعيين المقاومة فقط ، أو تعيين تركيز حوامل الشحنة ، لا يكون كافيا في كثير من الحالات للحكم على نقاوة شم . فاذا حوى شم في نفس الوقت على شوائب مانحة وآخذة بتركيزين متقاربين ، فان هذه الشوائب يمكن أن

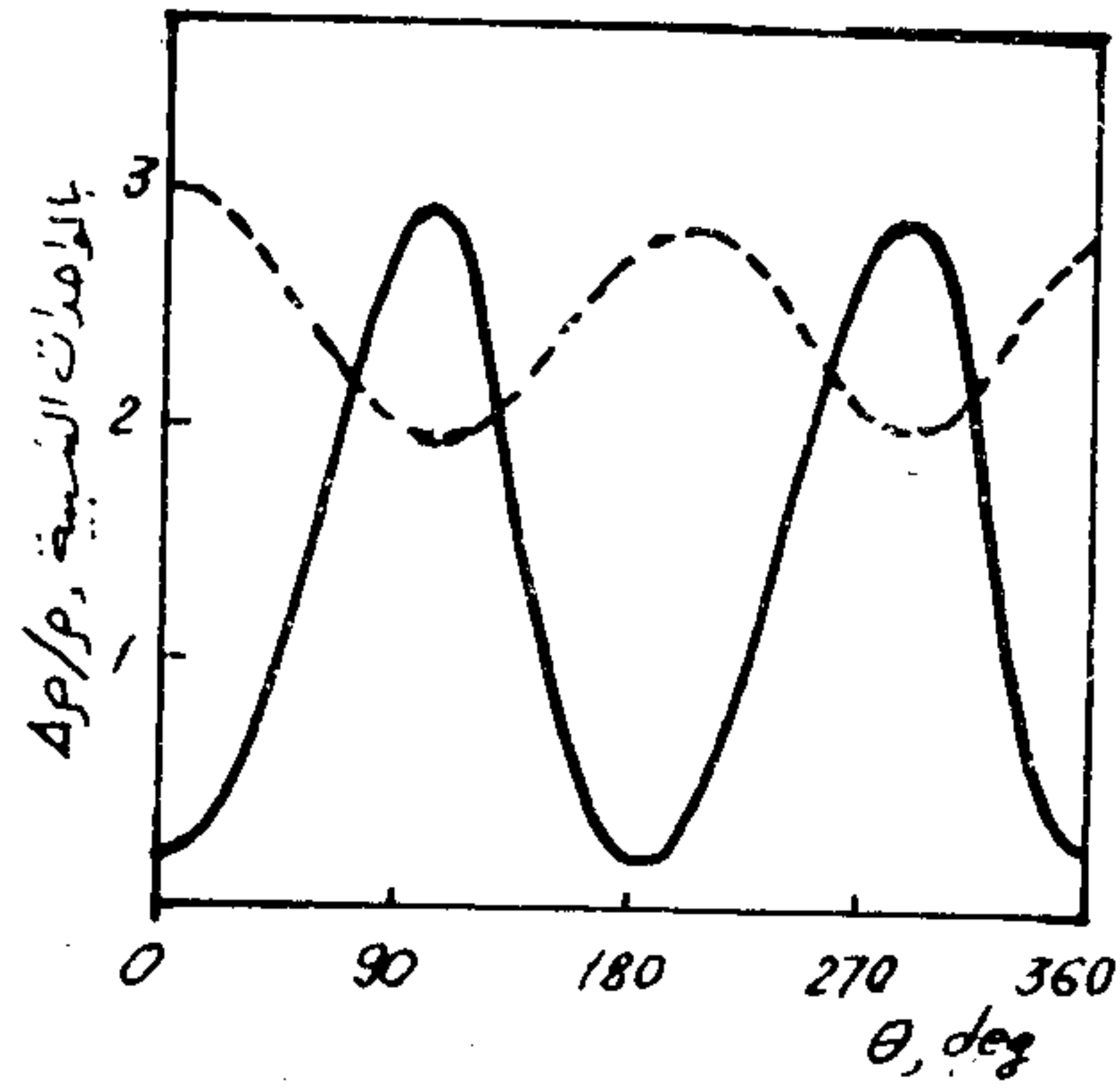
هول في البلورات من النوع  $n$  - و  $p$  - وذلك في المجال الشائبي . واذا قمنا باستقراء هذه القيم في المجال الأكثر ارتفاعا لدرجة الحرارة ، فاننا نستطيع أن نعين  $n_i$  من قيم الناقلية الكهربائية في المجال الذاتي (6.3) . وقد أوردنا على سبيل المثال في الجدول 1.3 قيم  $n_i^2$  (التي تدخل عادة في الصيغ النظرية ) في درجة الحرارة 300 كلفن من أجل بعض أشم الهامة . ويعرض الجدول أيضا قيم المقاومة النوعية الكهربائية  $S_i$  في الدرجة 300 كلفن والقيم التجريبية للثابت  $A$  في الصيغة (6.2) .

المادة	$A^2, \text{cm}^{-6} \cdot \text{K}^{-3}$	$n_i^2, \text{cm}^{-6}$	$S_i, \Omega \cdot \text{cm}$
Ge	$3,10 \cdot 10^{32}$	$5,61 \cdot 10^{26}$	57
Si	$1,5 \cdot 10^{33}$	$1,9 \cdot 10^{20}$	$2,3 \cdot 10^5$
InSb	$2,0 \cdot 10^{29}$	$2,9 \cdot 10^{32}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
GaAs	$1,2 \cdot 10^{29}$	$1,2 \cdot 10^{14}$	$6,4 \cdot 10^7$

الجدول 1,3 التراكيز الذاتية  $n_i$  والمقاومات النوعية  $S_i$  لبعض أشباه الموصلات في درجة الحرارة 300 كلفن .

نشير الى أن مفعول هول والناقلية الكهربائية لاتعتمدان الطريقتان الوحيدتان لتعيين  $n_i$  ، وانما يمكن استعمال قوانين الاحصاء على وجه الخصوص للتعبير عن الثابت  $A$  بدلالة ثوابت عامة معروفة وبدلالة الكتل الفعالة للالكترونات والثقوب . وبالتالي يمكن حساب  $n_i$  اذا علمنا بشكل دقيق قيم الكتل الفعالة وعرض المنطقة الحظورة  $E_g$  . ويبدو أن القيم المحصل عليها ل  $n_i$  باستعمال الطريقة الأخيرة تتطابق الى حد بعيد من أجل أشباه

المغناطيسية الطولية  $\frac{\Delta S_{\parallel}}{S}$  في النموذج المتماثل المناحي ينبغي أن تساوي الصفر ، ذلك لأن قوة لورانز في الحقل المغناطيسي الموازي للسرعة الانسيابية تكون معدومة . ويعرض الشكل 1-18 تابعة  $\frac{\Delta S_{\perp}}{S}$  للزاوية  $\theta$  المحصورة بين اتجاه التيار واتجاه الحقل المغناطيسي في  $Si$  و  $Ge$  . ويبين الشكل المذكور أن المقاومة المغناطيسية الطولية  $\frac{\Delta S_{\parallel}}{S}$  (من أجل  $\theta = 0^\circ$  و



الشكل 1-18 تابعة المقاومة المغناطيسية  $\frac{\Delta S_{\perp}}{S}$  للزاوية  $\theta$  المحصورة بين اتجاه التيار واتجاه الحقل المغناطيسي . الخط المتقطع يخص الجرمانيوم والخط المتصل يخص السيليكون من النوع  $n$  : التيار وفق الاتجاه  $[100]$  والحقل المغناطيسي في المستوي  $[010]$  .

للكتل الفعالة ، وزمن الارتخاء ، ووجود مختلف أنواع الشحنات ، وتابعة زمن الارتخاء للطاقة التي تتجاوز دراستها الآن .

$\theta = 180^\circ$  ) لتساوي الصفر مطلقا ، وإنما تكون من مرتبة  $\frac{\Delta S_{\perp}}{S}$  . إضافة الى ذلك فإن المقدار  $\frac{\Delta S_{\perp}}{S}$  يبدو أكبر بكثير من القيمة المحسوبة من نموذج المناحي المتماثلة . وتوجد اختلافات أخرى أيضا بين التجربة والنظرية البسيطة .

ويظهر ذلك أن نموذج المناحي المتماثلة غير كاف للتفسير الكمي للمقاومة المغناطيسية . تفسر القوانين الملاحظة بشكل جيد بالنظرية الشاملة التي تأخذ بعين الاعتبار اختلاف المناحي

تعديل بعضها ، وعندئذ يمكن أن يكون تركيز الإلكترونات صغيرا ويمكن أن ترتفع المقاومة النوعية  $S_z$  نتيجة لنقصان الحركة بسبب التشتت الشائبي . وبالتالي يكون من الأفضل أن يضاف الى مثل هذه القياسات تعيين الحركة ، التي تنقص في حالة الشوائب المتعادلة عن قيمتها المعهودة نتيجة للتشتت الشائبي الاضافي . توجد ، من جهة أخرى ، بعض الشوائب التي يكون تأثيرها على الناقلية الكهربائية ضعيفا . ونورد كمثال على ذلك ، شائبة الاوكسجين التي يمكن أن تصل نسبتها الذرية المئوية الى بضعة أجزاء من عشرة آلاف في الجرمانيوم والسيليكون دون أن تعكس تأثيرا جوهريا على قيم الناقلية الكهربائية . يتضح مما قيل سابقا أن تأثير الشوائب على الناقلية الكهربائية يتعلق أيضا بمجال درجات الحرارة . وبالتالي نجد أن نفس المادة تبدو نقية جدا في مجال الناقلية الذاتية (درجات حرارة مرتفعة) ، ومشوبة جدا في مجال الناقلية الشائبية (درجات حرارة منخفضة) .

### ز) المقاومة المغناطيسية

لقد رأينا في الفقرة 4 أن تغير المقاومة في الحقل المغناطيسي العرضي  $\frac{\Delta S_{\perp}}{S}$  ينبغي أن يكون في الحقل المغناطيسية الضعيفة متناسبا مع  $B^2$  تقريبا ، وذلك اذا وجد نوع واحد من الحوامل ، وكانت  $m$  و  $\tau$  مستقلتين عن اتجاه الحركة . ونحصل على نفس النتيجة عند وجود أنواع مختلفة من حوامل الشحنة ، ويتحقق ذلك تجريبيا . غير أن العديد من النتائج الأخرى لتلك النظرية المبسطة لا يتفق مع التجربة . فمثلا ، لقد ذكرنا سابقا أن المقاومة

نستخلص أخيرا من المعطيات التجريبية التي استعرضناها النتائج الهامة التالية :

- 1- يتطلب تشكّل الكثرونات الناقلية في أشم طاقة فعّالة معينة خلافا لما هو في المعادن .
- 2- لا تنشأ الناقلية الكهربائية في أشم بفضل الالكثرونات فقط ، وإنما بمساهمة حوامل موجبة أيضا - الثقوب .
- 3- تتمتع أشم بناقلية ذاتية يرد نشوؤها الى خواص الشبكة الأساسية للبلورة ، وبناقلية شائبية ترتبط بالشوائب التي تحويها البلورة .
- 4- يمكن للشوائب ضمن شروط معينة أن تؤثر بشدة على الناقلية الكهربائية لشبه الموصل ، وتصنف مختلف الشوائب في مجموعتين احدهما تولد ناقلية الكثرونية (الموانح) ، والأخرى ناقلية ثقبية (الآخذات) .
- 5- يمكن لحركيات حوامل الشحنة أن تختلف في أشم المختلفة بعدة مراتب ، مما يدل على الاختلاف الشديد في قيم الكتلة الفعالة وزمن الارتخاء .
- 6- يتعلق زمن الارتخاء بطاقة حوامل الشحنة . ويمكن لزمن الارتخاء والكتلة الفعالة أن يتعلقا باتجاه الحركة أيضا .

## الفصل الثاني

### أسس نظرية التمنطق في أشباه الموصلات

#### 1.2 معادلة شريدنغر للبلورة

تتألف المادة الصلبة ، كما هو معروف ، من الذرات أي من النوى ومن الالكثرونات . وتشكل نوى الذرات الشبكة البلورية التي تتمتع بالخاصة الدورية في الفضاء . ولا يؤدي تعميل حقل خارجي كهربائي على البلورة الى تشوهها ، بالرغم من أن نوى الذرات جسيمات مشحونة . وذلك لأن القوى التي تثبت نوى الذرات في أركان الشبكة البلورية ، تكون عادة أكبر بكثير من القوى التي تسببها الحقول الكهربائية الخارجية . ويمكن الالكثرونات البعيدة عن النوى والتي لا تتمتع بقوة ارتباط شديدة أن تتحرك في الجسم الصلب مشكلة التيار الكهربائي . غير أن التفسير الكمي لهذه العملية يُواجه صعوبات جدية . وترتبط هذه الصعوبات بكون الالكثرونات جسيمات مشحونة ، فعندما تتحرك في الجسم الصلب تتبادل التأثير مع الكثرونات الأخرى ، ولوجود قوة تدافع بين الالكثرونات ، تكون حركة الالكثرون متعلقة بحركة الالكثرونات المحيطة به . وبعبارة أخرى لا يقتصر الحل في هذه الحالة على مسألة الكثرون وحيد ، وإنما يطرح الحل بالنسبة لالكثرونات عديدة . وبالتالي ، لكي نعين الحالات المستقرة وطيف الطاقة لجميع نوى الذرات والالكثرونات العديدة جدا ، ينبغي أن نحل معادلة شريدنغر :

$$\hat{H} \Phi = E \Phi \quad (1.1)$$

$U = U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, \vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_N)$   
وتأخذ معادلة شرينديجر باستخدام هذه المركبات للهاملتوني

الشكل التالي:

$$\left\{ \sum_i \left( -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta_i \right) + \sum_\alpha \left( -\frac{\hbar^2}{2M_\alpha} \Delta_\alpha \right) + \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{r_{ij}} + V_0(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_N) + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N) \right\} \Phi = E \Phi \quad (1.2)$$

ان عدد المتحولات المستقلة في المعادلة (1.2) يعينه العدد الكلي للجسيمات في البلورة، أي يوجد حوالي  $10^{23}$  جسيمة في  $1 \text{ سم}^3$  منها. ولا يمكن لمثل هذه المسألة أن تحل في الوقت الراهن بشكلها العام. لذلك تستخدم سلسلة من التقريبات التي تساهم في ايجاد حلول تقريبية لهذه المسألة.

## 2.2 التقريب الكظوم والتقريب التكافوي

نوزع جميع الجسيمات في البلورة الى مجموعتين: خفيفة (الالكترونات) وثقيلة (نوى الذرات). وتكون قيم الطاقة الحركية الوسطية لهده الجسيمات في حالة التوازن من نفس المرتبة. وبما أن كتلة النواة أكبر بكثير من كتلة الالكترون ( $m_0 \ll M_\alpha$ )، فان سرعة حركة الالكترونات أكبر بكثير من سرعة حركة النوى (بمرتبتين تقريبا). ويحدث عمليا من أجل أي تغير لمواقع نوى الذرات تشكيل آني جديد في توزيع الالكترونات يتوافق مع الوضع الجديد للنوى. ويسمح هذا ضمن تقريب أولي، بالنظر الى أن حركة الالكترونات تتم في حقل كامن لنوى ثابتة. وتصبح في هذه الحالة

حيث أن  $\hat{H}$  هاملتوني البلورة، و  $\Phi$  - الدالة الموجية الذاتية للهاملتوني، و  $E$  - طاقة البلورة. تتعلق قيم الدالة الموجية للبلورة باحداثيات جميع الالكترونات  $\vec{r}_i$  واحداثيات جميع النوى  $\vec{R}_\alpha$ :

$$\Phi = \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, \vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_N)$$

يتضمن الهاملتوني المؤثرات التالية:  
(1) مؤثر الطاقة الحركية للالكترونات

$$\sum_i \left( -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta_i \right)$$

حيث أن  $\hbar$  حاصل قسمة ثابت بلانك  $h$  على  $2\pi$  ( $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ )، و  $m_0$  كتلة الالكترون، و  $\Delta_i = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_i^2}$  مؤثر لابلاس الذي يخص الالكترون  $i$ .

(2) مؤثر الطاقة الحركية للنوى

$$\sum_\alpha \left( -\frac{\hbar^2}{2M_\alpha} \Delta_\alpha \right)$$

حيث أن  $M_\alpha$  كتلة النواة،  $\Delta_\alpha = \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_\alpha^2}$

(3) الطاقة الكامنة للتأثيرات المتبادلة بين أزواج الالكترونات

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{r_{ij}}$$

(4) الطاقة الكامنة للتأثيرات المتبادلة بين أزواج النوى

$$V_0(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_N)$$

(5) الطاقة الكامنة للتأثيرات المتبادلة بين الالكترونات والنوى.

استثناء الكتلونات التكافؤ، تشكل جزءا ساكنا (أيونا). وتقتصر المعادلة (2.1) في هذه الحالة الجديدة على وصف الكتلونات التكافؤ التي تتحرك في الحقل الكامن للأيونات الساكنة. وبغض النظر عن التبسيط الحاصل من التقريبات السابقين تبقى المعادلة (2.1) غير ممكنة الحل بشكلها العام، ويبقى التعامل - كما هو الحال سابقا - مع مسألة جسيمات عديدة لاتخضع لحل مباشر.

### 3.2 التقريب أحادي الكتلون (أو تقريب الكتلون الممثل).

تعتبر طريقة هارتر فوك واحدة من الطرق الأكثر انتشارا لحل مسألة الكتلونات العديدة في البلورة. وتسمح هذه الطريقة بإرجاع مسألة الكتلونات العديدة الى مسألة الكتلون الوحيد (الكتلون الممثل). وتتلخص فكرتها، باستبدال طاقة التأثير المتبادل لأزواج الكتلونات بطاقة التأثير المتبادل للكتلون. ويبد مع الحقل المتوسط لجميع الكتلونات المتبقية. لنفرض أن الطاقة الكامنة للكتلون ذي الترتيب  $i$  تساوي  $\epsilon_i$  في ذلك الحقل. تتعلق هذه الطاقة بحركة جميع الكتلونات المتبقية، بالإضافة الى حركة الكتلون  $i$  بحد ذاته، ذلك لأن حركته تبدي تأثيرا على حركة بقية الكتلونات. وبما أن الحقل لا يحدد فقط حركة الكتلون، وإنما يتعلق بحد ذاته بحركة الكتلون، فإن هذا الحقل يدعي "بذاتي التوافق". ويسمح ادخال مفهوم الحقل ذاتي التوافق باستبدال المجموع المضاعف  $\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{r_{ij}}$  في المعادلة (2.1) بالمجموع  $\sum \epsilon_i(\vec{r}_i)$ ، الذي يتعلق كل حد منه بأحداثيات الكتلون وحيد (الكتلون الممثل)، أي أن:

الدالة الموجية وطاقة الكتلونات دوالا متغيرة كظوميا بتغير مواضع النوى، وتتدخل أحداثيات النوى في تلك الدوال كوسط (بارامترات). وبالمقابل، لا ينبغي عند دراسة حركة النوى أن نأخذ الوضع اللحظي للكتلونات، وإنما الحقل الذي يشكلها وتوزعها الفضائي الوسطي. ويدعى مثل هذا التقريب بالتقريب الكظومي أو "تقريب بورن".

ويستخدم تقريب أقل دقة، وذلك بافتراض النوى ثابتة، تعتبر في هذه الحالة أحداثيات النوى  $\vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N$  قيمًا متحولة وإنما وسطاء  $R_{10}, \dots, R_{N0}$  يمثلون أحداثيات أركان الشبكة البلورية. وتصبح في حالة النوى الساكنة ( $R_{\alpha} = R_{\alpha 0}$ ) الطاقة الحركية للنوى معدومة، وتأخذ طاقة تأثيرها المتبادل  $V_0$  قيمة ثابتة. ويمكن أن نجعل هذه القيمة معدومة باختيار مبدأ قياس الطاقة. وإذا أخذنا ماتقدم بعين الاعتبار، فإن المعادلة (1.2) تُبسّط، وتصبح واصفة لحركة الكتلونات في حقل النوى الساكنة. وتتعلق طاقة الكتلونات  $E_e$  ودالتها الموجية  $\psi_e$ ، في هذه الحالة، وسيطيا بمواضع النوى  $R_{\alpha 0}$ . وبالنتيجة تكتب معادلة شريدنغر من أجل الكتلونات المتحركة في حقل نوى ساكنة، بالشكل:

$$\left\{ \sum_i \left( -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta_i \right) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{r_{ij}} + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n; R_{10}, \dots, R_{N0}) \right\} \psi_e = E_e \psi_e \quad (2.1)$$

لكي نتابع اختصار عدد المتحولات في المعادلة (2.1) نستخدم التقريب التكافؤي. نقبل بأن نواة الذرة وجميع الكتلوناتها

الهاملتونيات (3.5) التي يتعلق كل منها باحداثيات جسيمة وحيدة . ويمكن في هذه الحالة تمثيل الدالة الموجية لجسيمة الجسيمات على شكل جداء دوال موجية تصف حالة الجسيمات المنفصلة للجسيمة :

$$\Psi_e (r_1, r_2, \dots) = \Psi_1(r_1) \cdot \Psi_2(r_2) \dots = \prod \Psi_i(r_i) \quad (3.6)$$

وهذا يعني، أن الالكترونات تتصرف بشكل مستقل كل عن الآخر (كما لو أنه لا يوجد تأثير متبادل) ، وتساوي الطاقة الكلية لجسيمة الجسيمات مجموع طاقات الالكترونات المنفصلة :

$$E_e = E_1 + E_2 + \dots = \sum_i E_i \quad (3.7)$$

"وهكذا ، فإن ادخال مفهوم الحقل ذاتي التوافق يسمح بدراسة الالكترونات في البلورة على أنها جسيمات لا تتبادل التأثير، أي أنها تتحرك مستقلة عن بعضها البعض" . ويعد ماتقدم الأساس الذي يقوم عليه تصور الكترونات التوصيل بمثابة غاز مثالي .  
نرمز بـ  $\prod \Psi_i(z_i)$  الى جداء جميع الدوال الموجية ماعدا  $\Psi_j$  .  
يكون عندئذ

$$[\prod \Psi_{i(1)}] \Psi_1 = [\prod \Psi_{i(2)}] \Psi_2 = \dots = \prod \Psi_i \quad (3.8)$$

إذا اعتبرنا أن المؤثر  $\hat{H}_i$  يؤثر فقط على الدالة الموجية  $\Psi_i$  ، فإننا نحصل اعتماداً على المعادلات (3.4) ، (3.6) و (3.8) على :

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{r_{ij}} = \sum_i \mathcal{V}_i(r_i) \quad (3.1)$$

ويكون  $\mathcal{V}_i(r_i)$  في هذه الحالة ممثلاً للطاقة الكامنة للالكترون  $i$  في حقل جميع الالكترونات المتبقية . ويمكن بشكل مشابه ، تمثيل الطاقة الكامنة للتأثير المتبادل بين الالكترونات والنوى أيضاً على شكل مجموع :

$$U(r_1, r_2, \dots) = \sum_i U_i(r_i) \quad (3.2)$$

حيث أن  $U_i(r_i)$  هي الطاقة الكامنة للالكترون  $i$  في حقل جميع النوى .

وتتحول المعادلة (2.1) بإدخال (3.1) و (3.2) الى :

$$\left\{ \sum_i \left[ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta_i + \mathcal{V}_i(r_i) + U_i(r_i) \right] \right\} \Psi_e = E_e \Psi_e \quad (3.3)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة بالشكل

$$\hat{H} \Psi_e = \left( \sum_i \hat{H}_i \right) \Psi_e = E_e \Psi_e \quad (3.4)$$

حيث أن  $\hat{H}_i$  هو هاميلتوني الالكترون  $i$  ، ويساوي :

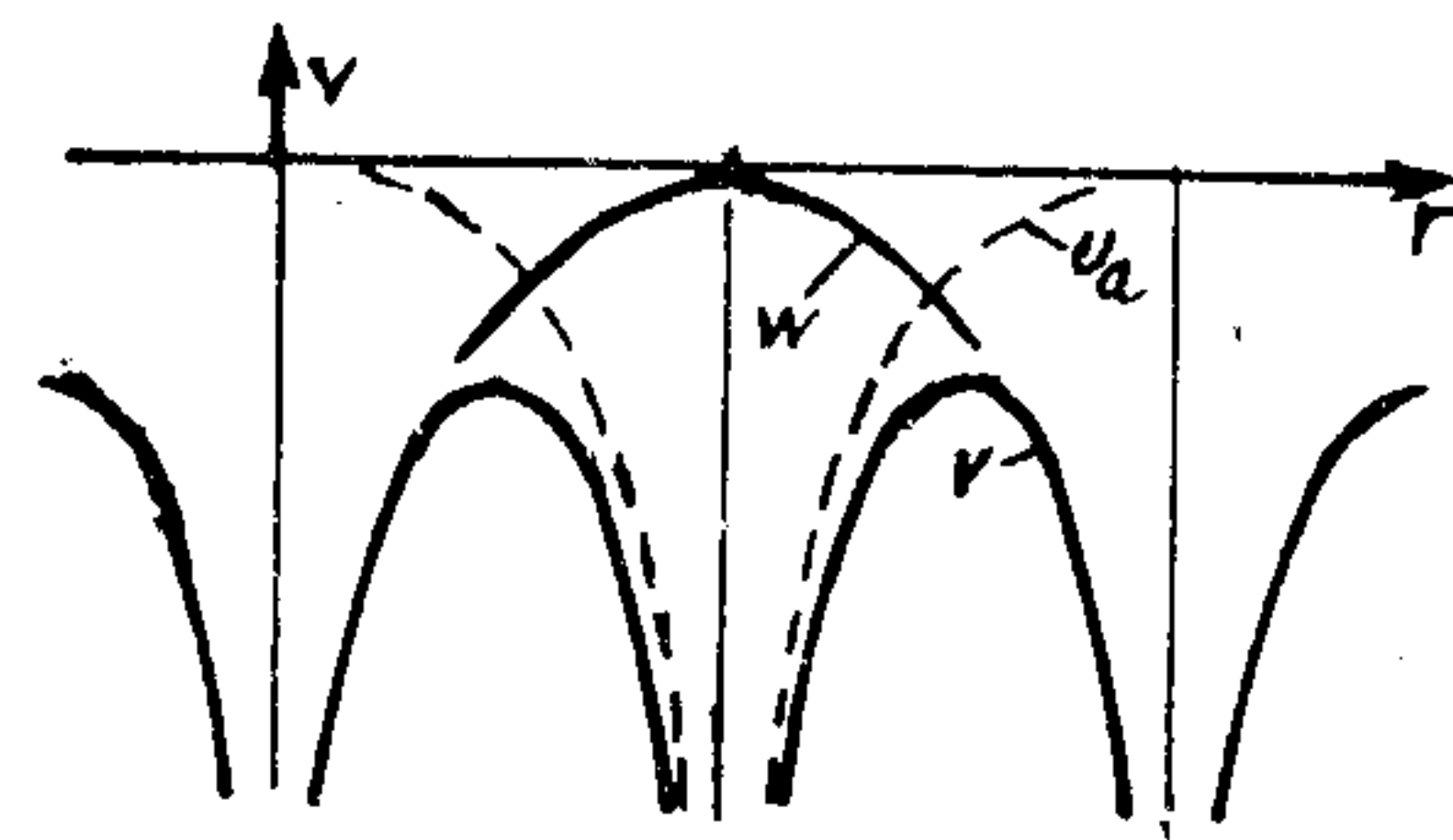
$$\hat{H}_i = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta_i + \mathcal{V}_i(r_i) + U_i(r_i) \quad (3.5)$$

ينتج عن العلاقة (3.4) ، أن هاميلتوني البلورة يعد مجموع

ان معادلة شريدنجر للالكترون الممثل في البلورة تكتب بالشكل

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta + V(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (3.14)$$

يوجد عدة طرق مختلفة لحل مسألة الالكترون الممثل ، وذلك بالانتيار المنطقي لشكل الدالة  $\Psi(\vec{r})$  . ويستعمل غالبا من أجل حالة الالكترون الواقع في الحقل الكموني لجميع ايونات البلورة التي تكون شحنتها معدلة بشكل وسطي بشحنة الكترونات الشافو ، أي في حقل كموني دوري . وبعبارة أخرى ، نقبل بأن الحد  $V(\vec{r})$  في المعادلتين (3.13) و (3.14) يمثل الكمون الكلي للبلورة ، ويملك دورية الشبكة ثلاثية البعد . ويعرض الشكل (2-1)



السورة الكيفية للكمون  $V(\vec{r})$  من أجل شبكة احادية البعد ، مثل منحنيات الخطوط المتقطعة كمون الذرة المعزولة .  $U_a(\vec{r})$

تكون الذرات في البلورة المتتالية متوضعة دوريا في الفضاء . ويعني هذا الشكل المتوضع ، أن ازاحة البلورة الشعاع  $\vec{a}_n$  :

$$\vec{a}_n = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3 \quad (3.15)$$

حيث أن  $\vec{a}_1$  ،  $\vec{a}_2$  ،  $\vec{a}_3$  هي أدوار المطابقة للشبكة في ثلاثة اتجاهات كيفية ، و  $n_1$  ،  $n_2$  ،  $n_3$  أعداد كيفية صحيحة ، تؤدي

$$[\prod \Psi_{i(1)}] \hat{H}_1 \Psi_1 + [\prod \Psi_{i(2)}] \hat{H}_2 \Psi_2 + \dots = E_e \prod \Psi_i \quad (3.9)$$

نقوم بتقسيم جزأي المعادلة (3.9) على  $\prod \Psi_i$  ، ونأخذ بعين الاعتبار العلاقة (3.7) ، فنحصل على :

$$\frac{1}{\Psi_1} \hat{H}_1 \Psi_1 + \frac{1}{\Psi_2} \hat{H}_2 \Psi_2 + \dots = E_1 + E_2 + \dots \quad (3.10)$$

ان كل حد من الجزء الأيسر للمعادلة (3.10) يتعلق باحداثيات الكترون وحيد فقط ، وبالتالي فان هذه المعادلات تكافؤ المجموعة التالية للمعادلات احادية الالكترون :

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_1 \Psi_1 &= E_1 \Psi_1 \\ \hat{H}_2 \Psi_2 &= E_2 \Psi_2 \\ &\vdots \\ &= \vdots \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

وهكذا ، فان ادخال الحقل ذاتي التكافؤ يسمح باعادة مسألة الجسيمات العديدة الى مسألة احادية الالكترون :

$$\hat{H} \Psi = E \Psi \quad (3.12)$$

حيث أن  $\hat{H}$  ،  $\Psi(\vec{r})$  ،  $E$  تمثيل الهاملتوني والدالة الموجية والطاقة على الترتيب للالكترون في البلورة .

اذا استخدمنا الدالة  $V(\vec{r})$  للتعبير عن الطاقة الكامنة

للاكترون في البلورة ، حيث أن

$$V(\vec{r}) = U(\vec{r}) + \mathcal{Z}(\vec{r}) \quad (3.13)$$

$$\psi(\vec{r} + \vec{a}_n) = e^{i\vec{k}\vec{a}_n} \psi(\vec{r}) \quad (3.20)$$

$$\psi(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{a}_n} \psi(\vec{r} + \vec{a}_n) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \cdot U_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (3.21) \quad \text{ومنه}$$

$$U_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}(\vec{r} + \vec{a}_n)} \cdot \psi(\vec{r} + \vec{a}_n) \quad (3.22) \quad \text{حيث أن}$$

وتتمتع الدالة الدورية  $U_{\vec{k}}(\vec{r})$  بالدورية ثلاثية البعد للشبكة البلورية، ذلك لأنه يمكن أن نكتب وفقاً لـ (3.20) و (3.22)

$$\begin{aligned} U_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_p) &= e^{-i\vec{k}(\vec{r} + \vec{a}_p + \vec{a}_n)} \cdot \psi(\vec{r} + \vec{a}_p + \vec{a}_n) \\ &= e^{-i\vec{k}(\vec{r} + \vec{a}_n + \vec{a}_p)} \cdot e^{i\vec{k}\vec{a}_p} \cdot \psi(\vec{r} + \vec{a}_n) \\ &= e^{-i\vec{k}(\vec{r} + \vec{a}_n)} \cdot \psi(\vec{r} + \vec{a}_n) = U_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (3.23) \end{aligned}$$

وهكذا فإن الدالة الموجية المستقرة للإلكترون في الحقل الدوري للبلورة تتعلق بالشعاع الموجي  $\vec{k}$ ، وتملك الشكل:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \cdot U_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (3.24)$$

حيث أن  $e^{i\vec{k}\vec{r}}$  تعد موجة مستوية راقضة في اتجاه الشعاع  $\vec{k}$ ، و  $U_{\vec{k}}(\vec{r})$  دالة ما للاحداثيات تتعلق بالشعاع الموجي  $\vec{k}$ ، وتملك نفس دورية الشبكة. وتدعى العبارة (3.24) لـ  $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$  بموجة (دالة) بلوخ.

إذا عوضنا دالة بلوخ (3.24) في المعادلة (3.12) نحصل

الى انطباق البلورة على نفسها. وينتج عن ذلك أن النقطة المالكة لنصف القطر الشعاعي  $\vec{r}$  والنقطة المالكة لنصف القطر الشعاعي  $\vec{r} + \vec{a}_n$  متكافئتان فيزيائياً، وبالتالي:

$$V(\vec{r} + \vec{a}_n) = V(\vec{r}) \quad (3.16)$$

وتعتبر العلاقة (3.16) عن شرط دورية الحقل الكموني في البلورة. وإذا كانت الدالة الموجية للإلكترون  $\psi(\vec{r})$  فطرية في الحقل الدوري للبلورة، فإنها تختلف عن الدالة الموجية  $\psi(\vec{r} + \vec{a}_n)$  فقط بمضروب ثابت، أي أن:

$$\psi(\vec{r} + \vec{a}_n) = C \psi(\vec{r}) \quad (3.17)$$

ولكن نتيجة لشرط التقنينية (Normalisation) للدالة الموجية يكون:

$$|C|^2 = 1 \quad (2.18)$$

وبالتالي يمكن أن نفترض

$$C = e^{i\vec{k}\vec{a}_n} \quad (3.19)$$

$$|C|^2 = |e^{i\vec{k}\vec{a}_n}|^2 = |\cos \vec{k}\vec{a}_n + i \sin \vec{k}\vec{a}_n|^2 = \cos^2 \vec{k}\vec{a}_n + \sin^2 \vec{k}\vec{a}_n = 1 \quad \text{ذلك لأن}$$

حيث أن  $\vec{k}$  شعاع ثابت، يميز الحالة الكوانتية للإلكترون في البلورة، ويدعى بالشعاع الموجي. وبما أن الجداء  $(\vec{k}\vec{a}_n)$  يجب أن يكون بدون أبعاد، فإن  $\vec{k}$  يملك قياساً لمقلوب البعد  $(\text{cm}^{-1})$ ، ويساوي عددياً  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

ينتج عن المعادلتين (3.17) و (3.19) أن



ينص أحد قوانين الفيزياء على أن حالة التوازن المستقر التي يمكن أن تبقى فيها الجملة طويلا ، توافق حالة الطاقة الكامنة الصغرى . انطلاقا من هذا الاعتبار ، فإن الالكترونات في الذرة ينبغي أن تقع في أصغر حالة طاقة ممكنة . أي في تلك السويات الطاقة التي تكون أقرب ما يمكن الى النواة . غير أن قوانين الميكانيك الكوانتي تضيف الى ذلك تحديدا صاغه باولي . ويقول مبدأ باولي بأن السوية الطاقة الواحدة لا يمكن أن تستوعب أكثر من الكترونين . وينبغي أن يملك الالكترونان في هذه الحالة سبنيين متعاكسين بالاتجاه .

ندرس الآن التغييرات التي تطرأ على السويات الطاقة ، عندما يتبادل التأثير عدد كبير من الذرات المشكلة للبلورة . ان سويات الطاقة للالكترونات الداخلية المتموضعة الى جوار النواة لاتعاني أي تغيير تقريبا . ويمكن التحقق من ذلك بمراقبة هياث طيوف الأشعة السينية المميزة ، حيث يلاحظ أنها لاتتعلق بالحالة المنفصلة أو المتحدة لذرات المادة . غير أن الطيف الضوئي المرتبط بانتقال الكترونات التكافؤ الخارجية يتغير بشكل .

إذا اعتبرنا أن الطاقة الحركية للالكترونات أكبر بكثير من التغييرات المكانية لطاقتها الكامنة ، فإن الكمون الدوري  $V(\vec{r})$  يمكن النظر اليه كاثارة صغيرة للحركة الحرة للالكترونات . ويدعى مثل هذا المدخل للدراسة "بتقريب الالكترونات شبه الحرة" ويعطي نتائج مرضية أحيانا أثناء حل بعض المسائل للمعادن . ان تحليل الخواص الفيزيائية لأشياء الموصلات يكون أكثر ملاءمة في حالة تقريب الالكترونات شديدة الارتباط ، ويعتبر هذا النموذج حالة الالكترون في البلورة مختلفة قليلا عن حالته في

$$\hat{H} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = E \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (3.25)$$

ينتج عن المعادلة (3.25) أن طاقة الالكترون في البلورة ينبغي أن تتعلق بالشعاع الموجي  $\vec{k}$  ، أي أن  $E = E(\vec{k})$  . وبالتالي ، فإن حل معادلة شريدنغر للالكترون في الحقل الدوري للبلورة يعد موجة مستوية راجزة مكيفة وفق دورية الشبكة ، وتتعلق طاقة الالكترون بالشعاع الموجي .

إذا كانت النتائج الحاصلة اعتمادا على ادخال مفهوم الحقل ذاتي التوافق تتعلق بالقيم العددية لكمون الحقل الدوري  $V(\vec{r})$  ، فإن الاعتقاد السائد في الوقت الراهن يقول بعدم امكانية قيام مثل تلك النظرية للأجسام الصلبة ، ذلك لأن تلك الحقول غير معروفة نظريا أو تجريبيا . ولكن الحصول على النتائج الأساسية للنظرية لايتطلب بالضرورة معرفة القيم العددية لحقول القوى ، وانما يكون كافيا معرفة أن ذلك الحقل دوري في الفضاء وأدوار ه تطابق أدوار الشبكة .

#### 4.2 . تقريب الالكترونات شديدة الارتباط

يعطي الميكانيك الكوانتي عند وصف حركة الالكترون في الحقل الدوري للشبكة البلورية نتائجها يكون من المناسب مقارنتها مع النتائج التي يعطيها من أجل الذرة المعزولة . ومن المعروف أن طيف الأشعاع للذرة الحرة يُعدّ طاقم من الخطوط المنفصلة المميزة (طيفا متقطعا) . ويفسر ذلك استنادا الى النظرية الكوانتية ، بأن الالكترونات في الذرة المعزولة تملك قيمة منفصلة ومحددة للطاقة .

الذي يكون

$$\psi(\vec{r}) = \sum_g e^{i\vec{k}\vec{R}_g} \cdot \psi_g(\vec{r} - \vec{R}_g) \quad (4.4)$$

ان اختيار الدالة الموجية للالكترون في البلورة على الشكل (4.4) يعد قانونيا تماما . وبما أن الدالة الموجية تتناقص اسما على مسافات بعيدة  $(\psi_g \sim \exp(-\frac{r-R_g}{r_a}))$  ، حيث أن  $r_a$  ثابت له بعد طولي ) ، فان هذه الدالة تكون الى جوار الركن  $g$  للشبكة على الشكل

$$\psi(\vec{r}) \approx \text{const} + \psi_g(\vec{r} - \vec{R}_g) \quad (4.5)$$

اذك لأن  $R_g$  ثابت تقريبا الى جوار الركن ) ، أي أنها تتصرف كالدالة الموجية الذرية للركن  $g$  .  
نعوض العبارة (4.2) في معادلة شرينغر (3.12) للالكترون في البلورة ، فنحصل نتيجة لذلك على

$$\sum_g a_g (\hat{H} \psi_g - E \psi_g) = 0 \quad (4.6)$$

اذا كان  $V(\vec{r})$  يمثل الطاقة الكامنة للالكترون في البلورة فان هاميلتوني البلورة يعطى بالعلاقة :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta + V(\vec{r}) \quad (4.7)$$

لكي نجد القيم الذاتية لطاقة الالكترون  $E$  في البلورة ، ينبغي أن نعتبر عند حل المعادلة (4.6) أن الطيف الطاقي

الذرة المعزولة . غير أن هذا المدخل للدراسة يخص فقط الإلكترونات التي تتمتع بسويات طاقة عميقة في الذرات ، أي يطبق على الإلكترونات التي تكون تأثيراتها المتبادلة مع ذرات الأركان الأخرى في الشبكة ضعيفة . وبالتالي فان نموذج الإلكترونات ضعيفة الارتباط أو نموذج تقريب الإلكترونات شديدة الارتباط لا يسمحان بتفسير كمي لحالة الإلكترونات التكافؤ . وبعبارة أخرى ، لا يمكن استخدام هذين التقريبيين في الحسابات الكمية لطيف الطاقة للإلكترونات مادة معينة ، غير أنهما يصوران بشكل جيد القوانين العامة لحركة الإلكترون في الحقل الدوري للبلورة .

نفرض أن  $\vec{r}$  نصف القطر الشعاعي الآني للنقطة المعنية ، و  $\vec{R}_g$  نصف القطر الشعاعي للركن  $g$  من الشبكة البلورية ، يكون عندئذ  $\vec{r} - \vec{R}_g$  المسافة بين النقطة المعنية  $\vec{r}$  والنواة  $g$  ، وتأخذ الدالة الموجية للالكترون في الذرة  $g$  الشكل :

$$\psi_g = \psi_g(\vec{r} - \vec{R}_g) \quad (4.1)$$

وتعتبر في نموذج تقريب الإلكترونات شديدة الارتباط حالة الإلكترون في ذرة البلورة مختلفة قليلا عن حالته في الذرة المعزولة . وبالتالي يمكن تقديم الدالة الموجية للالكترون في البلورة على شكل تركيب خطي للدوال الموجية الذرية (4.1) :

$$\psi(\vec{r}) = \sum_g a_g \psi_g \quad (4.2)$$

ولكي تملك العبارة (4.2) للدالة  $\psi(\vec{r})$  شكل دالة بلوخ (3.24) ، ينبغي أن نفرض أن :

$$a_g = e^{i\vec{k}\vec{R}_g} \quad (4.3)$$

نضرب المعادلة (4.13) بالمرافق العقدي  $\psi_{g'}^*$  للدالة  $\psi_g$  ونكامل وفق حجم البلورة ككل  $\tau$  فنجد :

$$\sum_g a_g \left\{ \int_{\tau} \psi_g w(\vec{r}) \cdot \psi_{g'}^* d\tau + (E_g - E) \cdot \int_{\tau} \psi_g \psi_{g'}^* d\tau \right\} = 0 \quad (4.14)$$

(  $\psi_{g'}^*$  - المرافق العقدي للدالة الموجية للإلكترون في البلورة المعزولة  $g'$  ) .  
ندخل الرمز

$$\int_{\tau} \psi_g w(\vec{r}) \psi_{g'}^* d\tau = A(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \quad (4.15)$$

ويمثل هذا الأخير التكامل التبادلي (أو تكامل الحمل) الذي يتعلق بالدوال الموجية للذرات وبطاقة الاشارة  $w(\vec{r})$  ، ويعين الطاقة التبادلية للتأثير المتبادل . وندخل أيضا الرمز

$$\int_{\tau} \psi_g \psi_{g'}^* d\tau = S(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \quad (4.16)$$

ويتعلق هذا التكامل بتغطية الدوال الموجية فقط للذرات، ويدعى بتكامل التغطية .

يمكن كتابة العلاقة (4.14) باستخدام (4.3) ، (4.15) و

$$\sum_g A(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{R}_g} + (E_a - E) \sum_g S(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{R}_g} = 0 \quad (4.17)$$

نضرب العبارة الحاصلة بـ  $e^{-i\vec{k}\vec{R}_{g'}}$  ، وهذا ممكن لأن المجموع في

للذرة المعزولة معلوماً . لنرمز لهاملتوني الذرة المعزولة بـ  $\hat{H}_a$

$$\hat{H}_a = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta - U_a(\vec{r}) \quad (4.8)$$

تكتب عندئذ معادلة شرينغر لهذه الذرة بالشكل

$$\hat{H}_a \psi_a = E_a \psi_a \quad (4.9)$$

ويكون في الصيغ السابقة  $U_a(\vec{r})$  ممثلاً للطاقة الكامنة للإلكترون في الذرة المعزولة ، و  $E_a$  طاقة سوية ماء و  $\psi_a$  الدالة الموجية الموافقة للسوية  $E_a$  .

نحصل بطرح (4.8) من (4.7) على :

$$\hat{H} = \hat{H}_a + w(\vec{r}) \quad (4.10)$$

حيث أن

$$w(\vec{r}) = v(\vec{r}) - U_a(\vec{r}) \quad (4.11)$$

تعني طاقة الاشارة للإلكترون في البلورة بالمقارنة مع طاقته في الذرة المعزولة (الشكل 1-2) .

تأخذ معادلة شرينغر (4.6) باستخدام العلاقة (4.10) الشكل

$$\sum_g a_g \{ \hat{H}_g \psi_g + w(\vec{r}) \psi_g - E \psi_g \} = 0 \quad (4.12)$$

وإذا أخذنا بالحسبان المساواة (4.9) ، فإن العبارة السابق تأخذ الشكل

$$\sum_g a_g \{ w(\vec{r}) \psi_g + (E_a - E) \psi_g \} = 0 \quad (4.13)$$

هذا الفرض مبرهنا. في نموذج تقريب الالكترونات شديدة الارتباط. وتسعى جميع الحدود في مخرج العبارة السابقة الى الصفر ، ماعدا الحد الموافق ل  $q = 0$  ، حيث يأخذ القيمة 1 وذلك ناتج عن شرط تقنين الدوال الموجية الذرية ، أي أن

$$S(\vec{q}) = \begin{cases} 1 & \text{if } q = 0 \\ 0 & \text{if } q \neq 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

وينتج عن ذلك أن

$$\sum_{\vec{q}} S(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}} = 1 \quad (4.23)$$

ويكون الحد الأول من المجموع في صورة الكسر (4.21) من أجل  $q = 0$  مساويا  $C$  :

$$A(0) = \int_{\tau} \psi_0(\vec{r}) w(\vec{r}) \psi_0^*(\vec{r}) d\tau = \int_{\tau} |\psi_0|^2 w(\vec{r}) d\tau = C \quad (4.24)$$

حيث أن  $C$  هي قيمة ثابتة لاتتعلق ب  $\vec{k}$  .

وبالرغم من اهمالنا لتغطية الدوال الموجية للذرات المتجاورة الا ان القيمة الصغيرة للدالة الموجية للذرة الى جوار الركن الصفري تعوض جزئيا بالفرق الكبير  $U(\vec{r}) = V(\vec{r}) - U_0$  في ذلك المجال (انظر الشكل 2-1) . وبالتالي ينبغي ان نحسب في المجموع الموجود في صورة الكسر (4.21) قيم التكاملات التبادلية في الأركان المتجاورة ذات القيم  $q \neq 0$  التي تقع الى جوار الركن  $q_0$  (الشكل 2.2) .

اذا وافقت الدالة الموجية الحالة  $S$  ، فان هذه التكاملات

(4.17) يتم فقط بتحول  $q$  ، أما  $q'$  فهي ثابتة . يكون عندئذ :

$$\sum_{\vec{q}} A(\vec{R}_q - \vec{R}_{q'}) \cdot e^{i\vec{k}(\vec{R}_q - \vec{R}_{q'})} + (E_q - E) \sum_{\vec{q}} S(\vec{R}_q - \vec{R}_{q'}) \cdot e^{i\vec{k}(\vec{R}_q - \vec{R}_{q'})} = 0 \quad (4.18)$$

نُبسط العبارة (4.18) بإدخال الشعاع  $\vec{q}$  الواصل بين الذرتين  $q$  و  $q'$  :

$$\vec{q} = \vec{R}_q - \vec{R}_{q'} \quad (4.19)$$

فنحصل على

$$\sum_{\vec{q}} A(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}} + (E_q - E) \sum_{\vec{q}} S(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}} = 0 \quad (4.20)$$

وتنتج عن المعادلة الأخيرة عبارة القيم الذاتية لطاقة الالكترونات في البلورة :

$$E = E_q + \frac{\sum_{\vec{q}} A(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}}}{\sum_{\vec{q}} S(\vec{q}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{q}}} \quad (4.21)$$

ينتج عن المساواة (4.21) " أن طاقة الالكترون في البلورة تتألف من مجموع طاقته في السوية الموافقة في الذرة المعزولة مع حد اضافي يعتبر دالة دورية للشعاع الموجي  $\vec{k}$  . وبالتالي تمك الالكترونات في البلورة الى جانب السوية الذرية الوحيدة منطقة طاقة ، تعين حدودها بالقيم العظمى والصغرى للحاصل الثاني في الطرف الأيمن للعلاقة (4.21) !"

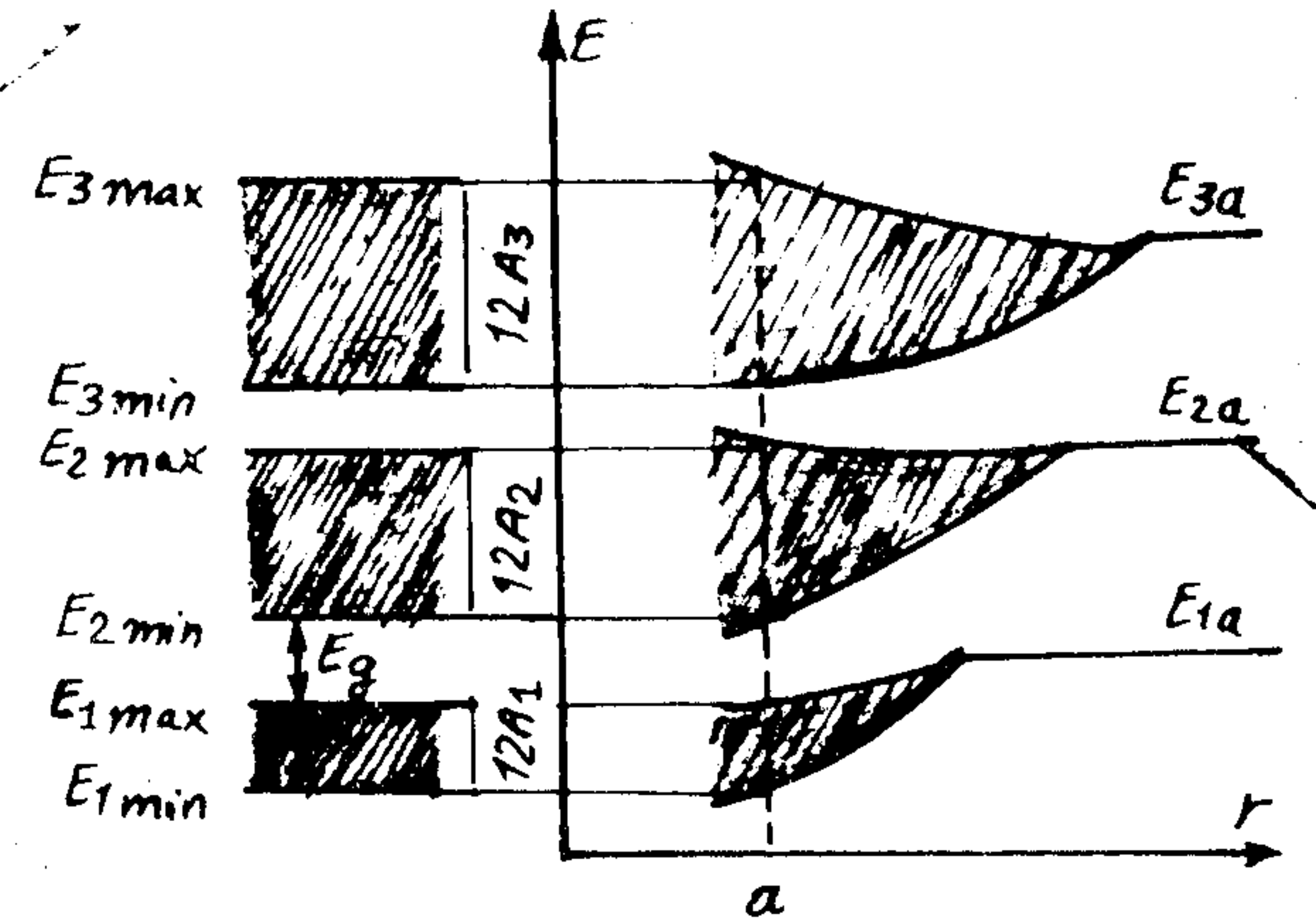
ندرس بالتفصيل الحد الاضافي في (4.21) . نعتبر من أجل تبسيط المسألة أن الدوال الموجية الذرية تتناقص بسرعة كبيرة ويمكن اهمال تغطيتها حتى من أجل الذرات المتجاورة . ويُعَدُّ

$$E = E_a + C + 2A(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (4.27)$$

يسمح تحليل العبارة (4.27) باستخلاص مجموعة من النتائج التي تخص الطيف الطاقي للالكترونات في البلورة :

(1) تتزاح السوية  $E_a$  للذرة المعزولة عند تشكل الشبكة البلورية بالقيمة  $C$  ، وذلك نتيجة للتأثير المتبادل بين الذرات . ويكون اتجاه الازاحة للسوية متعلقا باشارة  $C$  .

(2) تتوسع السوية الذرية في الشبكة البلورية لتشكل نطاقا أو منطقة ، تتعلق طاقة الالكترون في داخلها دوريا بمركبات الشعاع



الشكل 2-3 تشكل المناطق الطاقية من السويات الطاقية عند اقتراب الذرات .  $a$  - ثابت الشبكة البلورية .

الموجي  $\vec{k}$  .

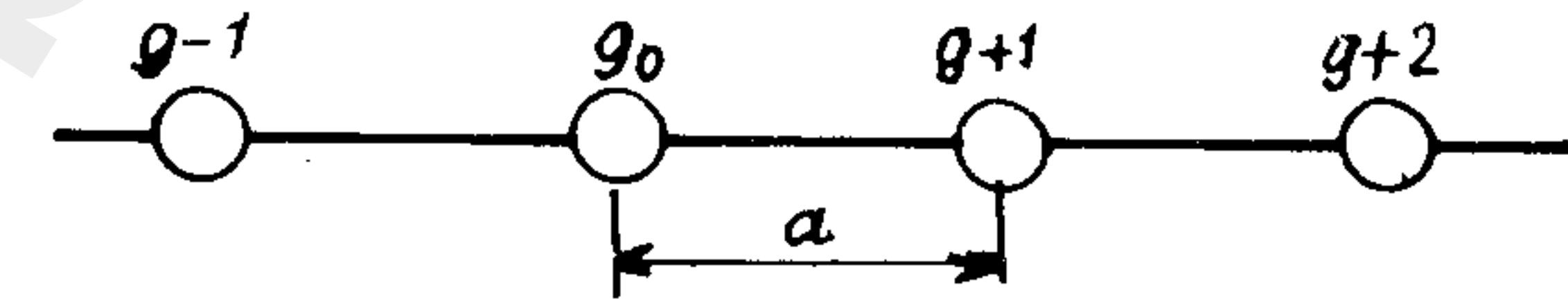
(1) تأخذ العبارة (4.27) قيما حدية من أجل  $\cos k_i a = \pm 1$  ، حيث أن  $(i = x, y, z)$  :

$$E_{max} = E_a + C + 6A \quad , \quad E_{min} = E_a + C - 6A$$

التبادلية تكون نفسها من أجل جميع الذرات . لنفرض أن قيمته هذا التكامل التبادلي تساوي  $A$  ، تأخذ عندئذ عبارة الطاقة للالكترون في الحقل الدوري للبلورة (4.21) باستعمال (4.23) الشكل (4.24) :

$$E = E_a + C + A \sum_g e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_g} \quad (4.25)$$

تكون كل ذرة في الشبكات المكعبية البسيطة محاطة بست ذرات تقع أقرب ما يمكن إليها . اذا وجهنا المحاور  $x, y, z$  ،



الشكل 2-2 الرسم التخطيطي لشبكة وحيدة البعد .

وفق حروف المكعب ، فان الأركان المجاورة للركن  $g=0$  تقع

على المسافات  $g=+a$  و  $g=-a$  ، وبالتالي

$$\sum_{g_0} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_g} = e^{i k_x a} + e^{-i k_x a} + e^{i k_y a} + e^{-i k_y a} + e^{i k_z a} + e^{-i k_z a} = 2(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (4.26)$$

ذلك لأن  $e^{-i k a} = \cos k a - i \sin k a$  ، و  $e^{i k a} = \cos k a + i \sin k a$  . وبالتالي تأخذ عبارة طاقة الالكترون في الحقل الدوري لشبكة مكعبية بسيطة ، باستخدام العلاقة (4.26) ، الشكل :

وبالتالي يكون عرض المنطقة الطاقية في الشبكة المكعبية البسيطة مساويا :

$$E_{max} - E_{min} = 12A \quad (4.28)$$

أي أنه يتعلق بقيمة التكامل التبادلي .

(4) تتوسع كل سوية طاقية للذرة المعزولة عندما تدخل في تشكيل البلورة ، لتشغل منطقة طاقية . وبما أن قيمة التكامل التبادلي تعين بمقدار تغطية السحب الالكترونية للذرات المتجاورة ، فإن قيمة  $A$  تزداد بازدياد التغطية في الدوال الموجية للذرات ، وبالتالي يزداد عرض المنطقة . وبحكم ذلك فإن السويات الذرية العليا تتحول الى مناطق أكثر عرضا ، لازدياد التغطية في الدوال الموجية (الشكل 2-3) .

(5) تكون المناطق الطاقية في الحالة العامة مفصولة بمجال طاقي محظور  $E_g$  ، يدعى بالمنطقة المحظورة (الشكل 2-3) .

(6) ينمو عرض المناطق الطاقية بازدياد الطاقة ويتناقص عرض المناطق المحظورة (الشكل 2-3) .

(7) يمكن أن تكون السوية  $E_a$  في الذرة المعزولة "غير فطرية" ويمكن أن تكون اللافطرية في البلورة جزئية أو ملغاة تماما . وتتوسع في هذه الحالة السوية الذرية وتنقسم الى أكثر من منطقة ، ويوافق عدد هذه المناطق درجة اللافطرية . فعلى سبيل المثال ، تكون درجة اللافطرية من أجل الحالة  $p$  مساوية  $g = 3$  ، ذلك لأن  $g = 2l + 1$  ، حيث أن  $l$  العدد الموجي المداري الذي يساوي الواحد من أجل الحالة  $p$  . وبالتالي يمكن أن يتشكل من الحالة الذرية  $p$  ثلاثة مناطق في البلورة .

(8) تتعلق طاقة الالكترون في البلورة بمركبات الشعاع الموجي  $\vec{k}$  وتعتبر دالة زوجية للشعاع الموجي  $\vec{k}$  ، أي أن  $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$  .

(9) يمكن أن تتغير المسافات بين الذرات في البلورة عندما تتعرض هذه الأخيرة لتأثير الحرارة أو الضغط ، ويؤدي ذلك الى تغير مجال التغطية للدوال الموجية ، وبالتالي قيمة التكامل التبادلي . ويحدث ذلك تغييرا في عرض المناطق الطاقية ، وتغييرا في عرض المناطق المحظورة التي تفصلها .

(10) لاتطبق طريقة الرابطة الشديدة على الالكترونات التكافؤ الخارجية للذرات البلورة ، وذلك لأن التغطية الشديدة بين الدوال الموجية للذرات المتجاورة تجعل عرض المنطقة الطاقية للالكترونات التكافؤ مساوية تقريبا الى المسافة بين السويات الطاقية في الذرات المعزولة أو أكبر منها .

## 5.2. عدد حالات الالكترونات في المنطقة الطاقية

لكي نحسب عدد الحالات في المنطقة ، ينبغي أن نراعي أثناء حل معادلة شريدنغر للالكترون الشروط الحدودية عند أوجه البلورة . ومهما تكن تلك الشروط فانها لاتؤثر بشكل جوهري على حالات الالكترونات في جوف البلورة . ويعد شرط الدورية لبورن - كارمان الاسلوب الأكثر ملاءمة لحل المسألة المطروحة .

ندرس بلورة على شكل متوازي مستطيلات ، أبعادها وفروق المحاور  $x$  ،  $y$  ،  $z$  تساوي  $N_x$  ،  $N_y$  ،  $N_z$  على الترتيب . ويكون في حالة الشبكة المكعبة ذات الوسيط  $a$  :

$$L_x = a N_x \quad , \quad L_y = a N_y \quad , \quad L_z = a N_z \quad (5.1)$$

حيث أن  $N_x$  ،  $N_y$  ،  $N_z$  عدد الذرات الموجودة على الحروف الموافقة للبلورة .

نشترط أن تملك الدالة الموجية  $\psi$  على الأوجه المتقابلة

وهكذا، فإن مركبات الشعاع الموجي  $\vec{k}$  تتغير بشكل منقطع، وتأخذ سلسلة من القيم المنفصلة. وفقا لذلك فإن الحالات الكوانتية والطاقة تبدو متقطعة أيضا في المنطقة المسموحة".  
يمكن بعد الأخذ في الحسبان قيم الشعاع الموجي  $\vec{k}$  (5.6)، أن نكتب الدالة الموجية (4.4) من أجل مسألة أحادية البعد على الشكل:

$$\psi_{\vec{k}} = \sum_{\vec{g}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{a}\vec{g}} \quad \psi_{\vec{g}} = \sum_{\vec{g}} e^{i \frac{2\pi n_1 \vec{g}}{N_x}} \psi_{\vec{g}} \quad (5.7)$$

حيث أن  $R = a\vec{g}$ ، و  $\vec{g}$  ترتيب الذرة (أي أنه عدد صحيح) و  $L_x = aN_x$ . نرى من العبارة (5.6) أن الدالة الموجية من أجل  $n_1 = \pm N_x$  تغدو  $\psi_{\vec{g}}$  وتنطبق على الدالة من أجل  $n_1 = 0$ ، وتنطبق الدالة الموجية من أجل  $n_1 = \pm(N_x + 1)$  على الدالة من أجل  $n_1 = \pm 1$ ، وهكذا دواليك. ويعني هذا أن المركبات  $\vec{k}_x$  تحوي قيمة موافقة لمختلف قيم  $n_1$ . ويمكن ل  $n_1$  في هذه الحالة أن تأخذ فقط القيم  $(N_x - 1), \dots, 1, 0$ ، ذلك لأن  $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$ ، أي أن  $n_1$  تتغير فقط في المجال

$$-\frac{N_x}{2} \leq n_1 < \frac{N_x}{2} \quad \text{أو} \quad 0 \leq n_1 < N_x \quad (5.8)$$

ينتج عن العلاقات (5.8)، (5.6)، و (5.1) أن مركبات الشعاع  $\vec{k}$  تقع في المجالات التالية

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_x < \frac{\pi}{a}, \quad -\frac{\pi}{a} \leq k_y < \frac{\pi}{a}, \quad -\frac{\pi}{a} \leq k_z < \frac{\pi}{a} \quad (5.9)$$

حيث أن  $k_x, k_y, k_z$  تأخذ على الترتيب القيم المختلفة

لمتوازي المستطيلات نفس القيمة. ولا يضيف هذا المطلب على شكل الدالة الموجية أية تحديدات فيزيائية متعلقة بحدود البلورة:

$$\psi(x+L_x, y+L_y, z+L_z) = \psi(x, y, z) \quad (5.2)$$

وتعتبر المعادلة (5.2) في الواقع عن الشروط الحدودية ل بورن - كارمان .

نحصل من أجل الدالة الموجية للبلورة (3.24) على:

$$\psi(x+L_x, y+L_y, z+L_z) = U_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{ik_x L_x} e^{ik_y L_y} e^{ik_z L_z} = \psi(x, y, z) \quad (5.3)$$

ولكي يتحقق الشرط (5.2)، لا بد أن نقبل في العبارة (5.3) بالمساواة:

$$e^{ik_x L_x} = e^{ik_y L_y} = e^{ik_z L_z} = 1 \quad (5.4)$$

وتتحقق المساواة السابقة إذا كانت أسس الدالة مساويا الى عدد صحيح مضروب ب  $2\pi i$ ، أي أن:

$$k_x L_x = 2\pi n_1, \quad k_y L_y = 2\pi n_2, \quad k_z L_z = 2\pi n_3 \quad (5.5)$$

حيث أن  $n_1, n_2, n_3$  أعداد صحيحة كيفية. ومنه نجد أن:

$$k_x = \frac{2\pi}{L_x} n_1, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_y} n_2, \quad k_z = \frac{2\pi}{L_z} n_3 \quad (5.6)$$

حيث أن  $n_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  و  $n_2 = 0, \pm 1, \dots$  و  $n_3 = 0, \pm 1, \dots$

الذرات المعزولة التي شكلت هذه المنطقة، أي أن عدد الحالات يبقى محافظا على نفسه عند تشكل البلورة من الذرات".

نقدم تقديرا للمسافة الطاقية الوسطية الفاصلة بين السويات الطاقية المتجاورة في المنطقة المسموحة. نتخذ ( $a=10^{-8} \text{cm}$ ) قيمة لوسيط البلورة، يكون عندئذ حجم الخلية العنصرية مساويا ( $a^3=64 \cdot 10^{-24} \text{cm}^3$ ). ويكون عدد الخلايا العنصرية في واحدة الحجم للبلورة  $V=1 \text{cm}^3$  مساويا لعدد الحالات في المنطقة

$$N = \frac{V}{a^3} = \frac{1}{64 \cdot 10^{-24}} \approx 10^{22}$$

فاذا كان عرض المنطقة 1 الكترون فولط، فان المسافة الوسطية الفاصلة بين سوياتها تكون من رتبة  $10^{-22}$  الكترون فولط، أي أن المنطقة يمكن اعتبارها شبه متصلة.

## 6.2. شبه الاندفاع

يمكن تمييز حالة الالكترون الذي يتحرك بحرية في الفضاء، بالطاقة  $E$  والاندفاع  $\vec{p}$ . وتعطى العلاقة بين الطاقة والاندفاع بالصيغة التقليدية على الشكل:

$$E = \frac{p^2}{2m_0} \quad (6.1)$$

ويكون الالكترون ذو الكتلة  $m_0$  والسرعة  $v$  - وفقا للوي دوبري - موافقا لموجة، يعين طولها بالعلاقة:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 v} \quad (6.2)$$

حيث أن  $h$  ثابت بلانك.

الموافقة لـ  $N_x, N_y, N_z$ .

وبالتالي يتواجد دائما في المنطقة المسموحة للطاقة في البلورة عدد  $N = N_x N_y N_z = \frac{L_x L_y L_z}{a^3}$  من السويات الطاقية المختلفة الموافقة لمختلف قيم  $k$ ، ويساوي عدد الخلايا العنصرية في البلورة.

توصف حالة الالكترون في الذرة المعزولة كما هو معروف في الميكانيك الكوانتي - بالعدد الكوانتي الرئيسي  $n$ ، والعدد الكوانتي المداري  $l$ ، والعدد المغناطيسي  $m$  و  $s_2$  مسقط السبين على المحور  $z$ . وينبغي - وفقا لمبدأ باولي - أن توصف حالة الالكترون في البلورة أيضا بأربعة أعداد كوانتية. وينتج عن العلاقة (5.9) أن ثلاثة من الأعداد الكوانتية تعتبر مركبات الشعاع الموجي  $k_x, k_y, k_z$ . وينبغي أن يكون  $s_2$  العدد الكوانتي الرابع. ويمكن للمسقط  $s_2$  أن يأخذ فقط قيمتين  $+\frac{1}{2}$  و  $-\frac{1}{2}$ . وهذا يعني أن عدد الالكترونات الموجودة في السوية  $(k_x, k_y, k_z)$  لا يمكن أن يتجاوز الاثنين. غير أن الفئة  $(k_x, k_y, k_z)$  تحدد وفقا للمعادلة (4.27) قيمة الطاقة  $E(k)$  للمنطقة المعنية. وبالتالي، "لا يمكن وفقا لمبدأ باولي أن يتواجد على كل سوية طاقية للمنطقة التي يعينها الشعاع الموجي  $k$  أكثر من الكترونين مختلفين باتجاه سبينيتهما!" وهكذا يتواجد في المنطقة الطاقية البسيطة الناشئة عن سوية ذرية فطرية  $2N$  حالة كوانتية، توافق  $N$  سوية طاقية، ولا يمكن أن يكون في المنطقة أكثر من  $2N$  الكترونا. واذا كانت المنطقة لافطرية وتساوي درجة لافطريتها  $g$ ، فان عدد الالكترونات التي يمكن أن تستوعبها يغدو مساويا  $2gN$  الكترونا. "وينتج عن ذلك أن عدد الحالات الكوانتية في المنطقة يساوي العدد الكلي للأمكنة المتواجدة على مستويات



لشبه الاندفاع، أي أن

$$E(\vec{p}) = E(-\vec{p}) \quad (6.8)$$

يمكن أن نفهم الاختلاف بين الاندفاع وشبه الاندفاع، بمقارنة حل معادلة شريدنغر للالكترون الحر الذي يدخل فيه الاندفاع  $\vec{p}$  :

$$\psi = U e^{i \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar}}$$

حيث أن  $U$  هي قيمة ثابتة . ويعد هذا الحل في جوهره موجة مستوية . ويمثل في الواقع حالة خاصة من حل معادلة شريدنغر في البلورة الذي تمثله موجة بلوخ التي يدخل فيها شبه الاندفاع  $\vec{p}$  :

$$\psi = U_p(\vec{r}) \cdot e^{i \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar}} \quad (6.9)$$

وذلك إذا جعلنا  $U_p(\vec{r}) = \text{const} \equiv U$  . ويلاحظ أن الاندفاع يصف حركة الالكترون الحر عندما تتمتع الجملة بالصمودية بالنسبة للازاحة بأي شعاع كان (جميع نقاط الفضاء متكافئة) . بينما يُمَيِّز شبه الاندفاع الحركة في حقل قوى دوري، وتكون الجملة صامدة من أجل الازاحة وفق أشعة الشبكة البلورية فقط (النقاط المتكافئة فيزيائيا في البلورة هي تلك النقاط التي تبعد عن بعضها البعض بالأشعة  $\vec{a}_n = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$  ) . وهكذا فإن الاختلاف في الازاحات المسموح بها يؤدي الى أن الاندفاع وشبه الاندفاع يمثلان في الواقع مقدارين فيزيائيين مختلفين .

### 7.2 . منطقة بريليون

رأينا في الفقرة 5.2 أن المنطقة الطاقية في البلورة تحوي على  $N$  سوية طاقية، وتوافق هذه السويات قيم مركبات الشعاع

بما أن العدد الموجي  $k$  (أي عدد الأمواج المتواجدة على طول قدره  $2\pi$  سم) يساوي

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6.3)$$

فان اندفاع الالكترون الحر

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (6.4)$$

وطاقته

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \quad (6.5)$$

حيث أن  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  هو كوانت التأثير .

يمكن أن ندخل من أجل الالكترون الذي يتحرك في حقل دوري للبلورة المقدار  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$  المدعو "بشبه الاندفاع" . ويكون شبه الاندفاع  $\vec{p}$  وفقا لتقطع طيف  $\vec{k}$  كوانتيا أيضا . وينبغي أن يتغير شبه الاندفاع في الشبكة المكعبية وفقا للعلاقة (5.9) ضمن المجال

$$-\frac{\pi \hbar}{a} \leq p_i < \frac{\pi \hbar}{a} \quad , \quad i = x, y, z \quad (6.6)$$

إذا عوضنا في الصيغة (4.27) قيمة  $p_i$  الناتجة عن العلاقة (6.6) في مكان  $k_i$  ، فاننا نحصل من أجل طاقة الالكترون في البلورة المكعبية البسيطة على العلاقة :

$$E = E_a + C + 2A \left( \cos \frac{a}{\hbar} p_x + \cos \frac{a}{\hbar} p_y + \cos \frac{a}{\hbar} p_z \right) \quad (6.7)$$

وينتج عن (6.7) أن طاقة الالكترون في البلورة تعدد دالة زوجية

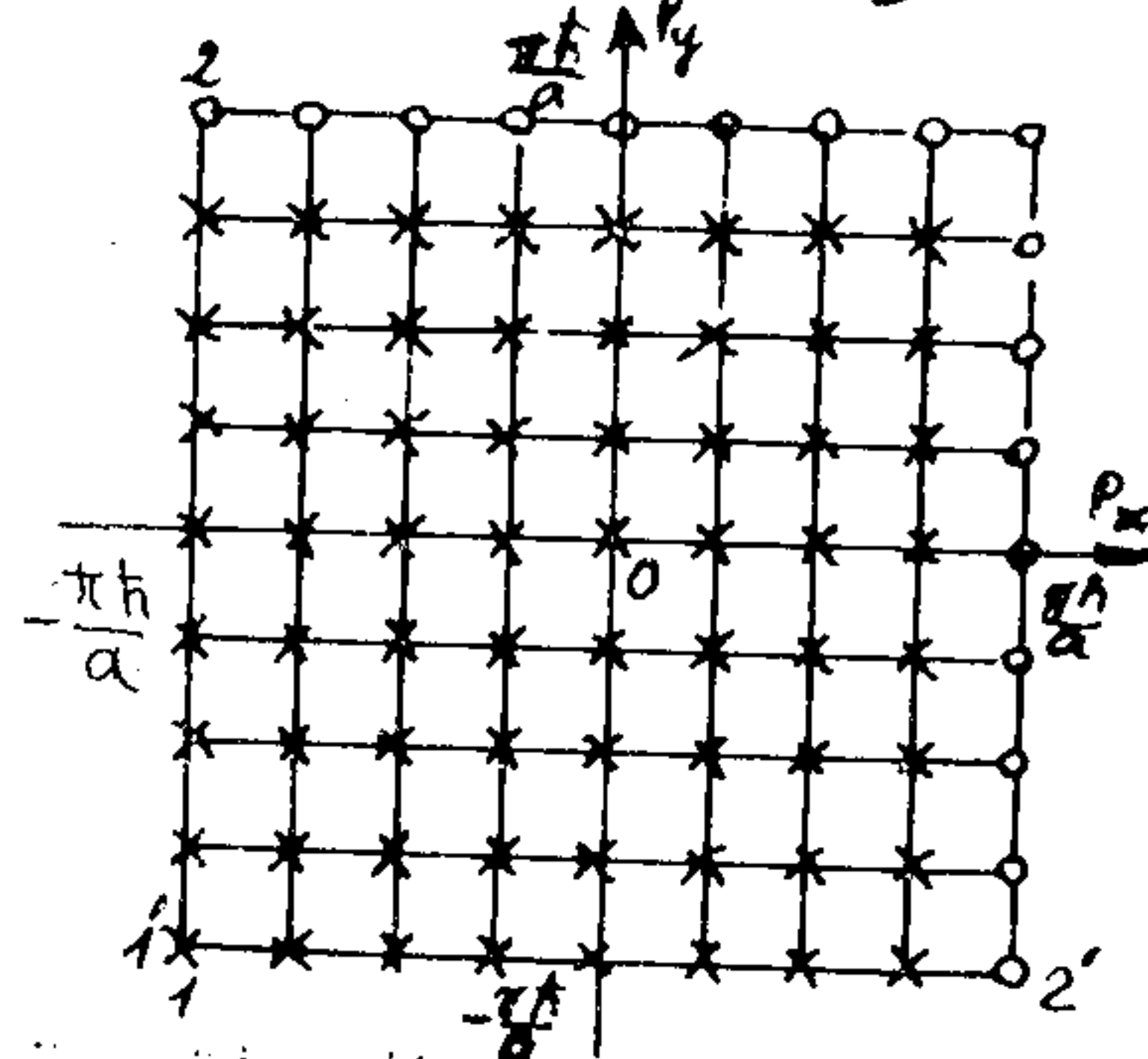
المكعبية البسيطة بمكعب (الشكل 2-4) حجمه :

$$V_B^{(P)} = \left( \frac{2\pi\hbar}{a} \right)^3 = \frac{\hbar^3}{a^3} \quad (7.4)$$

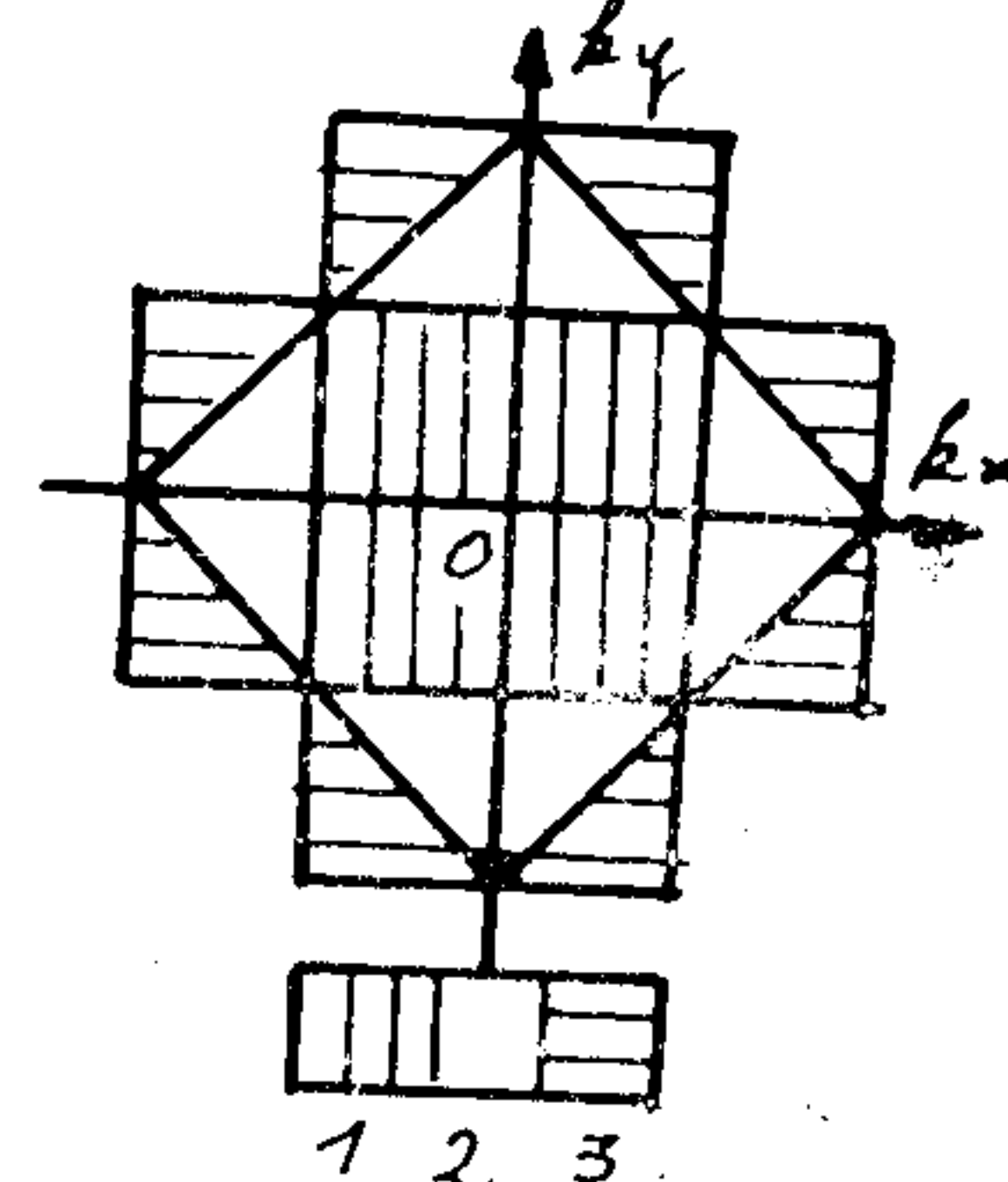
وتعتبر المنطقة الأولى لبريليون بلورة ذات شبكة مكعبية بسيطة في الفضاء  $k$  مكعباً أيضاً، يعطى حجمه بالعلاقة:

$$V_B^{(k)} = \left( \frac{2\pi}{a} \right)^3 = \frac{8\pi^3}{a^3} \quad (7.5)$$

ويعرض الشكل 2-5 تخطيطياً، مقطعاً لمنطقة بريليون الأولى في حالة شبكة مكعبية بسيطة، حيث أن  $P_z=0$ . وتدل اشارات



الشكل 2-5 مقطع المنطقة الأولى لبريليون في حالة بلورة ذات شبكة مكعبية بسيطة ومستوي  $P_z=0$ .



الشكل 2-6 المناطق الثلاث الأولى لبريليون في حالة شبكة مستوية مربعة.

الضرب على النقاط الموافقة لمختلف حالات الالكترونات. ويبدل مركز منطقة بريليون (مبدأ الاحداثيات) على الحالة  $n_1 = n_2 = n_3 = 0$  أي أن  $P=0$ . وتساوي المسافة بين النقاط المتجاورة في منطقة بريليون، وفقاً للعلاقة (7.2)، القيمة  $2\pi\hbar/L = \hbar/L$ . وترمز

الموجي  $\vec{k}$ :

$$k_i = \frac{2\pi}{L_i} n_j \quad (7.1)$$

وقيم مركبات شبه الاندفاع

$$p_i = \frac{2\pi\hbar}{L_i} n_j \quad (7.2)$$

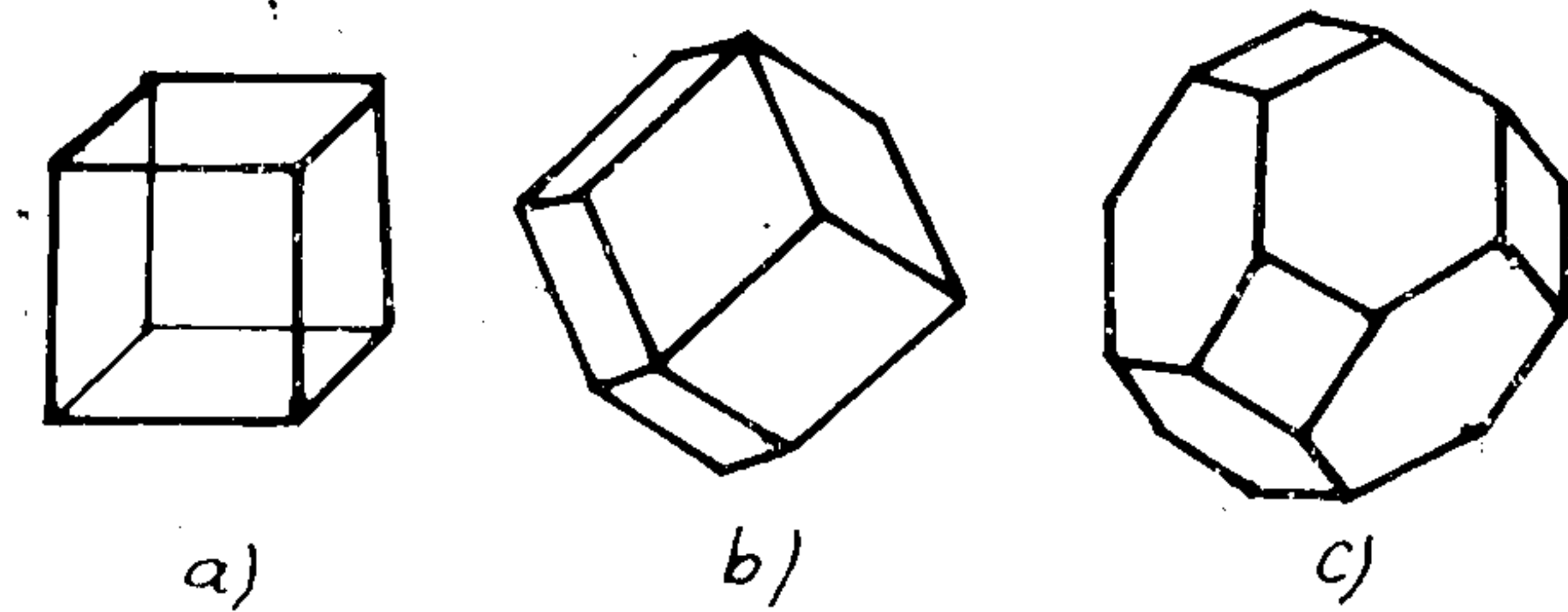
حيث أن  $i = x, y, z$  ،  $j = 1, 2, 3$  .

يكون كافياً في حالة البلورة ذات الشبكة المكعبية البسيطة، أن ندرس تغيرات مركبات  $k_i$  و  $p_i$  في الحدود التالية وذلك وفقاً للعلاقين (5.9) و (6.6):

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_i < \frac{\pi}{a} \quad (7.3)$$

$$-\frac{\pi\hbar}{a} \leq p_i < \frac{\pi\hbar}{a}$$

وتوافق هذه القيم لشبه الاندفاع في جملة احداثيات  $(P_x, P_y, P_z)$  مجالاً ما منشأً حول مبدأ الاحداثيات، ويحتوي هذا المجال على



الشكل 2-4 المنطقة الأولى لبريليون من أجل بلورة ذات شبكة مكعبية بسيطة (a)، وشبكة مكعبية مركزية الحجم (b)، وشبكة مكعبية مركزية الوجوه (c).

مختلف الحالات الممكنة.

تمثل المنطقة الأولى لبريليون في حالة البلورة ذات الشبكة.

المواقع الممثلة بدوائر على الرسم - كما تبين المساواة (5.7) - التي الحالات المتكافئة فيزيائياً والموافقة للحالات على الأحرف المتقابلة لمنطقة بريليون. فمثلاً، النقاط 1، 2، 1، 2، 1، 2 تفرز إلى حالات متكافئة مألوفة لنفس الدالة الموجية، وتملك الإلكترونات الموجودة في هذه الحالات نفس الطاقة.

يمكن تقسيم المنطقة الأولى لبريليون إلى خلايا مكعبية - عنصرية، يعطى حجم كل منها بالعلاقة

$$\Delta V_B^{(P)} = \left( \frac{2\pi\hbar}{L} \right)^3 = \frac{\hbar^3}{a^3 N} = \frac{\hbar^3}{V} \quad (7.6)$$

$$\Delta V_B^{(k)} = \left( \frac{2\pi}{L} \right)^3 = \frac{8\pi^3}{a^3 N} = \frac{8\pi^3}{V}$$

حيث أن  $V = L^3 = a^3 N_x N_y N_z = a^3 N$  حجم البلورة، و  $N = N_x N_y N_z$  العدد الكلي للخلايا العنصرية في البلورة.

بما أن حجم منطقة بريليون الأولى للبلورة ذات الشبكة المكعبية البسيطة يساوي  $\left(\frac{\hbar}{a}\right)^3$ ، وحجم الخلية العنصرية  $\frac{\hbar^3}{a^3 N}$  فان عدد الخلايا العنصرية فيها يساوي  $N$ ، أي أنه يساوي كمية السويات الطاقية في المنطقة. غير أن عدد الإلكترونات التي يمكن أن تتواجد في المنطقة الطاقية يساوي  $2N$ ، وبالتالي يمكن أن تحوي منطقة بريليون الأولى على  $2N$  الكترونا، وأن يوجد في كل خلية عنصرية منها الكترونان متعاكسان باتجاه سببيهما.

تملك المنطقتان الثانية والثالثة لبريليون الموافقتان للمنطقتين الطاقيتين المواليتين هيكلاً أكثر تعقيداً، غير أن حجميهما يبقيان ثابتين. وتحوي كل منهما أيضاً على  $N$  خلية

عنصرية، ويمكن أن تقايس كل خلية منها بخلية من المنطقة الأولى معبرة بذلك عن حالة مكافئة. وكمثال على ذلك يعرض الشكل 6-2 في الفضاء  $\vec{k}$  المناطق الثلاث الأولى لبريليون في حالة شبكة مستوية مربعة. ويعرض الشكل 4-2 المنطقة الأولى لبريليون في حالة شبكة مكعبية بسيطة (a)، وشبكة مكعبة مركزية الحجم (b) وشبكة مكعبية مركزية الوجوه (c).

## 8.2. الامتلاء الممكن للحالات الإلكترونية في منطقة التكافؤ

ندرس بعض الأمثلة على إمكانية امتلاء الحالات الكوانتية في منطقة التكافؤ بالإلكترونات.

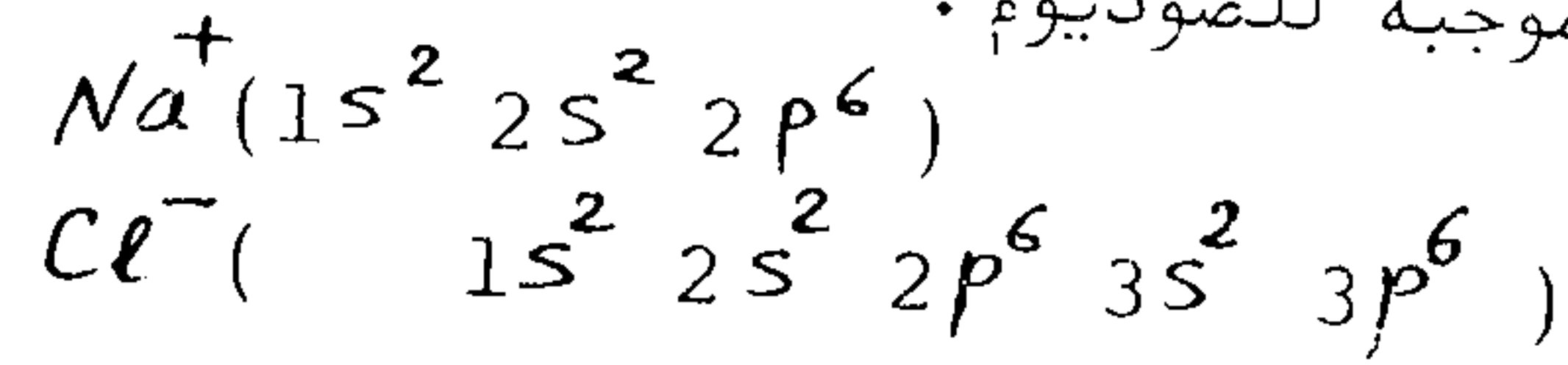
### 1) المنطقة ممتلئة جزئياً بالإلكترونات

يحدث في هذه الحالة عند تسليط حقل كهربائي خارجي أن تنتقل الإلكترونات إلى السويات الطاقية الشاغرة المجاورة. ويوفر وجود هذه الحالات الشاغرة (غير مشغولة بالإلكترونات) في المنطقة إمكانية الحركة للإلكترونات ضمنها تحت تأثير الحقل الخارجي، مما يسمح بسريران التيار الكهربائي. وهكذا، لكي يجري تيار كهربائي في المادة الصلبة ينبغي أن توجد حالات شاغرة في منطقة التكافؤ.

وتعد المعادن القلوية أحادية التكافؤ ( $Cs, Rb, K, Na, Li$ ) والمعادن الثمينة ( $Au, Ag, Cu$ ) أمثلة نموذجية على المواد التي تملك ناقلية كهربائية جيدة. يقع الكترون التكافؤ للعناصر القلوية في الحالة  $ns$ ، وتشغل بقية الإلكترونات الحالات الأخرى التي تكون ممتلئة بشكل كامل. لندرس على سبيل المثال الصوديوم الذي تملك ذرته 11 الكترونا موزعة كالتالي:  $Na (1s^2 2s^2 2p^6 3s^1)$ .

هذه الالكترونات يمكنها أن تتبادل المواضع فقط في المنطقـة الممتلئة . وهكذا ، فان مثل هذه البلورات لايمكنها أن تنقل التيار الكهربائي ، وتعدّ عوازلا .

وندرس على سبيل المثال الطيف الطاقي لبلورة ملح الطعام (NaCl) . ينتقل عند تشكل بلورة NaCl الكترولون التكافؤ للصوديوم الى ذرة الكلور . وتنشأ بالنتيجة شاردة سالبة للكلور وشاردة موجبة للصوديوم .



تملك الحالة  $3p^-$  في شاردة الكلور 6 الكترولونات ، ويوافق هذا الوضع الحالة الطاقية الأكثر استقرارا ، أي أن جميع الحالات الالكترونية ممتلئة ، ويوجد في كل سوية طاقية زوج من الالكترولونات المتعاكس باتجاه السبين . وتنشأ عن ذلك في البلورة منطقـة ، تكون فيها جميع الحالات المساوية  $6N$  ممتلئة بالالكترولونات وتمثل منطقة التكافؤ . أما في شاردة الصوديوم ، فان الحالة  $3s$  لاتحوي أية الكترولونات ، وبالتالي تنشأ عن هذه السوية عند تشكيل البلورة منطقة حاوية على  $2N$  حالة الكترونية شاغرة ، وتمثل هذه منطقـة الناقلية .

ندرس فيما يلي الطيف الطاقي للبلورات المتشكلة من عناصر العمود الرابع في الجدول الدوري التي تملك شبكة بلورية من النمط الألماسي . يدخل في العمود المذكور الفحم (الألماس) والسيليكون والجرمانيم والقصدير الأشهب . ويكون التركيب الالكتروني لهذه العناصر في الحالة الصلبة مرتبا بشكل تساهم فيه الكترولونات التكافؤ الأربعة لكل ذرة في تشكيل الروابط المشتركة . وتشكل أثناء ذلك مناطق متداخلة من الحالات  $ns$  و  $np$  ، ويحصر

عندما تتشكل البلورة تتوسع سويات ذرات الصوديوم لتصبح مناطق . وتكون المناطق المتشكلة من السويات  $1s$  ،  $2s$  ،  $2p$  ممتلئة تماما بالالكترولونات ، ذلك لأن حالاتهم  $2N$  ،  $2N$  ،  $6N$  تحوي  $2N$  و  $6N$  الكترولونات على الترتيب . وتحوي منطقة الكترولونات التكافؤ المتشكلة من السوية  $3s$  على  $2N$  حالة ، وتحوي هذه الحالات على عدد  $N$  من الالكترولونات التي تشغل نصف المنطقة الطاقية .

جميع الحالات الالكترونية الممكنة الموجودة في منطقة التكافؤ ممتلئة بالالكترولونات ، غير أن هذه المنطقة متداخلة جزئيا مع منطقة شاغرة غير مشغولة بالالكترولونات .

تستطيع الكترولونات منطقة التكافؤ في هذه الحالة أن تنتقل الى السويات الطاقية للمنطقة الشاغرة ، وتعمل على نقل التيار الكهربائي . ويتحقق هذا الوضع في عناصر العمود الثاني للجدول الدوري ، حيث تحوي عناصر هذا العمود على الكترولوني تكافؤيقعان في الحالة  $ns$  . فعلى سبيل المثال ، يكون توزع الالكترولونات في ذرة المغنيزيوم على الشكل  $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2)$  Mg ، وتتداخل المنطقتان  $3s$  و  $3p$  جزئيا ، وتشغل نتيجة لذلك الكترولونات السويات العلوية للمنطقة  $3s$  السويات السفلية للمنطقة  $3p$  .

عدد الحالات الممكنة في منطقة التكافؤ يساوي كمية الكترولونات الـ

التكافؤ للذرات المشكلة للبلورة :

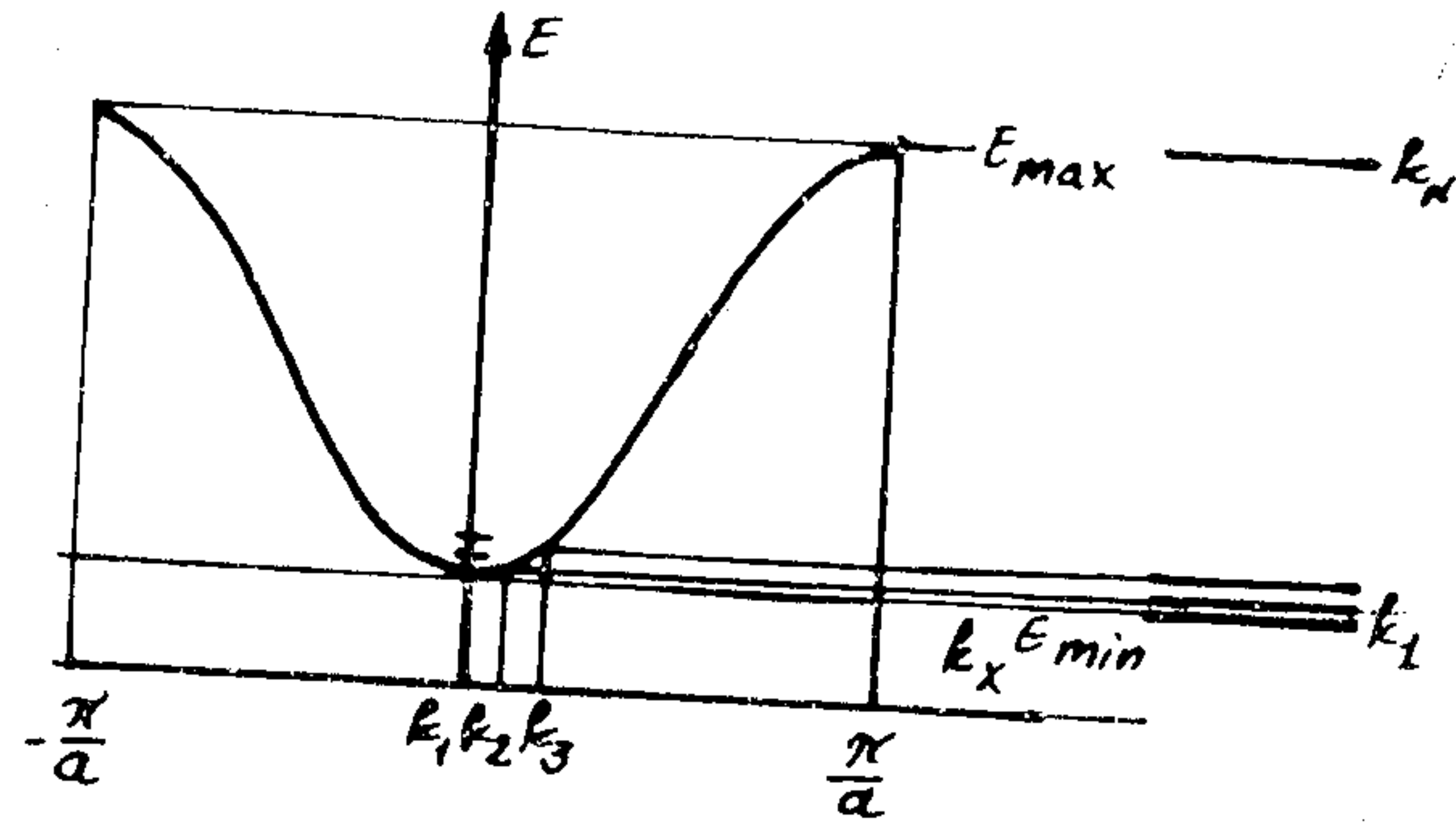
تكون في هذه الوضعية جميع الحالات الالكترونية في المنطقة ممتلئة ، حيث يوجد في كل سوية من سويات المنطقة الكترولونات متعاكسان باتجاه ، سبنيهما . وبالتالي ، فان الحقل الكهربائي الخارجي لايمكنه أن يحدث حركة موجهة للالكترولونات ككل ، مادامت

بالحسبان اشارة التكامل التبادلي، فان طاقة الالكترين في المنطقة المتشكلة من الحالات  $s$ ، تكون مساوية:

$$E = E' - 2|A|(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (9.1)$$

حيث أن  $E' = E_a + C$ .

يعرض الشكل 2-8 تابعة  $E$  لقيم المركبة  $k_x$  للشعاع الموجي في حدود منطقة بريليون الأولى. ويكون تقعر المنحني  $E(k)$  من أجل الحالة  $s$  متجهها نحو الأعلى، وتعمم هذه الحالة



الشكل 2-8 التابعة  $E(k_x)$  من أجل المنطقة المتشكلة من  $s$ .

على المركبتين  $k_y$  و  $k_z$  للشعاع الموجي. وتعين النقطة  $k_1 = 0$  على الرسم 2-8 الحالة ذات الطاقة الصغرى. أما سويات الطاقة المسموحة فتوافق القيم  $k = \frac{2\pi n}{L_x}$ . وتمثل النقطة

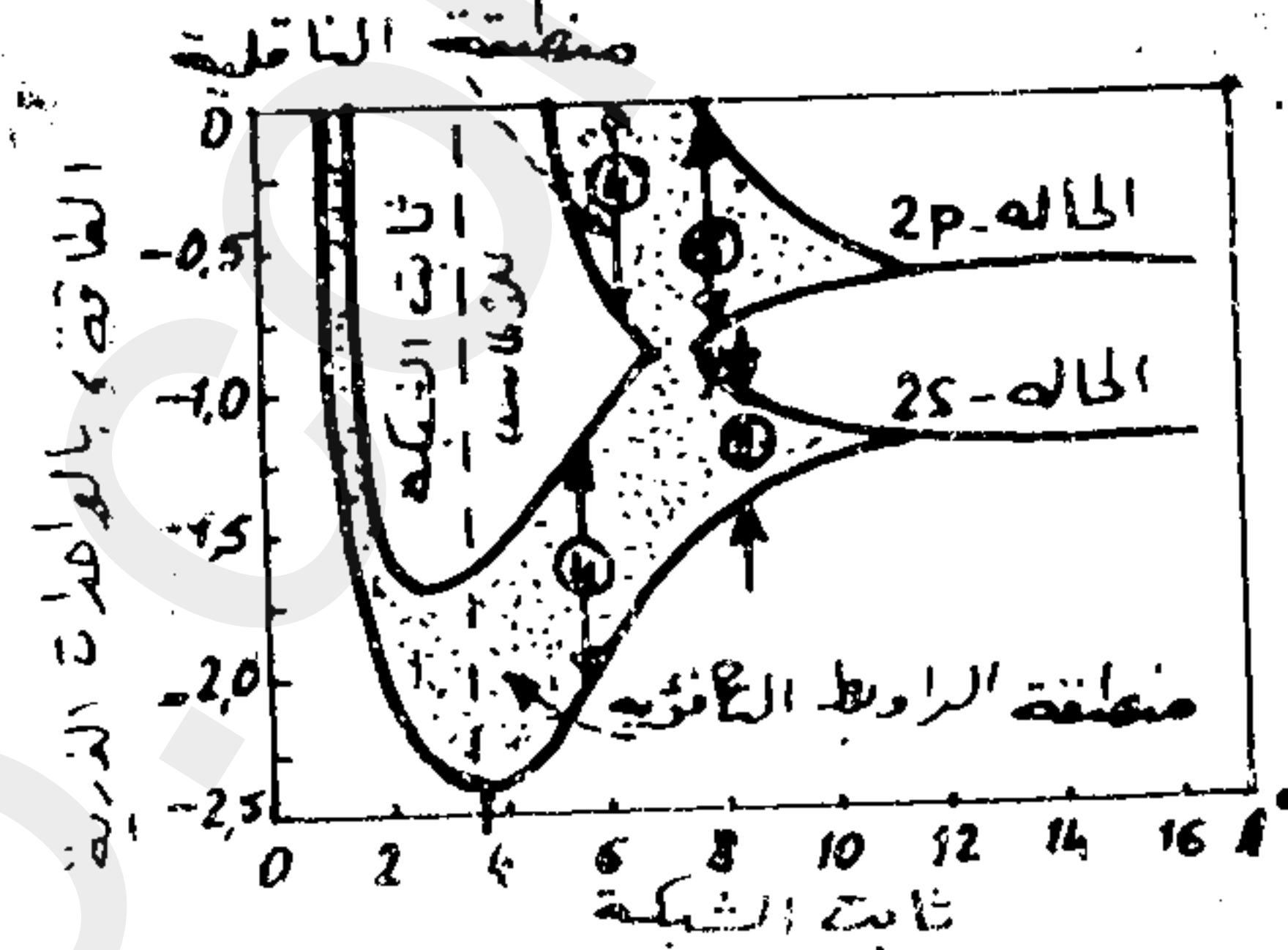
$$k_N = \frac{2\pi}{L_x} (N-1)$$

ان الدوال الموجية الذرية التي تملك في الحالة  $p$  الشكل:

$$\psi(r) = \frac{x}{r} \quad (9.2)$$

تغطي جزئيا بالدوال  $\psi_a$  للذرات ذات الاحداثيات المختلفة،

تكوين لمنطقة مشتركة تحوي على  $8N$  من الحالات (الشكل 2-7). ويتصغير المسافات الفاصلة بين الذرات، تنقسم تلك المنطقة الى منطقتين، تحوي كل منهما على  $4N$  حالة كوانتية. وتحوي



الشكل 2-7 تشكل المناطق الطاقية من المستويات الذرية في الألماس.

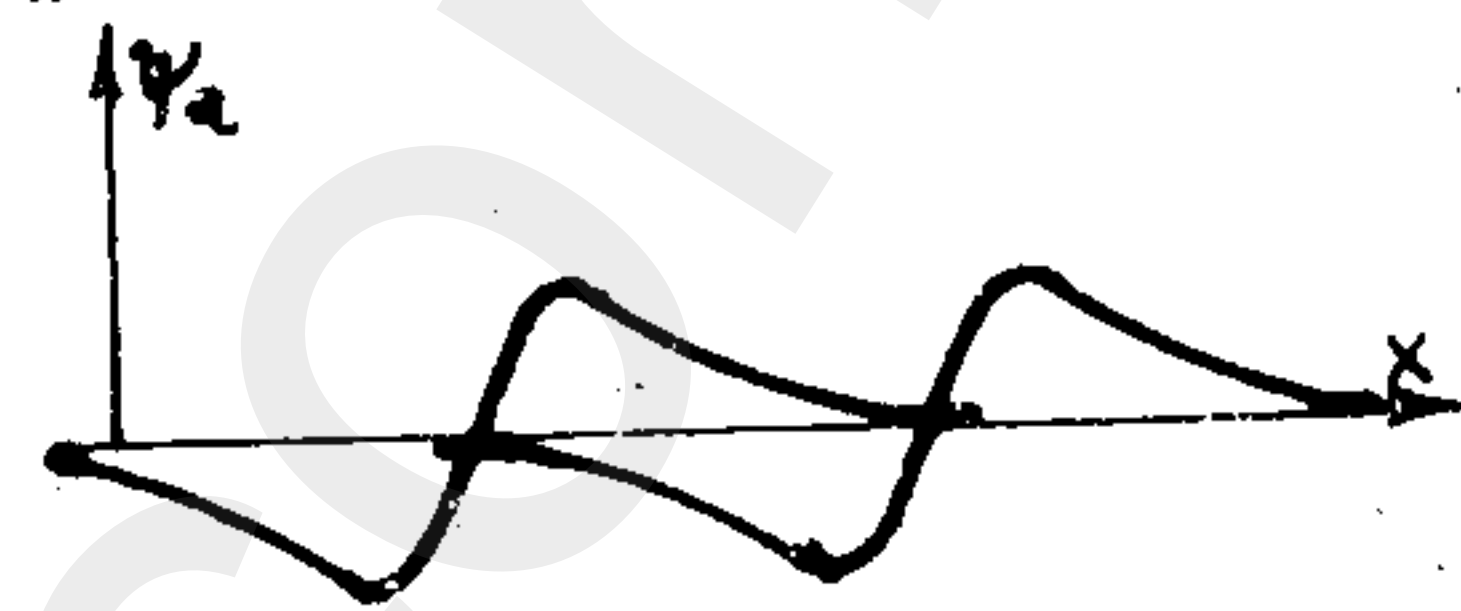
المنطقة الدنيا على  $4N$  من الحالات الممتلئة بالالكترينات، وتدعى منطقة التكافؤ. وتحوي المنطقة العليا على  $4N$  من الحالات الالكترونية الشاغرة، وتدعى منطقة الناقلية.

9.2 تابعة طاقة الالكترين للشعاع الموجي بجوار أرضية وسقف

المنطقة الطاقية.

تحدد طاقة الالكترين في الشبكة المكعبية البسيطة (انظر العلاقة 4.27) بقيمة و اشارة التكامل التبادلي، وتتعلق اشارة التكامل المذكور -  $A$  بدورها بدرجة التغطية (التداخل) للدوال الموجية الذرية الموافقة للحالات و باشارة طاقة الاشارة  $W(\vec{r})$ ، كما يتضح ذلك من المساواة (4.15). وتأخذ طاقة الاشارة  $W(\vec{r})$ ، وفقا للرسم 2-1 دائما اشارة سالبة. وبالتالي تكون  $A < 0$  من أجل الحالة  $s$  المالكة لسحابة الكترونية كروية. واذا أخذنا

وتملك في الأساس، كما هو مبين على الشكل 2-9، اشارات متعاكسة. وكما يلاحظ من الشكل 2-9، فان جداء الأجزاء المتداخلة من الدالتين والمالكة لنفس الإشارة صغيرة، وبالتالي يمكن اعتبار

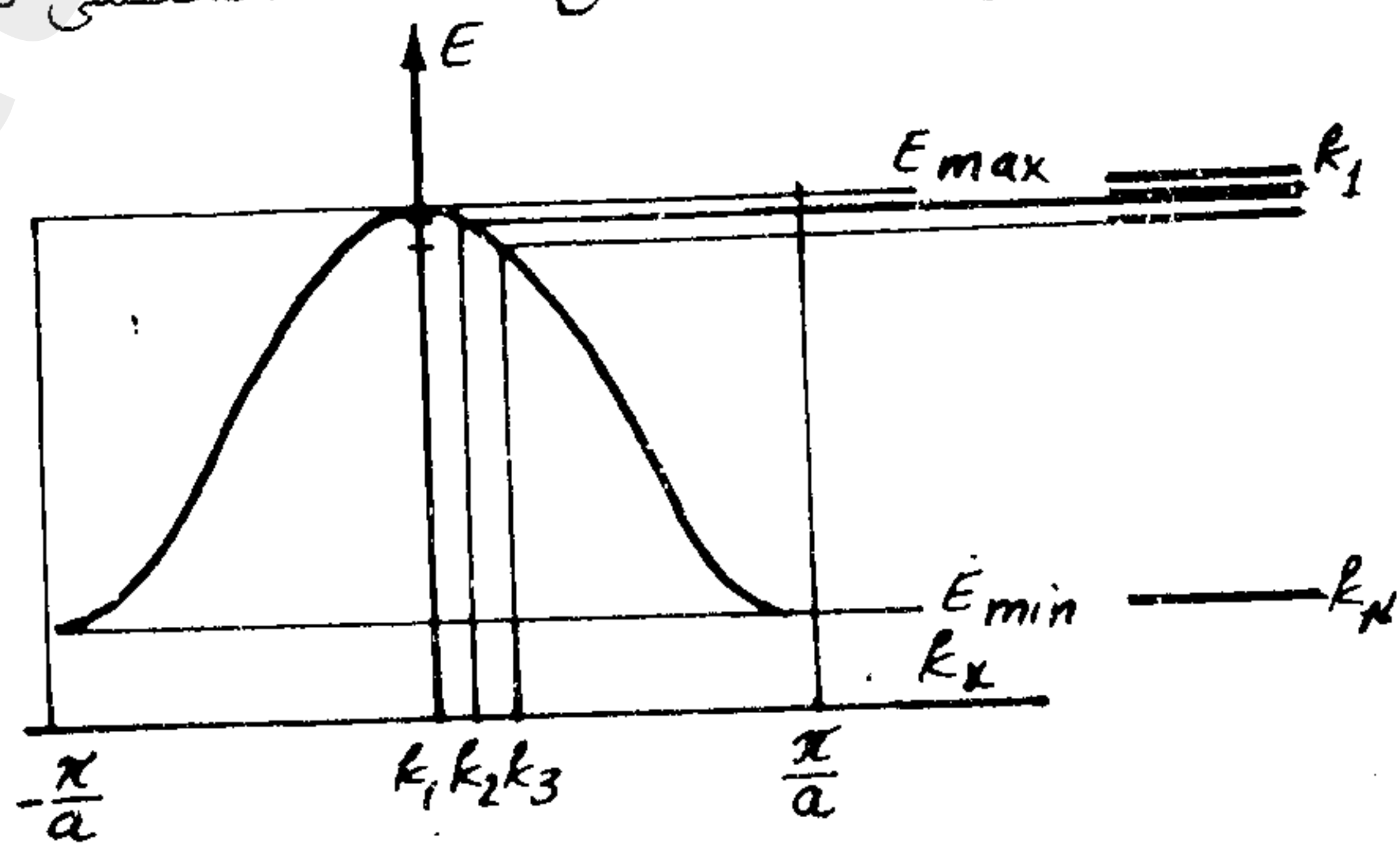


الشكل 2-9 الدوال الموجية للحالة P الموصوفة في المعادلة (9-2)

وهدا نحصل في مكان (9.1) على العلاقة:  $A > 0$

$$E = E'' + 2|A| (\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (9.3)$$

يعرض الشكل 2-10 تابعة الطاقة لـ  $k_x$  من أجل المنطقة المتشكلة من الحالة P. ويلاحظ هنا أن الطاقة العظمى توافق



الشكل 2-10 التابعة  $E(k_x)$  من أجل المنطقة المتشكلة من P.

$$k_1 = 0, \text{ والطاقة الصغرى توافق } k_N = \frac{2\pi}{L_x} (N-1)$$

تكون التابعة  $E(k)$  من أجل المنطقة المتشكلة من الحالة-d مماثلة للتابعية من أجل المنطقة المتشكلة من الحالة-s،

ويمثل شكل المنحني  $E(k)$  في هذه الحالة المنحني 2-8. ندرس بالتفصيل العبارة (4.27)، وذلك من أجل الالكترونات المتحركة في حقل كموني لشبكة مكعبية بسيطة. اذا اخترنا مبدأ قياس الطاقة بحيث يكون  $E_a + C = 0$ ، فان طاقة الالكترونات في المنطقة المتشكلة من الحالة-s، تكتب على الشكل:

$$E = -2A (\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (9.4)$$

حيث أن  $A > 0$ .

$$E_{min} = -6A = E_d \quad \text{نرمز بـ} \quad (9.5)$$

$$E_{max} = +6A = E_b \quad (9.6)$$

ونقوم بتحليل المساواة (9.4) حول النقطة  $k=0$ ، أي الى جوار مركز منطقة بريليون الأولى. ننشر الدالة  $E(k)$  في سلسلة قوى، ونقتصر على الحدود الأولى آخذين بالحسبان أن  $k_i a \ll 1$ :

$$E = -2A \left\{ \left[ 1 - \frac{(k_x a)^2}{2} \right] + \left[ 1 - \frac{(k_y a)^2}{2} \right] + \left[ 1 - \frac{(k_z a)^2}{2} \right] \right\} = -6A + A a^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (9.7)$$

وهكذا يتبين أن طاقة الالكترونات الى جوار أرضية المنطقة الطاقية لاتتعلق باتجاه الشعاع الموجي  $k$ ، وإنما تتناسب طرذا مع  $k^2$ . نكتب الطاقة  $E$  للالكترونات في البلورة مستخدمين العبارتين (9.5) و (9.7)، بشكل مماثل لطاقة الالكترونات الحر الواردة في العبارة (6.5):

وبما أن الكتلة بجوهرها لا يمكن أن تكون سالبة، لذلك يدخل السى جوار سقف المنطقة مفهوم الثقب الذي يعتبر جسيمة حاملة لشحنة موجبة تساوي بقيمتها المطلقة شحنة الالكترن ذات كتلة فعالة موجبة:

$$m_p^*(b) = -m_n^*(b) = \frac{\hbar^2}{2Aa^2} \quad (9.12)$$

وهكذا نلاحظ أن الكتلة الفعالة للثقب الى جوارسقف المنطقة تتطابق بقيمتها مع الكتلة الفعالة للالكترن الى جوار قاع تلك المنطقة، وتتناسب عكسا مع قيمة التكامل التبادلي. وبما أن قيمة التكامل التبادلي تُحدد وفقا للعلاقة (4.28) عرض المنطقة الطاقية، فإن الكتلة الفعالة تتناسب عكسا مع عرض هذه المنطقة. وهذا يعني أنه كلما كانت المنطقة أعلى كلما كان عرضها أكبر، وبالتالي تكون الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة فيها أصغر.

يعرض الشكل 2-11 التابعة  $E(k)$  من أجل ثلاث مناطق متجاورة ومشكلة من الحالات  $s$  و  $p$  و  $d$  لذرات شبكة أحادية البعد، وذلك في مجال تغير  $k$  من  $-\frac{\pi}{a}$  الى  $+\frac{\pi}{a}$ . تحوي كل منطقة مسموحة على  $N$  سوية طاقية، مفصولة عن بعضها بمسافة طاقية وسطية من رتبة  $10^{-22}$  الكترن فولت، وتأخذ طاقة الالكترن في النقاط  $k=0$  و  $k = \pm \frac{\pi}{a}$  قيما مغزرى وعظمى بالتناوب.

$$E(p) = \text{const} \quad \text{أو} \quad E(k) = \text{const} \quad (9.13)$$

في الفضائين  $k_x, k_y, k_z$  أو  $p_x, p_y, p_z$  سطوح الطاقية الثابتة أو السطوح متساوية الطاقة. ويلاحظ أن طاقة الالكترن

$$E = E_d + \frac{\hbar^2}{2m_n^*(d)} \quad (9.8)$$

حيث أن

$$m_n^*(d) = \frac{\hbar^2}{2Aa^2} \quad (9.9)$$

ترمز الى الكتلة الفعالة للالكترن الى جوار أرضية المنطقة الطاقية.

ندرس الآن الصيغة (9.4) للحالات المتجاورة لسقف المنطقة الطاقية ندخل من أجل ذلك الشعاع  $k'$  ذا المركبات  $k'_i = \frac{\pi}{a} - k_i$ . عندئذ يكون  $k'_i a \ll 1$  الى جوار سقف المنطقة، ويصبح منشور العبارة (9.4) في سلسلة بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقة (9.6) على الشكل:

$$\begin{aligned} E &= -2A [\cos(\pi - k'_x a) + \cos(\pi - k'_y a) + \cos(\pi - k'_z a)] \\ &= 2A \left\{ \left[ 1 - \frac{(k'_x a)^2}{2} \right] + \left[ 1 - \frac{(k'_y a)^2}{2} \right] + \left[ 1 - \frac{(k'_z a)^2}{2} \right] \right\} \\ &= 6A - A a^2 (k')^2 = E_b + \frac{\hbar^2}{2m_n^*(b)} (k')^2 \quad (9.10) \end{aligned}$$

وهكذا تكون طاقة الالكترن الى جوار سقف المنطقة متناسبة أيضا مع  $(k')^2$ ، ولا تتعلق باتجاه  $k'$ ، غير أن الكتلة الفعالة تأخذ في هذه الحالة اشارة سالبة:

$$m_n^*(b) = -\frac{\hbar^2}{2Aa^2} \quad (9.11)$$

للبلورة، أن الطيف الطاقي للالكترونات يملك شكل المناطق شبه المتصلة، المفصولة عن بعضها بمسافات طاقية محظورة (انظر الشكل 2-3).

نضع البلورة في حقل كهربائي خارجي ثابت موجه وفق المحور  $x$  ( $\vec{E} = \vec{E}_x = \text{const}$ ). يخضع في هذه الحالة الالكترون الواقع في الحقل الدوري للبلورة الى تأثير قوة خارجية  $\vec{F}$ . وسوف نعتبر أن  $\vec{F}$  صغيرة بشكل كاف، بحيث لا تستطيع ارقام الالكترون على الانتقال بين المناطق الطاقية، أي أن

$$F \cdot a \ll E_g \quad (10.1)$$

حيث أن  $a$  ثابت الشبكة، و  $E_g$  عرض المنطقة المحظورة الموافقة. تُعَيَّن الطاقة الكامنة للالكترون الواقع في حقل كهربائي خارجي شدته  $E$  بالاحدائي  $x$  للالكترون، أي أن

$$U(\vec{r}) = -e E x \quad (10.2)$$

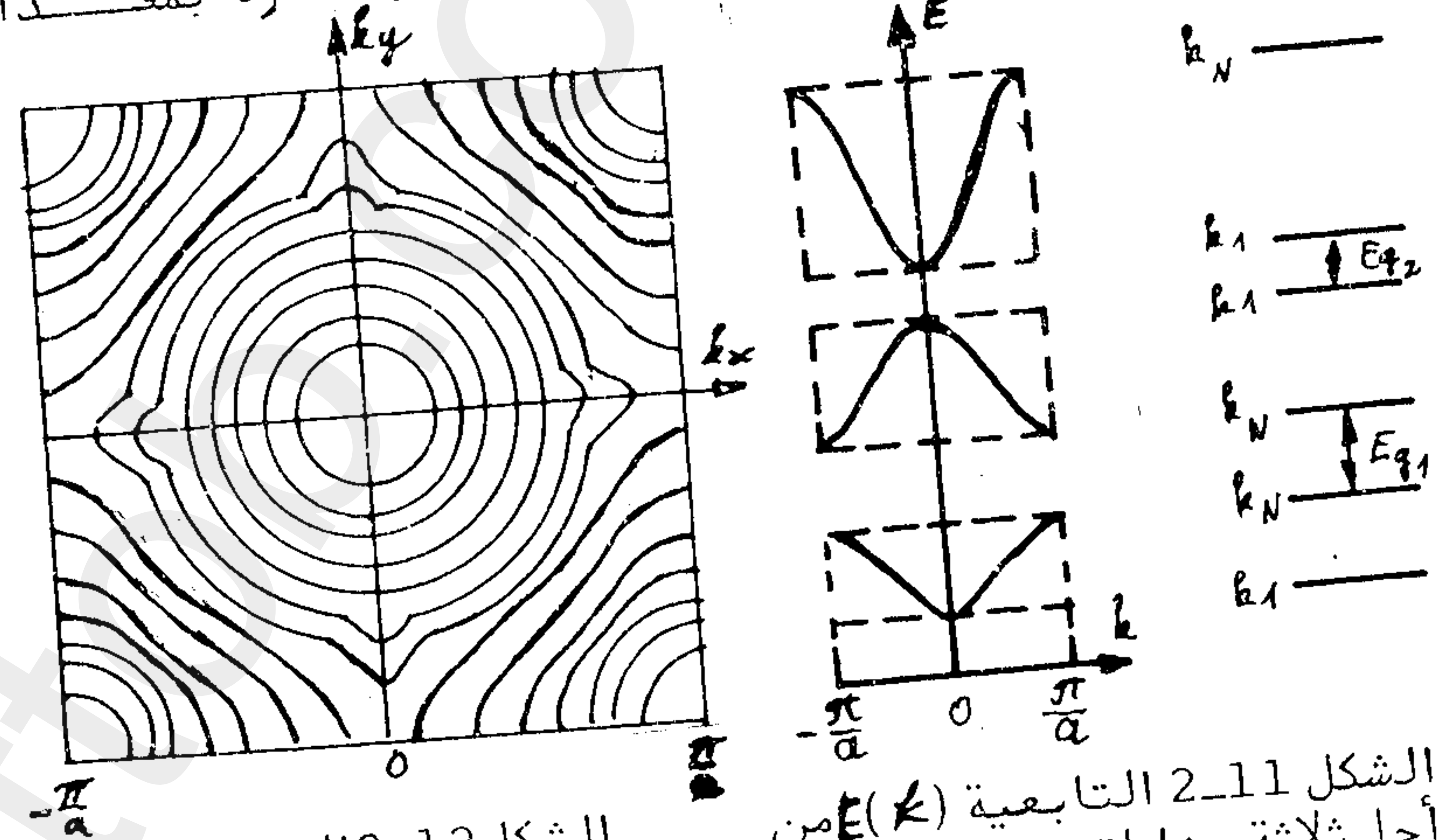
وتأخذ معادلة شريدنغر في هذه الحالة الشكل التالي:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta + [V(\vec{r}) + U(\vec{r})] \right\} \psi = E' \psi \quad (10.3)$$

ونقبل لتبسيط مسألة تعيين القيم الذاتية للطاقة من المعادلة (10.3)، بأن كمون الحقل الخارجي  $U$  يتغير تغيراً طفيفاً في مجال تغير  $r$  المساوي لثابت الشبكة، بحيث نستطيع اعتبار  $U$  ثابتاً في مجال كل ذرة. تأخذ عندئذ معادلة شريدنغر شكلاً مشابهاً للحالة المستقرة:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta + V(\vec{r}) \right] \psi = (E' - U) \psi = E \psi \quad (10.4)$$

الى جوار قاع وسقف المنطقة لاتتعلق وفقاً للعبارتين (9.7) و (9.10). (9) ، باتجاه الشعاع  $\vec{k}$ . وتكون السطوح متساوية الطاقة بالقرب من مركز منطقة بريليون (من أجل  $\vec{k} = 0$ ) والى جوار النقاط  $k = \pm \frac{\pi}{a}$  على شكل كرات. وتبدأ تلك الكرات بالتشوه بمقدار



الشكل 2-11 التابعة  $E(k)$  من أجل ثلاثة مناطق متجاورة متشكلة من الحالات  $s$  و  $p$  و  $d$  لذرات شبكة أحادية البعد.

الشكل 2-12 الخطوط متساوية الطاقة لشبكة مستوية مربعة.

الابتعاد عن تلك النقاط.

يعرض الشكل 2-12 هيئة السطوح متساوية الطاقة (المنحنيات) من أجل شبكة مستوية مربعة. ويلاحظ أن منحنيات الطاقة المتساوية تكون دائرية في المركز وبالقرب من زوايا المربع، وتبدأ بالانحراف عن دائريتها بمقدار الابتعاد عن هذه النقاط.

10.2. حركة الالكترونات في البلورة عند تسليط حقل كهربائي خارجي

لقد وجدنا أثناء دراسة الحركة للالكترون في الحقل الدوري



$$E'_{max} = E_{max} - e\mathcal{E}x = E_a + c + 6A - e\mathcal{E}x \quad (10.7)$$

$$E'_{min} = E_{min} - e\mathcal{E}x = E_a + c - 6A - e\mathcal{E}x$$

ويلاحظ أن الفرق  $E'_{max} - E'_{min} = 12A$  ، لا يتعلق بقيمة  $x$  ، ويساوي عرض المنطقة من أجل الحالة المستقرة . يقع الالكترتون في حالة غياب الحقل الكهربائي الخارجي على واحدة من سويات المنطقة الطاقية ، ويملك قيمة محددة لشبه الشعاع الموجي  $\vec{k}$  ، لتكن  $\vec{k}_2$  (الشكل 2-13-a) . ويعني هذا أن الالكترتون في الحالة المستقرة ينتقل على طول البلورة الى أية مسافة ، ويبقى مالكا قيمتين ثابتتين لشبه الاندفاع وللشعاع الموجي . يمكن النظر الى الطاقة الكلية للالكترتون المتحرك في البلورة تحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي على أنها ثابتة موضعيا ، أي

$$E' = E(\vec{k}) + U = \text{const} \quad (10.8)$$

أن غير أن نسبة مساهمة كل من الطاقتين الكامنة والحركية في الطاقة الكلية تتغير .

تمثل قيمة الطاقة الكلية على الشكل 2-13-b بمستقيم متقطع مواز لمحور الفواصل . وينتقل الالكترتون في هذه الحالة أثناء حركته في البلورة من سوية طاقية الى سوية أخرى في المنطقة ، ويتغير نتيجة لذلك شبه شعاعه الموجي من  $\vec{k}_1$  الى  $\vec{k}_2$  ، ويتغير أيضا شبه اندفاعه من  $\vec{p}_1$  الى  $\vec{p}_2$  . وتتغير أثناء ذلك الطاقة  $E(\vec{k})$  للالكترتون من  $E_{min}$  الى  $E_{max}$  . ويُفسر ماتقدم استنادا الى تحقيق الشرط (10.1) الذي يسمح للالكترتون بإمكانية الحركة ضمن حدود المنطقة الواحدة . فعندما يصل الالكترتون الى حدود منطقة

حيث أن  $E$  طاقة الالكترتون عندما ينعدم الحقل الخارجي . ينتج عن ذلك ، أن طاقة الالكترتون في البلورة أثناء وجود الحقل الكهربائي الخارجي تساوي :

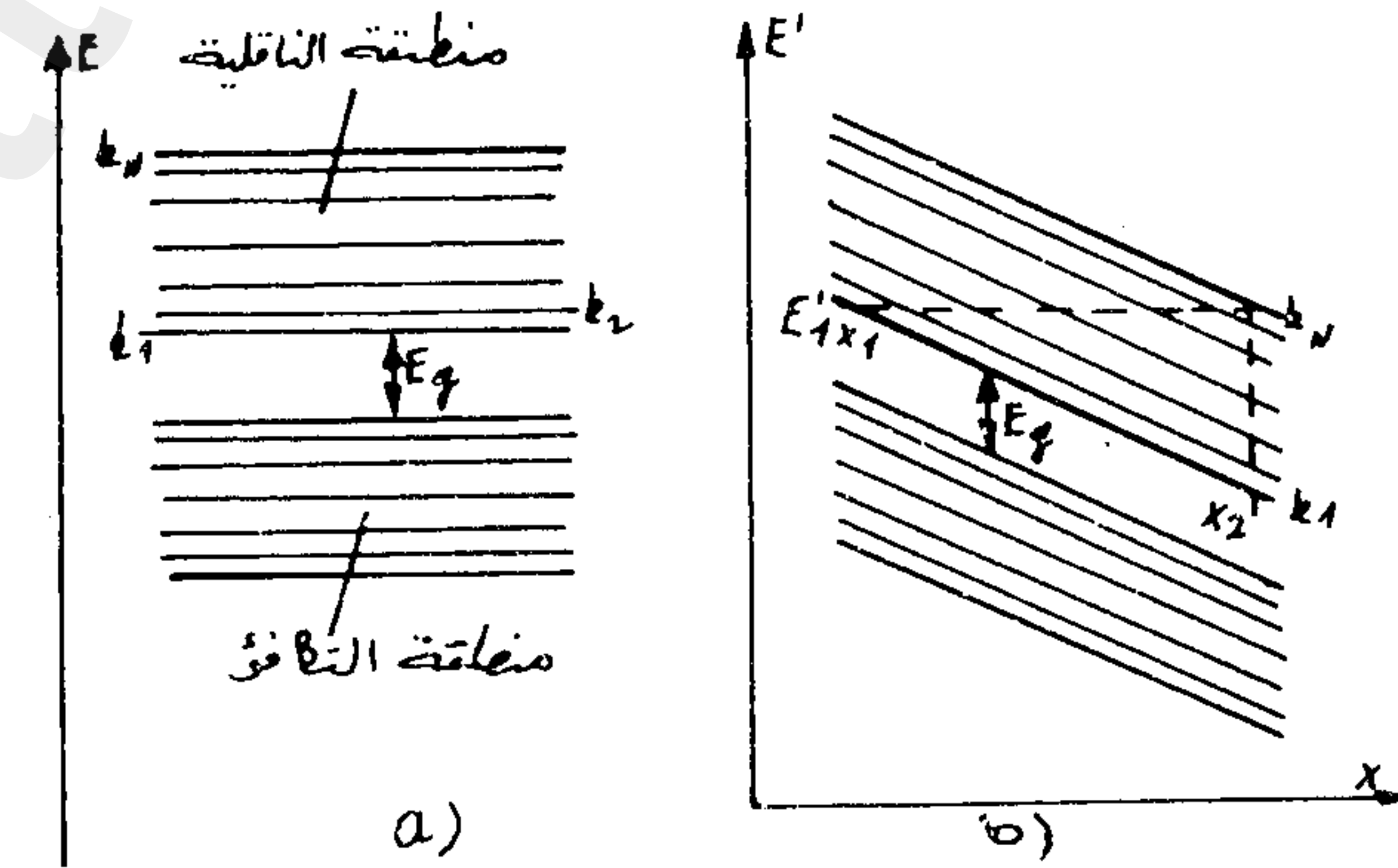
$$E' = E + U(\vec{r}) \quad (10.5)$$

ونستطيع عندئذ أن نكتب في مكان (4.27) ، بعد الأخذ بالحسبان (10.2) ، التالي

$$E' = E_a + c + \quad (10.6)$$

$$+ 2A(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) - e\mathcal{E}x$$

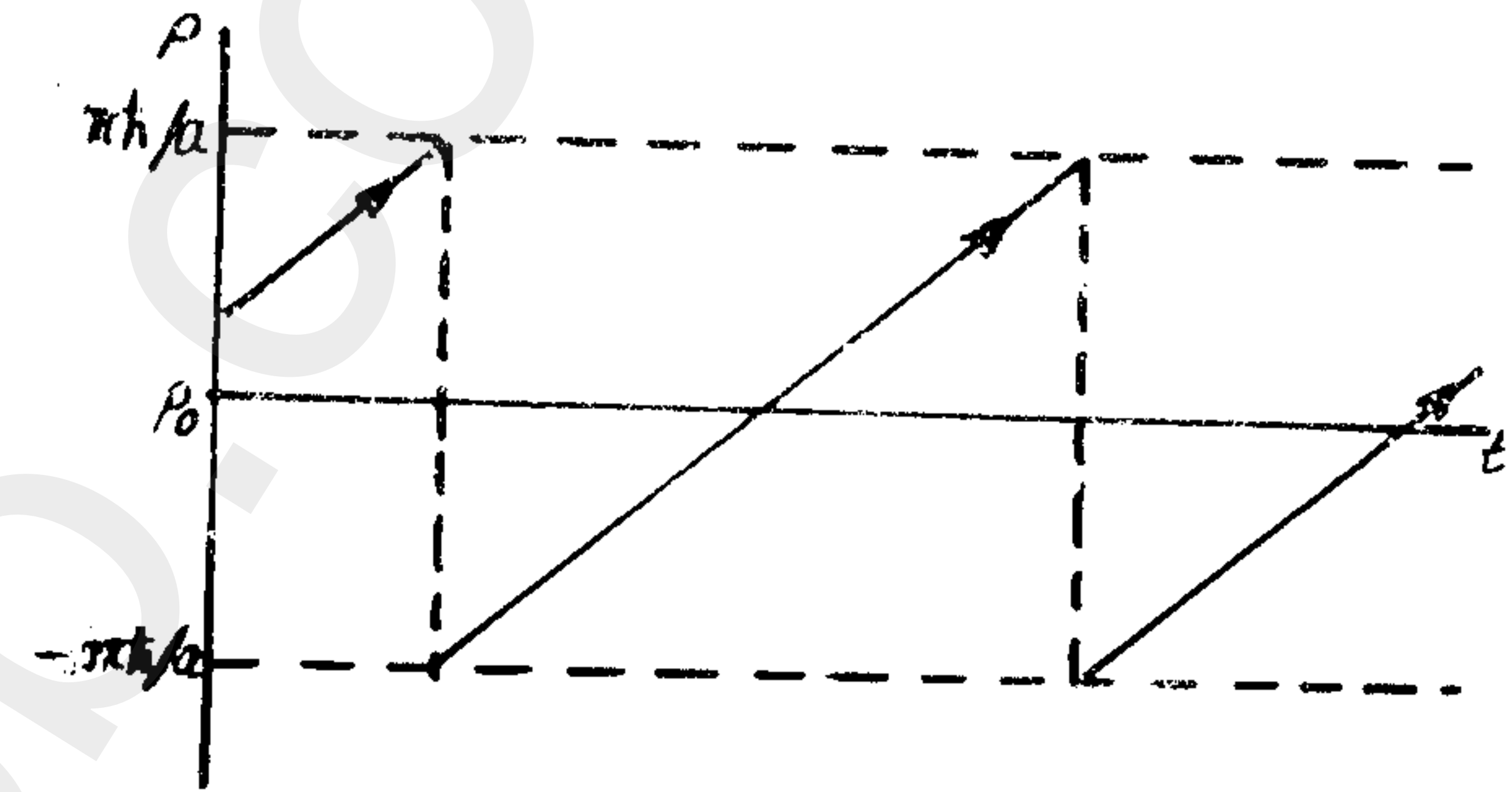
ينتج عن العبارة (10.6) امكانية الحصول على منحنى تابعة مواضع المناطق الطاقية للاحداثيات ، اذا اعطيت جميع القيم الممكنة للطاقة  $E'$  (الشكل 2-13-b) . ويمكن أن نوول هذا المنحنى



الشكل 2-13 ميل المناطق الطاقية في الحقل الكهربائي الخارجي .

كميل للمناطق تحت تأثير الحقل الخارجي . ويمكن التأكد من محافظة المنطقة الطاقية على عرضها الثابت من أجل أية قيمة لـ  $x$  . وفي الواقع ، يمكن أن نكتب من أجل السويتين العلوية والسفلية للمنطقة :

بريليون يهبط الى النقطة المقابلة على الحد المقابل كما هو الحال في حركة الهزاز. يضاف الى ذلك أن  $\vec{p}$  يتغير بشكل دوري حيث يأخذ نفس القيمة بعد اضافة  $\frac{2\pi\hbar}{a}$  (الشكل 2-14). وهكذا فان الالكترون والحالة هذه، لايتحرك في البلورة ككل،



الشكل 2-14 الحركة الدورية لحامل الشحنة ضمن منطقة بريليون تحت تأثير حقل كهربائي خارجي (حالة أحادية البعد). ترمز الخطوط المتصلة المزودة بأسهم الى مسار حامل الشحنة في فضاء شبه الاندفاع.

وانما يتحرك فقط في الحدود من  $x_1$  الى  $x_2$ ، أي في المجال  $\Delta x = x_2 - x_1$  (انظر الشكل 2-13):

$$\Delta x = \frac{E_{max} - E_{min}}{e\mathcal{E}} = \frac{12A}{e\mathcal{E}} \quad (10.9)$$

نستخلص ما تقدم: "أن المنطقة الطاقية للبلورة المثالية الموضوعة في حقل كهربائي خارجي متجانس، تعاني ميلا (انحرافا). وترتفع أثناء ذلك السويات الطاقية اذا كان  $U > 0$ ، وتخفض اذا كان  $U < 0$ . ويحدث في هذه الحالة اعادة توزيع للالكترونات. ذلك لأنها تتحرك في مجال ما  $\Delta x$ ، يتناسب عرضه عكسا مع قيمة شدة الحقل الخارجي. وأثناء حركة الالكترون في هذا المجال

من المنطقة الطاقية، ينتقل ذلك الالكترون من سوية الى سوية طاقية أخرى، ويحصل تغيير للشعاع الموجي ولشبه الاندفاع وبالتالي تنشأ تابعة هذين المقدارين للزمن، أي أن

$$\vec{p} = \vec{p}(t) \quad , \quad \vec{k} = \vec{k}(t) \quad (10.10)$$

نستنتج قانون تغير شبه الاندفاع وشبه الشعاع الموجي للالكترون بدلالة الزمن، أي القانون الذي يصف حركة الالكترون في البلورة أثناء تسليط الحقل الكهربائي الخارجي.

يمكن وصف حركة الالكترون الحر الذي يملك الشعاع الموجي  $\vec{k}$ ، كما هو معروف من الميكانيك الكوانتي، بمساعدة حزمة موجية، تعتبر تركيباً لأمواف مستوية تتغير قيمتها شعاعاً  $\vec{k}$  بشكل متصل ضمن المجال  $2\Delta k$  (من  $\vec{k} - \Delta k$  الى  $\vec{k} + \Delta k$ ). تملك الدالة الموجية للحزمة الموجية في الحالة أحادية البعد الشكل التالي:

$$\psi(x, t) = \int_{k-\Delta k}^{k+\Delta k} a(k) \cdot e^{i(kx - \omega t)} dk \quad (10.11)$$

حيث أن  $\omega$  التواتر الزاوي. تميز حركة الحزمة الموجية بسرعة المجموعة  $v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$  التي تساوي سرعة انتقال أية نقطة من نقاط الحزمة، مثلاً نهايتها العظمى. ويمكن ايجاد احداثي هذه النقطة (النهاية) من الشرط  $\bar{x} - \frac{d\omega}{dk} t = 0$ . ومنه ينتج أن

$$v = \frac{\bar{x}}{t} = \frac{d\omega}{dk} = v_{gr} \quad (10.12)$$

أي أن "السرعة الوسطية لحركة الالكترون الحر  $v$  تساوي سرعة المجموعة للحزمة الموجية".

حيث أن  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$  شبه الاندفاع. " وهكذا، فإن السرعة الوسطية للالكترون في البلورة، تحدد

بمشتق الطاقة بالنسبة لشبه الاندفاع".  
وتكون في حالة انعدام الحقل الكهربائي الخارجي، السرعة الوسطية للالكترون في البلورة ضمن مجال المنطقة الطاقية ككل معدومة (تحقق من صحة ذلك).

ندرس فيما يلي الحالة التي يخضع فيها الالكترون في البلورة لتأثير قوة خارجية  $\vec{F}$ . لنفرض أن طاقة الالكترون  $E(\vec{k})$  في المنطقة التي يتحرك فيها وسرعته هي  $\vec{v}$  يكون عندئذ في حالة الحركة أحادية البعد، وفقا لقانون انحفاظ الطاقة:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (10.17)$$

أي أن سرعة تغير طاقة الجسيمة تساوي العمل الذي تنجزه القوة الخارجية في واحدة الزمن.

وبما أن

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dP} \cdot \frac{dP}{dt} \quad (10.18)$$

نستنتج بمقارنة (10.17) و (10.18) و الأخذ بعين الاعتبار

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \quad \text{أو} \quad \frac{dP}{dt} = F \quad (10.15) \quad \text{أن} \quad (10.19)$$

وتتطابق هذه الصيغة شكليا معادلة الحركة لنيوتن: سرعة تغير شبه الاندفاع بدلالة الزمن تساوي القوة المطبقة. وبالتالي فإن شبه الاندفاع للالكترون في حقل البلورة الدوري  $V(\vec{r})$  يقوم في معادلة الحركة (10.19) بدور الاندفاع للالكترون الحر.

$$v = \frac{v}{g_r} = \frac{d\omega}{dk} \quad (10.13)$$

إذا استعملنا علاقة الطاقة  $E = \hbar \omega$ ، فإن السرعة الوسطية للالكترون الحر، تعين بعبارة من الشكل:

$$v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \frac{dE}{dP} \quad (10.14)$$

حيث أن  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$  الاندفاع.

توصف حركة الالكترون في البلورة بالدالة الموجية (3.24)، التي تعين بطاقم من الدوال الموجية الذرية المالكة لقيم مختلفة ل  $k$  وبما أن  $k = \frac{2\pi n}{aN}$  حيث أن  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$  و  $a \approx 10^{-8} \text{ cm}$  و  $N \approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  و  $aN \approx 10^{14}$ ، فإن الدالة الموجية  $\psi$  يمكن النظر اليها كجملة من الأمواج المستوية التي تتغير فيها  $k$  بشكل متصل (مستمر) تقريبا. وبحكم ذلك يمكن أن توصف حركة الالكترون في البلورة بحزمة موجية مؤلفة من الدوال البلوخية. وبالتالي فإن العبارة (10.14) تصبح صحيحة أيضا من أجل السرعة الوسطية لحركة الالكترون في البلورة:

$$\langle v \rangle = v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \frac{dE}{dP} \quad (10.15)$$

أو في الحالة ثلاثية البعد:

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \text{grad}_{\vec{k}} E(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{d\vec{k}} = \frac{dE}{d\vec{P}} \quad (10.16)$$

لنفرض أن القوة الخارجية  $\vec{F}$  لاتتعلق بالزمن ، توصف عندئذ حركة الالكترون في الفضاء  $\vec{P}$  (الاندفاع) بالمعادلة :

$$\vec{P}(t) = \vec{P}_0 + \vec{F} \cdot t \quad (10.20)$$

ويصبح مسار الحركة خطا مستقيما، يعين اتجاهه باتجاه القوة  $\vec{F}$ . غير أن الالكترون المتحرك في الفضاء  $\vec{P}$  (أو الفضاء  $\vec{K}$ ) ينتقل من سطح سوية طاقة الى سطح آخر (انظر الشكل 12-2). وبالتالي فإن القوة الخارجية لاتغير فقط شبه الاندفاع، وانما تغير طاقة الالكترون أيضا.

ندرس الآن كيفية تغير شبه الاندفاع  $\vec{P}$  للالكترون البلورة، في حالة انعدام الحقل الكهربائي الخارجي. يتحرك الالكترون في البلورة ذات التركيب المثالي، والمالكة لحقل دوري مضبوط بدقة، بشكل يبقى معه على نفس السوية الطاقية في المنطقة. وبما أن شبه اندفاع الالكترون ثابت، فإن  $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$ . ولكن تؤثر على الالكترون قوة  $\vec{F}_{crystal}$  ناتجة عن تأثير حقل الشبكة، وهذه القوة تحدد تغير اندفاعه  $\vec{P}$ ، أي أن

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{cr} \quad (10.21)$$

وبما أن  $\vec{F}_{cr}$  تعتبر دالة دورية، يساوي دورها دور الشبكة، فإن اندفاع الالكترون المتحرك في البلورة لايبقى ثابتا، وانما يتغير بشكل دوري.

عند تسليط حقل خارجي، فإن الالكترون يخضع الى القوة الخارجية  $\vec{F}$  بالإضافة الى القوة  $\vec{F}_{cr}$  المتعلقة بحقل البلورة. وبالتالي فإن تغير اندفاع الالكترون مع الزمن يعين بالقوتين

السابقتين، أي أن

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{cr} + \vec{F} \quad (10.22)$$

وهكذا اذا كان تركيب الشبكة البلورية مثاليا، فإن الحقل الكامن  $V(\vec{r})$  يكون دوريا تماما. ويتحرك الالكترون في الحقل الدوري للشبكة على طول البلورة ككل، ويملك شبه اندفاع ثابت وهذا يعني امتلاكه لطاقة ثابتة. وينتقل الالكترون في هذه الحالة في البلورة محافظا على سويته الطاقية. ولكن بما أن  $\vec{P} = \text{const}$  وبالتالي  $\vec{K} = \text{const}$ ، فإن سرعة الالكترون تبقى ثابتة  $\vec{v} = \text{const}$ ، وتسارعه معدوم  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ . وهذا يعني أن الالكترون يتحرك في الحقل الدوري للبلورة بدون تسارع. وبعبارة أخرى، يتحرك الالكترون في حقل البلورة تام الدورية كالالكترون الحريدون أية مقاومة، أي أنه لايعاني تشتتا.

اذا وضعت البلورة مثالية التركيب في حقل كهربائي خارجي، فإن حركة الالكترون وفقا للعلاقة (10.19) تصبح مماثلة لحركة الجسيمة الحرة الخاضعة لتأثير قوة خارجية  $\vec{F}$ . فبغض عن أن الالكترون عندئذ يتحرك في مجال محدد من البلورة  $\Delta X$  (10.9)، ويتنقل في المنطقة الطاقية من سوية الى أخرى مغيرا طاقته.

نفرض أن الطاقة التي اكتسبها الالكترون من الحقل الخارجي منحها للشبكة (أو لعيب ما)، تصبح طاقة الالكترون نتيجة لذلك ثابتة، وهذا يعني أنه يصبح مالكا لشبه اندفاع ثابت، وبالتالي يبقى الالكترون على نفس السوية الطاقية من المنطقة، ويمكنه أن يتحرك في البلورة الى أية مسافة.

ندرس الآن الحالة التي لا يكون فيها حقل الشبكة البلورية دوريا تماما. لنفرض أن حقل الشبكة مماثلا لما هو مبين على

الكهربائي.  
يعطى التسارع من أجل الإلكترون الموجود في البلورة الخاضعة لتأثير حقل خارجي بالصيغة - انظر العلاقاتين (10.15) و (10.17) -

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\partial^2 E}{\partial p^2} \vec{F} \quad (11.2)$$

وبتعميم المساواة (11.2) على الحالة ثلاثية البعد، يكون

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial p_j} \frac{\partial p_j}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p_j} \left( \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) F_j = \frac{\partial^2 E}{\partial p_j \partial p_i} F_j$$

حيث أن  $i, j = x, y, z$   
أو بالشكل:

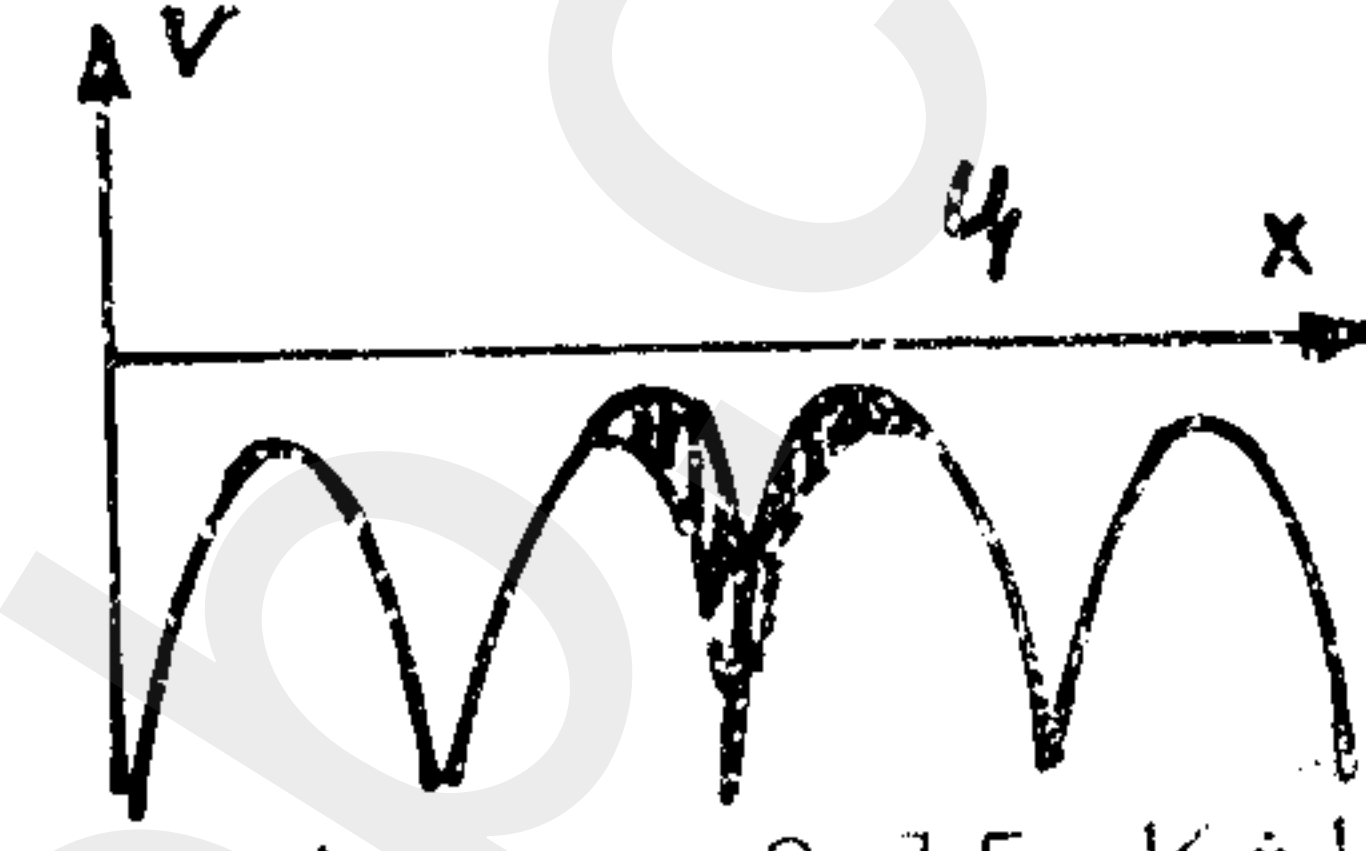
$$\begin{aligned} a_x &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_x^2} F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial p_x \partial p_y} F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial p_x \partial p_z} F_z \\ a_y &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_y \partial p_x} F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial p_y^2} F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial p_y \partial p_z} F_z \\ a_z &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_z \partial p_x} F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial p_z \partial p_y} F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial p_z^2} F_z \end{aligned} \quad (11.3)$$

ويلاحظ أن شعاع التسارع  $\vec{a}$  في هذه الحالة لا ينطبق على شعاع القوة  $\vec{F}$ .

وتعد جملة المقادير  $\frac{\partial^2 E}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{1}{m_{ij}}$  التي تربط الشعاعين

$\vec{F}$ ،  $\vec{a}$  متورا ثلاثيا ثنائي الرتبة:

الشكل 15-2. يمكن تمثيل حقل البلورة في ذلك الجزء الذي خرقت به الدورية، على شكل الحقل الدوري  $\vec{V}(\vec{r})$  مضافا اليه حقل قوى  $U_1$ ، لا يتمتع بدورية الشبكة. الا أنه وفقاً لـ (10.19) ينبغي أن يتغير شبه اندفاع الإلكترون تحت تأثير الجزء اللادوري لحقل الكمون  $U_1$ . وينتج عن ذلك أن أي خرق للدورية المثالية لحقل كمون الشبكة، يؤدي الى تغير في شبه الاندفاع. وهذا يعني حدوث تبدد للأمواج الالكترونية على أي خرق لمثالية تركيب الشبكة. ولا يعتبر حقل الكمون في البلورات الحقيقية مثاليا تماما، حيث يلحقه التشوه نتيجة للاهتزازات الحرارية لذرات الشبكة أو نتيجة لوجود مختلف العيوب. ويعود تشتت الأمواج الالكترونية على هذه التركيبات اللامتجانسة للشبكة السبب الفيزيائي لوجود مقاومة المواد للتيار الكهربائي.



الشكل 15-2 رسم تخطيطي لانحراف الكمون في شبكة مثالية.

## 11.2. الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة

نفرض أن الكترونا حرا كتلته  $m_0$  يقع في حقل كهربائي متجانس  $\vec{E}$ . يخضع ذلك الإلكترون لتأثير القوة  $\vec{F} = -e\vec{E}$  التي تكسبه تسارعا  $\vec{a}$ :

$$\vec{a} = \frac{1}{m_0} \vec{F} = -\frac{1}{m_0} e \vec{E} \quad (11.1)$$

ويكون هذا التسارع متجها بنفس اتجاه القوة، أي أنه معاكس للحقل

$$\frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)_{k_0} = \left( \frac{\partial^2 E}{\partial p_i \partial p_j} \right)_{p_0} = \frac{1}{m_{ij}} \quad (11.6)$$

فنحصل على

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{ij} \frac{1}{m_{ij}} (k_i - k_{0i})(k_j - k_{0j}) \quad (11.7)$$

$$E(\vec{p}) = E(\vec{p}_0) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{1}{m_{ij}} (p_i - p_{0i})(p_j - p_{0j}) \quad (11.8)$$

تكون سرعة الإلكترون في البلورة الى الجوار المباشر لنقطة النهاية  $k_0$  مساوية :

$$v_i = \frac{\partial E}{\partial p_i} = \sum_j \frac{p_j - p_{0j}}{m_{ij}} \quad (11.9)$$

حيث أن  $i = x, y, z$  و  $j = x, y, z$  ، مثلا

$$v_x = \frac{p_x - p_{0x}}{m_{xx}} + \frac{p_y - p_{0y}}{m_{xy}} + \frac{p_z - p_{0z}}{m_{xz}}$$

أو بالصيغة الشعاعية

$$\vec{v} = \frac{1}{m} (\vec{p} - \vec{p}_0) \quad (11.10)$$

حيث أن  $\frac{1}{m}$  موتر مقلوب الكتلة الفعالة.

وبالتالي تكون السرعة في الحالة العامة مساوية للجداء السلمي لشبه الاندفاع في موتر مقلوب الكتلة الفعالة.

ان الموتر (11.4) متناظر بالنسبة للقطر الرئيسي، أي أن

$$m_{ij}^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial p_x^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial p_x \partial p_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial p_x \partial p_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial p_y \partial p_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial p_y^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial p_y \partial p_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial p_z \partial p_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial p_z \partial p_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial p_z^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{xx}^{-1} & m_{xy}^{-1} & m_{xz}^{-1} \\ m_{yx}^{-1} & m_{yy}^{-1} & m_{yz}^{-1} \\ m_{zx}^{-1} & m_{zy}^{-1} & m_{zz}^{-1} \end{vmatrix} \quad (11.4)$$

وتدعى المقادير  $\frac{\partial^2 E}{\partial p_i \partial p_j} = m_{ij}^{-1}$  بمركبات أو عناصر الموتر. وبما أن أبعاد شبه الاندفاع تنطبق على أبعاد الاندفاع، فإن أبعاد مركبات الموتر  $m_{ij}^{-1}$  ليست إلا أبعاد مقلوب الكتلة، ويتكافأ أبعاد  $m_{ij}^{-1} = \left( \frac{\partial^2 E}{\partial p_i \partial p_j} \right)^{-1}$  مطابقة لأبعاد الكتلة. وبالتالي "ندعو الموتر (11.4)، بشكل مشابه. لعبارة الإلكترون الحر (11.1) بموتر مقلوب الكتلة الفعالة!"

نكتب عبارة طاقة الإلكترون في البلورة، وذلك في الجوار المحيط بنقطة النهاية  $k_0$ . نقوم من أجل ذلك بنشر  $E(\vec{k})$  الى جوار النقطة  $k_0$ ، وذلك في سلسلة قوى لمركبات الفرق  $\vec{k} - \vec{k}_0$ ، ونقتصر على الحدود ذات المرتبة الثانية للفرق  $\vec{k} - \vec{k}_0$ . وبما أن النقطة  $k_0$  توافق نهاية الطاقة  $E(\vec{k})$ ، يكون  $\frac{\partial E}{\partial k} = 0$  من أجل النهاية، ونستطيع أن نكتب:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \left[ \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)_{k_0} (k_i - k_{0i})(k_j - k_{0j}) \right] \quad (11.5)$$

حيث أن  $i, j$  تأخذ القيم  $x, y, z$  بشكل مستقل.

إذا اعتبرنا أن

$$v_i = \frac{P_i - P_{0i}}{m_i} = \frac{\partial E}{\partial P_i} \quad (11.15)$$

ينتج عن المساواة (11.14) أن السطوح متساوية الطاقة في الفضاء  $P$  (أي  $E(P) - E(P_0) = \text{const.}$ ) إلى جوارنهايات الطاقة، تعد مجسمات قطوع ناقصة و  $m_1, m_2, m_3$  تمثل الكتل الفعالة وفق المحاور الأساسية لسطوح مجسمات الطاقة. نكتب معادلة مجسم القطع الناقص بشكلها القانوني:

$$\frac{(P_x - P_{0x})^2}{a^2} + \frac{(P_y - P_{0y})^2}{b^2} + \frac{(P_z - P_{0z})^2}{c^2} = 1 \quad (11.16)$$

حيث أن أنصاف محاور المجسم  $a, b, c$  متجهة وفق المحاور الاحداثية  $x, y, z$ ، وتعين من العلاقات

$$\begin{aligned} a^2 &= 2m_1 [E(\vec{P}) - E(\vec{P}_0)] \\ b^2 &= 2m_2 [E(\vec{P}) - E(\vec{P}_0)] \\ c^2 &= 2m_3 [E(\vec{P}) - E(\vec{P}_0)] \end{aligned} \quad (11.17)$$

يتجه التدرج - كما هو معروف - ناظميا على سطح المستوي. وبما أن سرعة حركة الالكترتون تمثل تدرج الطاقة في فضاء شبه الاندفاع (11.15)، فإنها تتجه وفق الناظم على السطوح متساوية الطاقة (11.16)، ولا يكون شعاعا السرعة  $\vec{v}$  وشبه الاندفاع  $\vec{P}$  متساويين (واقعيين على نفس المستقيم) في الحالة العامة (الشكل 2-16 و 2-17). ويتحقق التسامت (Collinear) فيما بينهما وفق محاور المجسمات القطعية الناقصة. إذا قبلنا عندئذ، أن  $E(\vec{P}_0) = E_0$

ذلك لأن  $m_{ji}^{-1} = m_{ij}^{-1}$ ، معلم احداثيات مناسب، يمكن تحويل الموتر المتناظر الى الشكل القطري، أي أن الحدود المختلفة عن الصفر تقع على القطر الرئيسي:

$$m^{-1} = \begin{vmatrix} m_{xx}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{yy}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{zz}^{-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_3^{-1} \end{vmatrix} \quad (11.11)$$

حيث أن  $m_1^{-1} = m_{xx}^{-1}$ ،  $m_2^{-1} = m_{yy}^{-1}$ ،  $m_3^{-1} = m_{zz}^{-1}$

ويكون عندئذ الموتر العكسي لموتر مقلوب الكتلة الفعالة موترا للكتلة الفعالة:

$$\{m^{-1}\}^{-1} = m = \begin{vmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{vmatrix} \quad (11.12)$$

وندعو المقادير  $m_i$  ( $i=1,2,3$ ) بمركبات موتر الكتلة الفعالة. إذا أخذنا في الحسبان مركبات موتر الكتلة الفعالة (11.12)، فإن طاقة الالكترتون الى جوار نقطة النهاية  $k_0$  تكتب بالشكل:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2(k_x - k_{0x})^2}{2m_1} + \frac{\hbar^2(k_y - k_{0y})^2}{2m_2} + \frac{\hbar^2(k_z - k_{0z})^2}{2m_3} \quad (11.13)$$

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}_0) + \frac{(P_x - P_{0x})^2}{2m_1} + \frac{(P_y - P_{0y})^2}{2m_2} + \frac{(P_z - P_{0z})^2}{2m_3} \quad (11.14)$$

وتكتب السرعة بالشكل:

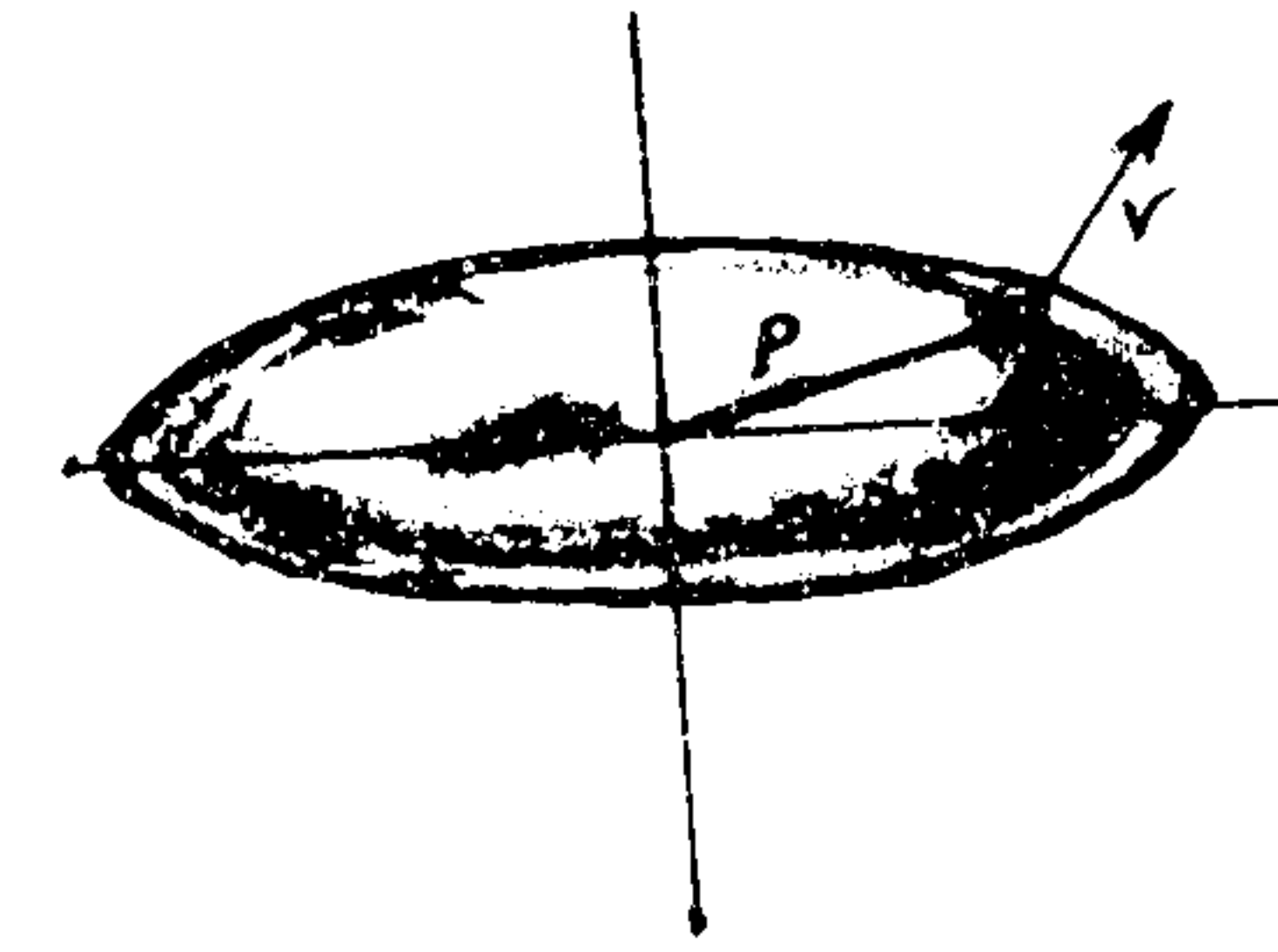
فان  
(11.18)

$$P_i - P_{oi} = \sqrt{2 m_i (E - E_0)}$$

(11.19)

$$v = \frac{P_i - P_{oi}}{m_i} = \sqrt{\frac{2(E - E_0)}{m_i}}$$

ينتج عن العلاقة (11.19)، أنه من أجل نفس الطاقة الواحدة تكون السرعة على طول محاور الجسم متناسبة عكسا مع جذر المركبات الموافقة للكتلة الفعالة. غير أن مركبات الكتلة الفعالة، وفقا للعلاقة (11.17)، تحدد قيمة محاور القطع الناقص الجسم. وبالتالي كلما كان الجسم ممطوطا، أي كلما كانت  $m_i$  كبيرة، كلما كانت السرعة أصغر في ذلك الاتجاه.



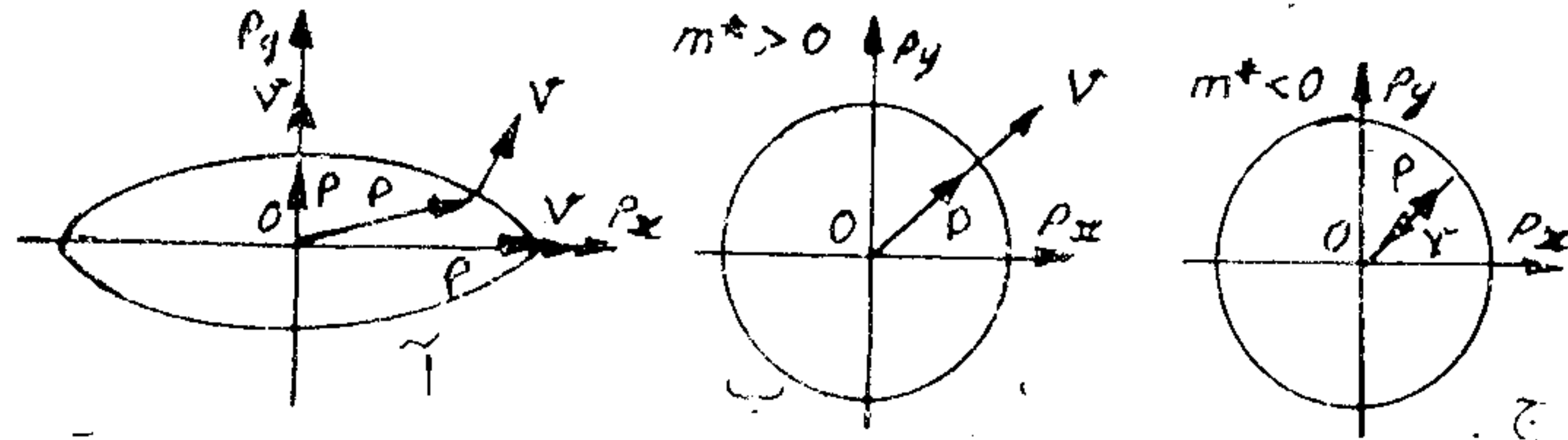
الشكل 2-16 سرعة وشبه اندفاع الإلكترون على سطح مجسم القطع الناقص. الشعاع  $\vec{v}$  ناظمي على السطح، الشعاعان  $\vec{v}$  و  $\vec{P}$  غير متسامتين في الحالة العامة.

إذا كان تناظر البلورة بشكل يكون معه اثنان من المحاور الرئيسية للقطع متكافئين فيزيائيا (مثلا  $\alpha$  و  $\gamma$ )، ويعني هذا أن مركبتي الكتلة الفعالة الموافقتين متساويتان  $m_1 = m_2$ ، وبالتالي  $a = b$ ، فان معادلة السطح متساوي الطاقة تأخذ الشكل البسيط

التالي:

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}_0) + \frac{(P_x - P_{0x})^2 + (P_y - P_{0y})^2}{2m_1} + \frac{(P_z - P_{0z})^2}{2m_3} \quad (11.20)$$

ويعتبر السطح متساوي الطاقة الموصوف بالمعادلة (11.20) سطح مجسم قطع ناقص دوراني، ينطبق محور دورانه على المحور  $P_z$ . وبما أن  $m_3$  مركبة الكتلة الفعالة وفق محور التناظر، أي وفق محور دوران الجسم، فانها تسمى "بالكتلة الفعالة الطولية" ويرمز لها بـ  $m_L$ . ويعدى المقدار  $m_1 = m_2$  الذي يمثل الكتلة الفعالة



الشكل 2-17 اتجاهها شعاع الوضع والناظم على سطح الطاقة. أ- سطوح المجسمات القطعية الناقصة للطاقة، ب- السطوح الكروية للطاقة  $m^* > 0$ ، ج- السطوح الكروية للطاقة  $m^* < 0$ .

العمودية على محور التناظر "بالكتلة الفعالة العرضية"، ويرمز لها بـ  $m_T$ . إذا كانت  $m_1 < m_3$ ، فان مجسم الدوران يكون ممطوطا على طول محور الدوران، ويزداد امتطاطه بمقدار ازدياد نسبة الكتلتين الفعالتين  $\frac{m_3}{m_1}$ . إذا كانت  $m_3 < m_1$ ، فان المجسم القطعي ينضغط وفق محور الدوران.

وتكون في حالة البلورات التي تملك تناظرا مكعبيا، جميع المحاور الرئيسية متكافئة. وتتحقق عندئذ المساواة  $m_3 = m_2 = m_1 = m^*$ ، ويتحول موتر الكتلة الفعالة الى قيمة سلمية (موتر ذو رتبة صفرية). ويوصف سطح الطاقة المتساوية في هذه الحالة بالمعادلة

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}_0) + \frac{P^2}{2m^*} = Const \quad (11.21)$$



الطاقة في البلورة المكعبية الخاضعة لحقل كهربائي خارجي ،  
مماثلة لحركة الجسيمة الحرة ذات الكتلة المساوية لـ  $m^*$  .  
ينتج عن المساواة (11.24) أن تسارع الإلكترون في البلورة  
تسببه فقط القوة الخارجية . ويبرز تأثير حقل البلورة ، بأن حركة  
الإلكترون لا تُحدَّد أثناء تطبيق القوة الخارجية بكتلته العادية  
 $m_0$  ، وإنما بكتلته السعالة  $m^*$  .

تتحقق إلى جوار النهاية العظمى للطاقة ، أي إلى جوار سقف  
منطقة التكافؤ المتراجحتان:

$$(11.26) \quad \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} < 0 \quad \text{و} \quad m^* = \text{const} < 0$$

وبالتالي ، تكون السرعة معاكسة بالاتجاه لشبه الاندفاع (الشكل  
جـ- 2.17) . وينتج عن (11.26) أن اتجاه تسارع الإلكترون الواقع  
إلى جوار الحد العلوي لمنطقة التكافؤ معاكس لاتجاه القوة  
الخارجية المؤثرة عليه :

$$(11.27) \quad \vec{a} = - \frac{\vec{F}}{|m^*|}$$

غير أن الإلكترون الواقع في حقل كهربائي متجانس يتأثر بقوة  
مساوية :

$$(11.28) \quad \vec{F} = -|e|\vec{E}$$

وبالتالي ، فإن الإلكترون الواقع إلى جوار سقف المنطقة الطاقية ،  
والذي يملك الكتلة  $m^* > 0$  ، يكتسب تسارعا من الحقل الخارجي ،  
يعطى بالعلاقة :

$$(11.29) \quad \vec{a} = \frac{-|e|\vec{E}}{-|m^*|} = \frac{|e|\vec{E}}{m^*}$$

أي أن التسارع يتجه وفق الحقل ، ويتصرف مثل هذا الحامل للشحنة  
إلى جوار سقف منطقة التكافؤ ، كجسيمة مشحونة بشحنة موجبة  
وكتلتها السعالة موجبة أيضا ، وتدعى "بالثقب".

وتمثله كرة (الشكل ب ، 2-17) . وتملك عبارة الكتلة الفعالة  
الشكل :

$$(11.22) \quad \frac{1}{m^*} = \frac{\partial^2 E}{\partial p^2} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$$

وبالتالي ، فإن الكتلة الفعالة لحامل الشحنة في البلورات  
ذات التناظر المكعبي تتناسب عكسا مع تقوس سطوح الطاقة  
المتساوية في الفضاء -  $k$  (أو الفضاء -  $P$ ) . وفي هذه الحالة ،  
عندما يقع الإلكترون إلى جوار النهاية الصغرى للطاقة ، أي إلى  
جوار قاع منطقة الناقلية ، يكون

$$(11.23) \quad m^* = \text{const} > 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} > 0$$

أي أن الإلكترونات تسلك سلوك جسيمات شحنتها سالبة وكتلتها  
الفعالة موجبة ، ونحصل عندئذ وفقا لـ (11.2) و (11.22) على  
(11.24)  $\vec{F} = m^* \vec{a}$

وهذا يعني أن التسارع متجه باتجاه القوة الخارجية ، أي باتجاه  
معاكس للحقل الخارجي  $\vec{E}$  .  
بما أن التسارع  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  و  $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$  ، فإن شبه  
الاندفاع للإلكترون في البلورة المكعبة ، يساوي :

$$(11.25) \quad \vec{P} = m^* \vec{v}$$

أي أن السرعة توافق باتجاهها شبه الاندفاع (الشكل ب- 2-17) .  
وتكون بالتالي ، حركة الإلكترون الواقع إلى جوار قاع المنطقة

وتبتعد التابعية  $E(\vec{k})$  عن القانونية التربيعية بمقدار الابتعاد عن حدود المنطقة . ويكون في نقاط الانعطاف ( $k = \frac{\pm\pi}{a}$ ) للمنحني  $E(\vec{k})$  (الشكل 14-2):

$$\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} = 0 \quad \text{و} \quad m^* \rightarrow \infty$$

وينتج عن ذلك، أن استخدام العلاقة (19.10) لتوضيح حركة حوامل الشحنة في البلورة تحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي، ممكن فقط من أجل تلك الحوامل الواقعة الى جوار أرضية أو سقف المنطقة الطاقية .

يبدو في الأمور التطبيقية أن الحالتين التاليتين لامتلاء المنطقة الطاقية، تعتبران من أهم الحالات:

(1) المنطقة فارغة تقريباً. يكون في هذه الحالة عدد الالكترونات في المنطقة أقل بكثير من عدد الحالات الكوانتية الممكنة  $2N$ .

وتسعى الالكترونات الى شغل السويات الطاقية الدنيا المتوضعة الى جوار أرضية المنطقة . ويكون عندئذ  $m_n^* = \text{const} > 0$ .

(2) المنطقة ممتلئة تقريباً بالالكترونات. يوجد في مثل هذه المنطقة عدد ما من الحالات الشاغرة، وتقع هذه الحالات الشاغرة (أي التي لا يوجد فيها الالكترونات) في القسم العلوي من المنطقة . وتمثل

في الواقع هذه الحالات الثقوب التي تتوضع الى جوار سقف المنطقة، أين تكون طاقتها صغيرة. وبالتالي، تقاس طاقة الثقوب في اتجاه معاكس لقياس طاقة الالكترونات . وتكون في هذه الحالة

$$m_p^* = \text{const} > 0$$

تكون منطقة التكافؤ في شبه الموصل في درجة حرارة الصفر المطلق ممتلئة تماماً بالالكترونات، وتكون منطقة الناقلية فارغة تماماً منها. عندما ترتفع درجة الحرارة، تنتقل بعض الالكترونات

منطقة التكافؤ نتيجة التوليد الحراري الى منطقة الناقلية .

ويتحقق في هذه الحالة الوضعان المدروسان آنفاً: وجود كمية قليلة من الالكترونات الى جوار أرضية منطقة الناقلية، وكمية من الثقوب الى جوار سقف منطقة التكافؤ. وبما أن عرض منطقة الناقلية أكبر من عرض منطقة التكافؤ، ومقدار الكتلة الفعالة يتناسب عكسا مع عرض المنطقة الطاقية، فإن الكتلة الفعالة للثقب أكبر من الكتلة الفعالة للالكترون، أي أن

$$m_p^* > m_n^*$$

وبالتالي، فإن الثقوب والالكترون لا يختلفان فقط باشارة شحنة كل منهما، وانما يختلفان أيضاً بكتلتيهما الفعالتين.

## 12.2. التجاوب الدوراني المغناطيسي (السيكلتروني)

يوجد العديد من الطرق التجريبية التي تستخدم لتعيين الكتلة الفعالة لحامل الشحنة، وتعد طريقة التجاوب السيكلتروني واحدة من أهمها. ويتلخص مبدأ هذه الطريقة بالتالي: لنفرض أن شبه موصل واقع في حقل مغناطيسي ثابت، تحريضه  $\vec{B} = \text{const}$ . تؤثر في هذه الحالة على الالكترون الذي يتحرك بالسرعة  $\vec{v}$  قوة لورانتز:

$$\vec{F} = -e (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (12.1)$$

يبدأ الالكترون تحت تأثير القوة المذكورة بالحركة في مسار دائري، مستواه عمودي على الحقل المغناطيسي. ويحدد التواتر الدوراني  $\omega_c$  الذي يدعى بالسيكلتروني، من تساوي قوة الطرد المركزية وقوة لورانتز:

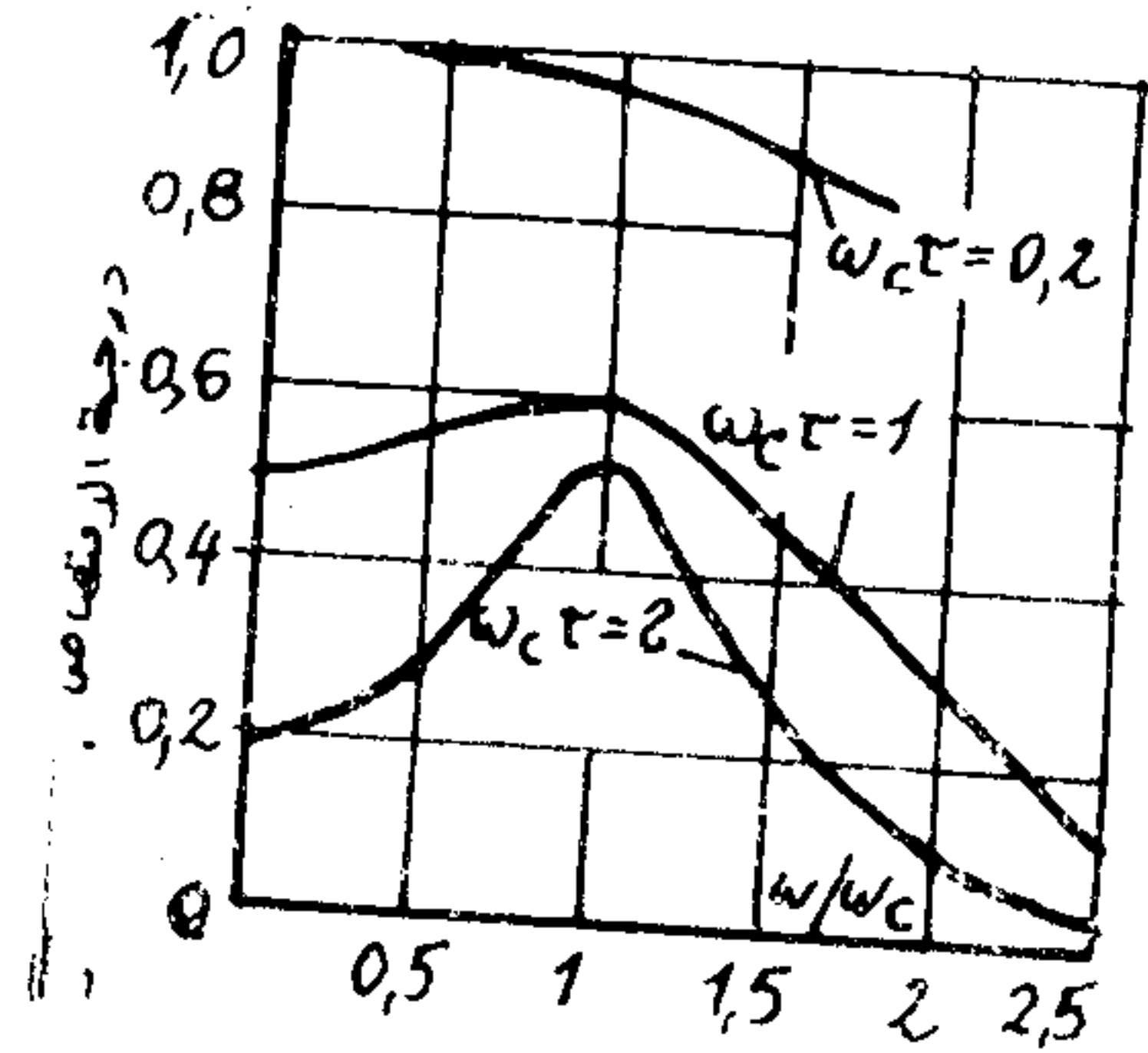
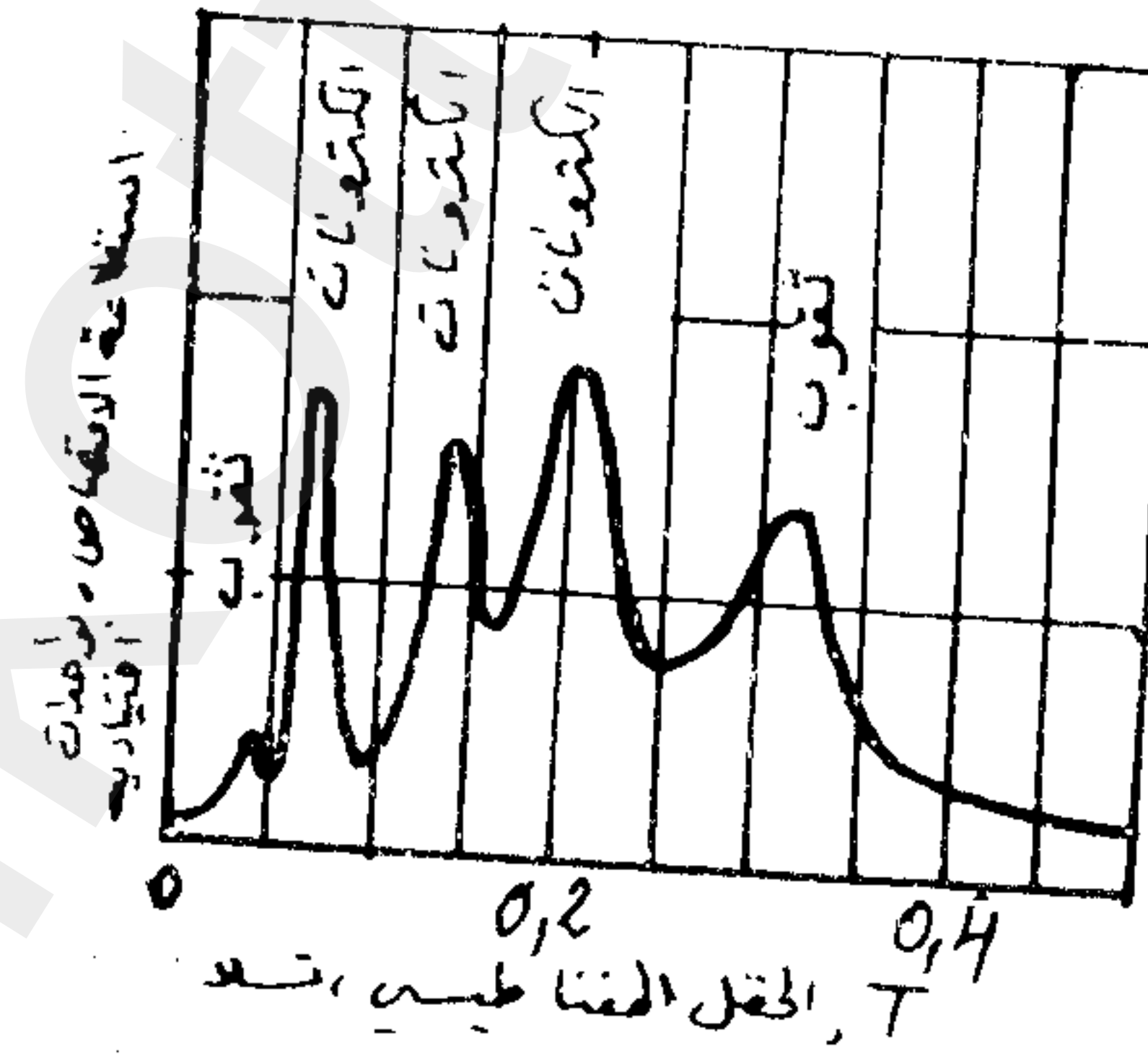
$$\frac{m^* v^2}{r} = e v B \quad (12.2)$$

وينتج عن ذلك أن التواتر لا يتعلق بنصف قطر الدوران، ويعبر

عنه بالعلاقة :

$$\omega_c = \frac{v}{r} = \frac{eB}{m^*} \quad (12.3)$$

إذا تعرض شبه الموصل في نفس الوقت الى تأثير حقل كهرومغناطيسي ضعيف ذي تواتر مرتفع، ويهتز في مستوي معامد لـ  $\vec{B}$  ، فان الالكترتون يمتص بشدة طاقة الحقل الكهرومغناطيسي عندما يقترب تواتر هذا الحقل  $\omega$  من القيمة  $\omega_c$  . وتدعى ظاهرة الامتصاص التجاوبي للأشعة "بالتجاوب السيكلوتروني" . وتعين  $\omega_c$  من قياس التواتر التجاوبي لامتصاص الأشعة الراديوية ، وبالتالي يمكن حساب قيمة الكتلة الفعالة للالكترتون (أو الثقوب) من العلاقة (12.3) . وإذا كانت قيمة الكتلة مختلفة المناحي، فان تغيير توجيه الحقلين المغناطيسي والكهربائي بالنسبة للمحاور البلورية في البلورة، يعطي الامكانية لدراسة شكل المجسمات القطعية



الشكل 2-19 الامتصاص في حالة التجاوب السيكلوتروني في السيليكون.

الشكل 2-18 درجة الامتصاص في حالة التجاوب السيكلوتروني كتابع لشدة الحقل المغناطيسي الثابت (في وحدات  $\frac{\omega}{\omega_c}$ ).

الناقصة للطاقة المتساوية .

يمكن انجاز تجربة لتعيين التواتر التجاوبي للامتصاص  $\omega_c$  ، اذا كان زمن القفزة الحرة  $\tau$  للالكترتون كبيرا بشكل كاف :

$$(12.4)$$

أي أن الالكترتون خلال الزمن  $\tau$  يمكنه أن ينجز على الأقل دورة واحدة وكلما أنجز الالكترتون عددا أكبر من الدورات، كلما كان التجاوب أفضل، وكانت بالتالي أسافينه أكثر تأنفا . ويعرض الشكل 2-18 منحنيات امتصاص الحقل الكهرومغناطيسي بتابعية  $\frac{\omega}{\omega_c}$  ، وذلك من أجل ثلاث قيم لـ  $\omega_c \tau$  : (0, 2, 1, 2) .

يكون زمن القفزة الحرة  $\tau$  لحامل الشحنة أكبر كلما كانت العيوب قليلة في البلورة . وبالتالي، فان تجارب التجاوب السيكلوتروني ينبغي أن تجرى في درجات حرارة منخفضة جدا (عادة في درجة حرارة الهيليوم السائل 4, 2 كلفن)، وعلى بلورات نظيفة جدا . ويعطى في التجارب عادة تواتر الأشعة الراديوية ويجري تغيير شدة الحقل المغناطيسي حتى يتم الحصول على التجاوب . ويعرض الشكل 2-19 أسافين الامتصاص في حالة التجاوب السيكلوتروني في السيليكون .

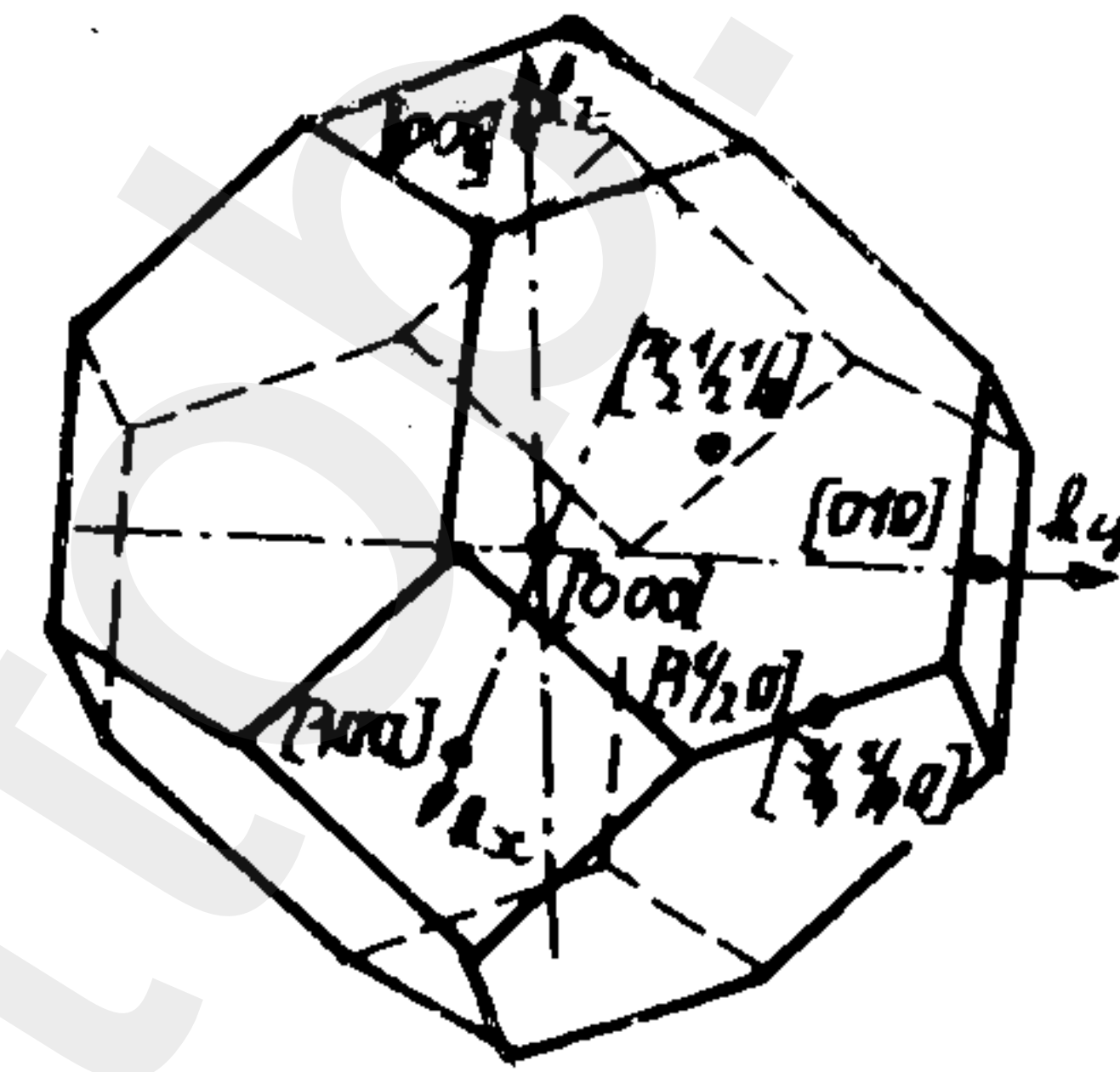
## 2.1. التركيب المنطقي لبعض أشباه الموصلات .

سندرس كأمثلة على ذلك التركيب المنطقي للسيليكون والجرمانيوم وزرنيخ الغاليوم وانتموان الانديوم (المركبات من النمط  $AB_3$ ) .

يملك كل من الجرمانيوم والسيليكون التركيب البلوري من النمط الألماسي، الذي يمثل بمثابة بلورتين مكعبتين ممركزتي الوجوه مزاحتين بالنسبة لبعضهما بمقدار ربع قطر فضائي . وتحتوي الخلية العنصرية على ذرتين . ولاتكون المنطقة الأولى لبريليون بالنسبة لهما مكعبية، وانما تملك شكل مجسم ذي أربعة عشر وجها، معروض على الشكل 2-20 . وقد أعطيت القيم الممثلة للشعاع

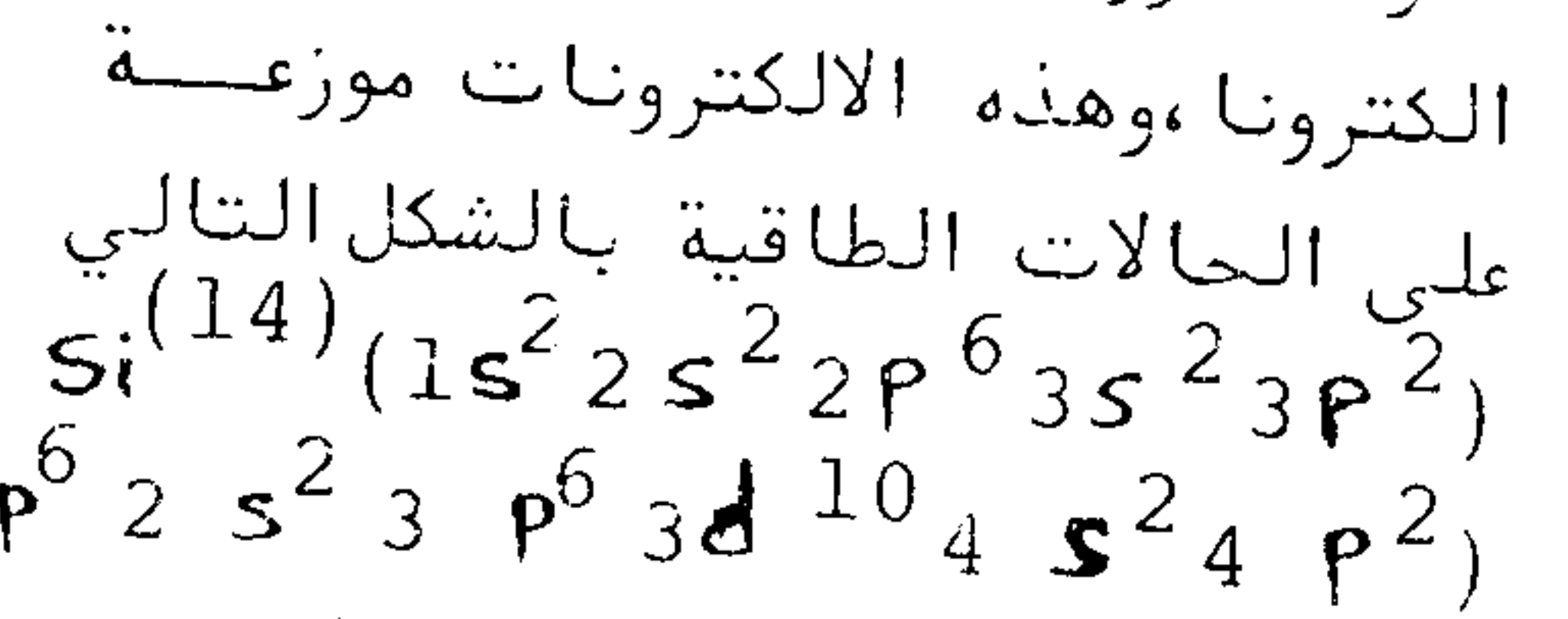
الموجي  $(k_x, k_y, k_z)$  بالوحدات  $\frac{2\pi}{a}$  (حيث أن  $a$  طول حرف مكعب الشبكة).

يعد حساب التركيب الممنطق لأشياء الموصلات مسألة صعبة، حيث أن التابعية  $E(\vec{k})$  للسيليكون والجرمانيوم من أجل قيم مختارة كيفياً لـ  $\vec{k}$  تعتبر معادلة من المرتبة 146. وبالتالي، فقد حسبت الطاقة فقط من أجل بعض نقاط منطقة بريليون المتوضعة بشكل متناظر، أين تبسط الحسابات من أجلها كثيراً. ومع ذلك فقد تم التعامل مع معادلة من المرتبة السادسة عشر. وتم الحصول على المعطيات من أجل النقاط الوسطية بطريقة نصف تجريبية، حيث قورنت النتائج النظرية مع النتائج التجريبية، وخاصة مع تلك النتائج المأخوذة عن التجارب السيكلوتروني.



الشكل 2-20 منطقة بريليون الأولى لشبه موصل من النمط الألماسي.

تملك ذرة السيليكون أربعة عشر الكترونا، وذرة الجرمانيوم 32 الكترونا، وهذه الالكترونات موزعة على الحالات الطاقة بالشكل التالي

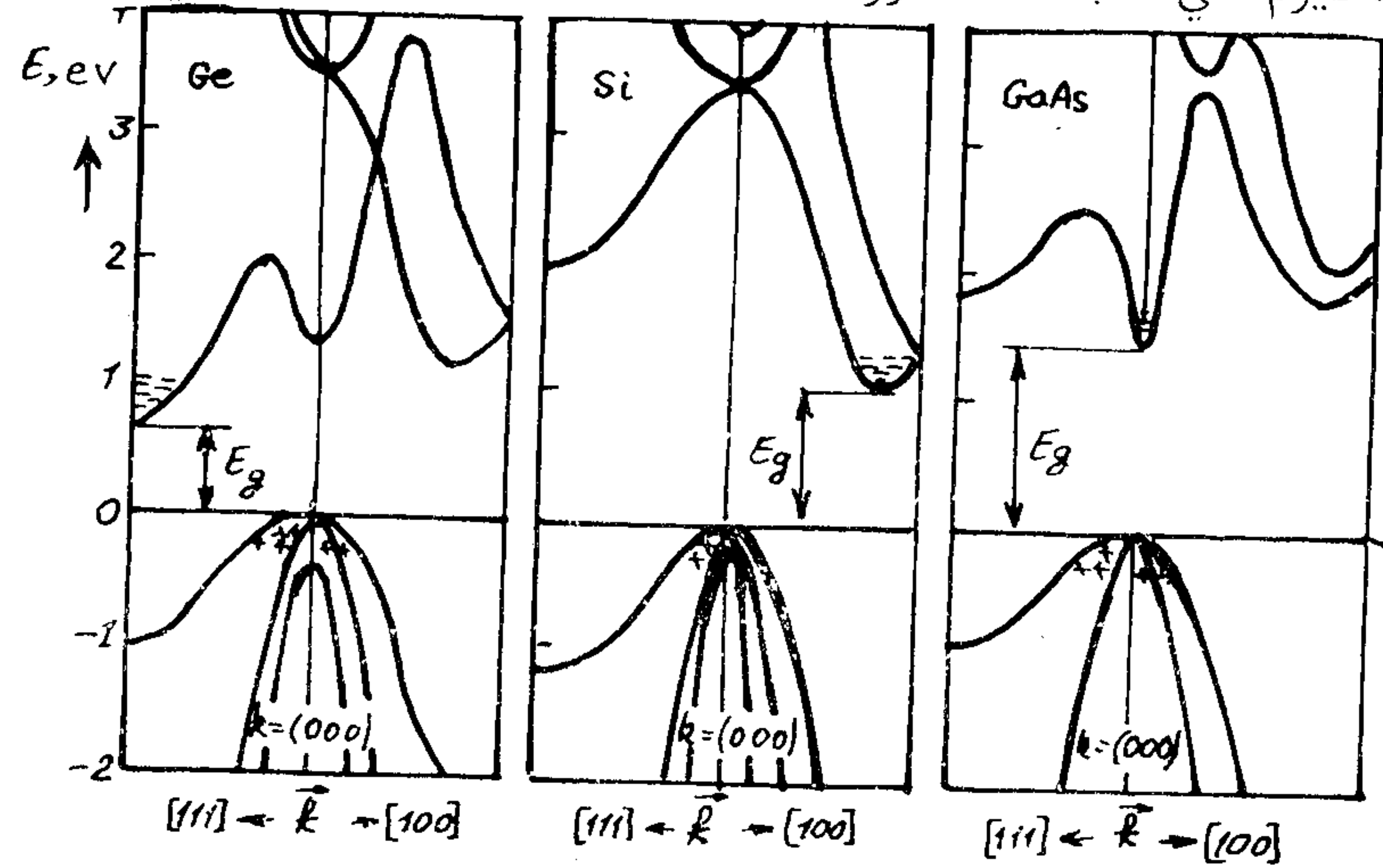


وتكون السحابة الالكترونية الأخيرة عندهما غير ممتلئة، أين يتواجد في الحالة P الالكترونان بسنين متوازيين. "وبما أن منطقتي الناقلية والتكافؤ في كل من السيليكون والجرمانيوم تتضمنان الحالة P (أنظر الشكل 2-7)، التي من أجلها تزول الالافطرية في البلورة، فإن كل منطقة منهما تمثل تنصداً لثلاث مناطق مختلفة". وقد مثلت هذه المناطق على الرسم 2-21 على شكل ثلاثة فروع

مختلفة لـ  $E(\vec{k})$ ، ذلك لأن التابعية  $E(\vec{k})$  تختلف من أجل الاتجاهات البلورية المختلفة.

يلاحظ أن واحداً من فروع  $E(\vec{k})$  لمنطقة الناقلية في Si و كذلك في Ge (الشكل 2-21) يقع أخفض بكثير من الفروع الأخرى. وتعين النهاية الصغرى المطلقة للطاقة قاع منطقة الناقلية. وتدعى النهايات الصغرى للطاقة "بالوديان".

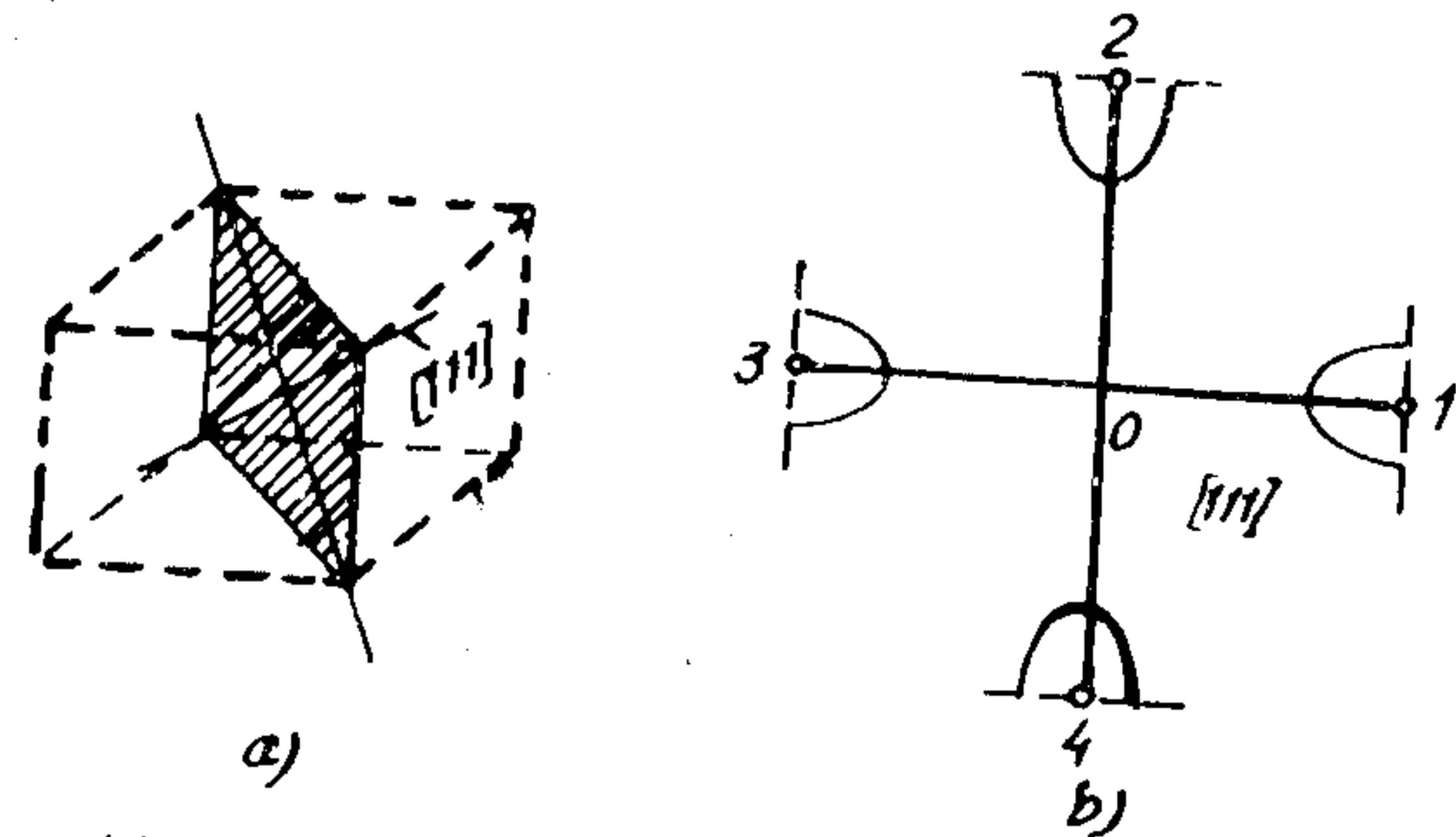
تتموضع النهايات الصغرى المطلقة لمنطقة الناقلية في الجرمانيوم في اتجاه المحور [111] (الشكل 2-21)، وبالتالي توجد



الشكل 2-21 التركيب الممنطق الطاقى للسيليكون والجرمانيوم وزرنيخ الغاليوم.  $E_g$  - عرض المنطقة المحظورة. ترمز إشارات (+) إلى الثقوب في مناطق التكافؤ، وإشارات (-) إلى الالكترونات في مناطق الناقلية.

ثمان نهايات صغرى متكافئة للطاقة، وتملك احداثيات هذه النهايات في وحدات  $\frac{2\pi}{a}$  القيم  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ، وتستلقي على حدود منطقة بريليون (ممثلة على الرسم 2-20 بنقاط غامقة).

تقع النهايتان الصغيرتان المطلقتان للطاقة في منطقة الناقلية لزرنيخ الغاليوم (الشكل 2-21)، وانتموان الانديوم (الشكل 2-27) من أجل  $\vec{k} = 0$ ، وبالتالي تكون سطوح الطاقة المتساوية بالنسبة لهما على شكل كرات، تنطبق مراكزها على مركز منطقة بريليون، وتكون قيمتا الكتلتين الفعالتين للإلكترون مساويتين  $0,07m_0$  و  $0,013m_0$  على الترتيب.



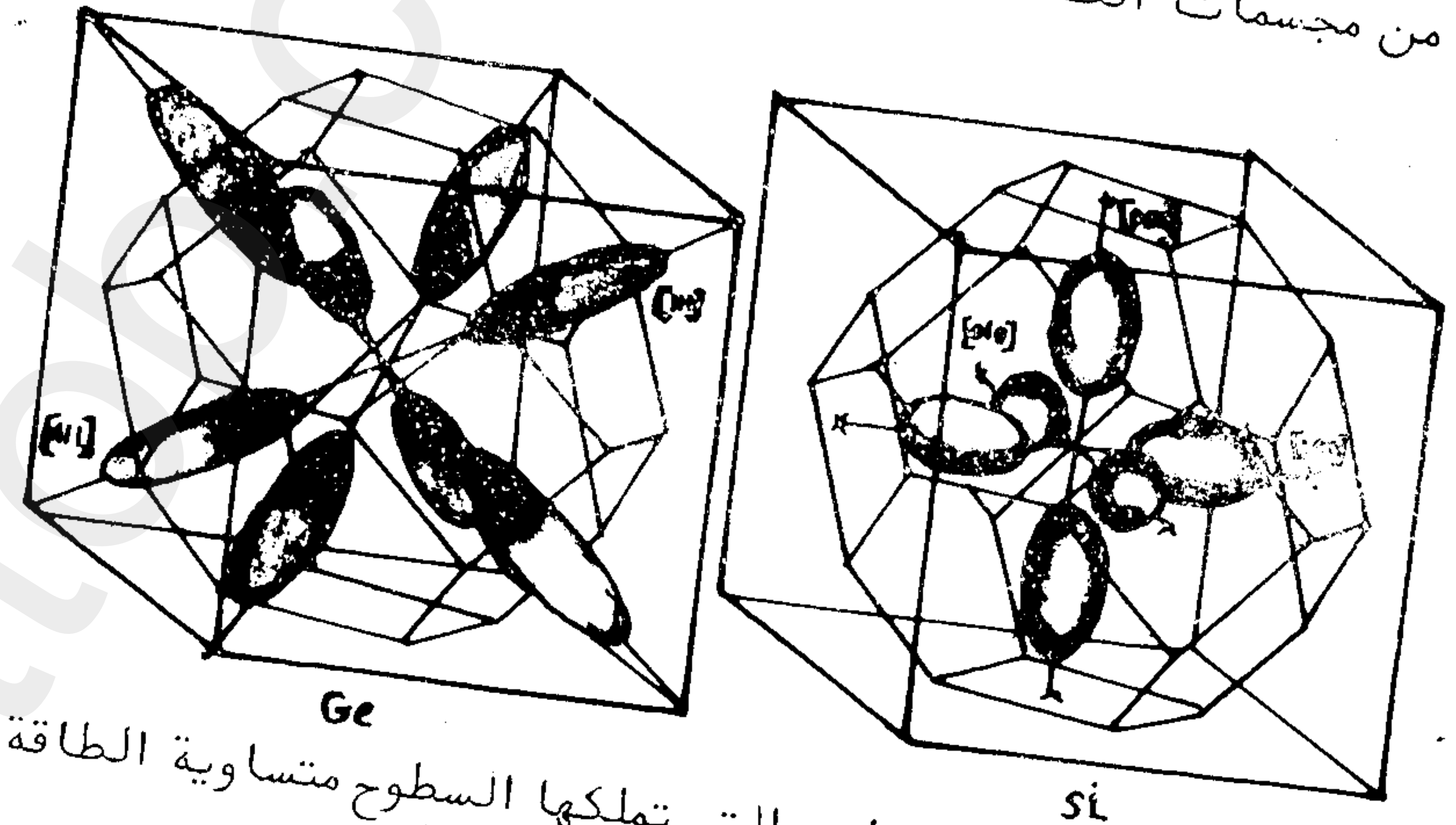
الشكل 2-23. أ- قطران (من الأربعة) فضائين للمكعب [111] ب- موضع سطوح سوية الطاقة في منطقة بريليون (Si). المقطع العرضي (110). الخطوط المتقطعة ترمز إلى حدود منطقة بريليون.

يعبر عن تابعة الطاقة للشعاع الموجي  $\vec{k}$  إلى جوار النهايات الصغرى المطلقة لمنطقة الناقلية في الجرمانيوم والسليكون بالعلاقة:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2 [(k_x - k_{0x})^2 + (k_y - k_{0y})^2]}{2m_1} + \frac{\hbar^2 (k_z - k_{0z})^2}{2m_2} \quad (3.1)$$

وتساوي قيم مركبات موتر الكتلة الفعالة للإلكترون المعينة

وتكون سطوح الطاقة المتساوية إلى جوار النهايات الصغرى المطلقة للطاقة (الوديان) على شكل مجسمات قطعية ناقصة دورانية بالنسبة للمحور الكبير. وتتفق بالاتجاه في مادة Ge مع اتجاه المحور [111]، ويقع في المنطقة الأولى لبريليون نصف كل من مجسمات الطاقة هذه. وبالتالي يحوي الجرمانيوم على



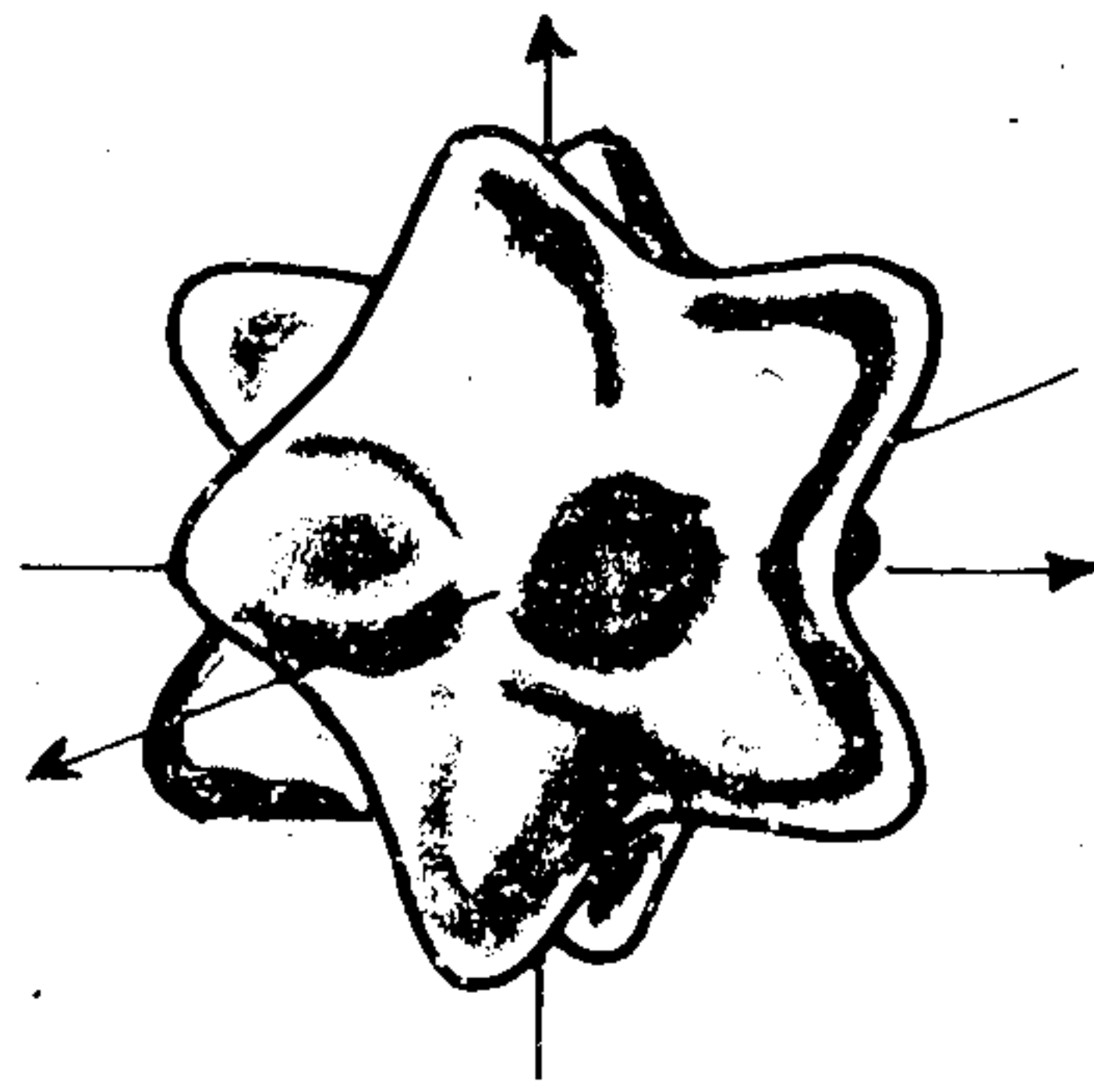
الشكل 2-22 الهيئات التي تملكها السطوح متساوية الطاقة في منطقتي الناقلية للجرمانيوم والسليكون. أربعة مجسمات كاملة للطاقة فقط، وليست ثمانية مجسمات (الشكلان 2-22، 2-23).

تقع النهاية الصغرى لمنطقة الناقلية في السليكون باتجاه المحور [100]، غير بعيدة عن حدود منطقة بريليون (الشكل 2-21). وبالتالي، يوجد في السليكون ست نهايات صغرى متكافئة، وعليه يقع في المنطقة الأولى لبريليون في مادة السليكون ست سطوح قطعية ناقصة مجسمة للطاقة المتساوية، ممطوطة على طول المحور [100] (الشكلان 2-22، 2-24). وتقع مراكز المجسمات على بعد  $3/4$  من مركز منطقة بريليون.

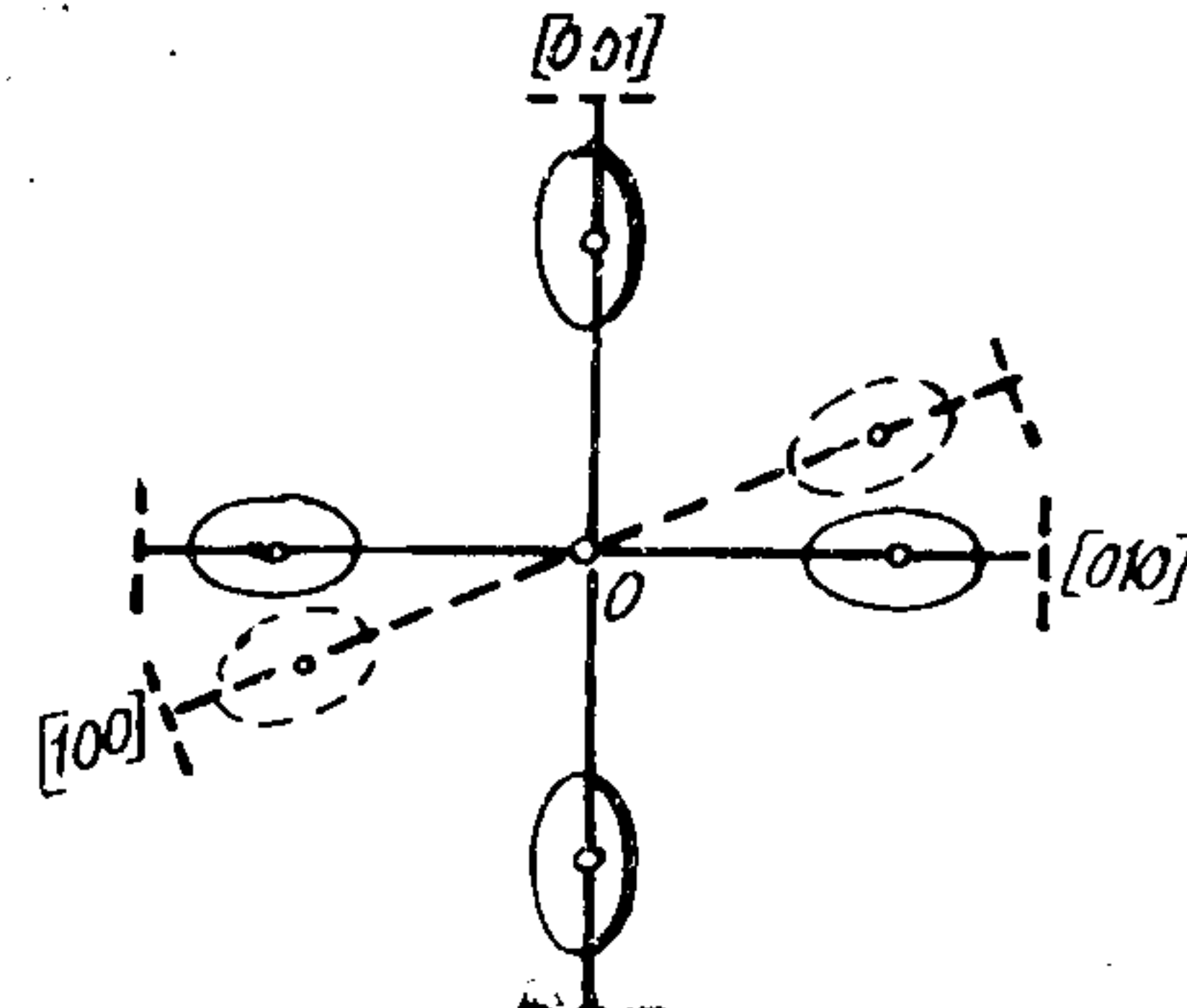
$$E_{1,2}(\vec{k}) = E(0) - \frac{\hbar^2}{2m_0}$$

$$\cdot \left[ Ak^2 \pm \sqrt{B^2 k^4 + C^2 (k_x^2 k_y^2 + k_y^2 k_z^2 + k_z^2 k_x^2)} \right] \quad (13.2)$$

حيث أن  $A$ ،  $B$  و  $C$  هي ثوابت بدون أبعاد. وتساوي قيمها على الترتيب 13، 9، 8 و 3، 10 من أجل الجرمانيوم، و 1، 4، 6 و 3، 3 من أجل السيليكون. وتعد سطوح الطاقة المتساوية (13.2)



الشكل 2-25 سطح الطاقة الثابتة للثقوب الثقيلة في السيليكون.



الشكل 2-24 موضع سطوح سوية طاقة الالكترونات في منطقة بريليون (Si). الخطوط المتقطعة ترمز الى حدود المنطقة.

سطوحا موجة (الشكلان 2-25 و 2-26).

ويسمح أخذ المتوسط للدالة (13.2) وفق جميع الاتجاهات في الفضاء  $\vec{k}$ ، باستبدال السطح المموج بسطح كروي (الشكل 2-26).

وتقدم  $E_{1,2}$  من أجله بالشكل التالي:

$$E_{1,2} = E(0) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \left[ A \pm \sqrt{B^2 + \frac{1}{5} \cdot C^2} \right] \quad (13.3)$$

بطريقة التجاوب السيكلوتروني في الجرمانيوم:  $m_e = 0,082 m_0$  ، وفي السيليكون  $m_{||} = m_3 = m_l = 1,6 m_0$  ،  $m_{\perp} = m_1 = m_2 = m_{||} = m_3 = m_l = 0,97 m_0$  ،  $m_{\perp} = m_1 = m_2 = m_e = 0,19 m_0$  وتعكس النسبة  $\frac{m_3}{m_1}$  اختلاف المناحي لمجسمات سطوح الطاقة المتساوية. وتكون هذه النسبة مساوية 3، 19 في حالة الجرمانيوم و 16، 5 من أجل السيليكون.

تدعى المسافة الفاصلة بين قاع منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ "بعرض المنطقة المحظورة". وتقع نهايات الطاقة للالكترونات والثقوب في الجرمانيوم والسيليكون في النقاط المختلفة لمنطقة بريليون (الشكل 2-20). ويساوي عرض المنطقة المحظورة للجرمانيوم النقي بشكل كاف في درجة حرارة الغرفة والضغط الجوي العادي حوالي 0,67 إلكترون فولت، وللسيليكون حوالي 1,11، ولزرنيخ الغاليوم 1,43 e.v، ولانتموان الانديوم 0,17.

تشكل منطقة التكافؤ لكل من Ge و Si استنادا الى نموذج التقريب شديد الارتباط من المدارات الذرية P، وبالتالي تشمل كل منها على ثلاث مناطق تحتية (جزئية)، يمكن أن نرمز لها — شرطيا بالشكل  $P_{(1/2)}$ ،  $P_{(3/2)}$ ،  $P_{(3/2)}$  - منطقة. وتقع النهاية العظمى للمناطق الثلاث في مركز منطقة بريليون  $\vec{k} = 0$  (الشكل 2-21). وتكون كلا المنطقتين التحتيتين  $P_{3/2}$  عندئذ لافطريتين من أجل  $\vec{k} = 0$ . وتهبط اللاظرية من أجل المنطقة  $P_{1/2}$  جزئيا على حساب التأثير المتبادل لسبين-مدار، و نتيجة لذلك تكون متموضعة أخفض من المنطقتين السابقتين بالقيمة  $E_{50}$ . تنزع اللاظرية لكلا المنطقتين  $P_{3/2}$  من أجل  $\vec{k} \neq 0$ ، ويؤدي حساب التابعة  $E(\vec{k})$  من أجلها الى العبارة

وتعد الكتلة الفعالة في هذه الحالة قيمة سلمية:

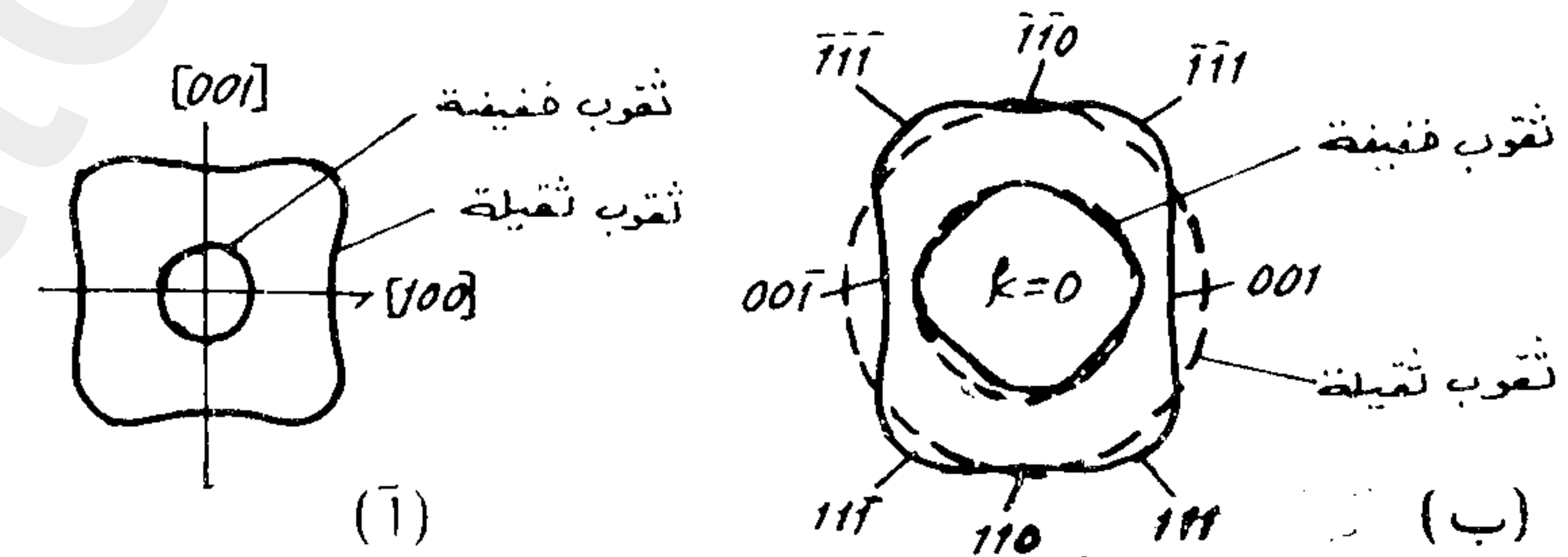
$$m_p^* = \frac{m_0}{A + \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}} \quad (13.4)$$

وينبغي بالتالي أن يتواجد نوعان من الثقوب: الثقيلة  $m_{ph}^*$ :

$$m_{ph}^* = \frac{m_0}{A - \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}} \quad (13.5)$$

$$m_{pl}^* = \frac{m_0}{A + \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}} \quad (13.6)$$

وينبغي أن تكون منطقة الثقوب الثقيلة وفقا للرسم 2-21



الشكل 2-26 السطوح متساوية الطاقة في منطقتي التكافؤ آ- للجرمانيوم ، ب- للسيليكون.

منطقة واسعة (قيمة صغيرة  $\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$ ) ومنطقة الثقوب الخفيفة أقل اتساعا (قيمة صغيرة  $\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$ ).

وقد حددت القيم التالية للكتل الفعالة للثقوب الخفيفة

والثقيلة، اعتمادا على طريقة التجاوب السيكلوتروني:

$$m_{ph}^* = 0,34 m_0, m_{pl}^* = 0,04 m_0 \quad \text{من أجل } Ge$$

ومن أجل Si:  $m_{ph}^* = 0,50 m_0, m_{pl}^* = 0,16 m_0$   
ومن أجل زرنيخ الغاليوم:  $m_{ph}^* = 0,50 m_0, m_{pl}^* = 0,12 m_0$   
تملك التابعة  $E(\vec{k})$  من أجل الفرع الثالث في منطقة

$$E_3(\vec{k}) = E(0) - E_{s0} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} A \quad (13.7)$$

حيث أن  $E_{s0}$  طاقة التأثير المتبادل السبني-المداري، وهي تساوي من أجل الجرمانيوم  $0,28 e.v$  وللسيليكون  $0,035 e.v$ . ويمثل سطح الطاقة المتساوية لمنطقة التكافؤ الثالثة وفقاللعلاقة (13.7) بسطح كروي. وبالتالي تعد الكتلة الفعالة للثقوب من

النوع الثالث قيمة سلمية، وتساوي  $m_p^* = \frac{m_0}{A}$ .

تظهر التجارب أن منطقة الناقلية لانتموان الانديوم تملك تناظرا كرويا، وتقع نهايتها الصغرى في مركز منطقة بريلييون (الشكل 2-27). وتخضع الطاقة الى جوار النهاية الصغرى الى قانون قطعي مكافئ، ويكون تقوس المنطقة كبيرا. وتكون بحكم ذلك، قيمة الكتلة الفعالة للالكترونات الواقعة في قاع هذه المنطقة صغيرة جدا، وتساوي  $0,013 m_0$ ، وذلك وفق معطيات تجارب التجاوب السيكلوتروني. ولا تملك منطقة الناقلية من أجل القيم الكبيرة للطاقة شكلا قطعيا مكافئا، بل ينقص تقوسها. ويدعم ذلك المعطيات المعروضة على الشكل 2-28، أين نرى أن الطاقة لاتتناسب مع  $k^2$ . وتملك الطاقة الى جوار النهاية الصغرى للمنطقة والتي تدعى عادة "بالمنطقة الانمطية"، الشكل التالي

$$E = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} (1 - \alpha k^2) \quad (13.8)$$

(موضعية)، تصف السويات الشائبية . ولكن قبل أن نبدأ بوصف الحالات الموضعية للالكترونون في البلورة، ندرس واحدة من طرق الحل التقريبي لمعادلة شريدنغر في الحالة التي يضاف فيها الى الكمون الدوري لحقل الشبكة  $V(\vec{r})$  كموناً خارجياً ما  $U(\vec{r})$ . تكتب معادلة شريدنغر في هذه الحالة بالشكل:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta + V(\vec{r}) + U(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad (14.1)$$

ويعترض الحل المباشر لهذه المعادلة جهلنا للكمون  $V(\vec{r})$ . ينتج عن الدراسة السابقة، أن معادلة الحركة للالكترونون في الحقل الدوري للبلورة عندما يوجد حقل اضافي خارجي، تشابهه معادلة الالكترونون الحر وذلك إذا استبدلنا الكتلة  $m_0$  بموتر الكتلة الفعالة  $m^*$  في الحالة العامة. تملك معادلة شريدنغر للالكترونون الحر الشكل:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \psi_0(\vec{r}) = E \psi_0(\vec{r}) \quad (14.2)$$

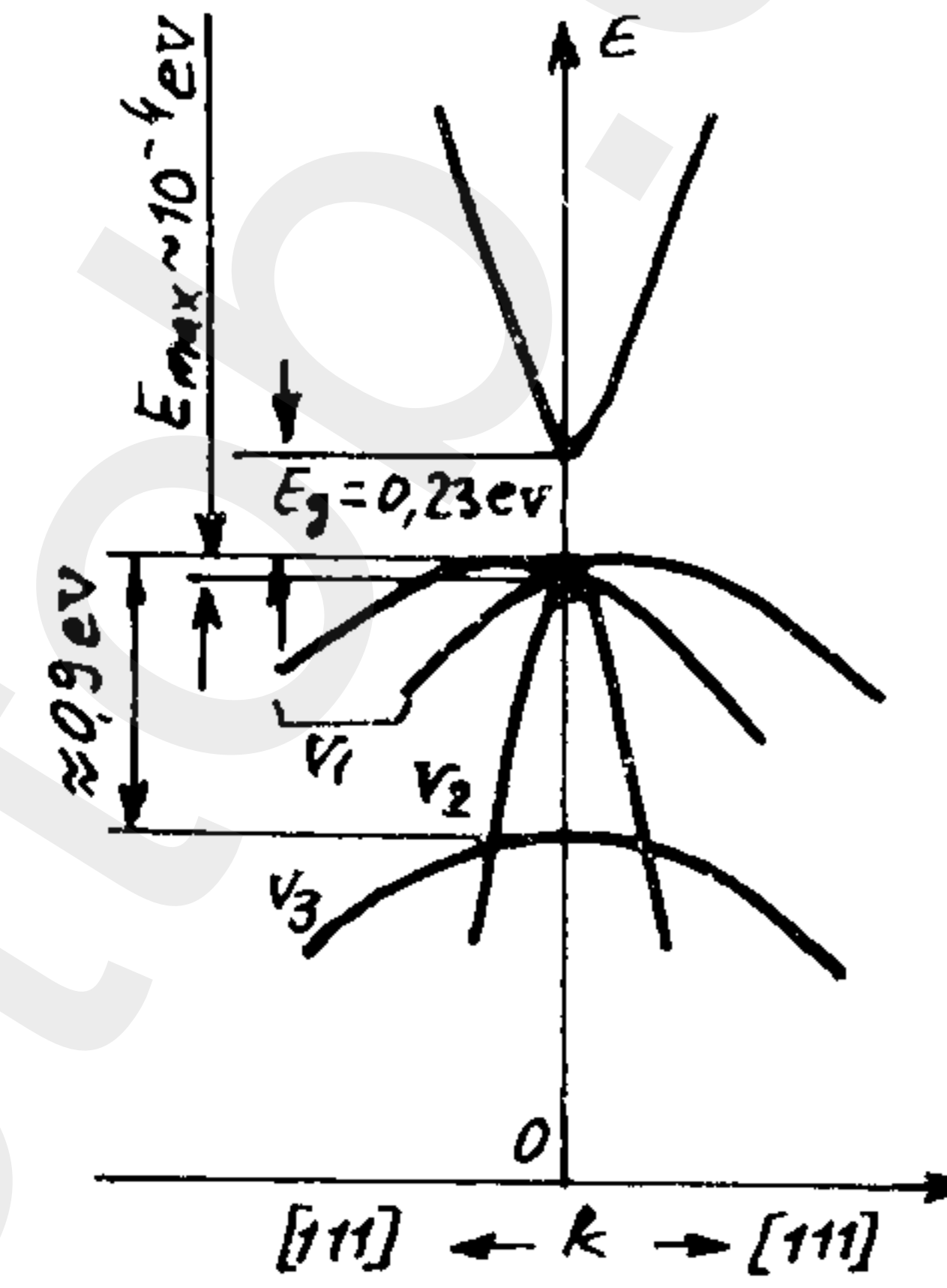
يمكن عندئذ أن نكتب معادلة شريدنغر للالكترونون في البلورة بشكل مشابه لـ (14.2):

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad (14.3)$$

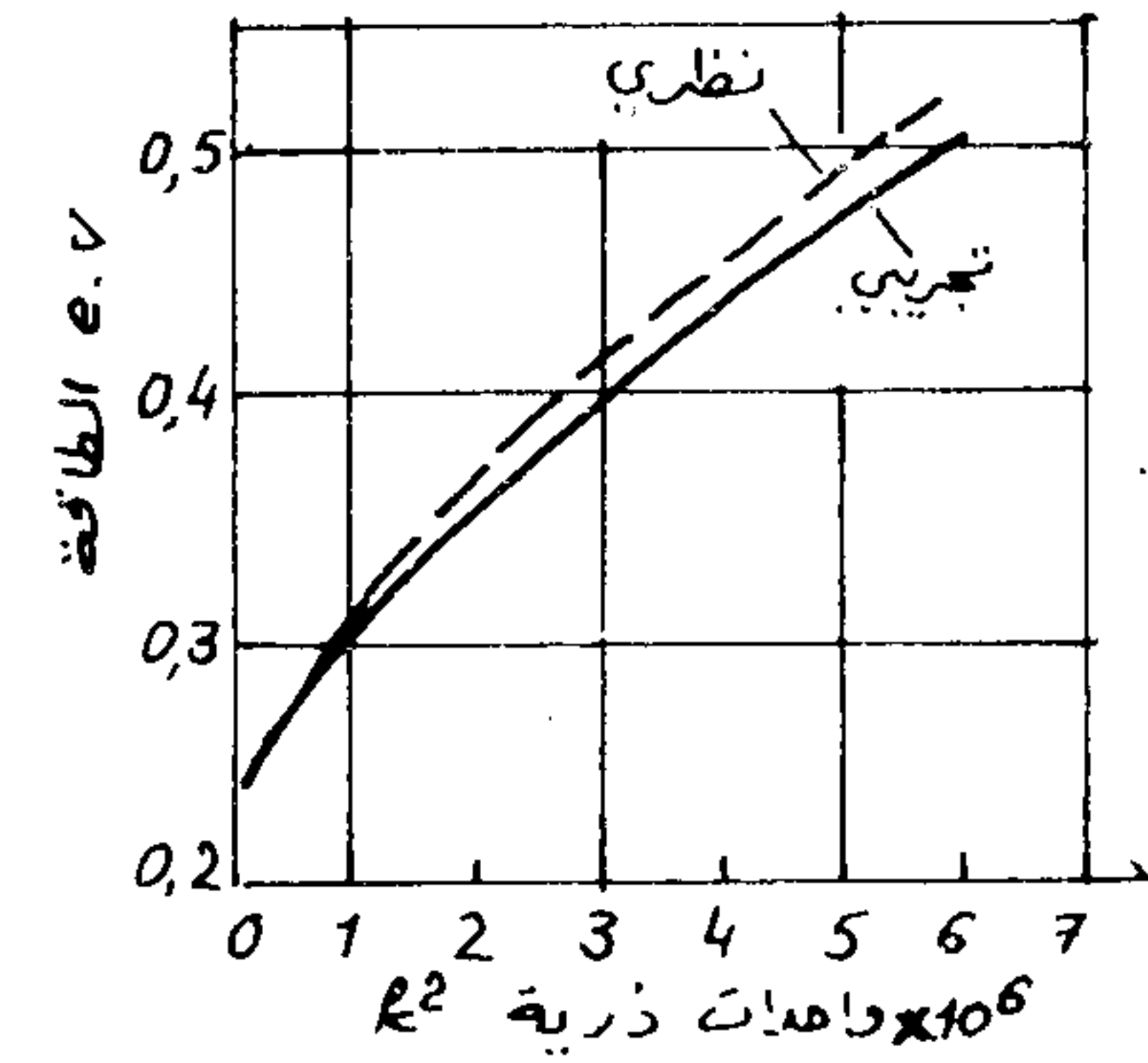
ولا بد من توضيح الشروط التي من أجلها تعطي المعادلة (14.3) حلاً مشابهاً للحل معادلة شريدنغر في الكمون الدوري  $V(\vec{r})$ :

حيث أن  $\alpha$  هو وسيط يحدد درجة ابتعاد منطقة الناقلية عن الشكل القطعي المكافئ، و  $E_c$  طاقة قاع منطقة الناقلية، و  $m_n^*$  الكتلة الفعالة للالكترونون.

تتضمن منطقة التكافؤ لانتموان الانديوم التي يعرض تركيبها الممنطق من أجل الاتجاه [111] الشكل 2-27، ثلاثة فروع  $E(\vec{k})$ . وتكون منطقتا الثقوب الثقيلة ( $m_1^* = 0,6 m_0$ )، والثقوب الخفيفة ( $m_{pl}^* = 0,012 m_0$ ) لافطريتين من أجل  $\vec{k} = 0$ .



الشكل 2-27 التركيب الطاقوي الممنطوق لانتموان الانديوم.



الشكل 2-28 انحراف شكل منطقة الناقلية في انتموان الانديوم عن الشكل القطعي المكافئ.

ويفترض أن النهايات العظمى لمنطقة التكافؤ، لاتقع تماماً على مركز منطقة بريليون، وإنما تكون محروفة عنها بمسافة صغيرة. وتكون المنطقة الثالثة  $\frac{1}{3}$  منفصلة عنهما نتيجة التأثير المتبادل السبني-المداري.

#### 14.2. طريقة الكتلة الفعالة.

تنشأ عند تطعيم شبه الموصل بطعم مانح أو آخذ حالات محلية



فان حل المعادلة (14.3)، يعطي نفس طيف الطاقة للالكترونون في البلورة الى جوار نقطة النهاية  $k = k_0$  الذي نعطيه المعادلة (14.4).

وهكذا، لكي نوجد الحل الذي يعين طيف طاقة الالكترونون في البلورة أثناء تواجد حقول خارجية، يمكن أن نحل بدلا من المعادلة (14.1) المعادلة التالية:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + U(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (14.9)$$

التي لاتحوي على الدالة المجهولة لحقل البلورة  $V(\vec{r})$ . وتدعى مثل هذه الطريقة للحل بطريقة الكتلة الفعالة. وتتجلى قيمة هذه الطريقة، في أن مركبات موتر الكتلة الفعالة الى جوار نقطة النهاية يمكن تعيينها تجريبيا (من طريقة التجاوب السيكلوتروني) مثلا). ولا يعد اقتصرنا في استخدام تطبيق طريقة الكتلة الفعالة على الالكترونات الموجودة الى جوار نقطة النهاية للطاقة عيبا كبيرا في استعمال الطريقة المذكورة لحل الكثير من مسائل نظرية أشباه الموصلات، وذلك لأن ترميز الالكترونات (أو الثقوب) في أشباه الموصلات الفطرية أصغر بكثير من عدد الحالات (الأماكن) في المنطقة، وبالتالي تتواجد الالكترونات (أو الثقوب) في الحالات التي تشغل طاقة صغرى من المناطق المسموحة.

## 15.2. النظرية الأساسية للحالات الشائبية

لقد اقتصر تعاملنا حتى الآن مع البلورات المثالية التي تتمتع بتركيب دوري. ندرس فيما يلي الحالة التي تكون فيها البلورة حاوية على بعض العيوب البسيطة، على شكل ذرات

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta + V(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (14.4)$$

ومن المعروف أن المعادلة (14.4) تحقق دوال بلوخ  $\Psi(\vec{r}) = U_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$  ويوصف الطيف الطاقي للالكترونون الى جوار نقطة النهاية  $(k = k_0)$  بالعبارة:

$$E = E(k_0) + \frac{\hbar^2}{2} \left[ \frac{(k_x - k_{0x})^2}{m_1} + \frac{(k_y - k_{0y})^2}{m_2} + \frac{(k_z - k_{0z})^2}{m_3} \right] \quad (14.5)$$

ويفترض في المعادلة (14.5) أن موتر مقلوب الكتلة الفعالة محمول الى الشكل القطري. وبالتالي يمكن أن تكتب العلاقة (14.3)، بالشكل:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{1}{m_i} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} + \frac{2E}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (14.6)$$

ويمكن التأكد من أن حل هذه المعادلة يعطى بالشكل:

$$\Psi = A e^{i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} \quad (14.7)$$

ويكون عندئذ

$$E = \frac{\hbar^2}{2} \left[ \frac{\alpha^2}{m_1} + \frac{\beta^2}{m_2} + \frac{\gamma^2}{m_3} \right] \quad (14.8)$$

يمكن من مقارنة (14.5) و (14.8) أن نستخلص النتيجة التالية: اذا وضعنا  $\gamma = k_z - k_{0z}$ ،  $\beta = k_y - k_{0y}$ ،  $\alpha = k_x - k_{0x}$  وجعلنا مبدأ قياس الطاقة من نقطة النهاية  $k = k_0$  أي  $E(k_0) = 0$ ،

عندما يحيط مدار الالكترون عددا كبيرا من أركان الشبكة البلورية .  
تكتب معادلة شريدنغر للالكترون الخامس لشائبة الزرنيخ،  
بعد الأخذ في الحسبان ما قيل آنفا، وفقا للعلاقة (14.9) بالشكل:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \right) \psi_a = E_n \psi_a \quad (15.2)$$

نحصل بحل هذه المعادلة بشكل مشابه لمعادلة ذرة الهيدروجين  
على عبارة القيم الذاتية لطاقة الالكترون الشائبة المانحة:

$$E_n = E_c - \frac{m^* Z^2 e^4}{8\hbar^2 \epsilon^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{n^2} \quad (15.3)$$

حيث أن حساب طاقة الالكترون يبدأ انطلاقا من أرضية منطقة  
الناقلية، وترمز  $n$  هنا إلى العدد الكوانتي الذي يعين السويات  
المختلفة لاشارة الشائبة المانحة ( $n \geq 1$ ).  
يمكن كتابة العبارة السابقة بالشكل:

$$E_n = E_c - \frac{m_0 Z^2 e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} \left( \frac{m^*}{m_0} \right) \frac{1}{\epsilon^2 n^2} \quad (15.4)$$

وإذا عوضنا عن  $e$ ،  $m_0$ ،  $\hbar$ ،  $\epsilon_0$  بقيمها العددية، وعبرنا عن الطاقة  
بالالكترون فولط، فإننا نحصل على:

$$E_n = E_c - \frac{13,52 Z^2}{\epsilon^2} \left( \frac{m^*}{m_0} \right) \frac{1}{n^2} = E_c - \frac{E_d}{n^2} \quad (15.5)$$

حيث أن 13,52 توافق قيمة طاقة التشرذ لذرة الهيدروجين،  
بالالكترون فولط، و

شائبة من العمود الثالث أو الخامس للجدول الدوري.

نفرض أن أحد أركان بلورة السيليكون مشغولة بذرة الزرنيخ  
التي تملك خمسة الكترونات تكافؤية . تساهم أربعة الكترونات  
من الكترونات التكافؤ  $As$  بتشكيل أربع روابط مع ذرات السيليكون  
الأكثر قربا . ويتبادل الالكترون الخامس الذي لم يشارك في تشكيل  
رابطة تكافؤية التأثير مع عدد كبير من ذرات السيليكون . وبالنتيجة  
يضعف ارتباطه مع شاردة الزرنيخ الموجبة، هذا الارتباط الذي  
تسببه القوى الكولونية . ويكون سلوكه مشابها لسلوك الالكترون في  
ذرة الهيدروجين . غير أن حل المسألة المتعلقة بتعيين قيمة كمون  
التشرذ للالكترون الشائبة، يتطلب أن نأخذ في الحسبان موضوعين  
إضافيين . أولا: أن هذا الالكترون لا يقع فقط في الحقل الكولوني  
لشاردة الزرنيخ، وإنما يوجد أيضا في الحقل الدوري للشبكة  
البلورية، وتبعاً لذلك ينبغي أثناء وصف حركته استخدام كتلته  
الفعالة  $m^*$  وليس كتلته العادية  $m_0$  . ثانيا: أن التأثير المتبادل  
بين ذلك الالكترون وشاردة الزرنيخ الموجبة  $Ze$  ( $Z=1$  في حالتنا)  
يحدث في المادة الصلبة التي تملك ثابتا كهربائيا  $\epsilon$ ، وبالتالي  
ينبغي أن ندخل في عبارة الطاقة الكامنة  $U(\vec{r})$  للالكترون الشائبة  
القيمة  $\epsilon$ ، وتصبح عبارة الطاقة عندئذ بالشكل:

$$U(\vec{r}) = - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r} \quad (15.1)$$

حيث أن  $\epsilon$  الثابت الكهربائي في الخلاء.

تعد العلاقة (15.1) صحيحة فقط من أجل الشحن النقطية  
الجهرية . وبعبارة أخرى، تعد تلك العلاقة صحيحة عندما تكون  
المسافة بين الشحن التي تتبادل التأثير كبيرة بشكل كاف، أي

المانحة في الجرمانيوم حوالي  $a_1 = 140 \text{ \AA}$  و  $a_0 = 34 \text{ \AA}$  ، و أن ثابت الشبكة للجرمانيوم حوالي  $5,62 \text{ \AA}$  ، فان مدار هذا الالكترين يحيط بحوالي 20 ركنا من أركان الشبكة . ويدعم هذا امكانية دراسة حركة الالكترين في وسط يملك معزالية كهربائية .

ندرس الآن حالة الذرة الآخذة . لنفرض أن واحدا من أركان شبكة السيليكون مشغول بذرة من عناصر العمود الثالث للجدول الدوري ، وليكن البور . ينقص عندئذ الكترين واحد في الذرة الآخذة لاتمام تشكيل الروابط التكافؤية الأربع مع ذرات السيليكون الموجودة الى جوار الذرة الآخذة . وتسلك هذه الرابطة الشاغرة (الثقب) سلوك جسيمة ذات شحنة موجبة ، مما يؤمن الاعتدال الكهربائي في ذلك الجزء من البلورة . ويعطي حل هذه المسألة التي تماثل مسألة الحركة للالكترين في الحقل الكولوني للشاردة الموجبة ، يعطي القيم الذاتية للطاقة :

$$E_p = E_v + \frac{m^* e^4 z^2}{8 \hbar^2 \epsilon^2 \epsilon_0^2 n^2} = E_v + \frac{E_a}{n^2} \quad (15.8)$$

حيث أن

$$E_a = \frac{13,52 z^2}{\epsilon^2} \left( \frac{m^*}{m_0} \right) \quad (15.9)$$

أي أن السوية الطاقية للشائبة الآخذة تقع في المنطقة المحظورة فوق سقف منطقة التكافؤ  $E_v$  بالمسافة  $E_a$  . وتكون وفقا للحسابات مساوية في حالة الجرمانيوم  $0,01 \text{ e.v}$  ، وهذه القيمة تساوي تقريبا طاقة التشرد المقاسة تجريبيا . وهكذا ، فان السويات الطاقية الضحلة (قليلة العمق) للشوائب

$$E_d = \frac{13,52 z^2}{\epsilon^2} \left( \frac{m^*}{m_0} \right) \quad (15.6)$$

تعني طاقة الحالة الأساسية ( $n=1$ ) لذرة الشائبة المانحة . ينتج عن (15.5) أن سوية طاقة الشائبة المانحة التي توافق الحالة الأساسية ( $n=1$ ) تقع في المنطقة المحظورة لشبه الموصل تحت قاع منطقة الناقلية  $E_c$  بالمسافة  $E_d$  . وتكون طاقة التشرد  $E_d$  للذرة المانحة ، وفقا للمساواة (15.6) أصغر ب  $\epsilon^2$  مرة من طاقة التشرد لذرة الهيدروجين . وبالإضافة الى ذلك فهي تتعلق ب  $z^2$  . وهذا يعني أن سوية الطاقة للأيون ثنائي الشحنة للشائبة المانحة ، تقع في المنطقة المحظورة الى الأسفل من سوية الطاقة للأيون أحادي الشحنة لنفس الشائبة .

إذا عوضنا  $m^* = 0,25 m_0$  ، فان طاقة التشرد للشوائب خماسية التكافؤ في بلورة الجرمانيوم التي يكون من أجلها  $\epsilon = 15,8$  ، تساوي تقريبا  $0,01 \text{ e.v}$  . وتوافق القيمة المقاسة تجريبيا لطاقة التشرد بشكل جيد القيمة المحسوبة نظريا . يعطي حساب نصف قطر مدار الكترين الشائبة اعتمادا على النموذج المشابه للهيدروجين العبارة :

$$a = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m^*} \epsilon n^2 = a_0 \left( \frac{m_0}{m^*} \right) \epsilon n^2 \quad (15.7)$$

حيث أن  $a_0 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_0} = 0,53 \text{ \AA}$  هي نصف قطر المدار البوري

الأول لذرة الهيدروجين .

إذا أخذنا في الحسبان أن نصف قطر المدار الأول لالكترين الذرة

التي توجد سوياتها في النصف السفلي من المنطقة المحظورة ابتداءً من سقف منطقة التكافؤ، وتعد سويات آخذة. ويرمز السويات الآخذة الموجودة في النصف العلوي من المنطقة المحظورة بالرمز A.

Li	Sb	P	As	Bi	Ni	S	Mn	Ag	Pt	Hg
0,033	0,03	0,044	0,049	0,069	0,18	0,35	0,33	0,37	0,33	0,33
					A	0,37				
Si					0,52	0,54	0,55	0,53		
					A	D				
					0,39	0,37	0,35	D	0,34	0,36
					0,31	0,24	0,22			
					0,16	0,26				
0,045	0,057	0,065								
B	Al	Ga	In	Tl	Co	Zn	Cu	Pb	Fe	O

الشكل 2-30 القيم المقاسة لطاقة تشرد مختلف الشوائب في السيليكون.

المانحة والآخذة التي تشكلها عناصر العمودين الخامس والثالث من الجدول الدوري في أشباه الموصلات التكافؤية من نوع الجرمانيوم، يصفها بشكل جيد نموذج شبه الهجريين. وتكون طاقة تشرد هذه الشوائب متناسبة عكسا مع  $E^2$  وطردا مع الكتلة الفعالة لحامل الشحنة.

تشكل عناصر الأعمدة 1، 2، 6، 7 من الجدول الدوري عند تطعيم شبه الموصل بها، سويات طاقة عميقة. ويمكن لهذه العناصر أن تدخل في الشبكة على شكل شائبة (مانحة D أو آخذة A) أحادية التشرد ( $D^{(4)}$  أو  $A^{(4)}$ ) أو ثنائية التشرد ( $D^{(2)}$ ،  $A^{(2)}$ ). إضافة لذلك، فإن نفس الذرة يمكنها أن تشكل سويات مانحة أو آخذة.

يخضع الشكلان 2-29 و 2-30 قيم طاقة التشرد المقاسة تجريبيا من أجل مختلف الشوائب في الجرمانيوم والسيليكون.

Li	Sb	P	As	S	Cu	Ag	Au	Se						
0,0095	0,0096	0,012	0,013	0,18	0,09	0,04		0,14						
				A	A	A		0,28						
				0,26	0,29	0,27		0,2						
				A	A	A		0,23						
				0,37	0,31	0,3		0,12						
				A	A	A		0,23						
				0,32	0,16	0,16		0,25						
				0,13	0,15	0,16		0,22						
				A	A	A		0,12						
				0,07	0,04	0,05		0,07						
				0,04	0,05	0,09		0,07						
				D	D	D		0,04						
				0,01	0,01	0,01		0,04						
				0,01	0,01	0,01		0,04						
				0,02	0,03	0,05		0,04						
B	Al	Tl	Ga	In	Be	Zn	Cd	Mn	Fe	Co	Ni	Hg	Pt	Cr

الشكل 2-29 القيم المقاسة لطاقة تشرد مختلف الشوائب في الجرمانيوم.

وتعتبر السويات الشائبية الموجودة في النصف العلوي من المنطقة المحظورة موانحاً، ويمكن أن توجد السويات المانحة في النصف السفلي، وقد رمز لها بالحرف D. وتقاس طاقة تشرد الشوائب

نستنتج العبارة الرياضية لكثافة الحالات الكوانتية عندما تكون سطوح الطاقة المتساوية لمنطقتي الناقلية والتكافؤ على شكل كرات. نعين كثافة الحالات في الجوار الأقرب لأرضية (قاع) منطقة الناقلية. يمكن وفقا للعلاقة (1.21)، أن نكتب طاقة الالكترونات الى جوار قاع المنطقة بالشكل:

$$E = E_c + \frac{p^2}{2m_n^*} \quad (1.4)$$

حيث أن  $E_c = E(\vec{p}_0)$  طاقة الالكترون في قاع منطقة الناقلية، و  $m_n^*$  الكتلة الفعالة للالكترون.

نفرض منطقة كروية بين سطحين للطاقة المتساوية مؤلفين ل  $E(P) = Const$  و  $E(\vec{P}) + dE = Const$  (الشكل 1-3). ان حجم هذه الطبقة يعطى بالعلاقة:

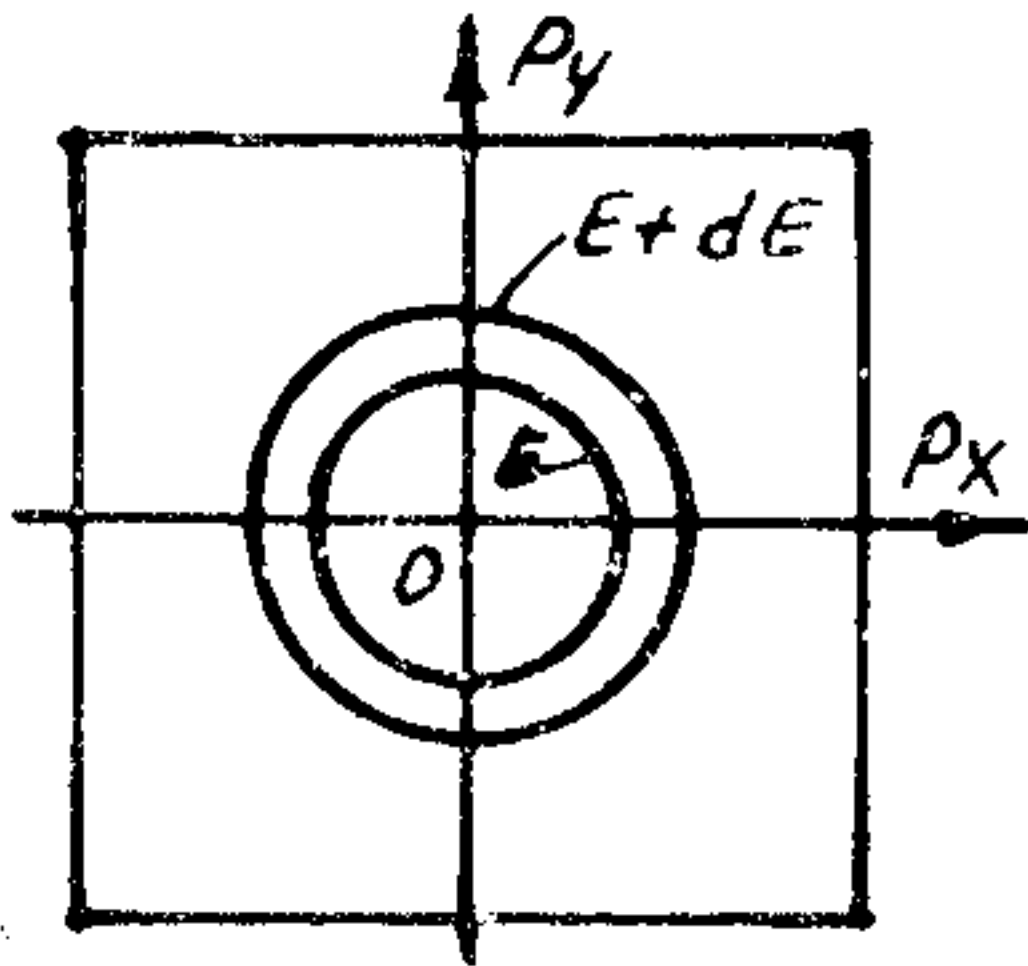
$$dV_p = 4\pi p^2 dp \quad (1.5)$$

ويكون حجم الخلية العنصرية في منطقة بريليون مقاسمة بوحدة الحجم للبلورة في الفضاء  $P$ ، وفقا ل (7.6) مساويا القيمة  $\frac{h^3}{8\pi^3}$ . ويمكن أن يقع في كل خلية الكترونان مختلفان باتجاه سبنيهما، نأخذ هذا في الحسبان، فنجد أن عدد الحالات في الحجم  $dV_p$  يساوي:

$$dZ = \frac{V_p}{h^3} = \frac{8\pi}{h^3} p^2 dp \quad (1.6)$$

نحصل من (1.4) على:

$$p^2 = 2m_n^* \cdot (E - E_c) \quad (1.7)$$



الشكل 1-3 حجم قشرة كروية في منطقة بريليون محصورة بين سطحين للطاقة المتساوية  $E$ ،  $E + dE$ .

## الفصل الثالث

احصاء الالكترونات والثقوب في أشباه الموصلات

### 1.3. كثافة الحالات الكوانتية

تتلخص الوظيفة الأساسية للفيزياء الاحصائية في تعيين عدد الجسيمات التي تملك طاقة محصورة في مجال محدد للطاقة. ولكي نحل هذه المسألة، لابد من معرفة الحالات الكوانتية واحتمال وجود الجسيمات في هذه الحالات. وبالتالي، لكي نعين تركيز حوامل الشحنة في أشباه الموصلات، لابد من معرفة العدد الحقيقي للحالات المشغولة بالالكترونات والثقوب.

نفرض أن عدد الحالات الكوانتية يساوي  $dZ$  (مع الأخذ بعين الاعتبار السبين) في المجال الطاقى من  $E$  الى  $E + dE$ ، وذلك في واحدة الحجم للبلورة. نرمز بـ  $N(E)$  لكثافة الحالات، أي الى عدد الحالات في واحدة مجال الطاقة من أجل واحدة الحجم للبلورة. يكون وفقا لهذا التعريف:

$$N(E) = \frac{dZ}{dE} \quad (1.1)$$

إذا كان احتمال امتلاء الحالات ذات الطاقة  $E$  يساوي  $f(E, T)$  فان عدد الالكترونات  $dn$  الواقعة في الحالات  $dZ$  يساوي:

$$dn = f(E, T) dZ = f(E, T) N(E) dE \quad (1.2)$$

ويكون وفقا لذلك العدد الكلي للالكترونات التي تملك طاقة تقع في المجال الطاقى الممكن من  $E_1$  الى  $E_2$ ، مساويا:

$$n = \int_{E_1}^{E_2} f(E, T) \cdot N(E) \cdot dE \quad (1.3)$$

لنهايات الطاقة، أي الى جوار قاع وسقف المنطقتين.  
نحسب الآن كثافة الحالات الكوانتية من أجل منطقة معقدة  
لشبه الموصل، وذلك عندما توصف التابعية  $E(\vec{P})$  الى جوار قاع  
المنطقة بعبارة من الشكل (1.14) بما أن  $P_{0x} = P_{0y} = P_{0z} = 0$   
و  $E(\vec{P}_0) = E_c$  من أجل قاع المنطقة، فان

$$E = E_c + \frac{P_x^2}{2m_1} + \frac{P_y^2}{2m_2} + \frac{P_z^2}{2m_3} \quad (1.12)$$

حيث أن  $\frac{1}{m_1}$ ،  $\frac{1}{m_2}$ ،  $\frac{1}{m_3}$  المركبات القطرية لموتر  
الكتلة الفعالة العكسية. وتكون سطوح الطاقات المتساوية في  
هذه الحالة على شكل سطوح لقطع ناقصه مجسمة، تملك معادلتها  
بالمصياغة القانونية الشكل:

$$\frac{P_x^2}{a^2} + \frac{P_y^2}{b^2} + \frac{P_z^2}{c^2} = 1 \quad (1.13)$$

$$a_i = [2m_i (E - E_c)]^{1/2} \quad (1.14)$$

يعطى حجم القطع الناقص المجسم ذي أنصاف المحاور  $a$ ،  
 $b$ ،  $c$ ، بالعلاقة:

$$V_p = \frac{4\pi}{3} abc = \frac{8\pi}{3} (2m_1 m_2 m_3)^{1/2} (E - E_c)^{3/2} \quad (1.15)$$

ويعطى حجم الطبقة المحصورة بين مجسمين للطاقة المتساوية  
 $E = \text{Const}$  و  $E + dE = \text{Const}$  بالعلاقة:

$$dV_p = 4\pi (2m_1 m_2 m_3)^{1/2} (E - E_c)^{1/2} dE \quad (1.16)$$

ومنه

$$P = (2m_n^*)^{1/2} (E - E_c)^{1/2}$$

$$dp = \frac{1}{2} (2m_n^*)^{1/2} (E - E_c)^{-1/2} dE \quad (1.6)$$

نعوض المساويات (1.6)، (1.7)، و (1.8) في العلاقة (1.1)،  
فنحصل على عبارة تتمتع بتناظر كروي:

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad (1.9)$$

نعين كثافة الحالات الى جوار سقف منطقة التكافؤ. نستخدم  
من أجل ذلك العلاقتين (1.21) و (1.26) لطاقة الثقب:

$$E = E_v - \frac{P^2}{2m_p^*} \quad (1.10)$$

وترمز هنا  $E_v = E(\vec{P}_0)$  الى طاقة الثقب على سقف منطقة التكافؤ،  
و  $m_p^*$  الكتلة الفعالة للثقب. ونحصل باجراء حسابات مشابهة لما  
تقدم على:

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2m_p^*}{h^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2} \quad (1.11)$$

وهكذا، اذا كانت طاقة حامل الشحنة دالة تربيعية لشبه  
الاندفاع، فان كثافة الحالات  $N(E)$  تملك تابعية للطاقة من  
الشكل  $(E - E_c)^{1/2}$  أو  $(E_v - E)^{1/2}$ . وبالتالي فان العبارتين  
(1.9) و (1.11) صحيحتان فقط من أجل الحالات المجاورة

### 2.3 . دالة التوزيع لفرمي-ديراك

يتطلب تعيين عدد الجسيمات التي تملك طاقة ما في المجال المعطى معرفة كثافة الحالات الكوانتية  $N(E)$  ، بالإضافة إلى احتمال شغل الحالة المعطاة ذات الطاقة  $E$  بالجسيمة ، أي يجب معرفة دالة التوزيع  $f(E)$  . ويصح في شروط التوازن الحراري توزيع فرمي-ديراك من أجل الجسيمة المالكة لسبين قيمته  $\frac{1}{2}$  ، والخاضعة لمبدأ باولي:

$$f_0(E) = \frac{1}{e^{(E-F)/kT} + 1} \quad (2.1)$$

حيث أن  $k$  ثابت بولتزمان ، و  $T$  درجة الحرارة المطلقة ، و  $F$  طاقة فرمي ، أو الكمون الكيميائي ، أي العمل الذي ينبغي صرفه (بذله) لتغيير عدد الجسيمات في الجملة بمقدار الواحد. وتتعلق  $F$  في الحالة العامة بدرجة الحرارة . وتتدخل الميزات الترموديناميكية للجملة بشدة في تعيين سوية فرمي . ويمكن أن نعرفها أيضا ، بأنها الزيادة في الطاقة الحرة للجملة عندما يضاف إليها الكثرين واحد في شروط ثبات الحجم ودرجة الحرارة . غير أننا لانريد أن ندخل في مناقشة الفكرة الترموديناميكية لـ  $F$  ، ونكتفي باعتبارها قيمة طاقة ما مميزة ، تتعلق بنوع شبه الموصل ومكوناته وحالته (درجة الحرارة ، الضغط ... الخ) .

ندرس هيئة دالة التوزيع لفرمي-ديراك في مختلف درجات الحرارة . ينتج عن العلاقة (2.1) ، أنه في درجة الحرارة  $T = 0K$  يكون  $f_0 = 1$  من أجل مجال الطاقة  $0 \leq E < F$  ، ويكون  $f_0 = 0$  من أجل  $E > F$  . وهذا يعني أن جميع الحالات الكوانتية ذات الطاقة

ويحوي الحجم  $dV_p$  ، إذا أخذنا في الحسبان السبين ، الكمية التالية من الحالات الكوانتية :

$$dZ = 2 \frac{dV_p}{h^3} = 4\pi \left( \frac{2}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (m_1 m_2 m_3)^{1/2} \cdot (E - E_c)^{1/2} \cdot dE \quad (1.17)$$

وبالتالي فان عبارة كثافة الحالات الى جوار قاع منطقة الناقلية المعقدة ، تأخذ الشكل:

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (m_1 m_2 m_3)^{1/2} \cdot (E - E_c)^{1/2} \quad (1.18)$$

ويمكن اعادة صياغة العبارة (1.18) الى شكل مشابه للعبارة

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2 m_{dn}^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (E - E_c)^{1/2} \quad (1.19)$$

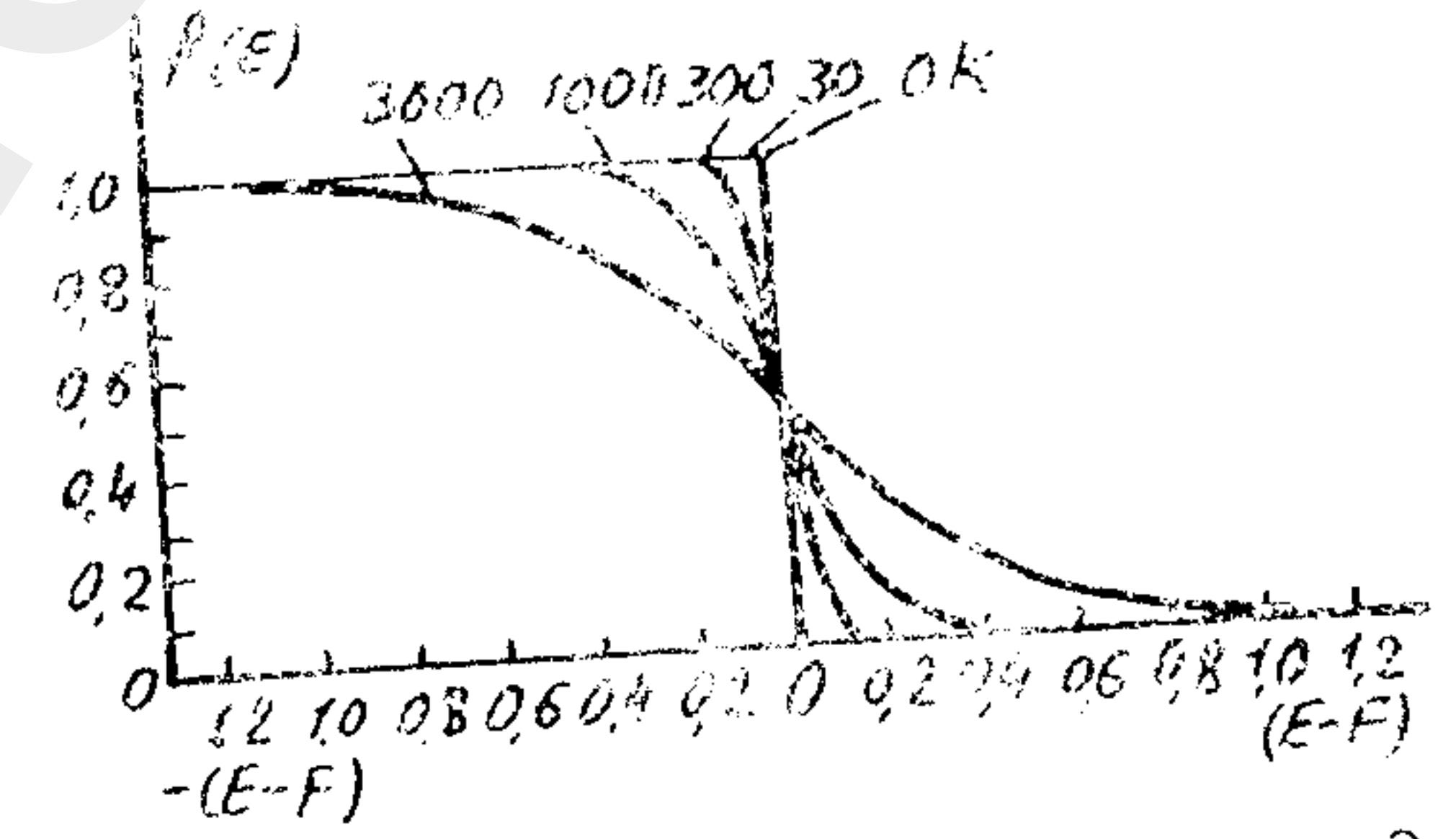
حيث أن  $m_{dn}^*$  تدعى "بالكتلة الفعالة لكثافة الحالات من أجل الالكترونات" ، ونحصل عندئذ كما هو الحال للمنطقة البسيطة على العلاقة :

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2 m_{dn}^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (E - E_c)^{1/2} \quad (1.20)$$

وهكذا نستطيع استبدال سطح القطع الناقص المجسم للطاقة المتساوية في منطقة الناقلية بسطح كروي ، وذلك اذا أدخلنا الكتلة الفعالة لكثافة الحالات من أجل الالكترونات التي يمكن حسابها بالصيغة (1.19) .

الأصغر من طاقة فرمي تكون مشغولة بالالكترونات، وتكون السويات الواقعة فوق سوية فرمي فارغة تماما (غير مشغولة بالالكترونات). وبالتالي تعد طاقة فرمي الطاقة العظمى التي يمكن أن تمتلكها الالكترونات في المعادن في درجة حرارة الصفر المطلق.

ندرس الحالة التي تكون فيها  $T > 0$ . ينتج عن العبارة (2.1) أنه من أجل طاقة تساوي طاقة فرمي ( $E = F$ ) يكون  $f_0 = \frac{1}{2}$  وهكذا تعرف سوية فرمي بأنها السوية الطاقية التي يكون من



الشكل 3-2 هيئة دوال التوزيع لفرمي-ديراك.

أجلها احتمال الامتلاء مساويا الى النصف ( $f_0 = \frac{1}{2}$ ) وذلك من أجل درجات حرارة تختلف عن الصفر المطلق. وينتقل جزء من الالكترونات من أجل  $T > 0$  نتيجة للحركة الحرارية الى حالات جديدة طاقتها أعلى من سوية فرمي ( $E > F$ )، وبالتالي يصبح جزء من الحالات الواقعة تحت سوية فرمي شاغرا. ويكون في هذا الوضع عدد الجسيمات العابرة الى السويات الطاقية الأعلى مساويا الى عدد الحالات الفارغة (الحررة) المتشكلة في المجال  $F > E$ .

نورد تقديرا لمجالات تغير دالة التوزيع  $f_0(E)$  عندما تكون  $T > 0$ . نحسب قيمة  $f_0(E)$  من أجل مختلف قيم الطاقة. تكون

قيمتا  $f_0(E)$  من أجل قيمتي الطاقة  $E_{\pm 2} = F \pm 2KT$  مساويتين  $(1 + \frac{1}{e})^{-1} = 0,73$  و  $(1 + e)^{-1} = 0,27$  تختلف الطاقة عن  $F$  بالمقدار  $\pm 2KT$  تكون قيمتها  $f_0(E)$  الموافقتان مساويتين  $0,118$  و  $0,882$ ، وعندما يكون الاختلاف  $\pm 3KT$ ، تصبح قيمتا  $f_0(E)$  مساويتين  $0,047$  و  $0,953$ . ينتج عن هذه المعطيات أن احتمال امتلاء الحالات يختلف بشكل جلي عن الواحد أو الصفر في المجال  $KT$  (3 الى 1) الواقع الى جوار القيمة  $E = F$  (الشكل 3-2).

تصف دالة التوزيع لفرمي-ديراك احتمال امتلاء الحالة الكوانتية المعطاة بالالكترون، ويكون احتمال غياب (اختفاء) الالكترون من الحالة الطاقية  $E$  في شروط التوازن الحراري مساويا لاحتمال شغل هذه الحالة بنقبة، ويعطى هذا الاحتمال بالعلاقة:

$$f_{op}(E) = 1 - f_0(E) = \frac{1}{e^{(E-F)/KT} + 1} = \frac{1}{e^{-(F-E)/KT} + 1} \quad (2.2)$$

"وبالتالي فإن تابع التوزيع للنقوب يماثل تابع التوزيع للالكترونات، ولكن ينبغي أن نحسب طاقة النقبة انطلاقا من سوية فرمي بالاتجاه المعاكس لحساب طاقة الالكترون". يأخذ تابع التوزيع من أجل الالكترونات الوانعة في الحالات الطاقية المرتفعة جدا  $[E - F] \gg KT$  الشكل:

$$f_0(E) = e^{-(F-E)/KT} = c e^{-E/KT} \quad (2.3)$$

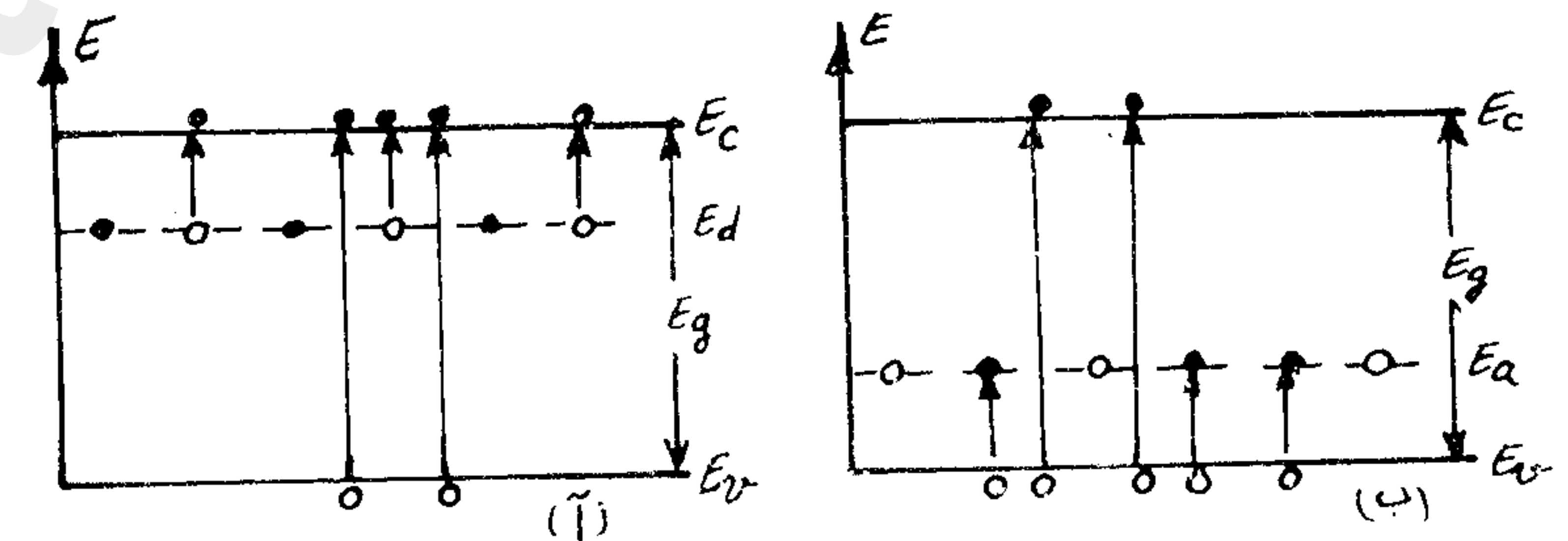
أي أنه يتطابق مع دالة التوزيع لماكسويل-بولتزمان للجسيمات الخاضعة للقوانين الكلاسيكية. وإذا خصصت حوامل الشحنة لاحماء بولتزمان، فإن شبه الموصل يدعى في هذه الحالة "بالفطري".



### 3.3. درجة امتلاء السويات الشائبية

ندرس الحالة التي يكون فيها شبه الموصل حاويا على شائبة مانحة تركيزها  $N_d$ . تكون الذرة المانحة للالكترونات معتدلة كهربائيا أصلا. وتتحقق مثل هذه الحالة عندما يستبدل ركن من أركان الشبكة البلورية للسيليكون بذرة الزرنيخ. ولا يساهم الالكترون التكافؤي الخامس لذرة الزرنيخ في تشكيل الروابط الالكترونية المتزاوجة، ويوافق وجوده في الحالة المذكورة نشوء سوية طاقة واقعة في المنطقة المحظورة تحت قاع منطقة الناقلية بالمسافة  $E_d$  (الشكل 3-3-أ).

بما أن الشائبة المانحة تحوي الكترونا وحيدا يمكنه أن يساهم في الناقلية، فإن العدد الكلي لحالات الشائبة المانحة ينبغي أن يكون مساويا لعدد الذرات الشائبية المحقونة في وحدة الحجم من البلورة، أي أنه يساوي  $N_d$ .



الشكل 3-3 شبه الموصل الالكتروني آ، والثقبي ب.

لنفرض أن عدد الالكترونات الواقعة على سوية الشائبية المانحة يساوي  $n_d$ . يكون عندئذ تركيز الذرات المانحة المتشردة الحاملة لشحنة موجبة والمتشكلة نتيجة الانتقال الحراري للالكترونات من السوية المانحة الى منطقة الناقلية مساويا  $P_d$ :

$$P_d = N_d - n_d \quad (3.1)$$

إذا كان ممكنا أن يتواجد على السوية الشائبية المانحة وفقا لمبدأ باولي الكترونان بسبينين متعاكسين، فإن احتمال امتلائها يمكن تعيينه بدالة فرمي-ديراك (2.1) التي ينبغي أن نضع فيها بدلا من  $E$  الطاقة  $E_d$  للالكترون الموجود على السوية الشائبية وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$\frac{n_d}{P_d} = \frac{N_d f}{N_d (1-f)} = e^{(F-E_d)/kT}$$

هذا لو كانت كل سوية طاقة توافق حالة كوانتية وحيدة. الا أنه في الواقع توافق نفس السوية الطاقة  $E_d$  للالكترون المرتبط عدة حالات كوانتية  $g$ ، بينما توافق المكان الشاغر  $g_0$  حالة، وتكون في مثالنا  $g=2$  ذلك لاحتمال اقتصاص الكترون وحيد بسبينين مختلفين، وتكون  $g_0=1$  وذلك لاحتمال غياب الالكترون الوحيد من الشائبة المانحة. وبالتالي يزداد الثقل (الوزن) الاحصائي للحالة المعتدلة للذرة الشائبة. وهكذا يكون

$$\frac{P_d}{n_d} = \frac{g_0(1-f)}{g f} = \frac{1}{g e^{(F-E_d)/kT}} = \frac{1}{2 e^{-(E_d-F)/kT}} \quad (3.2)$$

ويمكن كتابة العلاقة السابقة باستخدام (3.1) على الشكل:

$$\frac{N_d - n_d}{n_d} = (2 e^{-(E_d-F)/kT})^{-1} \quad (3.3)$$

ومن هنا نجد تركيز الالكترونات المتواجدة على السوية المانحة:

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{(E_d-F)/kT} + 1} \quad (3.4)$$

ويبين تركيز الشوارد الموجبة للشائبة المانحة من العلاقة (3.2) و (3.4) :

$$p_p = \frac{N_d}{2e^{(F-E)/kT} + 1} \quad (3.5)$$

ويمكن أن نكتب الثابت الضروب في الحد الأسّي للعبارة (3.4) على الشكل  $g$  ، يعطى عند ذلك احتمال تواجد الإلكترون على السوية المانحة ذات الطاقة  $E_g$  بالعلاقة :

$$f_g(E) = \frac{1}{g^{-1} e^{(E_g - F)/kT} + 1} \quad (3.6)$$

وتصبح دالة التوزيع للشوارد الموجبة للشائبة المانحة باستخدام (2.2) و (3.5) على الشكل :

$$p_p = \frac{1}{g e^{(F - E_g)/kT} + 1} \quad (3.7)$$

ينتج عن المساواة (3.6) أن معامل (درجة) اللافتيرية السببية  $g$  من أجل الشائبة المانحة ذات الإلكترون التكافؤي الوحيد التي تكون فيها السوية الشائبية ثنائية اللافتيرية يكون مساوياً 2 ، أي أن  $g = 2$  .

ندرس الآن شبه الموصل الآخذ مثلاً حالة السيليكون المشوب بالبور . ولنفرض أن كثافة الشائبة الآخذة في البلورة تساوي  $N_d$  . ويعرض الشكل (3.3) المخطط الطاقى لمثل هذه الأنواع من أشباه الموصلات .

تشكل ذرة البور المعتدلة ثلاث روابط مشتركة متزاوجة مع ذرات السيليكون المجاورة ، ويبقى الرابطة الرابعة لواحدة من ذرات السيليكون الأربيع المحيطة بذرة البور غير مشبعة . وتتوضع هذه الرابطة إلى جوار ذرة البور وتتصرف كثنقب موجب .

ويمكن أن يأتي الكترون من ذرات المادة الأصلية إلى هذه الرابطة وتتطلب هذه العملية طاقة  $E_a$  . ويتشكل نتيجة لذلك ثقب حر ، وتتحول ذرة البور إلى شاردة سالبة . وهذا يمكن للسوية الآخذة اما الاحتفاظ بالكترون وحيد ذي سبين كفي (الحالة المعتدلة للشائبة الآخذة) ، أو تلك الكترونيين بسبين متزاوجين ، وذلك عندما تصطاد الذرة الشائبة من أجل تميم الروابط الزوجية الكترونا من منطقة التكافؤ (الحالة المؤينة للشائبة الآخذة) . وبالتالي تكون درجة اللافتيرية للسوية الآخذة  $g = 2$  . وتتضاعف لافترية السويات الآخذة في السيليكون والبور اليوم ، ويعود هذا إلى درجة اللافتيرية الثنائية لمنطقة التكافؤ من أجل  $k = 0$  ، ونتيجة لذلك يكون معامل اللافتيرية للسويات الآخذة يساوي  $g = 2$  . وبالتالي يعطى تركيز الإلكترونات  $n_a$  على السوية الآخذة (أو كثافة الشوارد السالبة) في درجة الحرارة المطلقة بالعلاقة :

$$n_a = \frac{N_d}{g e^{(E_a - F)/kT} + 1} \quad (3.8)$$

ويمبح تركيز الثقوب الموافقة على السوية الطاقية مساوياً :

$$p_p = \frac{N_a}{g^{-1} e^{(F - E_a)/kT} + 1} \quad (3.9)$$

#### 4.3 . تركيز الإلكترونات والثقوب

ندرس عملية تشكل الحوامل الحرة للشحنة في أشباه الموصلات المشوية تحت تأثير درجة الحرارة . ولناخذ مثلاً على ذلك شبه الموصل المانح الذي عُرض مخطظه الطاقى على الشكل 3-3-أ .

في المساواة (1.3) كثافة الحالات الكوانتية من أجل السطوح الكروية لسويات الطاقة (1.9)، واستخدمنا دالة التوزيع لفرمي-ديراك (2.1). وينبغي إجراء التكامل ضمن الحدود المعينة بقاع منطقة الناقلية  $E_c$  وسقفها. وإذا أخذنا بالحسبان التابعية الحادة للدالة  $f_0(E)$  بالنسبة للطاقة، فإننا نستطيع أن نجعل الحد العلوي للتكامل مساويا إلى اللانهاية. ونحصل نتيجة لذلك على

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} f_0(E) N(E) dE = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} dE}{e^{\frac{E - E_c}{KT}} + 1} \quad (4.1)$$

ندخل المقدارين التاليين اللذين لا يمكن أبعادا:

$$\frac{E - E_c}{KT} = \xi, \quad \frac{E_c - E_c}{KT} = \eta \quad (4.2)$$

ويدعى المقدار  $\eta$  "بالسوية المختزلة لفرمي". تتحول عندئذ (4.1) إلى الشكل:

$$n_0 = 4\pi \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2} (KT)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\xi^{1/2} d\xi}{e^{-\xi} + 1} = N_c F_{1/2}(\eta) \quad (4.3)$$

وتدعى  $N_c$ :

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* KT}{h^2}\right)^{3/2} \quad (4.4)$$

"بالكثافة الفعالة للحالات في منطقة الناقلية". و  $F_{1/2}(\eta)$ :

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\xi^{1/2} d\xi}{e^{-\xi} + 1} \quad (4.5)$$

تشغل الإلكترونات في درجة حرارة الصفر المطلق الحالات ذات القيم الطاقية الصغرى. وبعبارة أخرى، تكون جميع الحالات للشائبة المانحة ولمنطقة التكافؤ في درجة الصفر المطلق ( $T=0K$ ) مشغولة بالإلكترونات، وبالتالي لا يوجد في منطقة الناقلية أية إلكترونات. وعندما ترتفع درجة الحرارة يصبح اهتزاز ذرات البلورة أكثر عنفاً. ويمكن أن يؤدي ذلك إلى انفصام الإلكترون من الشائبة المانحة، وحتى إلى قطع رابطة تكافؤية للمادة الأصلية، وتظهر نتيجة لذلك للإلكترونات والشقوق الحرة. وتدعى الحوامل الحرة للشحنة المتشكلة على حساب الطاقة الحرارية لاهتزاز الشبكة وتوجد في حالة توازن ترموديناميكي مع الشبكة "بالتوازنية أو الحرارية"، وتدعى عملية التشكل هذه بالتوليد الحراري.

وهكذا يتم في أشم المانحة نتيجة للاشارة الحرارية انتقال للإلكترونات إلى منطقة الناقلية من السوية المانحة ومن منطقة التكافؤ أين تتشكل ثقب مكافئة. وتمثل الأسهم على الشكل 3-3 هذه الانتقالات. وتدعى عملية الانتقال العكسي للإلكترون من منطقة التوصيل إلى السوية المانحة للشائبة أو إلى منطقة التكافؤ بإعادة التوحد (Recombination).

تنشأ الإلكترونات والشقوق المتوازنة في حالة شم الآخذ نتيجة الانتقالات الحرارية للإلكترونات من منطقة التكافؤ إلى سوية الشائبة الآخذة أو إلى منطقة الناقلية (الشكل 3-3 ب).

نعين في حالة التوازن الترموديناميكي تركيز الإلكترونات في منطقة الناقلية  $n_0$ ، وتركيز الشقوق  $p_0$  في منطقة التكافؤ من أجل أشم المانحة. ونورد هنا حل المسألة من أجل أشم التي تملأ في كلتا المنطقتين سطوحاً كروية لسويات الطاقة.

يمكن الحصول على التركيز المتوازن للإلكترونات إذا عوضنا

حيث أن  $E_c - E_v = E_g$  عرض المنطقة المحظورة. وهكذا تأخذ  
عبارة تركيز الثقب الشكل:

$$p_0 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{2\pi m_p^* KT}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon_p^{1/2} d\epsilon_p}{e^{\epsilon_p + \eta + \epsilon_i} + 1} = N_{1/2} \cdot F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i) \quad (4.9)$$

$$N_{1/2} = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* KT}{h^2} \right)^{3/2} \quad \text{حيث أن } N_{1/2} \quad (3.10)$$

الكثافة الفعالة للحالات في منطقة التكافؤ  $F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i)$  و  $F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i)$

$$F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon_p^{1/2} \cdot d\epsilon_p}{e^{\epsilon_p + \eta + \epsilon_i} + 1} \quad (4.11)$$

تكامل فرمي-ديراك لمنطقة التكافؤ.

إذا وضعنا  $m_n^* = m_p^* = m_0$ ، فإن الكثافة الفعالة للحالات  
تكون من أجل  $T = 300 \text{ K}$  مساوية  $N_c = N_v = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  وهذا  
يساوي تقريباً  $\frac{1}{2000}$  من عدد الذرات في  $1 \text{ سم}^3$ .

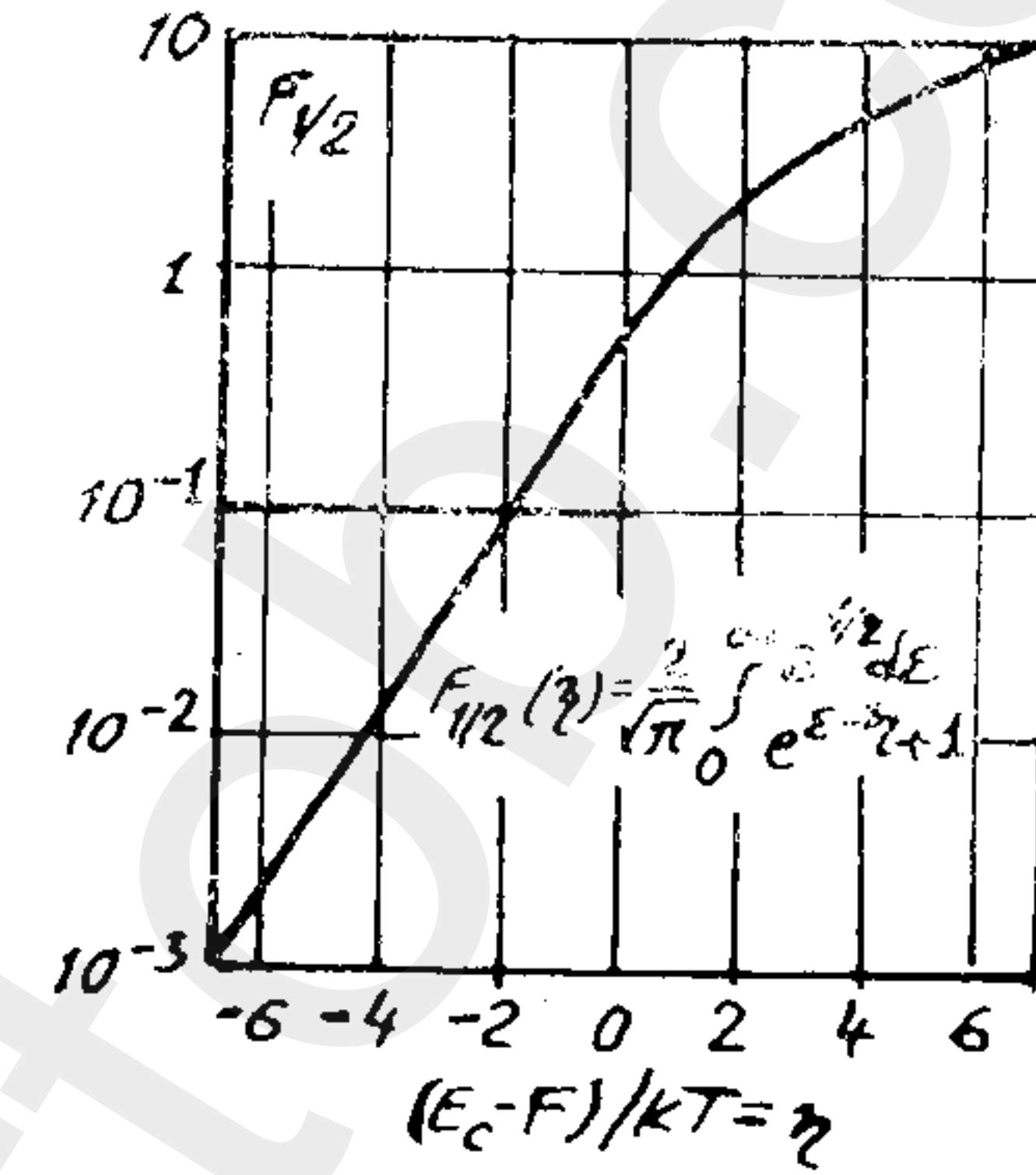
إذا أدخلنا الرمز  $\epsilon_g = \frac{E_c - E_v}{KT}$ ، فإنه استناداً إلى  
العلاقة (3.6) يكون تركيز الإلكترونات على سوية الشائبة المانحة

$$n_d = f_0(E_d) N_d = \frac{N_d}{g^{-1} e^{-\epsilon_d - \eta} + 1} \quad \text{مساوياً:} \quad (4.12)$$

وتكون كمية الشوارد الموجبة لذرات الشائبة وفقاً للعبارة

بتكامل فرمي-ديراك من المرتبة  $\frac{1}{2}$ . ويعرض الشكل 3-4 عيئة  
هذا التكامل.

تتعلق الكثافة الفعالة للحالات  $N_c$  بدرجة الحرارة. ونحصل  
بتبديل الثوابت العامة في (4.4) بقيمتها العددية على:



الشكل 3-4 تابعة تكامل  
فرمي-ديراك  $F_{1/2}$  لسوية  
فرمي.

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* KT}{h^2} \right)^{3/2} = 4,82 \cdot 10^{15} \left( \frac{m_n^*}{m_0} \right)^{3/2} = 2,5 \cdot 10^{19} \left( \frac{m_n^*}{m_0} \right)^{3/2} \left( \frac{T}{300} \right)^{3/2} \quad (4.6)$$

نعين كمية الثقب في  
منطقة التكافؤ. نحصل وفقاً  
لـ (1.11) و (2.2) على:

$$p_0 = \int_{E_{v \min}}^{E_v} f_{op}(E) N(E) \cdot dE = 4\pi \left( \frac{2m_p^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2} \cdot dE}{e^{\frac{F-E}{KT}} + 1} \quad (4.7)$$

وقد بدلنا في الحد الأدنى للتكامل  $E_{v \min} = -\infty$  وذلك بسبب التغير  
الحاد لتابعية  $f_{op}$  للطاقة.  
نستخدم الرموز التالية:

$$\frac{E_v - E}{KT} = \epsilon_p, \quad \frac{E_c - E_v}{KT} = \epsilon_g = \epsilon_i, \quad \frac{F - E}{KT} = \eta + \epsilon_i + \epsilon_p \quad (4.8)$$

(3.7) مساوية :

$$P_d = f_{op}(\epsilon_d) N_d = \frac{N_d}{g e^{\epsilon_d + \eta} + 1} \quad (4.13)$$

نعين تركيز الثقوب  $P_a$  وتركيز الإلكترونات  $n_a$  على سوية الشائبة الآخذة. اذا رمزنا ب  $\epsilon_a = \frac{\epsilon_c - \epsilon_a}{kT}$  ، فان هذين التركيزين يعطيان وفقا للعلاقتين (3.8) و (3.9)، بالمساواتين:

$$P_a = \frac{N_a}{g^{-1} e^{\epsilon_a + \eta} + 1} \quad (4.14)$$

$$n_a = \frac{N_a}{g e^{-\epsilon_a - \eta} + 1} \quad (4.15)$$

5.3. شبه الموصل المشوب

لكي نحسب التركيزين المتوازنين للإلكترونات  $n_0$  والثقوب  $P_0$  ، لابد من حساب قيمة تكامل فرمي-ديراك (4.5) و (4.11) ، ويستخدم هذا الحساب في كثير من الحالات بصعوبات جمة . غير أنه من الممكن استخدام عبارات تحليلية تقريبية وجداول جاهزة لهذه التكاملات.

يمكن وفقا لتابعية تكامل فرمي-ديراك (4.5) و (4.11) اللذين يعينان التركيز المتوازن للإلكترونات والتركيز المتوازن للثقوب ، للسوية المختزلة لفرمي ، يمكن التعبير بالاسلوب التالي

(1) يكون من أجل  $-1 < \eta < -\infty$  :

$$F_{1/2}(\eta) = e^{\eta} \quad (5.1)$$

ومن أجل  $-\infty < -\eta - \epsilon_i < -1$  :

$$F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i) = e^{-\eta - \epsilon_i} \quad (5.2)$$

ويوافق هذان التقريبان احصاء بولتزمان، ويعتبر شبه الموصل فطريا . ويعطى تركيز الإلكترونات والثقوب من أجل هذا التقريب

$$n_0 = N_c e^{\eta} \quad (5.3)$$

$$P_0 = N_v e^{-\eta - \epsilon_i} \quad (5.4)$$

ويعرض المنحني 1 على الشكل 3-5 التقريب الكلاسيكي .

(2) يكون من أجل  $5 < \eta < \infty$  :

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \eta^{3/2} \quad (5.5)$$

ومن أجل  $5 < -\eta - \epsilon_i < \infty$  :

$$F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (-\eta - \epsilon_i)^{3/2} \quad (5.6)$$

وهذان التقريبان صحيحان من أجل اللافتيرية التامة لأشباه الموصلات المانحة والآخذة على الترتيب . ويعرض الشكل 3-5 تقريب اللافتيرية التامة لشبه موصل مانح (المنحني 2) .

(3) ويكون تكامل فرمي ديراك لمنطقة الناقلية من أجل  $-1 < \eta < -5$  مساويا تقريبا

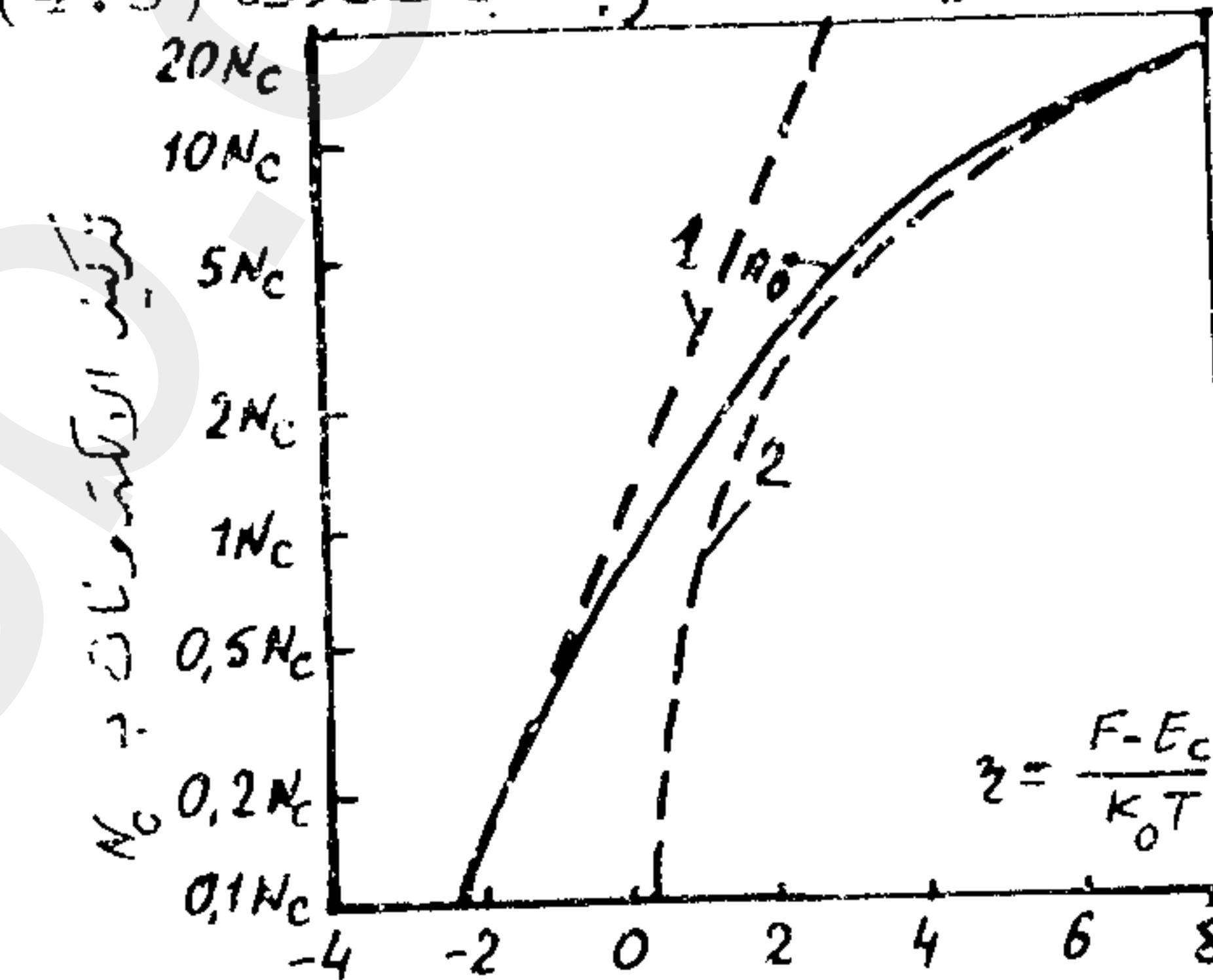
$$F_{1/2}(\eta) = \frac{1}{0,27 + e^{\eta}} \quad (5.7)$$

ويكون التكامل لمنطقة التكافؤ من أجل  $-1 < -\eta - \epsilon_i < 5$  :

$$F_{1/2}(-\eta - \epsilon_i) = \frac{1}{0,27 + e^{-\eta - \epsilon_i}} \quad (5.8)$$

وتعتبر صفات شبه الموصل في هذه الشروط صفات إنتقالية من الحالة الفطرية الى حالة اللافطرية الكاملة. ويرافق حساب تكاملات فرمي ديراك بالصيغتين (5.7) و (5.8) شك كيميائي، وبالتالي يكون من الملائم استخدام جداول خاصة لتكاملات فرمي-ديراك.

يمثل المنحني  $n_0$  على الشكل 3-5 القيمة الحقيقية لتركيز الإلكترونات المتوازنة للناقلية، محسوبة بالعلاقة (4.3).



الشكل 3-5 تابعة تركيز الإلكترونات الناقلية  $n_0$  لموضع سوية فرمي المختزلة.

ندرس بتفصيل أكثر الحالات الطرفية:

شبه الموصل الفطري المشوب: يمكن وفقا للرسم 3-5 اعتبار من المانح فطريا اذا كانت

$$z = \frac{F - E_c}{KT} < -1$$

او

$$F < E_c - KT \quad (5.9)$$

ويعني هذا أن سوية فرمي في ش م المانح الفطري ينبغي أن تقع في المنطقة المحظورة تحت قاع منطقة الناقلية بالمسافة  $KT$  على الأقل. وفي هذه الحالة يكون في دالة توزيع فرمي-

ديراك من أجل الإلكترونات الواقعة في منطقة الناقلية والمالكة لطاقة  $E \leq E_c$ ، يكون الحد الأسّي أكبر بكثير من الواحد، وبالتالي يمكن اهمال الواحد، أي أن:

$$f_0 = \frac{1}{e^{(E-F)/KT} + 1} \approx e^{-(E-F)/KT} \quad (5.10)$$

وينتج عن (5.10) أن حوامل الشحنة في شبه الموصل المانح الفطري تخضع لاحصاء بولتزمان. ويكتب وفقا لذلك تكامل فرمي-ديراك على الشكل:

$$F_{1/2}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{e^{-z+\epsilon} + 1} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^z \int_0^{\infty} e^{-\epsilon} \cdot \epsilon^{1/2} d\epsilon = e^z = e^{-(E_c - F)/KT} \quad (5.11)$$

ويكون التركيزان المتوازنان للإلكترونات  $n_0$  والثقوب  $p_0$  في ش م الفطري مساويين على الترتيب:

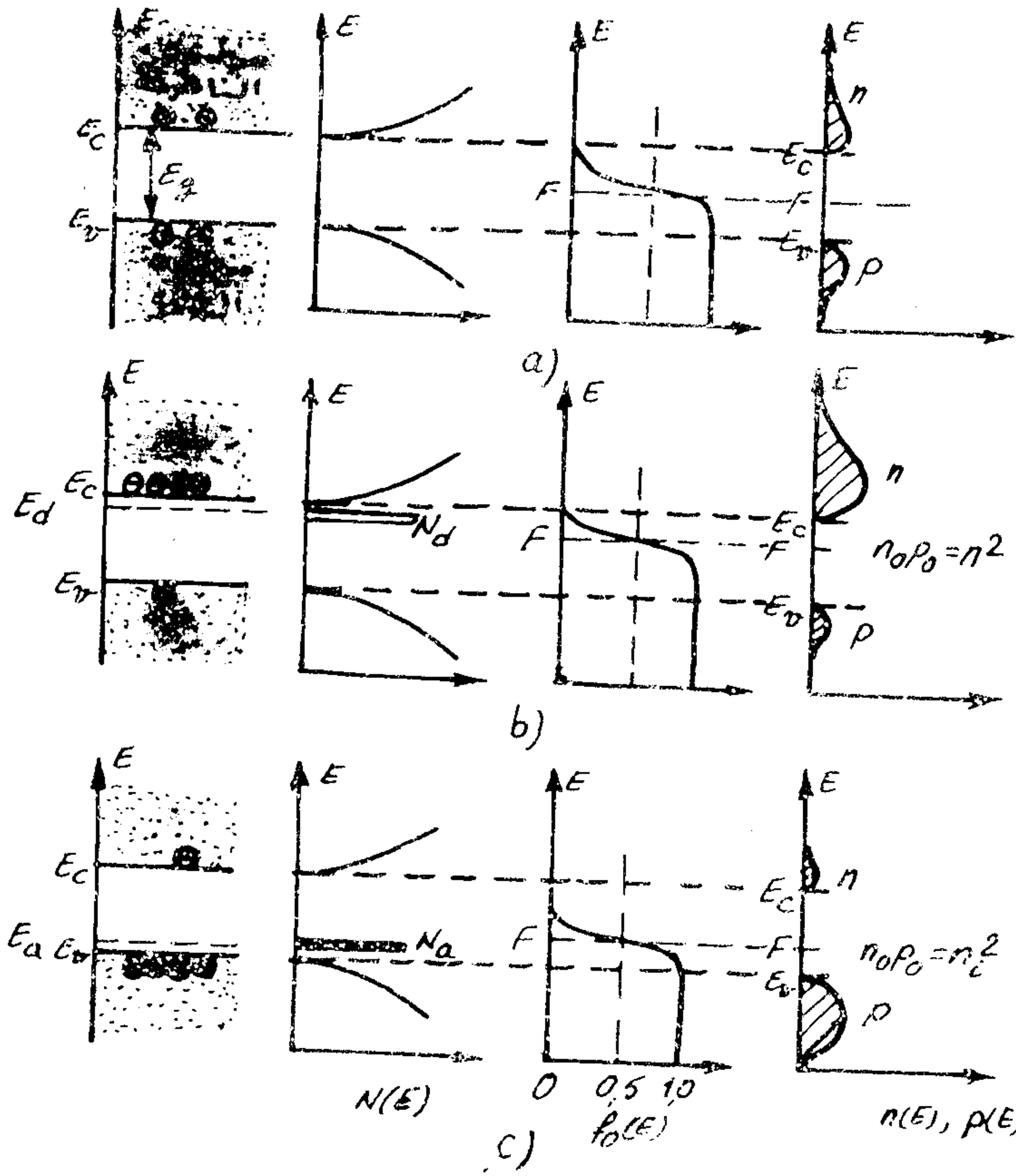
$$n_0 = N_c F_{1/2}(z) = N_c e^z = N_c e^{-(E-F)/KT} \quad (5.12)$$

$$p_0 = N_v F_{1/2}(-z - \epsilon_i) = N_v e^{-z - \epsilon_i} = N_v e^{-(E_v - F)/KT} \quad (5.13)$$

يظهر تحليل العلاقاتين (5.12) و (5.13) أنه من أجل التوزيع الفطري التام لحوامل الشحنة، تكون قيمة تكامل فرمي مطابقة لعبارة احتمال امتلاء سوية الطاقة  $E_c$ . وبالتالي، كما ينتج عن العلاقاتين (5.12) و (5.13)، فإن تركيز الإلكترونات في منطقة الناقلية ل ش م الفطري المشوب يكون كما لو أنه توزيع على عدد  $N_c$  من السويات، طاقة كل منها  $E_c$ ، ويكون العدد الكلي للثقوب

الذاتي من أجل نفس درجة الحرارة .

يعرض الشكل 3-6 المخطط التمنطقي ، وكثافة الحالات  $N(E)$  وتوزع فرمي-ديراك  $f_0(E)$  ، وتركيز حوامل الشحنة في شبه الموصل الذاتي (أ) ، والالكتروني (ب) ، والثقبي (ج) ، وذلك في شروط التوازن



الشكل 3-6

الترموديناميكي .

إذا تمت اشارة حوامل الشحنة على حساب الطاقة الحرارية

الحرية كما لو كان في منطقة التكافؤ  $N_v$  سوية ، طاقة كل منها  $E_v$  . يكون شرم الآخذ فطريا من أجل  $-1 < \xi_i - \epsilon_i < 0$  أو  $F > E_v + KT$  وهكذا فان شرم الثقبي يكون فطريا اذا وقعت سوية فرمي في المنطقة المحظورة فوق سقف منطقة التكافؤ بمسافة أكبر من  $KT$  ، ونتيجة لذلك يخضع التركيزان المتوازن للالكترونات والثقوب لاحصاء ماكسويل-بولتزمان ، ويعينان بالعلاقتين (5.12) و (5.13) .

تنشأ الحوامل الحرة للشحنة في شرم الذاتي نتيجة انقطاع الروابط التكافؤية ، وبالتالي يكون تركيز الالكترونات الحرة مساويا لتركيز الثقوب الحرة :  $n_0 = p_0 = n_i$  . ويدعى المقدار  $n_i$  "بالتركيز الذاتي لحوامل الشحنة" . واذا رمزنا لسوية فرمي المختزلة في شرم الذاتي بـ  $\xi_i$  ، استطعنا أن نكتب اعتمادا على (5.12) و (5.13) التالي :

$$n_i = N_c e^{\xi_i} = N_v e^{-\xi_i - \epsilon_i} \quad (5.14)$$

نعبّر الآن عن التركيزين المتوازنين للالكترونات  $n_0$  (5.12) والثقوب  $p_0$  (5.13) لشرم المشوب الفطري بدلالة  $n_i$  ، فيكون :

$$n_0 = N_c e^{\xi} = n_i e^{\xi - \xi_i} \quad (5.15)$$

$$p_0 = N_v e^{-\xi_i - \epsilon_i} = n_i e^{\xi_i - \xi}$$

ومنه ينتج أن

$$n_0 p_0 = n_i^2 \quad (5.16)$$

وهكذا يكون في شرم المشوب الفطري جداء تركيز الالكترونات الحرة بالثقوب الحرة مساويا مربع تركيز حوامل الشحنة في شرم

مساويا:

$$n_0 = N \frac{2}{c \sqrt{\pi}} \int_0^{\zeta_0} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot N \cdot \zeta_0^{3/2} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_c \left( \frac{F_0 - E_c}{kT} \right)^{3/2}$$

$$= \frac{8\pi}{3} \left( \frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (F_0 - E_c)^{3/2} \quad (5.19)$$

لقد استبدلنا هنا الحد العلوي للتكامل بـ  $\zeta_0$  وهذا صحيح تماما في درجة الصفر المطلق. وتبقى الدقة جيدة باستعمال التبديل السابق أيضا من أجل  $kT \neq 0$ ، وذلك ناتج عن التناقص السريع لدالة فرمي - ديراك من أجل  $F < E$ . وتجدر الإشارة الى امكانية استبدال  $\varepsilon$  بـ  $\zeta_0$  في حالة تحقق الشروط المذكورة لأن  $\zeta \rightarrow \infty$  من أجل  $T \rightarrow 0$ .

ويعين تركيز الثقوب المتوازنة  $P_0$  بالعلاقة (5.13).  
تعيين سوية فرمي في الصفر المطلق كما ينتج عن (5.19)،  
بالعلاقة:

$$F_0 = E_c + \frac{h^2}{2m_n^*} \left( \frac{3n_0}{8\pi} \right)^{2/3} \quad (5.20)$$

يعد شبه الموصل الآخذ كامل اللافتيرية، اذا كان  $5 > \zeta - E_c$  و  $F < E_c - 5kT$ ، أي اذا وقعت سوية فرمي في منطقة التكافؤ وعلى مسافة أكثر من  $5kT$  تحت سقفها  $E_v$ . ويكون تركيز الثقوب الحرة وفقا للعلاقتين (4.9) و (5.6) مساويا:

$$P_0 = N_v \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot (-\zeta_0 - E_c) = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{2m_p^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (E_v - F_0)^{3/2} \quad (5.21)$$

ينتج عن المساواتين (5.19) و (5.21) أن تركيز الحوامل

فان احتمال حدوث مثل هذه العملية يتناسب مع  $e^{-w/kT}$ . ويدعى المقدار  $w$  بطاقة التنشيط (الفعالية Activism). وبالتالي يمكن التعبير عن تركيز الالكترونات  $n_0$  بدلالة طاقة الفعالية:

$$n_0 = c e^{-w/kT} \quad (5.17)$$

حيث أن  $c$  مقدار ثابت.

يمكن اعادة كتابة (5.12) على الشكل:

$$n_0 T^{-3/2} = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* k}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-(E_c - F)/kT} = c' e^{-(E_c - F)/kT}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (5.17) نجد أن:

$$w = -k \frac{d}{d\left(\frac{1}{T}\right)} \ln \left( n_0 T^{-3/2} \right) = E_c - F + T \frac{dF}{dT} \quad (5.18)$$

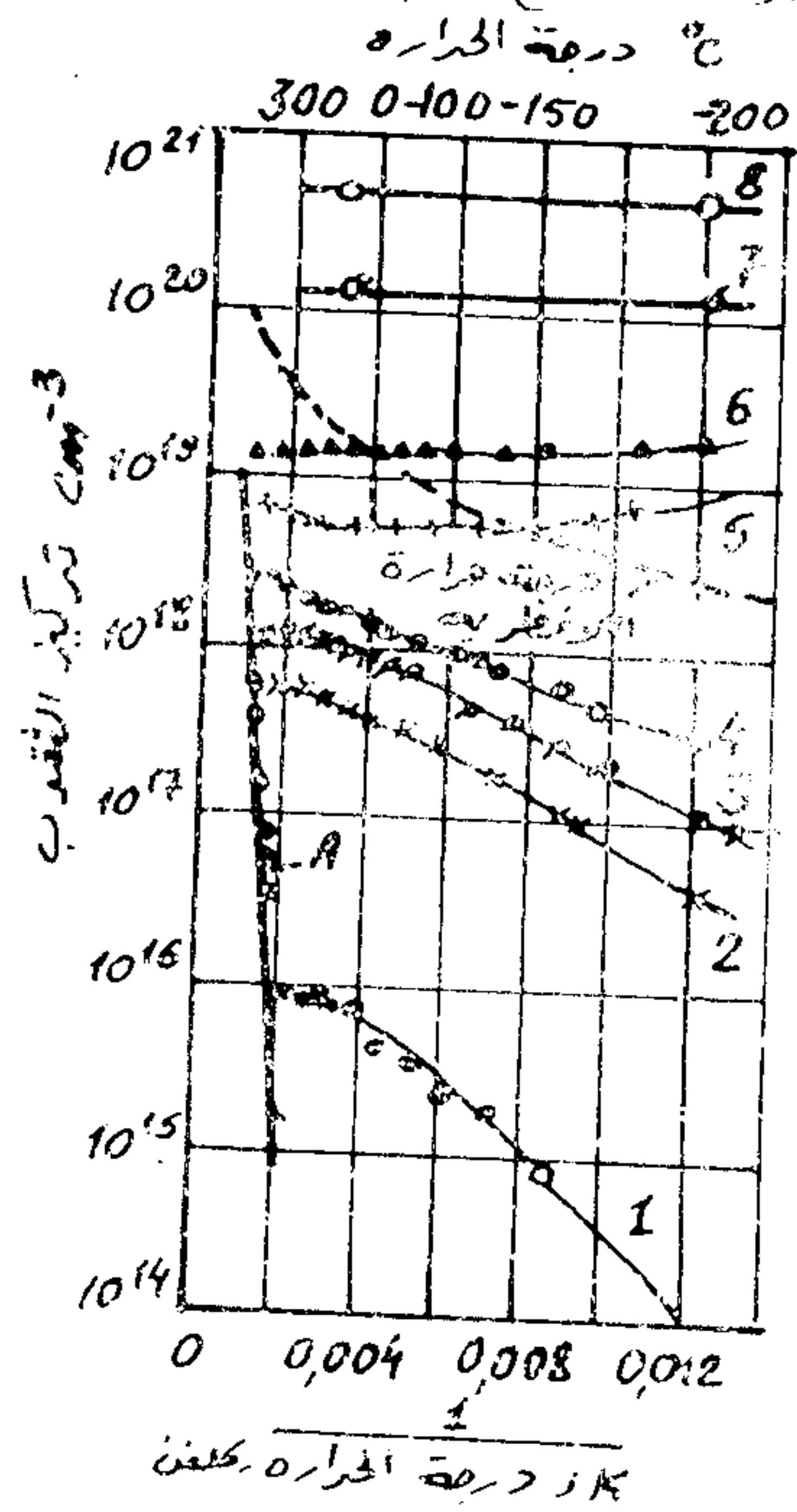
أي أن طاقة الفعالية تتعلق بموضع سوية فرمي.

شبه الموصل المشوب كامل اللافتيرية: يمكن وفقا للعلاقة (5.5) اعتبار شـم المانح لافطريا بشكل كامل من أجل  $\zeta = \frac{F - E_c}{kT} > 5$ ، أي عندما تقع سوية فرمي في منطقة الناقلية فوق قاع هذه المنطقة  $E_c$  بمسافة لا تقل عن  $5kT$ . ويكون تركيز الالكترونات في المنطقة  $N_c \ll n$ .

اذا تواجدت الكترونات حرة في منطقة الناقلية من أجل  $T = 0^\circ K$ ، فان شـم الذي من أجله تكون سوية فرمي المنخفضة  $\zeta = \frac{F - E_c}{kT} \rightarrow \infty$  يكون لافطريا بشكل كامل. ويصبح مخرج العبارة (4.3) في هذه الحالة مساويا الى الواحد، ويكون التركيز المتوازن للالكترونات في شبه الموصل المانح كامل اللافتيرية



وتدعم المعطيات التجريبية النتائج السابقة . يعرض الشكل 3-7 منحنيات التابعية الحرارية لتركيز الثقوب في السيليكون من أجل درجات تطعيم مختلفة للبور . ويبين تحليل هذه التابعيات أن تركيز الثقوب يتوقف عن تعلقه بدرجة الحرارة عند زيادة درجة التطعيم ، وهذا يعني أن شبه الموصل أصبح تام اللافطرية .



الشكل 3-7 التابعية الحرارية لتركيز الثقوب في السيليكون المشوب بالبور . A- التركيز الذاتي . تركيز ذرات البور في مختلف المنحنيات تساوي : 1- نقى ، 2-  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  ، 3-  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ، 4-  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$  ، 5-  $10^{20} \text{ cm}^{-3}$  ، 6-  $10^{21} \text{ cm}^{-3}$  ، 7-  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  ، 8-  $10^{23} \text{ cm}^{-3}$  المنحني المتقطع يبين علاقة تركيز الثقوب بدرجة الحرارة التي تبدأ من تركيز اللافطرية .

ويلاحظ أن مجال اللافطرية ينزاح نحو التركيزات المرتفعة لحوامل الشحنة بزيادة درجة الحرارة . فإذا

كان انطلاق اللافطرية يبدأ في درجة حرارة الآزوت السائل من أجل  $P_0 = 2,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ، فإنه يبدأ في درجة حرارة الغرفة من أجل  $P_0 = 2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  . ويلاحظ في انتموان الانديوم (SbIn) الذي يملك كتلة فعالة للالكترونات صغيرة جدا ( $m_n^* = 0,013 m_0$ ) أن نشوء اللافطرية في درجة الحرارة  $T = 300^\circ \text{K}$  يبدأ من أجل تركيز صغير  $n_0 = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  .

الأساسية للشحنة في شرم المشوب كامل اللافطرية لايتعلق بدرجة الحرارة . فهو يحدد بموضع سوية فرمي  $F_0$  وقيمة الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة ، ويكون أثناء ذلك تركيز حوامل الشحنة السذي تبدأ من أجله اللافطرية أقل كلما كانت كتلتها الفعالة أصغر . يمكن كتابة شرط اللافطرية الكاملة اعتمادا على (5.20) —

الشكل :

$$n_i = \frac{F - E_c}{KT} = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m_n^* KT} \left( \frac{3n_0}{8\pi} \right)^{2/3} \gg 1 \quad (5.22)$$

وقد استبدلنا هنا  $n_0$  بـ  $n_i$  ، ولا تجر هذه العملية وراءها خطأ كبيرا في حالة اللافطرية الشديدة كما سنبين ذلك لاحقا . ويظهر تحليل العبارة (5.22) أن عملية انطلاق اللافطرية تكون أسرع كلما كان تركيز الحوامل الحرة للشحنة أكبر ، وكلما كانت درجة الحرارة أقل (من أجل التركيز المعطى) ، وكلما كانت الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة أصغر .

يعين حد الانتقال من شرم الفطري الى اللافطري بقيمة التركيز اللافطري لحوامل الشحنة  $n_{deg}$  ، ودرجة الحرارة اللافطرية . وبما أن  $n_{deg}$  يعيد التركيز الأصغر لحوامل الشحنة الموافق لبداية عملية اللافطرية من أجل درجة حرارة معطاة ، فإننا نستطيع أن نكتب اعتمادا على (5.19) :

$$n_{deg} = \frac{4}{3\pi} N_c = 3,78 \cdot 10^{15} \left( \frac{m_n^*}{m_0} \right)^{3/2} T_{deg}^{3/2} = 2 \cdot 10^{19} \left( \frac{m_n^*}{m_0} \right)^{3/2} \left( \frac{T_{deg}}{300} \right)^{3/2} \quad (5.23)$$

$$T_{deg} = 4,1 \cdot 10^{-11} \left( \frac{m_0}{m_n^*} \right) \cdot n_{deg}^{2/3} \quad (5.24)$$

نجد تابعة سوية فرمي في شرم المانع واللافتري لدرجة الحرارة. اذا كانت  $1 \ll \eta \ll 1$  فان  $\eta \ll 1$ ، ويمكن نشر تكامل فرمي في سلسلة قوى. وبالتالي يمكن تقديم التركيز المتوازن للالكترونات بالشكل:

$$n_0 = N_c \frac{4}{\sqrt{\pi}} \eta^{\frac{3}{2}} \left( 1 + \frac{\pi^2}{8 \eta^2} - \frac{7 \pi^4}{640 \eta^4} + \frac{31 \pi^6}{3072 \eta^6} \dots \right) \quad (5.25)$$

نحذف حدود السلسلة بدءاً من الحد الثالث، ونبدل في الحد الثاني  $\eta$  بـ  $\eta_0$ . ويؤدي هذا الى تخفيض الخطأ الناتج عن حذف الحدود الأخيرة. نحصل بالنتيجة على عبارة تقريبية لـ  $n_0$ :

$$n_0 \approx N_c \frac{4}{\sqrt{\pi}} \eta_0^{\frac{3}{2}} \left( 1 + \frac{\pi^2}{8 \eta_0^2} \right) \quad (5.26)$$

نحصل من (1.19) و (5.26)

$$\frac{3 \sqrt{\pi}}{4} \frac{n_0}{N_c} = \eta_0^{\frac{3}{2}} \left( 1 + \frac{\pi^2}{8 \eta_0^2} \right) = \eta_0^{\frac{3}{2}} \quad (5.27)$$

$$\eta = \eta_0 \left( 1 + \frac{\pi^2}{8 \eta_0^2} \right)^{-\frac{2}{3}} \quad (5.27-a)$$

ويكون الحد الثاني في القوس صغيراً جداً من أجل  $\eta_0 > 5$ . ننشر العبارة (5.27-a) في سلسلة ونقتصر على الحدين الأولين، فنجد أخيراً أن:

$$\eta = \eta_0 \left( 1 - \frac{\pi^2}{12 \eta_0^2} \right) \quad (5.28)$$

$$F = F_0 \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{F_0 - E_c} \right)^2 \right] \quad (5.29)$$

ينتج عن العلاقة (5.29) أن سوية فرمي  $F$  في شرم اللافتري

وفي درجات حرارة منخفضة بشكل كاف تكون قريبة جداً من  $F_0$ .

6.3. شبه الموصل الذاتي

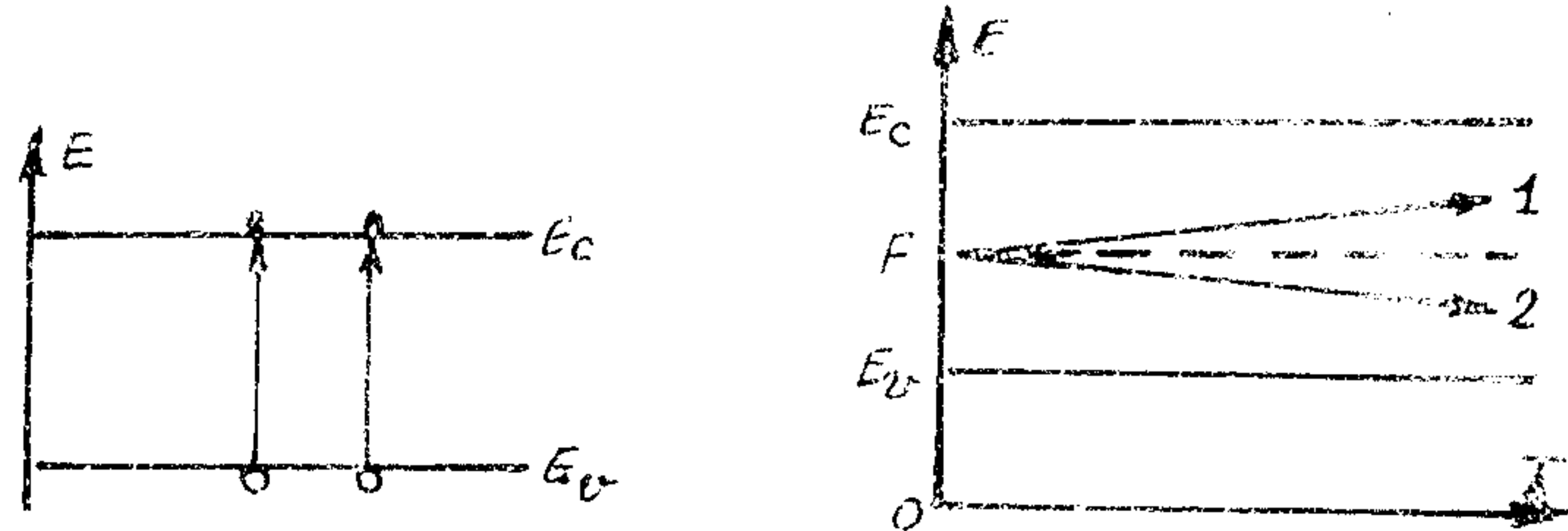
يعد شبه الموصل ذاتياً اذا كان تأثير الشوائب الموجودة فيه صغيراً. وتظهر الحوامل الحرة للشحنة في شرم الذاتي نتيجة لانقطاع الروابط التكافؤية فقط (الشكل 3-8)، وبالتالي فان:

$$n_p = p_0 \quad (6.1)$$

تعكس العبارة (6.1) شرط الاعتدال الكهربائي في شرم الذاتي، حيث أن مجموع شحن الجسيمات المشحونة للبلورة ينبغي أن يساوي الصفر. ويحدد هذا المطلب موضع سوية فرمي. ويمكن ايجاده بحل المعادلة

$$N_c F_{\frac{1}{2}}(\eta) = N_v F_{\frac{1}{2}}(-\eta - \epsilon_i) \quad (6.2)$$

شبه الموصل الذاتي الفطري. يعرض الشكل 3-6 مخطط التمنطق، وكثافة الحالات، وتوزيع فرمي-ديراك، وتركيز حوامل



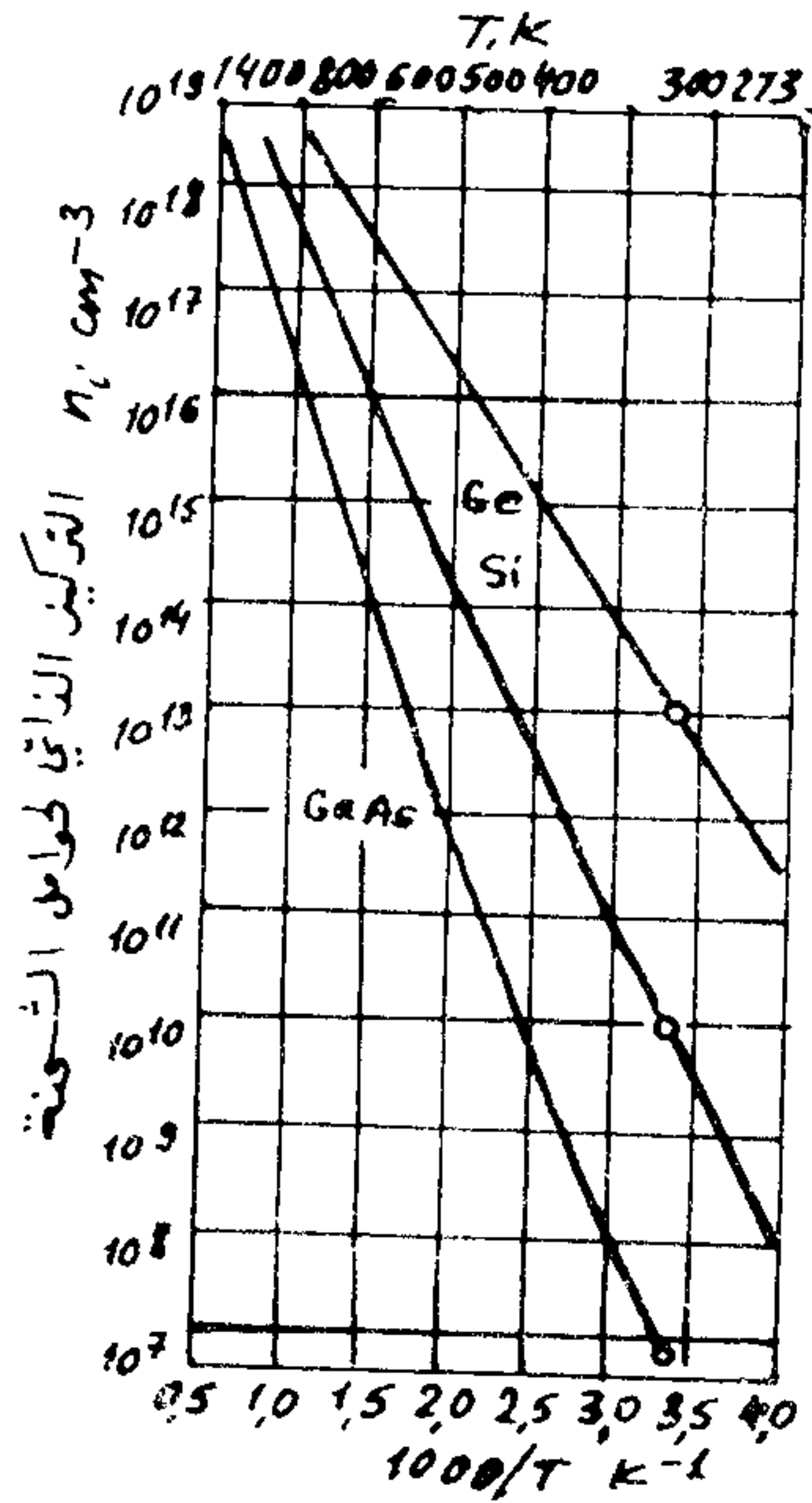
الشكل 3-8 التولد الحراري لحوامل الشحنة في شرم الذاتي.

الشكل 3-9 تغير سوية فرمي بتابعة الحرارة في شرم الذاتي.

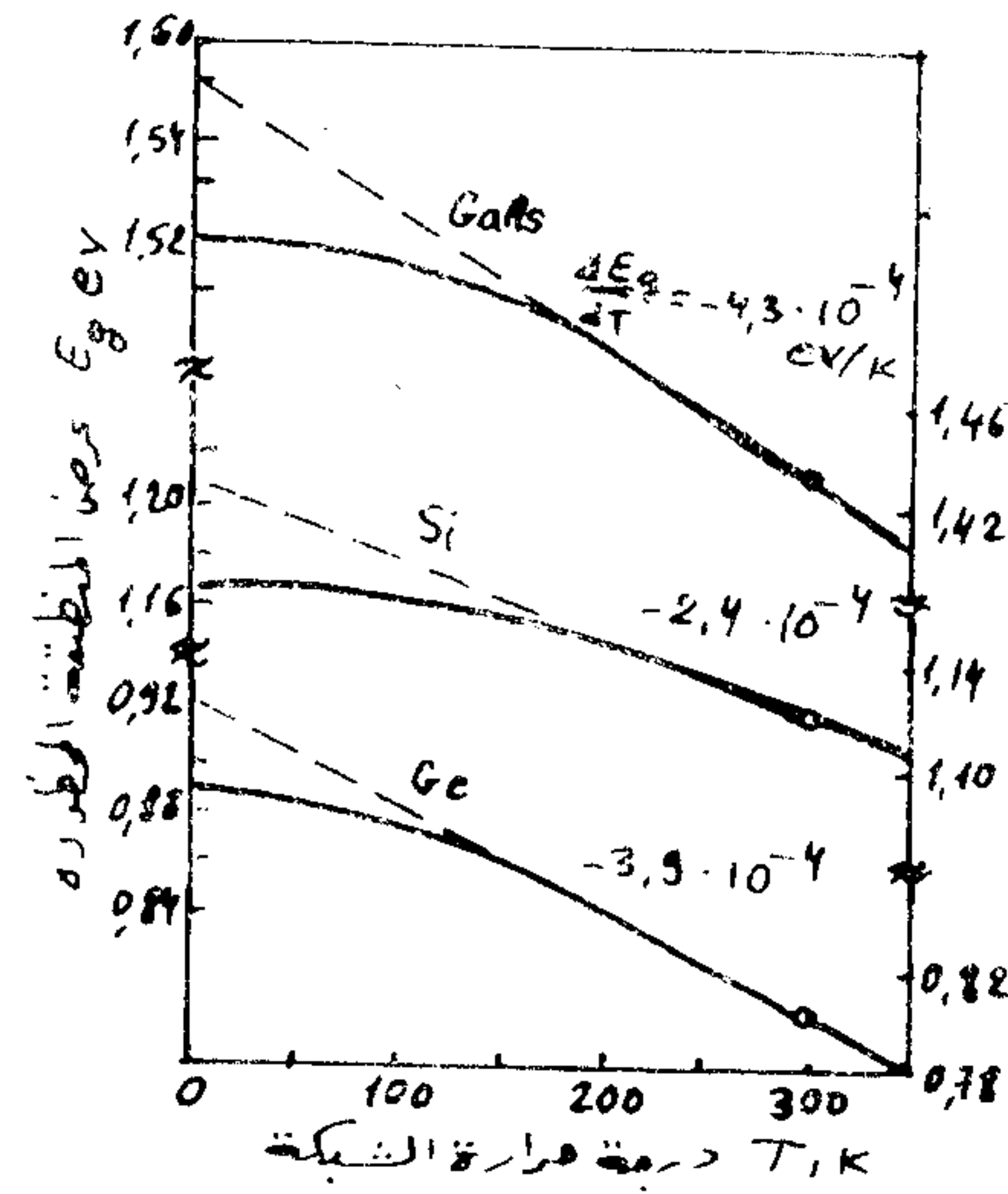
الشحن في حالة التوازن الترموديناميكي من أجل شبه الموصل المذكور. ويمكن من أجل شرم الفطري تقريب تكامل فرمي ليأخذ

$$= 2 \left( \frac{2\pi K}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{4}} \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2KT}} = 4,9 \cdot 10^{15} \left( \frac{m_n^* m_p^*}{m_0^2} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2KT}} \quad (6.6)$$

وهكذا فان تركيز حوامل الشحنة في شـم الفطري الذاتي يتعلق بدرجة الحرارة وعرض المنطقة المحظورة وقيمة الكتلة الفعالة للالكترونات  $m_n^*$  والثقوب  $m_p^*$ ، ولا يتعلق بموقع سوية فرمي  $F$ . وعندما يكون  $E_g \gg KT$ ، فان التابعية الحرارية للتركيز



الشكل 10-3 تابعية التركيز الذاتي لحوامل الشحنة في Ge و Si و GaAs لمقلوب الدرجة



الشكل 11-3 تابعية عرض المنطقة المحظورة لدرجة الحرارة في Ge و Si و GaAs

الشكل الآسي (5.11). وتكتب المعادلة (6.2) في هذه الشروط بالشكل:

$$N_c \cdot e^{\frac{-E_c - E_i}{2KT}} = N_v \cdot e^{\frac{-E_v - E_i}{2KT}} \quad (6.3)$$

ومنه نستطيع أن نحصل على عبارة سوية فرمي:

$$F = E_c - \frac{1}{2} E_g + \frac{KT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{KT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} \quad (6.4)$$

حيث أن  $E_g = E_c - E_v$  هو عرض المنطقة المحظورة.

نعوض قيمة  $N_c$  من (4.4) وقيمة  $N_v$  من (4.10)، فنجد:

$$F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} KT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} \quad (6.5)$$

ينتج عن العلاقة (6.5) أن سوية فرمي تقع من أجل شبه الموصل الذاتي وفي درجة الصفر المطلق في منتصف المنطقة المحظورة، أي أن  $F = \frac{E_c + E_v}{2}$ . وعندما تكون  $m_n^* = m_p^*$  فان موقع تلك السوية  $F$  لا يتعلق بدرجة الحرارة، ويبقى في منتصف المنطقة المحظورة. عندما تكون  $m_n^* > m_p^*$  فان موقع سوية فرمي ينزاح خطياً نحو أرضية منطقة الناقلية بارتفاع درجة الحرارة وعندما تكون  $m_n^* < m_p^*$  ينزاح نحو سقف منطقة التكافؤ (الشكل 9-3 المنحنيان 1 و 2 على الترتيب).

نعين التركيز الذاتي لحوامل الشحنة:

$$n_i = (n_0 p_0)^{\frac{1}{2}} = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{E_c - E_v}{2KT}} =$$

يعينها الحد الأسّي في (6.6). وتعتبر المعطيات الواردة على الشكل 3-10 التي تمثل تابعة التركيز الذاتي لحوامل الشحنة في الجرمانيوم والسيليكون وزرنيخ الغاليوم لمقلوب درجة الحرارة برهانا على ذلك.

تعطى طاقة الفعالية لشم الذاتي استنادا الى دراسة احصاء الفونونات، بالعلاقة:

$$w = \frac{1}{2} E_g \quad (6.7)$$

أي أنها تساوي نصف عرض المنطقة المحظورة.

نقدر التركيز الذاتي لحوامل الشحنة في  $Ge$  و  $Si$  و  $SbIn$ .

يكون من أجل السيليكون  $m_{dn}^* = 1,08 m_0$  و  $m_{dp}^* = 0,56 m_0$  في

درجة الحرارة  $T = 300^\circ K$  و  $E_g = 1,11 eV$ ، وبالتالي فإن

$n_i = 1,9 \cdot 10^{10} cm^{-3}$  ومن أجل الجرمانيوم  $m_{dn}^* = 0,56 m_0$  و

$m_{dp}^* = 0,35 m_0$  و  $E_g = 0,67 eV$  ومنه  $n_i = 2 \cdot 10^{13} cm^{-3}$  ويكون

من أجل انتموان الانديوم  $m_{dn}^* = 0,013 m_0$ ،  $m_{dp}^* = 0,6 m_0$ ، و

$E_g = 0,18 eV$ ، ومنه  $n_i = 2 \cdot 10^{16} cm^{-3}$ .

وينبغي وفقا للمعادلة (6.6) أن تكون التابعة البيانية

$$\ln(n_i T^{-\frac{3}{2}}) \text{ خطا مستقيما:}$$

$$\ln(n_i T^{-\frac{3}{2}}) = \text{const} - \frac{E_g}{2K} \cdot \frac{1}{T} \quad (6.8)$$

وتعطى زاوية ميل هذا المستقيم بالعلاقة  $\tan \theta = \frac{E_g}{2K}$  غير

أن حساب قيمة  $E_g$  استنادا الى معطيات الشكل 3-10 لا تتطابق

مع القيمة الحقيقية لعرض المنطقة المحظورة للجرمانيوم.

ويفسر هذا الاختلاف بأن عرض المنطقة المحظورة نفسه يتغير

بتغير درجة الحرارة، حيث أن ازدياد سعة الاهتزازات الحرارية لذرات الشبكة يؤدي الى نقصان عرض المنطقة المحظورة. إضافة الى ذلك، فإن ارتفاع درجة الحرارة يؤدي الى تغير المسافة الفاصلة بين الذرات، وهذا ينعكس بدوره على قيمة العرض. وهكذا فإن التابعة  $E_g(T)$  يمكن أن تتمتع بخواص معقدة. ويعرض

الشكل 3-11 تغير قيم المناطق المحظورة لـ  $Ge$  و  $Si$  و  $GaAs$

بتغير درجة الحرارة. وتساوي قيم عرض المناطق المحظورة لأشهر

هذه في درجة الصفر المطلق 0,89 و 1,16 و 1,52 الكترون فولت

على الترتيب. ويلاحظ على الشكل 3-11 أن عرض المنطقة

المحظورة يتغير خطيا بتابعة درجة الحرارة في مجال درجات

الحرارة 175 - 350 كلفن. ويأخذ المعامل الحراري لتغير عرض

المنطقة المحظورة في المجال المذكور  $\alpha = \frac{dE}{dT}$  قيما سالبة،

ويساوي  $-3,9 \cdot 10^{-4}$ ،  $-2,4 \cdot 10^{-4}$ ،  $-4,3 \cdot 10^{-4}$  الكترون فولت

على كلفن، من أجل الجرمانيوم والسيليكون وزرنيخ الغاليوم على

الترتيب، بينما يكون المعامل الحراري لـ  $PbS$  موجبا، ويزداد عرض

المنطقة المحظورة من 0,34 eV في الصفر المطلق الى 0,41 eV

في الدرجة  $300^\circ K$ . وتخضع التابعة في هذه الحالات لقانون خطي

من الشكل:

$$E_g = E_{g0} + \alpha T \quad (6.9)$$

حيث أن  $E_{g0}$  هو عرض المنطقة المحظورة في  $0^\circ K$ .

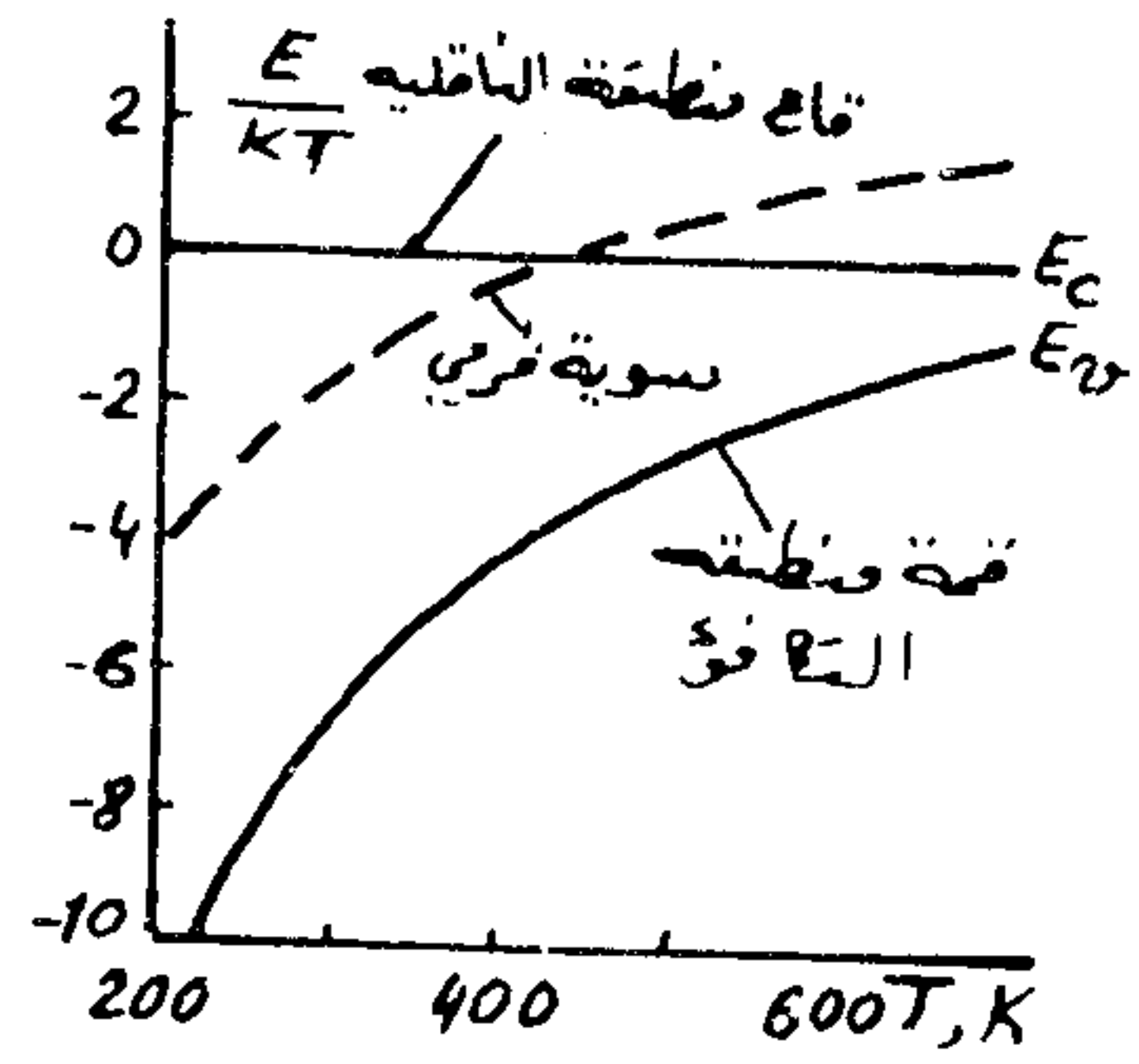
نعوض العبارة (6.9) في المعادلة (6.6) فنحصل على:

$$n_i T^{-\frac{3}{2}} = 2 \left( \frac{2\pi^2 m_n^* m_p^* K^2}{h^2} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2K}} \cdot e^{-\frac{E_{g0}}{2KT}} \quad (6.10)$$

ومنه نجد أن:

$$e^{\frac{3}{2}} F_{1/2}(\eta) = \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\epsilon_i} \quad (6.13)$$

يُعدّ انتموان الانديوم المثل النموذجي لشبه الموصل الذي تختلف فيه قيم الكتل الفعالة بشدة، حيث يكون  $m_p^* = 10 m_n^*$  في هذه المادة. ويعرض الشكل 3-12 تغير موضع سوية فرمي المختزلة بتابعة درجة الحرارة في  $InSb$ . ويتؤخذ بعين الاعتبار هنا



الشكل 3-12 موضع سوية فرمي في واحداث  $KT$  كتابع لدرجة الحرارة في انتموان الانديوم.

وهذا لابد من أخذه بعين الاعتبار عند حساب القيمة  $n_i$ ، أي ينبغي استعمال المساواة (6.12).

7.3. تابعة موضع سوية فرمي لتركيز الشوائب ولدرجة الحرارة

في شبه الموصل الفطري.

يمكن لشبه الموصل أن يحوي شوائباً مانحة وآخذة في نفس

$$\ln(n_i \cdot T^{-\frac{3}{2}}) = \text{const.} - \frac{\alpha}{2K} - \frac{E_{g0}}{2K} \cdot \frac{1}{T} \quad (6.11)$$

وهكذا، إذا تعلق عرض المنطقة المحظورة خطياً بدرجة الحرارة، فإن التابعة البيانية  $\ln(n_i \cdot T^{-\frac{3}{2}})$  تكون على شكل خط مستقيم، يوصف ميله بقيمة  $E_{g0}$  التي تمثل عرض المنطقة المحظورة في درجة الصفر المطلق. وتعيّن القيمة الحقيقية لعرض المنطقة المحظورة في درجة حرارة معطاة بالعلاقة (6.9).

شبه الموصل الذاتي اللافتري: تكون سرعة تغير موضع سوية فرمي بتابعة درجة الحرارة في شبه الموصل الذاتي، وفقاً للعلاقة (6.5)، متناسبة مع نسبة الكتل الفعالة للثقوب والالكترونات. وبحكم ذلك فإن سوية فرمي تبتعد بارتفاع درجة الحرارة عن المنطقة الحاوية على الحوامل الثقيلة للشحنة، وتقترب من المنطقة ذات الحوامل الخفيفة. وإذا ما أصبحت المسافة الفاصلة بين سوية فرمي وتلك المنطقة من رتبة  $KT$ ، فإن اللافتري تبدأ في هذه المنطقة، ولا يمكن في هذه الحالة أن يستبدل تكامل فرمي - ديراك الموافق بالشكل الآسي. عندئذ، كلما كان الفرق كبيراً بين الكتل الفعالة للالكترونات والثقوب كلما كان ابتداء اللافتري أسرع. مثلاً، إذا بدأت اللافتري في منطقة الناقلية، فإنها تختفي في منطقة التكافؤ، وتصبح عبارة التركيز الذاتي لحوامل الشحنة من الشكل:  $-\epsilon_i - \frac{3}{2}$

$$n_i = N_c F_{1/2}(\eta) = N_v e^{-\epsilon_i} \quad (6.12)$$

نحصل مما تقدم على الصيغة المحددة لموقع سوية فرمي:

$$-N_c F_{1/2}(-\xi - \epsilon_i) - \frac{N_a}{g^{-1} e^{\epsilon_a + \xi} + 1} = N_d - N_a \quad (7.3)$$

وتأخذ العبارة (7.3) في حالة ش م الفطري الشكل البسيط التالي

$$N_c e^{\xi} + \frac{N_d}{g^{-1} e^{-\epsilon_d - \xi} + 1} - N_u e^{-\xi - \epsilon_i} - \frac{N_a}{g^{-1} e^{\epsilon_a + \xi} + 1} = N_d - N_a \quad (7.4)$$

غير أن تعيين سوية فرمي في هذه الحالة تصدم بصعوبات جملة. لذلك نقوم بدراسة بعض الحالات الخاصة التي تتمتع بأهمية تطبيقية معتبرة .

### 1. شبه الموصل المانع ( $N_a = 0$ ) .

تقتصر دراستنا في البداية على مجال محدود من درجات الحرارة، يمكن ضمنه أن تتشرد الشائبة المانحة فقط، وتكون الناقلية الذاتية معدومة، أي أن  $P_0 = 0$  . يمكن عندئذ أن نكتب شرط الاعتدال الكهربائي (7.2) بالشكل:

$$n_0 + n_d = N_d \quad (7.5)$$

أو

$$n_0 = P_d$$

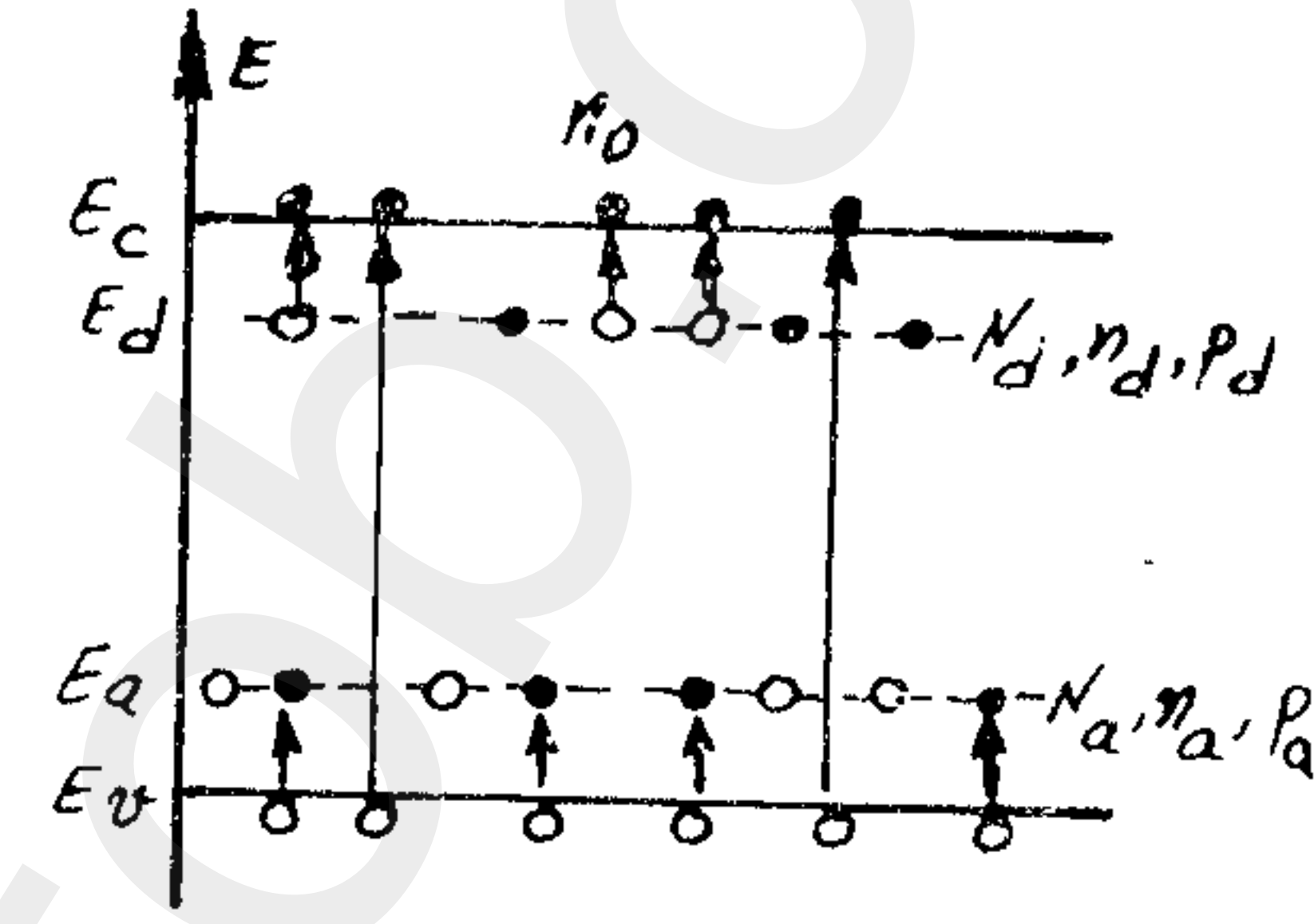
ومنه نحصل، وفقاً لـ (4.13)، على:

$$n_0 = \frac{N_d}{g e^{\epsilon_d + \xi} + 1} \quad (7.6)$$

نفترض غياب اللافطرية، يكون عندئذ  $n_0 = N_c e^{\xi}$  . ونجد

الوقت. لنفرض أن تركيزي هاتين الشائبتين هما  $N_d$  و  $N_a$  على الترتيب. يكون المخطط الطاقى لمثل أش م هذه كما هو مبين على الشكل 3-13. تنشأ الالكترونات في منطقة الناقلية والثقوب في منطقة التكافؤ نتيجة للاثارة الحرارية للالكترونات من منطقة التكافؤ وذرات الشائبة. وترمز الأسهم على الشكل الى هذه الانتقالات.

لكي نحدد موضع سوية فرمي في ش م، نستخدم شرط الاعتدال الكهربائي: ينبغي أن يكون مجموع شحن الجسيمات المشحونة، وفقاً لهذا الشرط، في أية نقطة من البلورة مساوياً الى الصفر. وتكتب معادلة الاعتدال الكهربائي من أجل ش م الحاوي على نوعين



الشكل 3-13 شبه الموصل الحاوي على شوائب مانحة وأخذة .

$$n_0 + n_a = p_0 + p_d \quad (7.1)$$

حيث أن  $n_a = N_a - p_a$  هي كمية الالكترونات المرتبطة مع الشوائب الآخذة، و  $p_d = N_d - n_d$  هو عدد الذرات المتشردة للشائبة المانحة. ونحصل بتبديل هذه القيم في (7.1) على:

$$(n_0 + n_d) - (p_0 + p_a) = N_d - N_a \quad (7.2)$$

نعوض عن تركيز حوامل الشحن في العبارات الموافقة (4.3)، (4.9)، (4.12) و (4.14)، فنحصل على:

$$N_c F_{1/2}(\xi) + \frac{N_d}{g^{-1} e^{-\epsilon_d - \xi} + 1} -$$

نأخذ لغارتم العلاقة (7.12)، فنجد

$$\eta = -\ln \left[ \frac{N_c}{2N_d} + \sqrt{\left(\frac{N_c}{2N_d}\right)^2 + g e^{\epsilon_d} N_c N_d^{-1}} \right] \quad (7.13)$$

$$F = E_c - kT \ln \left[ \frac{N_c}{2N_d} + \sqrt{\left(\frac{N_c}{2N_d}\right)^2 + g e^{\epsilon_d} N_c N_d^{-1}} \right] \quad (7.14)$$

نُجري تحليلاً للعلاقة التي حصلنا عليها لسوية فرمي. عندما تكون درجات الحرارة منخفضة، أي في المجال الذي يصح من أجله الشرط

$$e^{\frac{E_c - E_d}{kT}} \gg \frac{N_c}{2N_d}$$

تتبسط العبارة (7.14)، ويعين موضع سوية فرمي بالعلاقة:

$$F = E_c - \frac{E_c - E_d}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{gN_c}{N_d} = \frac{E_c + E_d}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{gN_c}{N_d} \quad (7.15)$$

وتسمح طاقة الفعالية وفقاً لـ (5.18) على الشكل:

$$W = \frac{1}{2} (E_c - E_d)$$

أي أنها تساوي نصف طاقة التشرّد للشائبة المانحة.

نستخلص من العلاقة (7.15) أن سوية فرمي في شبه الموصل

المانح تتموضع في درجة الصفر المطلق في منتصف المسافة الفاصلة

بين سوية الشائبة المانحة وأرضية منطقة الناقلية. ويلاحظ في

درجات الحرارة المنخفضة جداً (بضع درجات في سلم كلفن)، عندما

بعدها  $gN_c < N_d$ ، أن سوية فرمي ترتفع إلى قيمة عظمى ماوتبدأ

بالانخفاض وذلك من أجل  $gN_c = N_d$ ، وتصل من جديد

إلى  $F = \frac{1}{2} (E_c + E_d)$  كما كان عليه الحال في الصفر المطلق.

من هذه المساواة:

$$e^{\eta} = \frac{n_0}{N_c} \quad (7.7)$$

نعوض (7.7) في (7.6) فنحصل على معادلة تركيز الإلكترونات في منطقة الناقلية:

$$n_0 = \frac{N_c \cdot N_d}{N_c + g e^{\epsilon_d} \cdot n_0} \quad (7.8)$$

التي يمكن كتابتها بالشكل:

$$n_0^2 + g^{-1} e^{-\epsilon_d} N_c \cdot n_0 - g^{-1} e^{-\epsilon_d} N_c \cdot N_d = 0 \quad (7.9)$$

نجد بحل هذه المعادلة بالنسبة لـ  $n_0$ :

$$n_0 = \frac{g^{-1} e^{-\epsilon_d} \cdot N_c}{2} \left( \sqrt{1 + 4g e^{\epsilon_d} N_c^{-1} N_d} - 1 \right) \quad (7.10)$$

وقد حذفنا الإشارة السالبة للجذر لأن المقدار الموجود تحت الجذر

أكبر من الواحد و  $n_0 > 1$ . ويمكن أن نعيد كتابة العبارة السابقة

بالشكل:

$$n_0 = \frac{2N_d}{\sqrt{1 + 4g e^{\epsilon_d} N_c^{-1} N_d} + 1} \quad (7.11)$$

يعين موضع سوية فرمي من العلاقة (7.7):

$$\eta = \frac{n_0}{N_c} = \frac{2N_d / N_c}{\sqrt{1 + 4g e^{\epsilon_d} N_c^{-1} N_d} + 1} \quad (7.12)$$

دراسة حالة حدية أخرى تخص درجات الحرارة المرتفعة، وذلك عندما تتحقق المتراجحة

$$e^{\frac{E_c - E_d}{KT}} \ll \frac{N_c}{2N_d}$$

تأخذ عندئذ العلاقة (7.14) الشكل التقريبي:

$$F = E_c - KT \ln \frac{N_c}{N_d} \quad (7.17)$$

وهذا يوافق المساواة التالية

$$n_0 = N_d \quad (7.18)$$

ويعني هذا أن جميع الشوائب المانحة أصبحت عمليا في حالة تشرد، وأن تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية لا يتعلق بدرجة الحرارة. ويدعى هذا المجال لدرجة الحرارة الذي يكون من أجله تشرد الشوائب تاما "بمجال انطفاء الشوائب" (أو مجال الاشباع)، ويشار اليه على الرسم 3-14 بالرقم 2.

يوافق شرط التشرد التام للشوائب المانحة ( $n_0 = N_d$ )، موضعا لسوية فرمي يقع تحت السوية الشائبية بعدة مرات من  $KT$ . وهذا يعني أن سوية فرمي تبدأ بالهبوط مع ارتفاع درجة الحرارة متجاوزة السوية  $E_d$  نحو الأسفل. وتدعى درجة الحرارة التي يكون من أجلها  $F = E_d$  "بدرجة حرارة الاشباع"  $T_s$ ، ويمكن تعيينها من الشرط:

$$F = E_c - KT_s \ln \frac{N_c}{N_d} = E_d \quad (7.19)$$

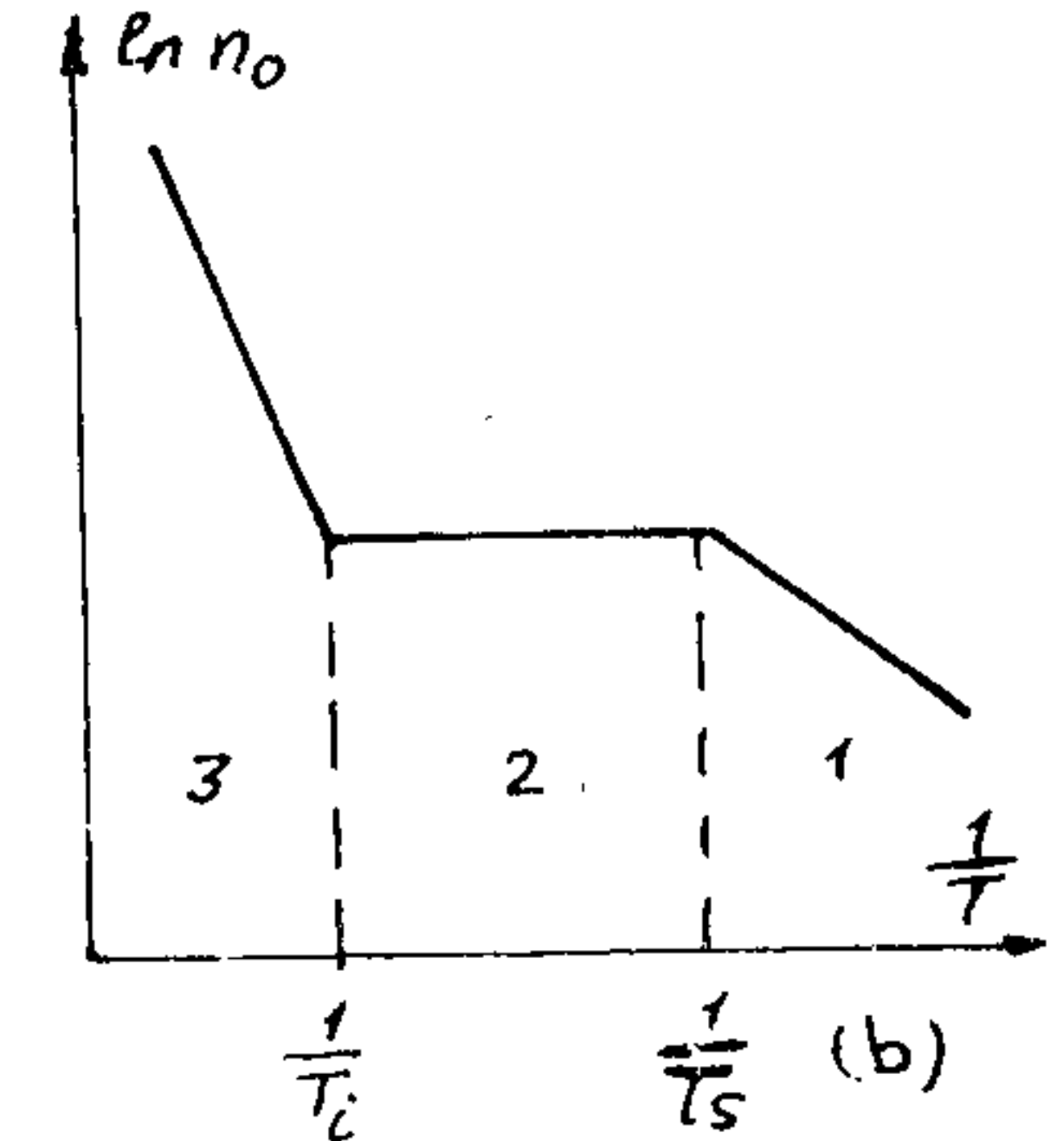
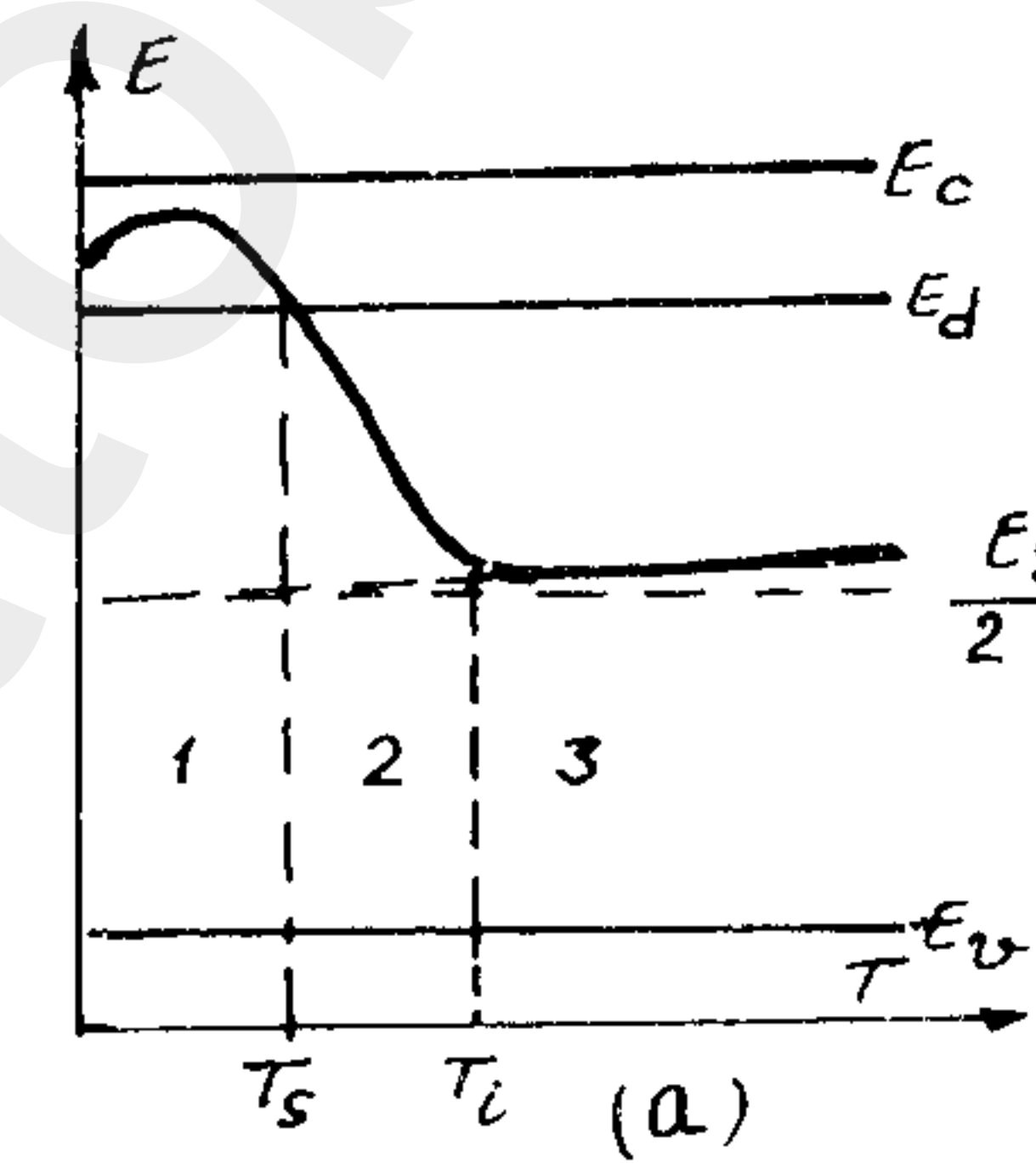
ومنه

$$T_s = \frac{E_c - E_d}{K \ln \frac{N_c}{N_d}} \quad (7.20)$$

ويصاحب الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة زيادة في  $N_c$ ، ويتابع موضع سوية فرمي الانخفاض في مجال درجات الحرارة الذي من أجله يكون  $gN_c > N_d$ . وتوافق مثل هذه الازاحة لموضع سوية فرمي التابعة الحرارية الأسية لتركيز الالكترونات:

$$n_0 = N_c e^{\frac{E_c - E_d}{2KT} - \frac{1}{2} \ln \frac{gN_c}{N_d}} = (g^{-1} N_c N_d)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{E_c - E_d}{2KT}} \quad (7.16)$$

يعتبر هذا المجال لتغيرات موضع سوية فرمي بتابعة درجة الحرارة الموصوف بالعلاقة (7.15)، مجال التشرد الضعيف للشوائب (أو



الشكل 3-14 تغير موضع سوية فرمي (a)، وتركيز الالكترونات (b) بتابعة درجة الحرارة لشبه الموصل المانع.

مجال التجمد). ويرمز له بالرقم 1 على الشكل 3-14 الذي يعرض تغير موضع سوية فرمي (a)، وتغير تركيز الالكترونات (b) بتابعة درجة الحرارة من أجل شبه الموصل المانع.

ويصبح تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية مع الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة مقاربا لتركيز الشوائب، وتصبح العلاقتان (7.16) و (7.15) في هذه الحالة غير صحيحتين. غير أنه بالامكان



ينتج عن العلاقة (7.20)، أن درجة حرارة الأشباع تكون أخفض كلما كانت طاقة التشرد  $(E_c - E_g)$  وتركيز الموانح  $N_d$  أصغر، وكلما كانت الكتلة الفعالة التي تحدد  $N_c$  أكبر. ويسود الأشباع من أجل القيم الصغيرة لـ  $(E_c - E_g)$  في درجات حرارة منخفضة جدا. مثلا، يسود الأشباع في الجرمانيوم الإلكتروني المطعم بالانتيموان Sb بتركيز قدره  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ، والذي تكون فيه طاقة التشرد مساوية 0,0096 إلكترون فولت، يسود في الدرجة 32 كلفن.

يحصل مع الاستمرار في رفع درجة الحرارة ازدياد في تركيز الإلكترونات في منطقة الناقلية، وذلك نتيجة لحدوث الإلكترونات من منطقة التكافؤ. ويعين في هذه الحالة موضع سوية فرمي وتركيز الإلكترونات من العلاقات (6.5)، (7.17) و (6.6). ويمثل المجال 3 على الرسم 3-14 الناقلية الذاتية، ويكون عندئذ  $F = F_i$  وينتج عن المساواتين (6.5) و (7.17) أن

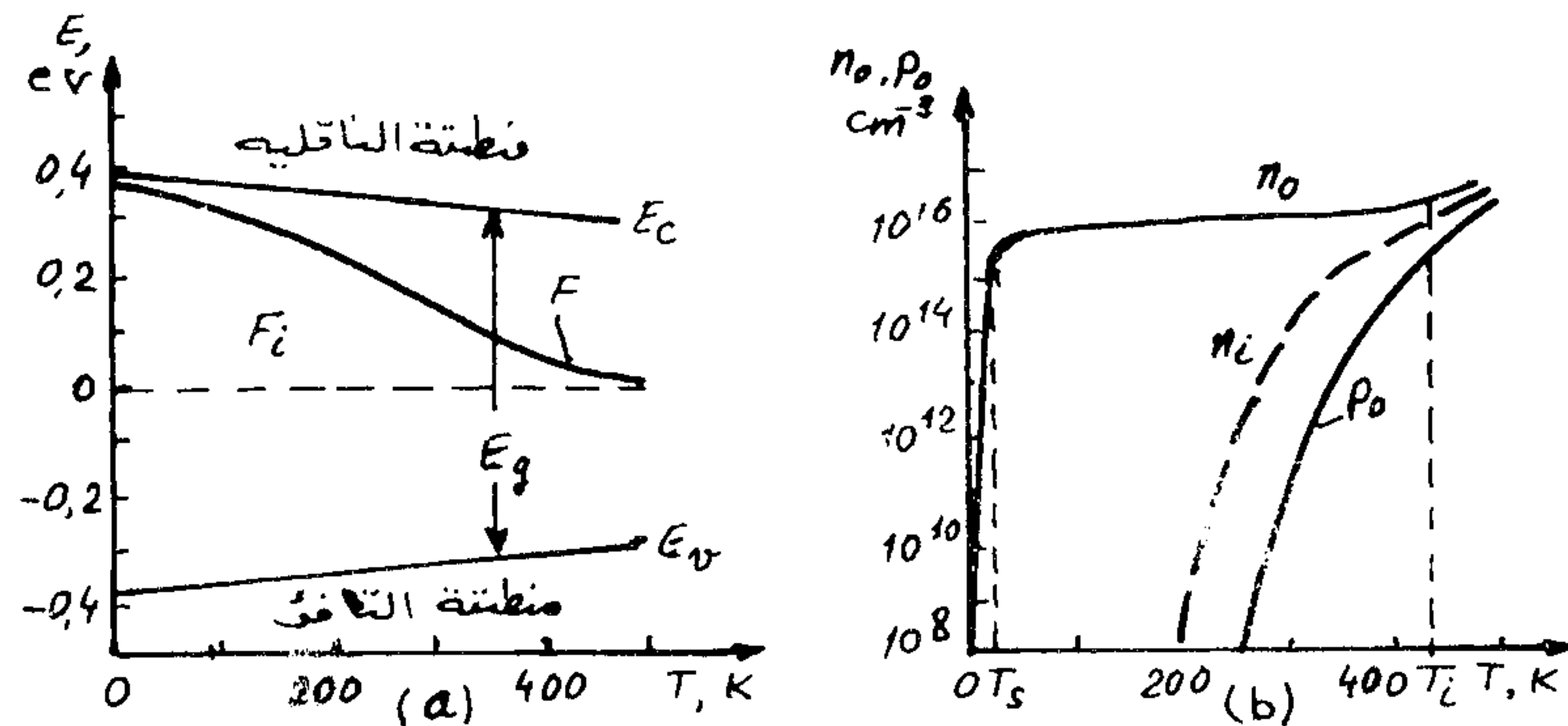
$$F_i = E_c - \frac{1}{2} E_g - \frac{kT_i}{2} \ln \frac{N_c}{N_d} = E_c - kT_i \ln \frac{N_c}{N_d} \quad (7.21)$$

ومنه نحصل على:

$$T_i = \frac{E_g}{k \ln \left( \frac{N_c N_d}{N_d^2} \right)} \quad (7.22)$$

يظهر تحليل هذه العبارة أن درجة الحرارة  $T_i$  التي تبدأ من أجلها مساهمة الناقلية الذاتية لشبه الموصل الإلكتروني، تكون أصغر كلما كان عرض المنطقة المحظورة وتركيز الشوائب أصغر،

وكلما كانت قيم الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة أكبر. وهكذا يمكن باستعمال التقريبات الموصوفة أعلاه رصد تغيير تركيز الإلكترونات وتغير موضع سوية فرمي في المنطقة المحظورة لشحمة الإلكترونات من أجل جميع مجالات تغير درجة الحرارة. يعرض الشكل 3-15 التابعية الحرارية لسوية فرمي (a) والتابعية الحرارية لسرير الإلكترونات  $n_0$  والثقوب (b) في الجرمانيوم المشوب بالانتيموان بتركيز قدره  $N_d \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .



الشكل 3-15 تابعية سوية فرمي لدرجة الحرارة (a)، وتابعية تركيز حوامل الشحنة لدرجة الحرارة (b) في الجرمانيوم المشوب بالانتيموان.

ويبين المنحنيان المتقطعان مسلك  $F_i$  و  $n_i$  في شحمة ذاتية. وقد أخذ بعين الاعتبار أثناء انشاء هذه المنحنيات تغير عرض المنطقة المحظورة في الجرمانيوم بتغير درجة الحرارة.

ويظهر الرسم 3-15 أن سوية فرمي تقع في درجة الصفر المطلق في منتصف المسافة بين أوضاع منطقة الناقلية  $E_c$  والسوية

$$P_0 = n_a = N_a - P_a \quad (7.24)$$

يمكن بسهولة الحصول على عبارة  $P_0$  من أجل ش م الفطري، وذلك باستخدام العلاقاتين (5.13) و (4.15) :

$$P_0 = \frac{N_a}{g e^{-\epsilon_a - \eta} + 1} = \frac{N_a N_v}{N_v + g e^{\epsilon_i - \epsilon_c} P_0} \quad (7.25)$$

ونحصل باجراء بعض الحسابات على:

$$P_0 = \frac{2 N_a}{\sqrt{1 + 4g e^{\epsilon_i - \epsilon_a} \frac{N_v}{N_a} + 1}} \quad (7.26)$$

ويعين موضع سوية فرمي بالمساواة:

$$e^{\eta + \epsilon_i} = \frac{N_v}{P_0} = \frac{N_v}{2 N_a} \sqrt{1 + 4g e^{\epsilon_i - \epsilon_a} \frac{N_v}{N_a} + 1} \quad (7.27)$$

ونحصل باجراء عملية اللغاريتم على العبارة الخاصة بسوية فرمي:

$$F = E_c - E_g + KT \ln \left[ \frac{N_v}{2 N_a} + \sqrt{\left( \frac{N_v}{2 N_a} \right)^2 + g N_a^{-1} N_v e^{(\epsilon_a - \epsilon_v)/KT}} \right] \quad (7.28)$$

يكون في مجال درجات الحرارة المنخفضة، عندما يتحقق الشرط

$$e^{(\epsilon_a - \epsilon_v)/KT} \gg \frac{N_v}{2 N_a}$$

$$F = E_c - E_g + \frac{1}{2} (\epsilon_a - \epsilon_v) + \frac{KT}{2} \ln \frac{g N_v}{N_a} = \frac{E_v + \epsilon_a}{2} + \frac{KT}{2} \ln \frac{g N_v}{N_a} \quad (7.29)$$

الشائبة  $E_g$ . وتنخفض مع ارتفاع درجة الحرارة مقتربة من سوية الشائبة  $E_g$ . وتكون كمية الالكترونات الموجودة على الشوائب المانحة في درجة حرارة الاشباع  $T_s$  مساوية:

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_g - F}{KT}} + 1} = \frac{2}{3} N_d$$

وبالتالي تكون كمية الالكترونات الموجودة في منطقة الناقلية مساوية  $\frac{1}{3} N_d$ . ويسوق الاستمرار في ارتفاع درجة الحرارة سوية فرمي نحو الأسفل، ويسود مجال الانطفاء حيث تصبح جميع الشوائب متشردة، ويغدو تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية ثابتا  $n_0 = N_d$ . وتبدأ في هذا المجال لدرجة الحرارة ذرات المادة الأصلية بالتشرد ويبدأ معها ظهور الحوامل الثانوية للشحنة، أي الثقوب. وينسب تركيز هذه الأخيرة بسرعة مع ارتفاع درجة الحرارة، وذلك وفقاً للعلاقة:

$$P_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{N_c N_v}{N_d} e^{-E_g/KT} \quad (7.23)$$

عندما تصل سوية فرمي الى منتصف المنطقة المحظورة، فان  $n_0 = P_0 = n_i$  وينتقل شبه الموصل من المشوب الى الذاتي. وتقترب سوية فرمي مع الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة نحو تلك المنطقة المألوفة للقيمة الأصغر للكثافة الفعالة للحالات.

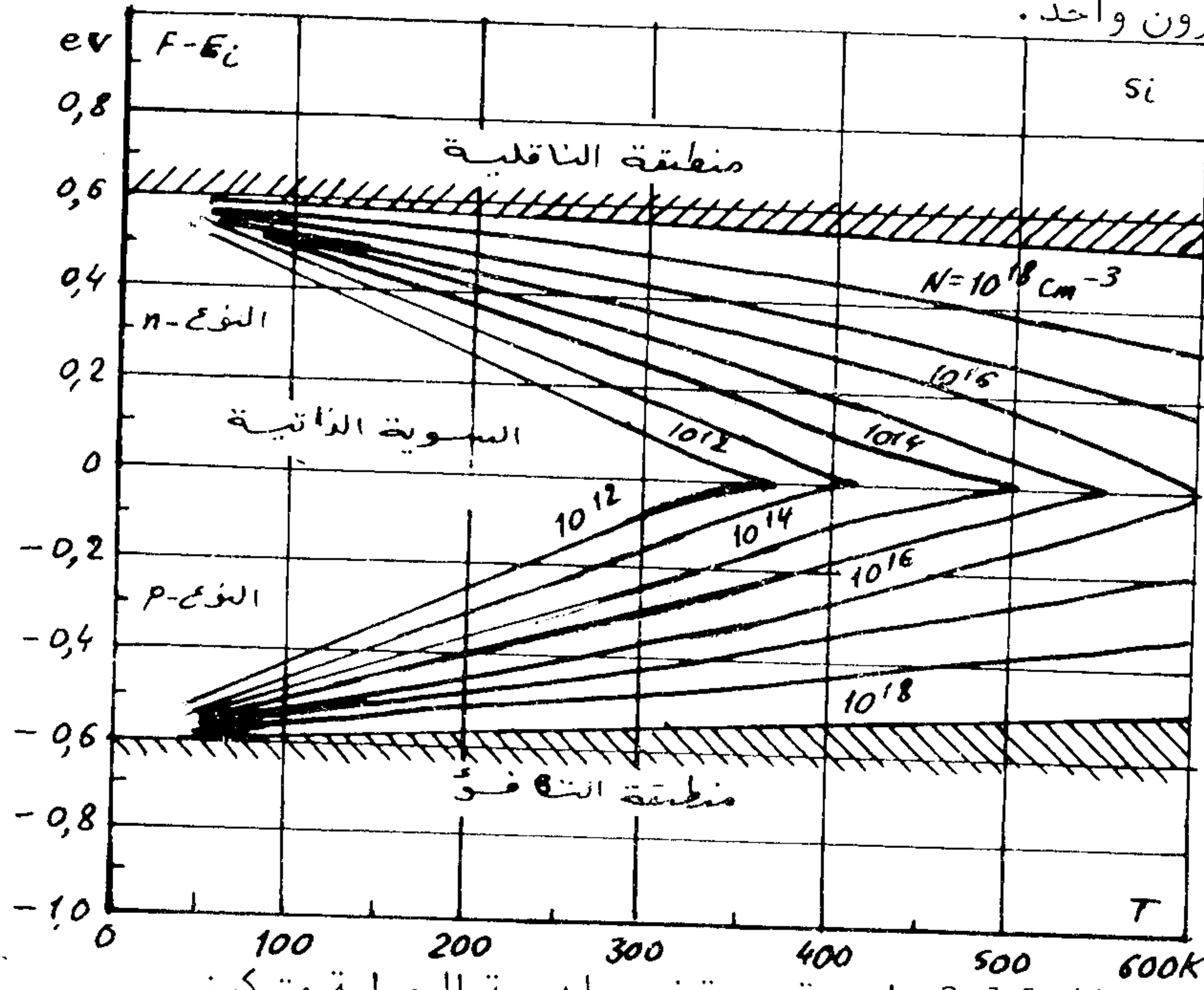
2. شبه الموصل الآخذ ( $N_d = 0$ )

ان حل مسألة شبه الموصل المطعم بشوائب آخذة تشابه تماماً حل مسألة شرم المانح. يعطى شرط الاعتدال الكهربائي في هذه الحالة بالعلاقة:

### 8.3 تابعة موضع سوية فرمي لدرجة الحرارة في شبه

الموصل الفطري ذي الشوائب المتعادلة جزئياً:

لا يعتمد في العمليات التطبيقية غالباً إلى تطعيم شبه الموصل بشوائب مانحة وأخذة في نفس الوقت. غير أنه مهما بلغت الدقة والمهارة في تنقية بلورة شـم لا بد من بقاء شوائب مختلفة، ويمكن لبعضها أن تشكل مراكز شائبة تعطي أو تضم إليها أكثر من إلكترون واحد.



الشكل 3-16 تابعة سوية فرمي لدرجة الحرارة وتركيز الشوائب في السيليكون.

ندرس بشيء من التفصيل الحالة التي يحوي فيها شـم الموصل بالإضافة إلى الشائبة المانحة للإلكترون وحيد، عدداً من المراكز

وهكذا تقع سوية فرمي لشبه الموصل الآخذ في درجة حرارة الصفر المطلق في منتصف المسافة بين سقف منطقة التكافؤ والسوية الشائبية، أي أن  $F = \frac{E_v + E_a}{2}$ . وتبدأ سوية فرمي بالانخفاض أولاً مع ارتفاع درجة الحرارة مادام  $N_a > g N_v$ ، وتبدأ بعدئذ بالارتفاع حتى السوية  $E_a$ . ويعين تركيز الثقوب الحرة في هذا المجال لدرجة الحرارة بالعلاقة:

$$P_0 = N_v e^{-3 - \epsilon_i} = (g^{-1} N_a N_v)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-(E_v - E_a)/2KT} \quad (7.30)$$

ونحصل من العبارة (7.28) من أجل درجات الحرارة المرتفعة

أي عندما  $e^{-(E_a - E_v)/KT} \ll \frac{N_v}{2N_a}$ ، على

$$F = E_c - E_g + KT \ln \frac{N_v}{N_a} \quad (7.31)$$

ونحصل على تركيز الثقوب الحرة:

$$P_0 = N_v \cdot e^{-\ln \frac{N_v}{N_a}} = N_a \quad (7.32)$$

يكون الحال في شـم الآخذ كما هو عليه في شـم المانح، حيث يسود مجال الانطفاء في درجات الحرارة المرتفعة، ذلك المجال الذي يميز تشتت جميع ذرات الشائبة الآخذة. وتبدأ سوية فرمي بالارتفاع مع ارتفاع درجة الحرارة اللاحق نحو منتصف المنطقة المحظورة، ويتصرف شبه الموصل عندئذ كـ شـم الذاتي.

يعرض الشكل 3-16 تابعة سوية فرمي لدرجة الحرارة وتركيز الشوائب في السيليكون. وقد ورد على الرسم أيضاً تابعة عرض المنطقة المحظورة لدرجة الحرارة.

الآخذة، وذلك وفقا للمخطط المعروف على الشكل 13-3. ندرس الحالة التي تكون فيها كمية الشائبة المانحة الدخيلة في ش م تساوي كمية الشائبة الآخذة، أي أن  $N_d = N_a$ . تشغل الالكترونات في درجة الصفر المطلق الحالات الطاقية الأدنى. وهذا يعني أن منطقة الناقلية خالية من الالكترونات، وأن جميع الحالات في منطقة التكافؤ ممتلئة بالالكترونات. وبما أن الشوائب الآخذة تملك حالات شاغرة تقع طاويا تحت حالات الشوائب المانحة فإن الالكترونات تنتقل من السويات المانحة الى السويات الآخذة الأدنى طاقة. وتتشكل بالنتيجة كميات متساوية من الأيونات الموجبة والسالبة. ويتحقق شرط الاعتدال الكهربائي لأن  $N_d^+ = N_a^-$ . وتدعى مثل أشباه الموصلات هذه "بالمعادلة أو المتكافئة"، ويتوفر فيها التعادل المتبادل بين الشوائب، وبالتالي لا يمكن أن تكون هذه الشوائب مصادر توريد للالكترونات والثقوب. وعندما ترتفع درجة الحرارة تنشأ الحوامل الحرة للشحنة بفضل تشتت المادة الأساسية فقط، ويتصرف ش م في الواقع ك ش م ذاتي.

غير أن وجود الشوائب في ش م المتكافئ يؤدي الى تشوه في دورية حقل الشبكة أكبر بكثير من حالة ش م الذاتي النقي. وهذا ينعكس على المفاعيل المرتبطة بتشتت حوامل الشحنة، وخاصة على حركية هذه الحوامل.

نعتبر الآن أن  $N_d > N_a$ ، وأن سوية فرمي في مجال درجات الحرارة المعتمد (قيد الدراسة) تقع أعلى بكثير من السوية الطاقية للشائبة الآخذة  $E_a$ . تكون ضمن هذه الشروط جميع الحالات الطاقية الآخذة ممتلئة بالالكترونات القادمة من سويات الشائبة المانحة. ونتيجة لذلك تكون الكمية الكلية للالكترونات الموجودة في السوية المانحة وفي منطقة الناقلية مساوية

$$n_0 + n_d = N_d - N_a \quad (8.1)$$

أو

$$n_0 + N_a = p_d \quad (8.2)$$

سوف نعتبر أن شبه الموصل فطري. نستعمل العلاقـة  $n_0 = N_c e^{g}$ ، فنحصل من (8.2) و (4.13) على:

$$n_0 + N_a = \frac{N_d N_c}{N_c + g e^{E_d} \cdot n_0} \quad (8.3)$$

عندما يكون  $N_a > N_d$  وسوية فرمي تقع على عمق كبير من  $E_d$ ، تنتشر جميع الشوائب المانحة. وتنتقل جميع الالكترونات الموانح الى السويات الآخذة، وهكذا يتواجد في درجة الصفر المطلق عدد  $N_a - N_d$  من الثقوب على ذرات الشائبة الآخذة. وتنتقل الالكترونات من منطقة التكافؤ عندما ترتفع درجات الحرارة الى السويات الآخذة، ويتصرف ش م عندئذ ك شبه موصل ثقبى، ويملك ثابت هول اشارة موجبة. وعندما تسود الناقلية الذاتية نتيجة الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة تتغير اشارة ثابت هول، ذلك لأن حركية الالكترونات أكبر من حركية الثقوب.

نوجد تابعة تركيز الالكترونات وتابعة موضع سوية فرمي لدرجة الحرارة في ش م المتكافئ جزئيا، وذلك عندما  $N_d > N_a$ . يعطي شرط الاعتدال الكهربائي في هذه الحالة المساواة:

$$F = E_c + KT \ln \frac{N_d - N_a}{N_c} \quad (8.8)$$

وكما هو منتظر، فإن تركيز الإلكترونات الحرة ثابت ويحدد بعدد الذرات المانحة اللامتكافئة. وينخفض موضع السوية  $F$  بارتفاع درجة الحرارة ويسعى إلى منتصف المنطقة المحظورة من أجل درجات الحرارة التي تبدأ معها مساهمة الناقلية الذاتية بالبروز. يتعلق شكل عبارتي  $n_0$  و  $F$  بنسبة تركيزي الموانح والآخذات وذلك في درجات الحرارة المنخفضة. فإذا كانت نسبة التكافؤ صغيرة أي  $N_a \ll N_d$ ، فإننا نستطيع إيجاد مجال درجات الحرارة الذي من أجله تتحقق العلاقة  $N_a \ll n_0 \ll N_d$  أو الشرط المكافئ لها :

$$\frac{g N_a}{N_c} e^{\frac{E_d}{KT}} \ll 1 \ll \frac{4g(N_d - N_a)}{N_c} e^{\frac{E_d}{KT}} \quad (8.9)$$

ويمكن في هذا المجال أن توضح تبعية التركيز وسوية فرمي لدرجة الحرارة استناداً إلى العلاقتين (8.4) و (8.5) بالصيغتين التقريبتين:

$$n_0 = (g^{-1} N_c N_d)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{(E_c - E_d)}{2KT}} \quad (8.10)$$

$$F = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{KT}{2} \ln \frac{N_d}{g N_c} \quad (8.11)$$

اللتين تطابقان العبارتين (7.15) و (7.16) لشبه الموصل المانع. ومن الواضح أنه من أجل  $N_d \gg N_a$ ، يكون تركيز

ويعطي حل المعادلة السابقة :

$$n_0 = \frac{2(N_d - N_a)}{1 + \frac{g N_a}{N_c} e^{\frac{E_d}{KT}} + \dots} \dots \dots \dots \quad (8.4)$$

$$+ \left[ \left( 1 + \frac{g N_a}{N_c} e^{\frac{E_d}{KT}} \right)^2 + \frac{4g(N_d - N_a)}{N_c} e^{\frac{E_d}{KT}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

ونحدد من العلاقة  $n_0 = N_c e^{\frac{F - E_c}{KT}}$  موضع سوية فرمي :

$$F = E_c + KT \ln \frac{2(N_d - N_a) N_c^{-1}}{1 + \frac{g N_a}{N_c} \cdot e^{(E_c - E_d)/KT} + \dots} \dots \dots \dots \quad (8.5)$$

$$+ \left[ \left( 1 + \frac{g N_a}{N_c} e^{\frac{E_c - E_d}{KT}} \right)^2 + \frac{4g(N_d - N_a)}{N_c} e^{\frac{E_c - E_d}{KT}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

يمكن بسهولة أن نجد من أجل  $N_a = 0$ ، عبارتين مطابقتين لـ (7.11) و (7.14)، وتخص العبارتان المذكورتان شبه الموصل الإلكتروني.

تكون في درجات الحرارة المرتفعة جميع الذرات المانحة مؤينة، وتصح في هذه الحالة المتراجحتان:

$$\frac{4g(N_d - N_a) \cdot e^{\frac{E_d}{KT}}}{N_c} \ll 1 \quad \text{و} \quad \frac{g N_a e^{\frac{E_d}{KT}}}{N_c} \ll 1 \quad (8.6)$$

ويعطي الأخذ بالحسبان هاتين المتراجحتين العلاقتين التاليتين لـ  $n_0$  و  $F$  :

$$n_0 = N_d - N_a \quad (8.7)$$

$$F = E_j + kT \ln \frac{N_d - N_a}{g N_a} = E_a + kT \ln \frac{N_d - N_a}{2 N_a} \quad (8.13)$$

ذلك لأن  $g = 2$  .

وتكون في هذه الحالة طاقة الفعالية تساوي الى طاقة تشرد الشائبة المانحة  $W = E_c - E_j$  ، أي أكبر بمرتين من طاقة الفعالية في ش م المانح النقي.

يعرض الشكل 3-17-*a* التابعية  $F(T)$  والشكل 3-17-*b* التابعية  $n_0(T)$  ، على أساس العلاقة (8.13) وذلك من أجل درجات تكافؤ مختلفة . ويتضح أن رفع درجة الحرارة ابتداء من الصفر المطلق، اذا كان  $\frac{N_d - N_a}{2 N_a} > 1$  ، يؤدي الى ارتفاع سوية فرمي في البداية بعيدا عن سوية الشائبة المانحة، وتبدأ بعدئذ بالهبوط (المنحني 2) . وفي الحالة المعاكسة، أي عندما  $\frac{N_d - N_a}{2 N_a} < 1$  فان سوية فرمي تنخفض برفع درجة الحرارة مبتعدة عن السوية المانحة (المنحني 4) ، ومن أجل  $\frac{N_d - N_a}{2 N_a} = 1$  تبقى سوية فرمي ثابتة مادام الشرط  $n_0 \ll N_a$  محققا، وتنخفض بعدئذ (المنحني 3) . وينتج عن مقارنة المنحنيات المعروضة على الشكل 3-17-*b* ، أن درجة الحرارة التي من أجلها يبدأ الاشباع في التابعية  $n_0(T)$  تنمو بزيادة درجة التكافؤ للشائبة المانحة .

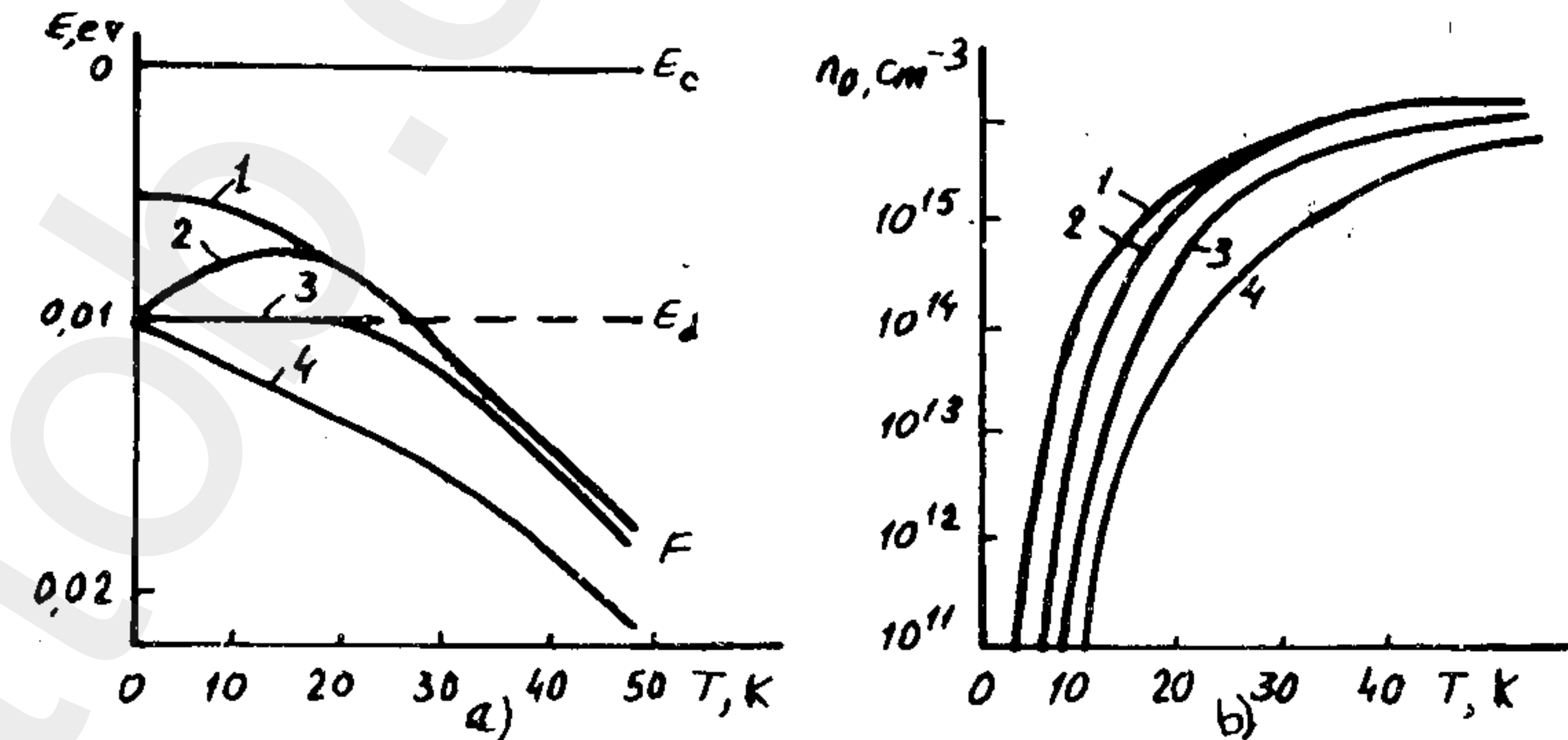
### 9.3. المناطق الشائبية

ندرس في هذه الفقرة أيضا احدى الخواص الهامة لأشباه الموصلات المشوبة .

يرتبط وجود الالكترونات في منطقة الناقلية لش م المانح في درجات حرارة غير كافية لتشريد المادة الأصلية، يرتبط بالاشباع .

الالكترونات الحرة  $n_0$  مستقلا عن كمية الذرات الآخذة (المساواة (8.20) . وتقع سوية فرمي من أجل  $T=0$  في منتصف المسافة بين  $E_c$  و  $E_j$  ، وتبدأ بالهبوط بارتفاع درجة الحرارة (المنحني 1 على الشكل 3-17-*a*) .

ولا يمكن اهمال تأثير الشوائب الآخذة في درجات الحرارة المنخفضة وذلك عندما  $n_0 \ll N_a$  . ويختلف سلوك موقع سوية



الشكل 3-17-*a* تابعية موضع سوية فرمي (a) ، وتابعية تركيز الالكترونات (b) لدرجة الحرارة من أجل مختلف درجات التكافؤ

فرمي في هذه الحالة جوهريا عن سلوكه في ش م المانح [العلاقة (7.15) .

تكون المتراجحة  $n_0 \ll N_a < N_d$  في حالة التعادل الشديد صحيحة، وبالتالي  $1 \gg \frac{g N_a}{N_c} e^{\frac{E_d}{kT}}$  و

$$\frac{g N_a}{N_c} e^{\frac{E_d}{kT}} > \frac{4g(N_d - N_a) \cdot e^{\frac{E_d}{kT}}}{N_c} \quad (8.4) \text{ و } (8.5) :$$

$$n_0 \approx N_c \frac{N_d - N_a}{g N_a} e^{-\frac{(E_c - E_j)}{kT}} \quad (8.12)$$

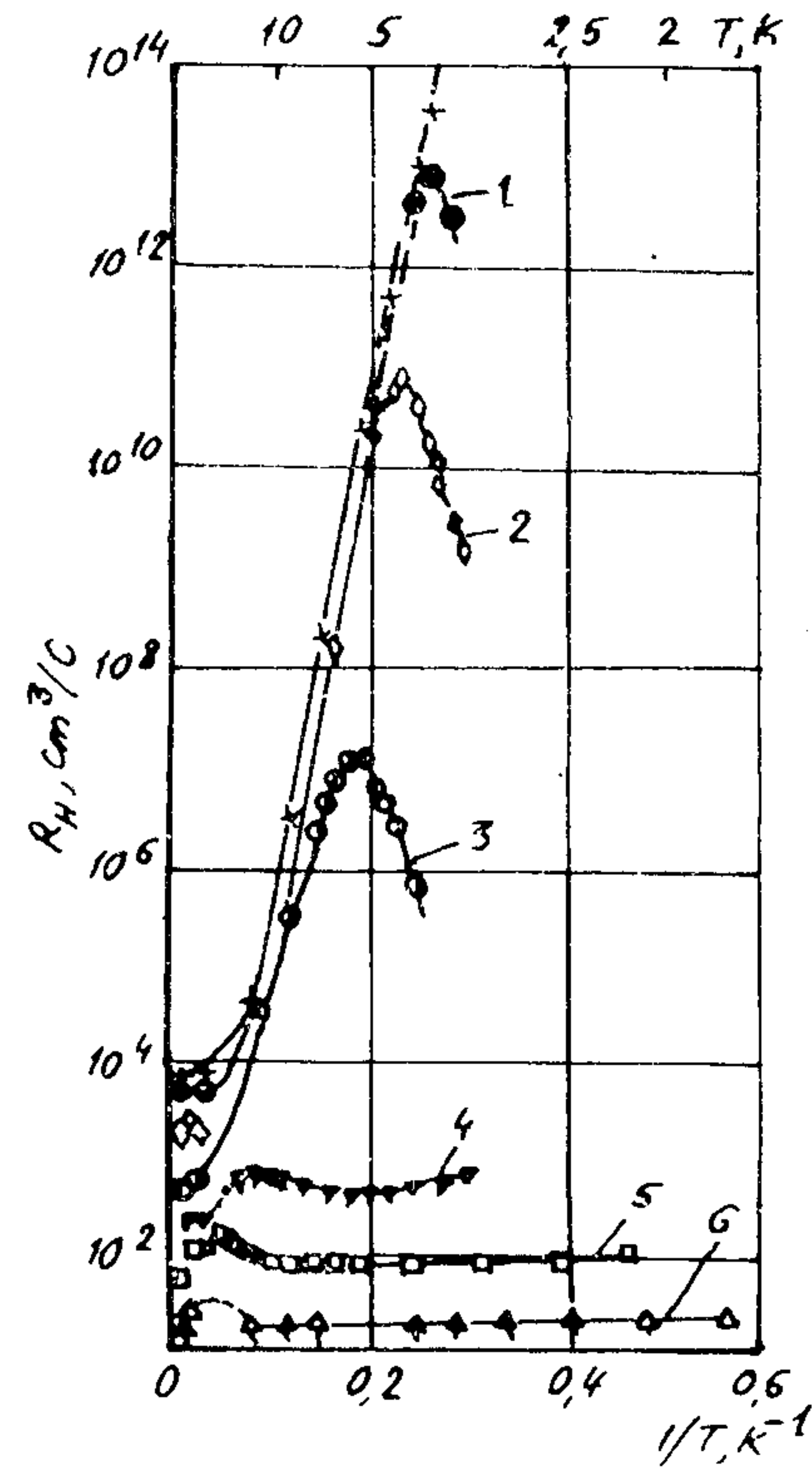
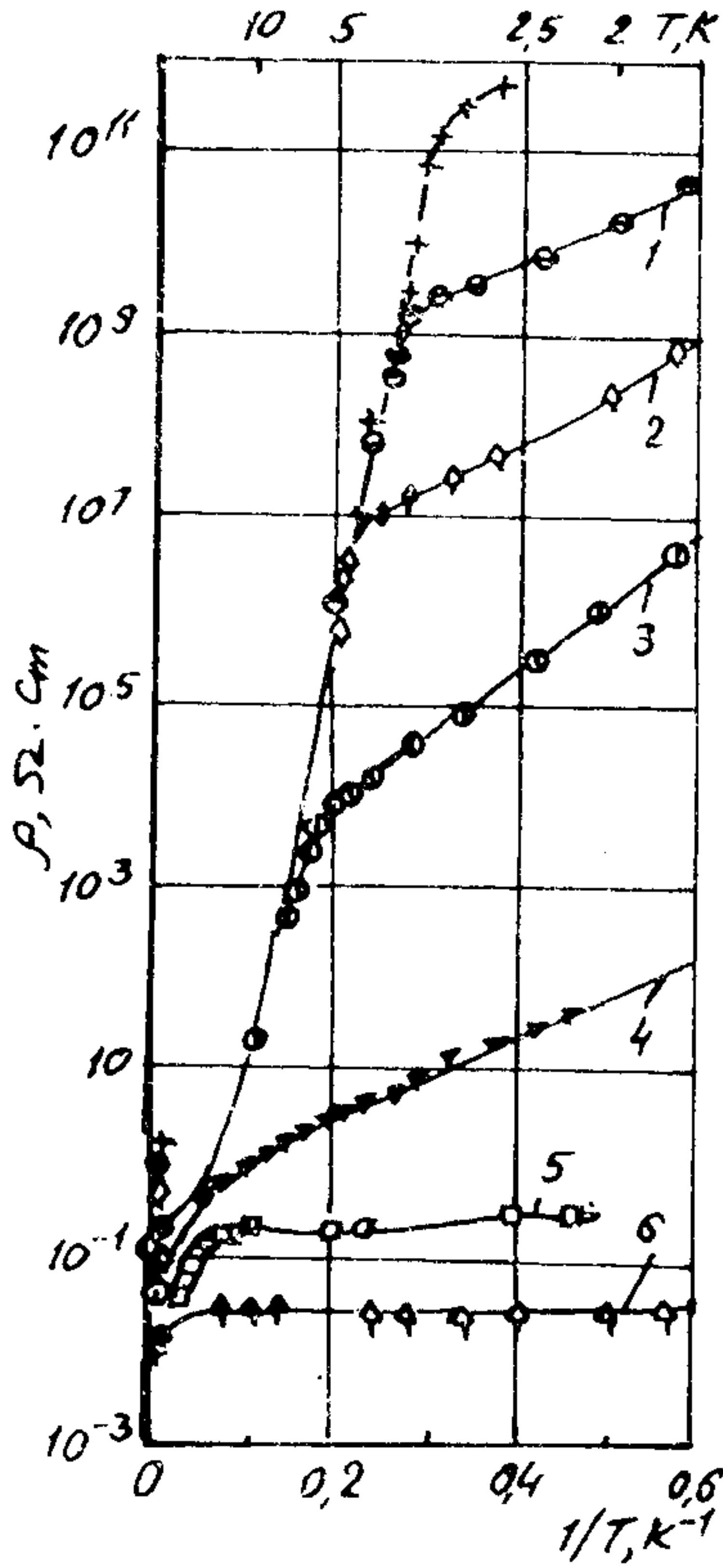
الحرارية لذرات الشائبة المانحة. وتكون عندئذ كمية الكثرونات الناقلة مساوية لكمية الايونات الشائبية الموجبة المتشكلة، أي أن:

$$n_0 = p_0 = \frac{N_d}{g e^{(F-E_d)/KT} + 1} \quad (9.1)$$

ينبغي في هذه الأشباه للموصلات، وفي درجات حرارة تبقى من أجلها  $KT$  أصغر من طاقة تشتت ذرة المانح أو الآخذ، ينبغي وفقا للعلاقة (9.1) أن تنمو المقاومة النوعية  $\rho = (en_0\mu)^{-1}$  ومعامل هول  $(R = -\frac{1}{en_0})$  أسيا بانخفاض درجة الحرارة، غير أن البحوث قد أظهرت أن معامل هول لأش م الحاوية على شوائب بتركيز أعلى من  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  يمر بقيمة عظمى أثناء انخفاض درجة الحرارة. ويتعلق موضع هذه النهاية العظمى بتركيز الشوائب، كما هو مبين على الشكل 3-19. ويعرض الشكل 3-18 التابعيـة الحرارية للمقاومة النوعية لهذه العينات. ويلاحظ أن مقاومتها النوعية تدخل في مرحلة الاشباع عند درجة الحرارة التي يأخذ فيها معامل هول قيمته العظمى، وتبدأ بالنمو ببطئ مع الانخفاض اللاحق في درجات الحرارة. ويلاحظ أن المقاومة النوعية للعينات التي تحوي تركيزا للشوائب أعلى من  $10^{19} \text{ سم}^{-3}$  لاتتعلق بدرجة الحرارة.

إضافة الى ماتقدم، فإن طاقة تشتت الشوائب في أش م تنخفض بزيادة تركيز الشوائب. وتسعى طاقة التشتت الى الصفر من أجل قيم كبيرة بشكل كاف لتركيز الشوائب. ويحدث ذلك في الجرمانيوم والسيليكون المطعم بشوائب العمود الخامس من أجل  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  و  $10^{18}$  على الترتيب. ويعرض الشكل 3-20 تلك التابعة من أجل السيليكون المشوب بالبور.

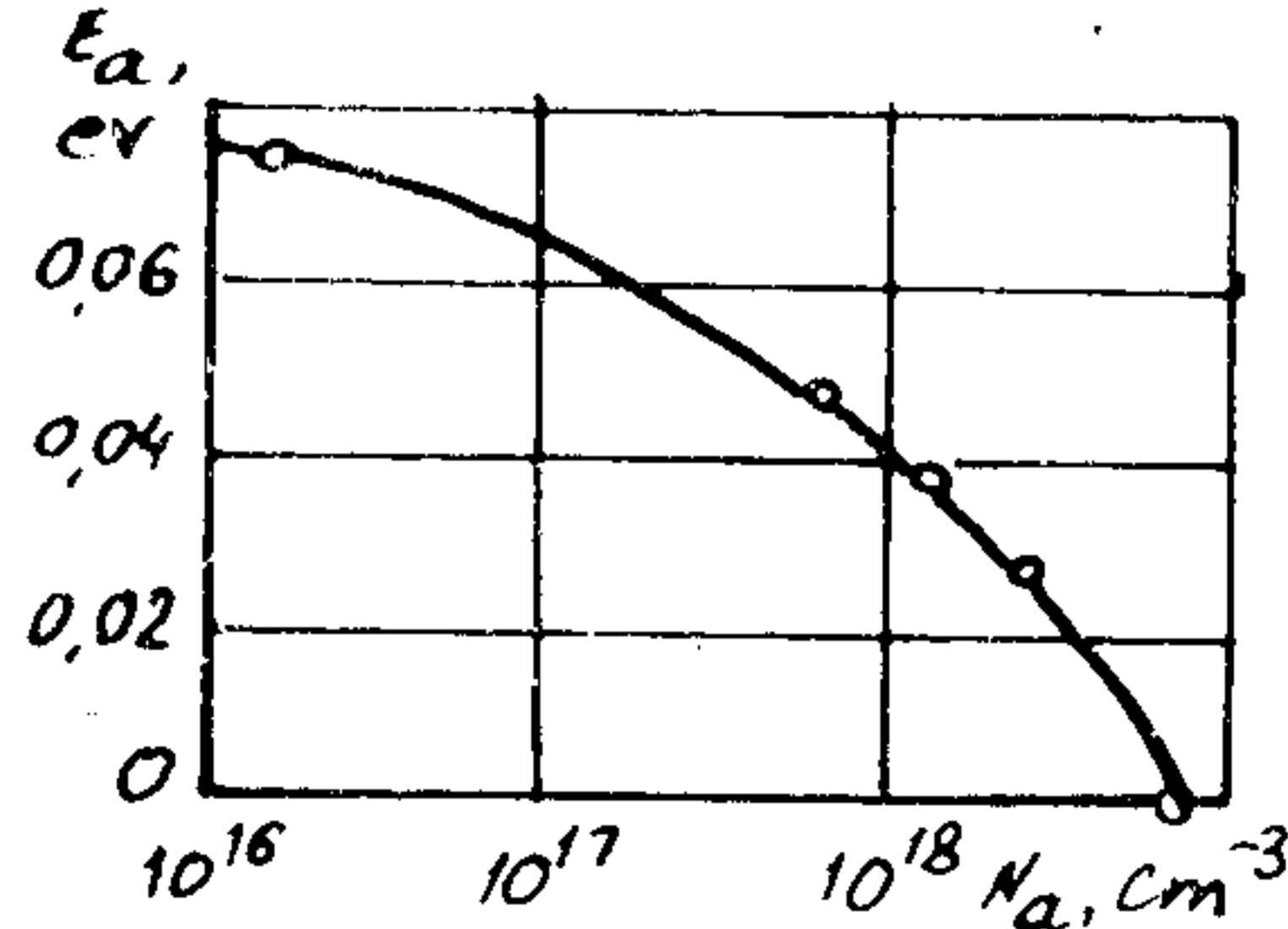
تؤكد هذه الحقائق التجريبية نشوء ظاهرة في درجات الحرارة المنخفضة في أش م الحاوية على تراكيز مرتفعة من الشوائب، تدعى "بالناقلة في المنطقة الشائبية". وتتعلق



الشكل 3-18 تابعة المقاومة النوعية في عينات ثقبية من الجرمانيوم لدرجات الحرارة المنخفضة. العينات المستخدمة:

- 1-  $6,7 \cdot 10^{17} \text{ سم}^{-3}$ ، 2-  $1,3 \cdot 10^{18}$ ، 3-  $2,7 \cdot 10^{18}$ ، 4-  $6,7 \cdot 10^{18}$ ، 5-  $1,3 \cdot 10^{19}$ ، 6-  $2,7 \cdot 10^{19} \text{ سم}^{-3}$ .

الاعتبار التأثير المتبادل بين الذرات. غير أن زيادة تركيز الشوائب ترغمنا على أخذ هذا التأثير المتبادل في الحسبان. ذلك لأن نصف القطر البوري للالكترون المرتبط بالمركز الشائبي المشابه للهيدرجين يكون وفقاً للعلاقة (15.7 ف2) متناسباً طردياً مع ثابت العزل الكهربائي وعكساً مع الكتلة الفعالة للالكترون. وبحكم ذلك يكون نصف القطر الفعال لمدار



الشكل 20-3 تابعة طاقة التشرّد في ذرة البور لتركيزه في السيليكون.

الالكترون الشائبة في الجرمانيوم أكبر بستين مرة تقريباً من نصف القطر البوري للالكترون في ذرة الهيدرجين. وهكذا فإن الدوال الموجية للالكترونات المرتبطة بالشائبة المانحة المعتدلة تعاني تغطية كبيرة حتى من أجل تركيز

يساوي  $10^{16} \text{سم}^{-3}$ . وتتوسع السويات الشائبية في هذه الحالة لتتحول إلى نطاق شائبي متموضع إلى جوار أرضية منطقة الناقلية. ويتعلق عرض هذا النطاق الطاقسي بدرجة تغطية الدوال الموجية، وبالتالي يتعلق بتركيز الشائبة المانحة. ويصاحب ظهور هذا النطاق الطاقسي انخفاض في قيمة طاقة التشرّد للذرات الشائبة (الشكل 20-3). وتنشأ عندئذ ناقلية في النطاق الشائبي تحدثها الكترونات الشائبة المانحة، هذه الالكترونات التي تتصرف بشكل مماثل للغاز الالكتروني.

مع زيادة تركيز الشائبة المانحة يتوسع النطاق الشائبي حتى يتداخل مع منطقة الناقلية (أو في منطقة التكافؤ في حالة الشوائب الآخذة). وتتشكل عندئذ في البلورة منطقة سامحة

هذه الآلية للناقلية الشائبية بتركيز الشوائب الموجودة في ش م. يوجد في أش م المانحة الحقيقية دوماً كمية ما من المراكز الآخذة، وبالتالي ينتقل جزء من الكترونات سوية الشائبة المانحة إلى سوية الآخذة. ونتيجة لذلك يكون، حتى من أجل درجات حرارة منخفضة جداً، عدد ما  $N_a$  من الشوائب المانحة متشرداً. وبالتالي فإن الالكترون المتموضع (المرتبط) إلى جوار أحد الموانح يمكنه أن يقفز إلى شاردة موجبة مجاورة معدلاً إياها، ومشرداً الأولى. وتتم هذه القفزات للالكترونات بشكل عشوائي.

عندما يطبق حقل كهربائي خارجي على العينة، يفرض على القفزات السابقة للالكترونات اتجاه محدد، وينشأ نتيجة لذلك تدفق للشحنة. وبما أن الموانح متواجدة على مسافات كبيرة من بعضها البعض، فإن حركية حوامل الشحنة الناتجة عن العملية القفزية المذكورة تكون أصغر بكثير من حركية الالكترونات في منطقة الناقلية. وعندما ترتفع درجة الحرارة تتواجد أيضاً الناقلية العادية في المناطق الطاقية. وبالتالي تعين الناقلية  $\sigma$  ومعامل هول  $R$  لمثل هذه العينات في مجال واسع لدرجات الحرارة — العبارتين:

$$\sigma = en_1 \mu_1 + en_2 \mu_2 \quad (9.2)$$

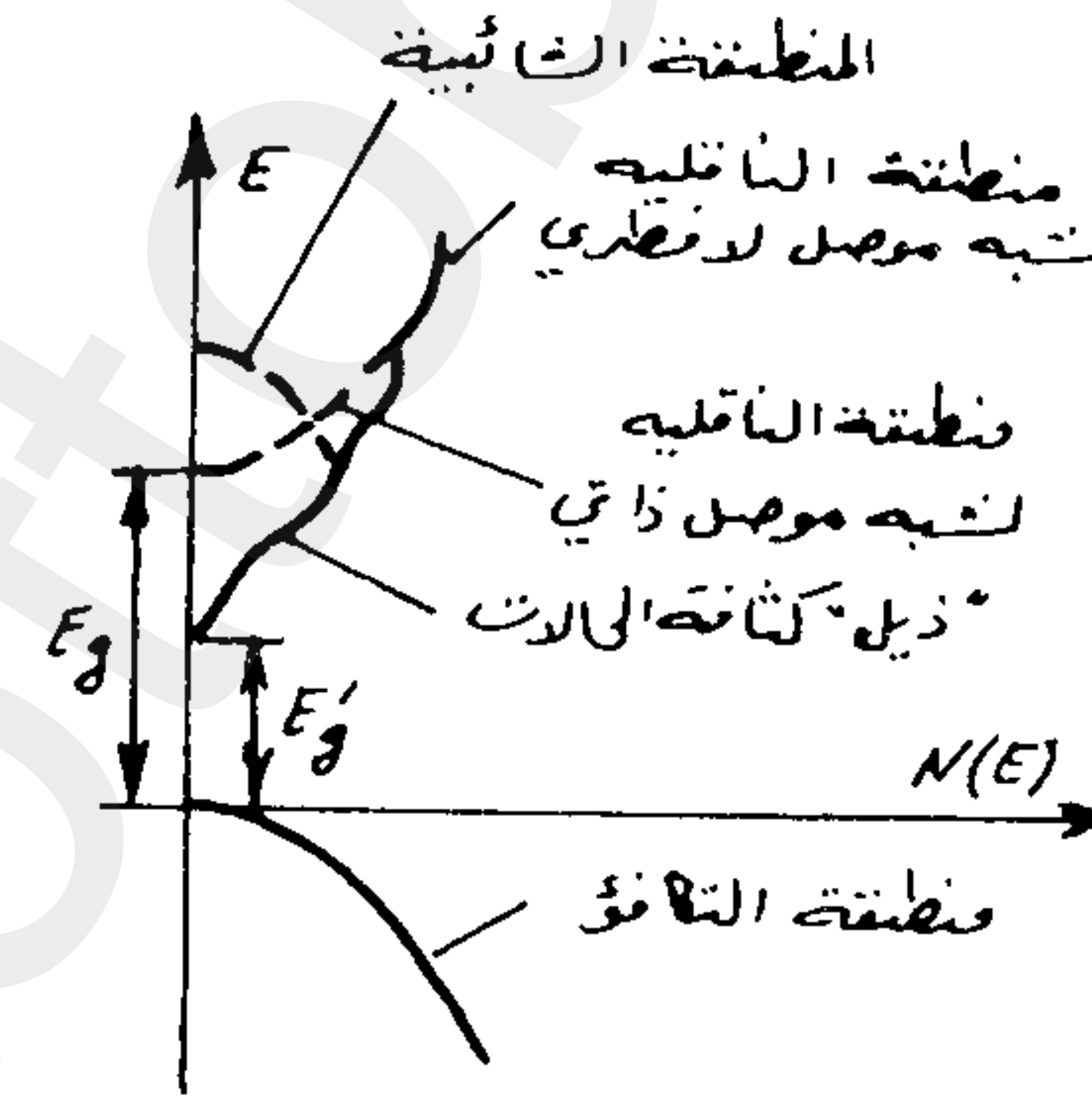
$$R = \frac{r_1 n_1 \mu_1^2 + r_2 n_2 \mu_2^2}{e(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} = \frac{n_1 \mu_1 \mu_{1H} + n_2 \mu_2 \mu_{2H}}{e(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} \quad (9.3)$$

حيث أن  $r_1 = \frac{\mu_{1H}}{\mu_1}$  و  $r_2 = \frac{\mu_{2H}}{\mu_2}$ ، و  $n_1$ ،  $\mu_1$ ،  $\mu_{1H}$  و  $n_2$ ،  $\mu_2$  هي التركيز والحركية الانسيابية والحركية الهولبية للالكترونات في منطقة الناقلية وفي المنطقة الشائبية على الترتيب. ان نموذج شبه ذرة الهيدرجين للذرات الشائبية لا يأخذ بعين

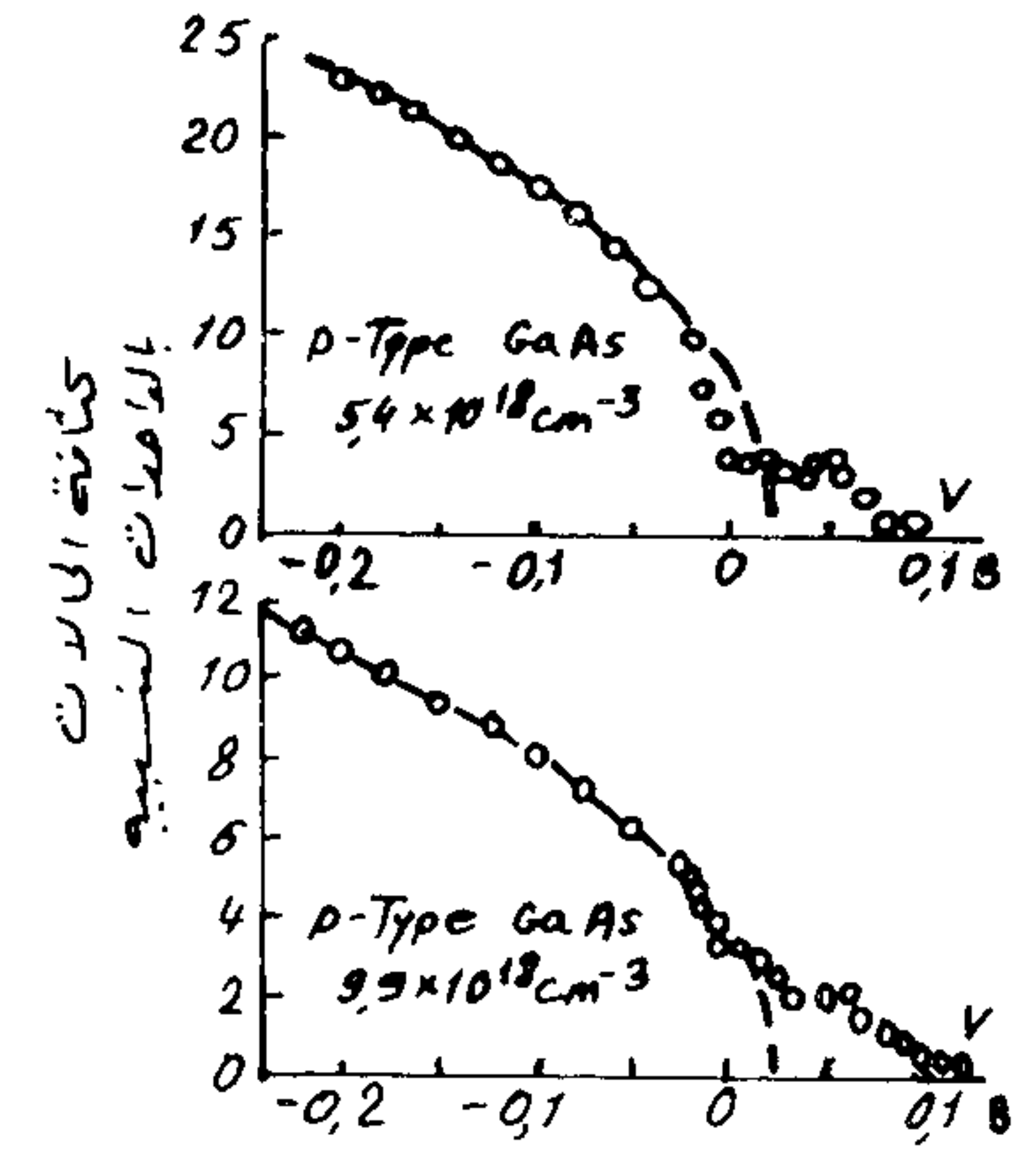


تركيز الشائبة . ويظهر النمو المذكور على الشكل 22-3 الذي يعرض نتائج تحديد كثافة الحالات في زرنيخ الغاليوم من النمط P. وذلك بدراسة مفعول النفق في حالة التحام معدن - شبه موصل. وتعد النظرية الدقيقة لأشباه الموصلات المشوبة بشدة، مسألة في غاية التعقيد من الناحية الرياضية، ومع ذلك فإن أشباه الموصلات اللاظرية المشوبة بشدة تستخدم في مواقع عديدة في التطبيقات العملية (مثلا، الديودات النفقية، المولدات الكوانتية الخ.....).

وحيدة، مما يؤدي الى اختفاء كامل لطاقة التشرد (الشكل 20-3). يؤثر وجود النطاق الشائبي على كثافة الحالات في منطقة الناقلية الى جوار  $E_c$  (أو في منطقة التكافؤ الى جوار  $E_v$ ). ويحدث من أجل تركيز مقداره  $10^{19}$  سم<sup>-3</sup> للشائبة تداخل كبير بين النطاق والمنطقة وتنحرف تابعة كثافة الحالات للطاقة الى جوار  $E_c$  (أو  $E_v$ ) بشدة عن شكلها القانوني، وتغدو منطقة الناقلية (أو منطقة التكافؤ) غير نمطية، كما هو مبين على الشكل 21-3. ويتشكل في أش م المشوبة بشدة ما يسمى "بذيل" (أو بملحق) كثافة



الشكل 21-3 كثافة الحالات لشبه موصل غير فطري.



الشكل 22-3 المعطيات التجريبية لقيم كثافة الحالات في زرنيخ الغاليوم الثقبي، يبين الخط المتقطع أفضل تقريب للشكل القطعي المكافئ للمنطقة.

الحالات، ويغدو عرض المنطقة المحظورة  $E_g$  الى القيمة  $E_g'$ . ويبلغ مقدار انضغاط عرض المنطقة المحظورة في الجرمانيوم اللافطري المشوب بتركيز قدره  $10^{19}$  سم<sup>-3</sup> بضعة أجزاء من المئة للإلكترون فولت. وينمو مفعول ذيل كثافة الحالات بزيادة درجة

الاسلوب التالي . نأخذ في الفضاء الطوري لواحدة الحجم من البلورة، أي في فضاء الاحداثيات  $(x, y, z)$  وفضاء شبه الاندفاع  $(p_x, p_y, p_z)$ ، عنصرا حجما  $d\Gamma$  . ويمثل ذلك فضاء منشأ حول النقطة ذات الاحداثيات  $(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$  :

$$d\Gamma = dx dy dz dp_x dp_y dp_z = d\tau_{\vec{p}} d\tau_{\vec{r}} = \hbar^3 d\tau_{\vec{k}} d\tau_{\vec{r}} \quad (1.2)$$

$$d\tau_{\vec{p}} = dp_x dp_y dp_z = \hbar^3 dk_x dk_y dk_z = \hbar^3 d\tau_{\vec{k}} \quad \text{حيث أن}$$

$$d\tau_{\vec{r}} = dx dy dz \quad \text{و}$$

يتواجد في عنصر الحجم من الفضاء الطوري لواحدة الحجم من البلورة  $\frac{d\Gamma}{\hbar^3}$  خلية طورية، ويمكن أن يتواجد في كل خلية الكترونان بسنين مختلفين في الاتجاه . وبالتالي يكون في عنصر الحجم  $d\Gamma$  من الفضاء الطوري عدد  $2 \frac{d\Gamma}{\hbar^3}$  من الحالات الكوانتية . اذا كان  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  يمثل احتمال وجود الالكتران في تلك الحالات، فان عدد الالكترونات في عنصر الفضاء الطوري في اللحظة الزمنية  $t$  يساوي  $dn$  :

$$dn = \frac{d\Gamma}{\hbar^3} f(\vec{k}, \vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi^3} f(\vec{k}, \vec{r}, t) d\tau_{\vec{k}} d\tau_{\vec{r}} \quad (1.3)$$

تكامل العبارة (1.3) وفق الفضاء الطوري  $V_{\vec{r}}$  ككل، فنحصل على العدد الكلي للالكترونات :

$$n = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_{\vec{r}})} f(\vec{k}, \vec{r}, t) d\tau_{\vec{k}} d\tau_{\vec{r}} \quad (1.4)$$

وهكذا تتطلب دراسة الظواهر الحركية معرفة دالة التوزيع المتوازنة . نستخرج المعادلة التي تحقق دالة التوزيع المتوازنة .

## الفصل الرابع

آليات تشتت حوامل الشحنة في أشباه الموصلات  
وبعض الظواهر الحركية

### 1.4 . المعادلة الحركية لبولتزمان

درسنا حتى الآن حركة حوامل الشحنة في البلورة كجملعة من الجسيمات الواقعة في شروط التوازن الترموديناميكي . وتكون حركة حوامل الشحنة في هذه الحالة عشوائية، ويوصف سلوكها بدالة التوزيع المتوازنة التي تتعلق في الحالة العامة بطاقة الجسيمات :

$$f_0 = \frac{1}{e^{(E-F)/KT} + 1} \quad (1.1)$$

(انظر الفقرة 2.3) . اذا سُلِّط على البلورة حقل كهربائي خارجي ثابت ، فان حركة الحوامل تكتسب خاصة الانتظام . وتدعى الظواهر المتعلقة بحركة حوامل الشحنة تحت تأثير الحقل الكهربائي أو المغناطيسي، أو تأثير تدرج درجة الحرارة أو تدرج تركيز حوامل الشحنة "بظواهر الحمل" أو "الظواهر الحركية" . وتنسب الى ظواهر الحمل الناقلية الكهربائية والناقلية الحرارية الالكترونية والأفعال الغلفانومغناطيسية والكهرحرارية والمغنيطوحرارية .

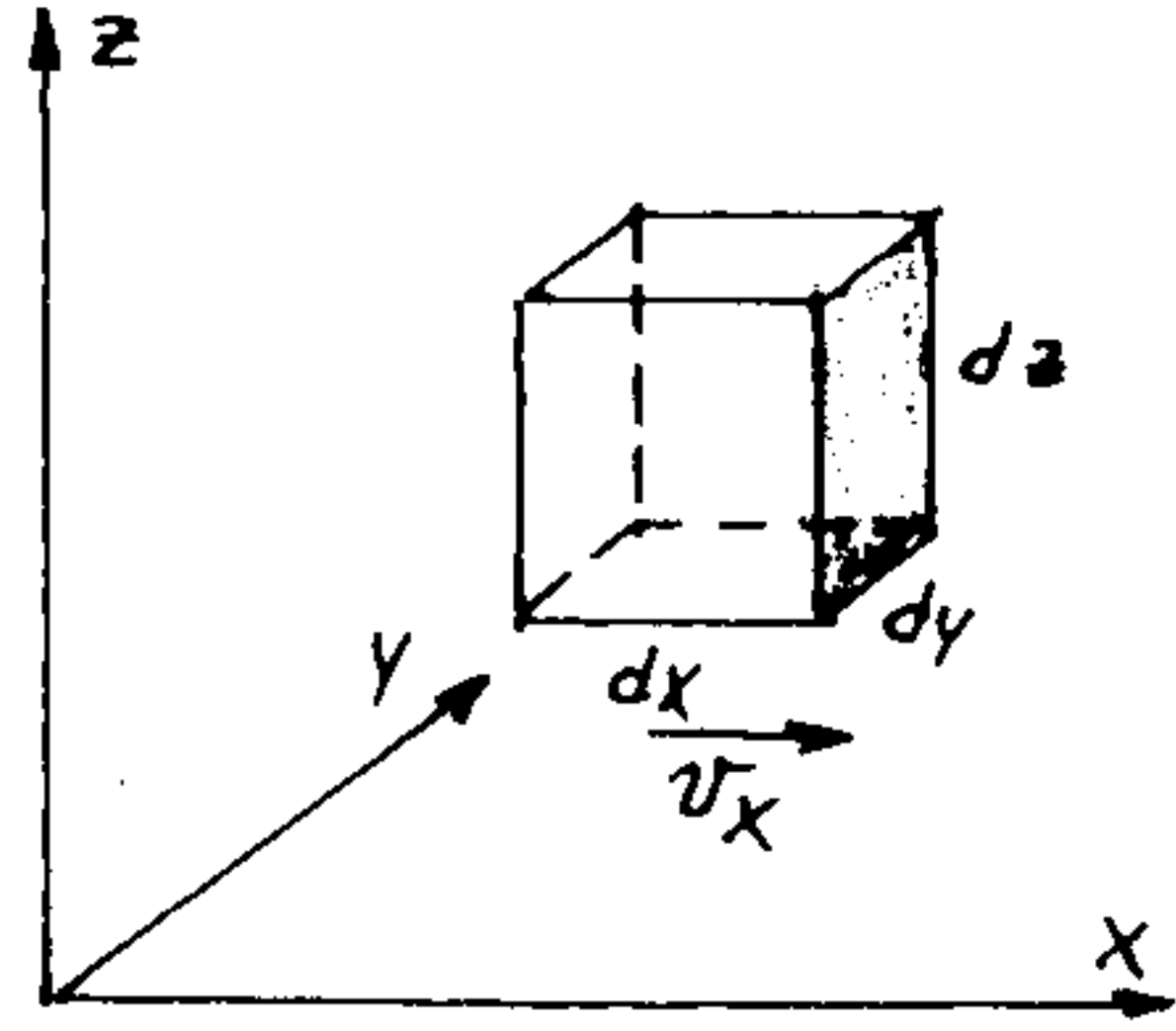
تغدو حوامل الشحنة تحت تأثير قوى خارجية في شروط التوازن . ومن الطبيعي أن توصف الحوامل في الحالة اللامتوازنة بدالة توزيع لامتوازنة، تتعلق بطاقة الجسيمات أي ب  $\vec{k}$  اضافة الى تابعيتها لاحداثيات الجسيمات والزمن  $t$  ، وهكذا تكون الدالة من الشكل  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  .

لكي نعين تركيز الالكترونات في الحالة اللامتوازنة، نستخدم

الالكترونات المألقة لقيمة محددة لـ  $\vec{k}$  في عنصر الحجم للفضاء الطوري  $d\Gamma$  خلال الزمن  $dt$ ، يساوي :

$$(1.8) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} = -(\vec{v} \cdot \nabla_k f) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} dt = \left[ v_x \frac{\partial f}{\partial k_x} + v_y \frac{\partial f}{\partial k_y} + v_z \frac{\partial f}{\partial k_z} \right] \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} dt$$

وهذا التغيير في كمية الالكترونات متعلق بعمليات النقل التي تجري نتيجة لانتشار حوامل الشحنة عند وجود تدرج لتركيزها أو لدرجة حرارتها.



الشكل 4-1 الحجم العنصري في الفضاء الهندسي.

ندرس الآن حركة الالكترونات في فضاء الأشعة الموجية. نحسب تغيير عدد الالكترونات خلال الزمن  $dt$  وذلك نتيجة لدخولها وخروجها من الأوجه المتوافقة

لعنصر الحجم  $d\tau_k$ . ولتحقيق ذلك نستخدم نفس الاسلوب المتبع في حالة الفضاء العادي، حيث نحسب عدد الالكترونات الداخلة والخارجة من جميع الوجوه لعنصر الحجم  $d\tau_k$ . نحصل بنتيجة الحساب على أن تغيير عدد الالكترونات المتحركة في فضاء الأشعة الموجية ضمن عنصر الحجم  $d\Gamma$  لذلك الفضاء خلال الزمن  $dt$ ، يساوي:

$$(1.9) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} = - \left[ \frac{\partial k_x}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial k_x} + \frac{\partial k_y}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial k_y} + \frac{\partial k_z}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial k_z} \right] \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} dt = - \left[ \frac{d\vec{k}}{dt} \cdot \nabla_k f \right] \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} dt = \frac{1}{\hbar} (\vec{F} \cdot \nabla_k f) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} dt$$

$$(1.10) \vec{F}(\vec{r}, t) = \frac{d\vec{p}}{dt} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt}$$

وهنا

$f(\vec{k}, \vec{r}, t)$ . ندرس من أجل ذلك حركة الالكترونات في الفضاء العادي وفي فضاء الأشعة الموجية.

نبدأ بدراسة مجموعة من الالكترونات واقعة في فضاء هندسي عادي، ونفرض أن الحقل الخارجي مسلط بشكل يتحرك مع الالكترونات بالسرعة  $v_x$  وفق الاتجاه الموجب للمحور  $x$ . نعين تغيير عدد الالكترونات خلال الزمن  $dt$  داخل العنصر الحجمي  $d\tau_k$ . يجتاز الوجه الأيسر للعنصر الحجمي المعرض على الشكل 4-1 خلال الزمن  $dt$ ، وفقا للعلاقة (1.2)، عدد  $dN_p$  من الالكترونات المتحركة بالسرعة  $v_x$  :

$$(1.5) dN_p = f(\vec{k}, x, y, z, t) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} v_x dy dz dt$$

ويخرج من العنصر الحجمي خلال نفس الزمن عدد  $dN_r$  من الالكترونات عبر الوجه الأيمن:

$$(1.6) dN_r = -f(\vec{k}, x+dx, y, z, t) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} v_x dy dz dt$$

وتتغير كمية الالكترونات في العنصر الحجمي خلال الزمن  $dt$  بالمقدار

$$dN_p + dN_r = \left[ f(\vec{k}, x, y, z, t) - f(\vec{k}, x+dx, y, z, t) \right] \frac{d\tau_k}{4\pi^3} v_x dy dz dt = -v_x \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{d\tau_k}{4\pi^3} dx dy dz dt = -v_x \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \frac{d\tau_p}{r} dt (1.7)$$

ويكون في الحالة العامة اتجاه الحركة لحوامل الشحنة المتحركة بالسرعة  $(v_x, v_y, v_z)$  كفيما، وبالتالي فان تغيير عدد

ترمز الى القوة الخارجية المؤثرة على الالكترون في النقطة  $\vec{r}$  في اللحظة  $t$ .

تعتبر العلاقة (1.9) عن تغير كمية الالكترونات نتيجة لتأثير قوة خارجية يسببها حقلان كهربائي ومغناطيسي.

يمكن لعدد الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري  $d\Gamma$  أن يتغير أيضا نتيجة للتأثيرات المتبادلة بين الالكترونات والتشوهات الموضعية في دورية حقل الشبكة البلورية. ويمكن أن نعتبر أن تأثير الاثارة الموضعية ينتشر الى مسافة من رتبة  $10^{-7}$  سم، هذه المسافة التي تغطي عددا من أدوار الشبكة. وبما أن السرعة الحرارية للالكترون في شبه الموصل تقدر بحوالي  $10^7$  سم/ثا في درجة حرارة الغرفة، فإن الامتداد الزمني للتأثير المتبادل بين الالكترون والتشوهات البنيوية للبلورة يكون من رتبة  $10^{-14}$  ثانية. ولا يمكن لهذا الامتداد الزمني القصير للتأثير المتبادل أن يسبب تغيرا ملحوظا للاحداثيات، ولكن يحدث تغييرا شديدا في سرعة وشبه اندفاع الالكترون. وتماثل هذه العملية حادثة الاصطدام في الميكانيك، وبالتالي دعيت بالتصادم أو بالتضارب. ويحدث أثناء الاصطدام تغير في عدد الالكترونات المتحركة في اتجاه معطى، ولذلك تدعى عملية الاصطدام أيضا بالتشتت.

لنفرض أن حوامل الشحنة انتقلت أثناء التشتت من الحالة  $(\vec{r}, \vec{k})$  الى الحالة  $(\vec{r}', \vec{k}')$ . وبما أن عملية الصدم تتم خلال امتداد زمني قصير جدا للتأثير المتبادل، فانها لا تؤدي الى تغير في الاحداثيات وبالتالي فان احتمال الانتقال لا يتعلق بـ  $\vec{r}$  أو  $\vec{r}'$ . لنرمز لاحتمال مثل هذا الانتقال خلال واحدة الزمن بـ  $w(\vec{k}, \vec{k}')$ . يكون عدد الحالات المشغولة في عنصر الحجم  $d\tau_k$  مساويا

ويكون عدد الحالات الشاغرة في نفس الحجم مساويا  $\frac{d\tau_k}{4\pi^3} [1 - f(\vec{k}, \vec{r}, t)]$ . ويرافق كل اصطدام انتقال الكترون من الحالة  $\vec{k}$  الى الحالة  $\vec{k}'$ . ولكي يحدث مثل هذا الانتقال ينبغي أن تكون الحالة  $\vec{k}'$  شاغرة. اذا كان  $\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} f(\vec{k}', \vec{r}, t)$  يمثل عدد الحالات المشغولة في عنصر الحجم  $d\tau_{k'}$ ، فان  $\frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} [1 - f(\vec{k}', \vec{r}, t)]$  يمثل عدد الحالات الشاغرة. وبالتالي، يعين عدد الالكترونات القادرة على الانتقال من الحالة  $\vec{k}$  الى الحالة  $\vec{k}'$  خلال الزمن  $dt$  نتيجة للتشتت، والذي يؤدي الى نقصان كمية الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري  $d\Gamma$  خلال الزمن  $dt$ ، يعين باحتمال الانتقال  $w(\vec{k}, \vec{k}')$ . وبعندد الحالات المشغولة البدئية وعدد الحالات الشاغرة النهائية:

$$-w(\vec{k}, \vec{k}') f(\vec{k}, \vec{r}, t) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} [1 - f(\vec{k}', \vec{r}, t)] \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} d\tau dt \quad (1.11)$$

يمكن أن يحدث أثناء اصطدام حوامل الشحنة مع عيوب الشبكة انتقال عكسي للالكترونات من الحالة  $\vec{k}'$  الى الحالة  $\vec{k}$ . لنفرض أن احتمال مثل هذا الانتقال يساوي  $w(\vec{k}', \vec{k})$  خلال واحدة الزمن، يكون عندئذ عدد الالكترونات التي تحقق خلال الزمن  $dt$  الانتقال العكسي مساويا:

$$w(\vec{k}', \vec{k}) f(\vec{k}', \vec{r}, t) \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} [1 - f(\vec{k}, \vec{r}, t)] \frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau dt \quad (1.12)$$

وبالتالي، فان كمية الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري  $d\Gamma$  يتغير نتيجة للتشتت المرافق بالانتقال المباشر من  $\vec{k}$  الى  $\vec{k}'$  والانتقال العكسي من  $\vec{k}'$  الى  $\vec{k}$ . وللاختصار في الكتابة

وبالتالي فان العبارة (1.15) تساوي  
 السيارت (1.8) و (1.9) و (1.14). ونحصل بعد الاختصار  
 على العلاقة التالية:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla_r f) - \frac{1}{\hbar} (\vec{F} \cdot \nabla_k f) + \int_{(V_B)} \{w(\vec{k}', \vec{k}) \cdot f(\vec{k}') \cdot [1 - f(\vec{k})] - w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot f(\vec{k}) \cdot [1 - f(\vec{k}')] \} \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \quad (1.16)$$

ويكون وفقا لمبدأ العكسية المجهرية / احتمالا الانتقال  
 المباشر والعكسي متساويين، أي أن  
 $w(\vec{k}, \vec{k}') = w(\vec{k}', \vec{k})$  (1.17)  
 وتبسط العلاقة (1.16) لتأخذ الشكل:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla_k f) - \frac{1}{\hbar} (\vec{F} \cdot \nabla_k f) + \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot [f(\vec{k}') - f(\vec{k})] \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \quad (1.18)$$

تدعى المعادلة (1.18) بالمعادلة الحركية لبولتزمان. وتعتبر  
 هذه المعادلة تكاملية-تفاضلية، فلك لوجود الدالة التي نبحث  
 عنها ضمن اشارة التكامل.

نتبين بسهولة المغزى الحقيقي للمعادلة (1.18). يعكس  
 الطرف الأيسر للمعادلة تغير دالة التوزيع بتابعية الزمن. ويظهر  
 الحدان الأول والثاني من الطرف الأيمن للمعادلة تغير دالة  
 التوزيع نتيجة لتأثير الحقول الخارجية، ذلك التأثير الذي يؤدي  
 الى حركة الالكترونات في الفضاء العادي وفي فضاء الأشعة الموجية.

نمثل  $f$  كدالة للشعاع الموجي، فيكون التغير المذكور في كمية  
 الالكترونات خلال الزمن  $dt$  مساويا:

$$\{w(\vec{k}', \vec{k}) f(\vec{k}') [1 - f(\vec{k})] - w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot f(\vec{k}) [1 - f(\vec{k}')] \} \cdot \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \cdot \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} d\tau_r dt \quad (1.13)$$

لكي نوجد العدد الكلي لتغير الحالات المشغولة بالالكترونات  
 في عنصر الحجم للفضاء الطوري خلال الزمن  $dt$  نتيجة للتشتت،  
 لابد من الأخذ في الحسبان جميع القيم الممكنة لـ  $\vec{k}'$ ، أي لابد من  
 مكاملة العبارة (1.13) وفق حجم منطقة بريليون  $V_B$ :

$$\frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_{k'} d\tau_r dt \left\{ w(\vec{k}', \vec{k}) \cdot f(\vec{k}') \cdot [1 - f(\vec{k})] - w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot f(\vec{k}) \cdot [1 - f(\vec{k}')] \right\} \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} \quad (1.14)$$

غير أن تغير عدد الالكترونات في عنصر الحجم للفضاء الطوري  $d\Gamma$   
 الحاصل خلال الفترة الزمنية من  $t$  الى  $t + dt$ ، يعطى بالعبارة:

$$f(\vec{k}, \vec{r}, t + dt) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r - f(\vec{k}, \vec{r}, t) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r = \frac{\partial f}{\partial t} \cdot \frac{d\tau_k}{4\pi^3} d\tau_r dt \quad (1.15)$$

ويمثل هذا تغير عدد حوامل الشحنة المشروط بحركة الالكترونات  
 نتيجة للانتشار (diffusion)، وتأثير القوى الخارجية عليها

ويبين الحد الأخير في المعادلة تغير دالة توزيع الالكترونات وفق الحالات نتيجة لتشتتهم (اصطداماتهم). وهكذا تؤثر على حوامل الشحنة القوى الخارجية التي تسعى الى تنظيم حركتها من جهة، والاصطدامات التي تسعى للاخلال بذلك التنظيم من جهة أخرى. وبالتالي يمكن أن نكتب المعادلة (1.18) بالشكل:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{حقل}} + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{تصادمات}} \quad (1.19)$$

ويدعى الحد

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{حقل}} = - (\vec{v} \cdot \nabla_{\vec{k}} f) - \frac{1}{\hbar} (\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f) \quad (1.20)$$

"بالحد الحقلي لمعادلة بولتزمان"، ويدعى المقدار

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{تصادمات}} = \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') [f(\vec{k}') - f(\vec{k})] \frac{d\tau_{\vec{k}'}}{4\pi^3} \quad (1.21)$$

"بتكامل التصادم".

تحقق دالة التوزيع في حالة العمليات المستقرة، أي عندما لا تتعلق المقادير الواصفة لظواهر الحمل بالزمن، تحقق المساواة:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (1.22)$$

وتأخذ المعادلة الحركية لبولتزمان (1.19) في الحالة المستقرة الشكل:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{حقل}} = - \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{تصادمات}} \quad (1.23)$$

أو

$$(\vec{v} \cdot \nabla_{\vec{k}} f) + \frac{1}{\hbar} (\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f) = \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') [f(\vec{k}') - f(\vec{k})] \frac{d\tau_{\vec{k}'}}{4\pi^3} \quad (1.24)$$

ينتج عن العبارتين (1.23) و (1.24) أن تغير دالة التوزيع

في الحالة المستقرة التي تسببه حركة حوامل الشحنة وتأثيرات القوى الخارجية على هذه الحوامل، يُعَدَّلُ باصطدامات تلك الحوامل مع التشوهات الموضعية لدورية حقل الشبكة البلورية.

لا بد من الإشارة الى أن المعادلة الحركية لبولتزمان تُعَدُّ في الحقيقة شبه كلاسيكية، ذلك لأن الاحداثيات والشعاع الموجي تعطى في نفس الوقت في دالة التوزيع. وبحكم ذلك فانها تطبق على الحوادث التي يدخل فيها مفهوم طول القفزة الحرة. وهذا يعني أن الطول الوسطي للقفزة الحرة لحوامل الشحنة ينبغي أن يكون أكبر من طول موجة دي لوبري. اضافة الى ذلك، فان هذه المعادلة يمكن استخدامها لتوضيح ظواهر الحمل في الحقل المغناطيسي، اذا كان هذا لا يغير من طيف الطاقة لحوامل الشحنة في البلورة، أي عندما لا تصبح مفاعيل كوانتية بجوهرها ويفرض هذا الشرط تحديدا على قيمة الحقل المغناطيسي.

#### 2.4. الحالة المتوازنة

عندما يتحقق التوازن الترموديناميكي، أي عندما توصف حالة الالكترونات بدالة التوزيع المتوازنة (2.1 ف.3)، تصبح حركة الالكترونات في البلورة مرهونة بالطاقة الحرارية، وبالتالي ينعدم الطرف الأيسر من المعادلة (1.24) في حالة التوازن ويعني ذلك أن:

$$\int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') [f_0(\vec{k}') - f_0(\vec{k})] d\tau_{\vec{k}'} = 0 \quad (2.1)$$

ينتج عن هذه العلاقة، أن تدفقي حوامل الشحنة للانتقالات المباشرة (الأمامية) والعكسية متساويان في الجملة الواقعة في

حالة التوازن الترموديناميكي، ويتفق هذا مع مبدأ التوازن الدقيق  
( Principle of detail equilibrium ) .

نحصل انطلاقاً من (2.1) على:

$$f_0(\vec{k}') = f_0(\vec{k}) \quad (2.2)$$

نعوض في (2.2) عبارة دالة التوزيع المتوازنة (2.1 ف.3) فنحصل على

$$E_1 - F_1 = E_2 - F_2 \quad (2.3)$$

حيث أن  $F_1$ ،  $F_2$  و  $E_1$ ،  $E_2$  هي سوية فرمي والطاقة الكلية للالكترونات ذوي الشعاعين الموجيين  $\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  على الترتيب. وبما أن الطاقة الكلية للالكترونات لا تتغير في حالة التوازن الترموديناميكي ( $E_1 = E_2$ )، فإن

$$F_1 = F_2 \quad (2.4)$$

تبين هذه العبارة أن موقع سوية فرمي في حالة التوازن الترموديناميكي يبقى نفسه في جميع أجزاء الجملة التي يمكن أن يحدث فيما بينها انتقال للالكترونات.

### 3.4 . زمن الارتخاء.

تعرضنا باختصار في الفصل الأول لمفهوم زمن الارتخاء ونعود لتوضيح هذا المفهوم بتفصيل أكثر.

يعد حل المعادلة الحركية (1.18) مسألة معقدة حتى من أجل حالة التوازن (1.24). غير أنها تبسط كثيراً في الحالات التي يمكن فيها ادخال زمن الارتخاء. ويتبين أن توضيح عمليات التبدد بمساعدة زمن الارتخاء أمر ممكن، ذلك إذا كان تصادم الجسيمات مرناً، أي تلك الاصطدامات التي تتغير من أجلها طاقة حوامل الشحنة بمقدار صغير، وإذا قادت فيها عمليات التبدد الى توزيع

حامل الشحنة وفق السرعة، أي أن يكون احتمال تبدد الحوامل في جميع الاتجاهات متساوياً.

لنفرض أنه في اللحظة  $t=0$  توقف تأثير الاثارة الخارجية (رفع الحقل) على الجملة الموصوفة بدالة التوزيع  $f$ ، وأن الحد الحقل ينفصل الى الصفر. ويحدث نتيجة للاصطدامات أن تتحول الجملة الى حالة التوازن، وتوصف عندئذ بدالة التوزيع المتوازن  $f_0$ . وهذا يعني أن دالة التوزيع تتغير بعد رفع الحقل الخارجي بفضل الاصطدامات التي تحدث بين الالكترونات وعيوب الشبكة البلورية:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{collis} \quad (3.1)$$

ويمكن أن نفترض في تلك الحالة التي يكون فيها انحراف دالة التوزيع لحوامل الشحنة عن الحالة المتوازنة صغيراً، وأن سرعة تغير دالة التوزيع في حالة غياب الحقل الخارجي تتناسب بنتيجة الاصطدامات مع قيمة انحراف الدالة عن حالة التوازن، أي أنها متناسبة مع  $f - f_0$ :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{co} = -\frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})} \quad (3.2)$$

حيث أن  $\frac{1}{\tau(\vec{k})}$  معامل التناسب الذي يتعلق بـ  $\vec{k}$ . ونحصل بحل المعادلة (3.2) على:

$$f - f_0 = (f - f_0)_{t=0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.3)$$

ينتج عن (3.3) أن الفرق  $(f - f_0)$  يتناقص بعد رفع الحقل الخارجي وفق قانون أسّي وبثابت زمني  $\tau$ ، ويدعى هذا

الثابت "بزمن الارتخاء". وبالتالي فإن المقدار  $\tau$  يمثل الزمن الوسطي الذي تبقى فيه دالة التوزيع لحوامل الشحنة لامتوازنة بعد رفع الحقل الخارجي. وبما أن الوصول إلى حالة التوازن يتم نتيجة للاضطرابات التي يكفي عدد قليل منها لتحقيق ذلك، فإن زمن الارتخاء يكون مساويا تقريبا لزمن القفزة الحرة للالكترونات. ويمكن اعتمادا على ذلك أن نعين طول القفزة الحرة  $l$  بدلالة سرعة حركة الالكترونات  $v$  وزمن الارتخاء  $\tau(\vec{k})$ .

يمكن باستعمال (3.2) أن نقدم تكامل الصدم (1.21) بالشكل:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{co} = \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot [f(\vec{k}') - f(\vec{k})] \frac{d\tau_{k'}}{4\pi^3} = -\frac{f(\vec{k}) - f_0(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \quad (3.4)$$

بما أن القوى الخارجية لا تؤدي وفقا لـ (3.2) إلى انحراف شديد لتوزيع حوامل المشحنة عن الحالة المتوازنة، فإن دالة التوزيع اللامتوازنة يمكن أن نقدمها بالشكل:

$$f(\vec{k}) = f_0 + f_1(\vec{k}) \quad (3.5)$$

حيث أن  $f_1(\vec{k})$  تمثل التصحيح المضاف إلى دالة التوزيع المتوازنة، وتظهر هذه الدالة نتيجة تأثير أفعال خارجية على جملة الجسيمات. ونكتب هذا التصحيح بالشكل

$$f_1(\vec{k}) = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{k} \cdot \vec{\chi}(E) \quad (3.6)$$

حيث أن  $\vec{\chi}(E)$  هو شعاع ما يتعلق فقط بطاقة حامل الشحنة.

نعتبر أن زمن الارتخاء لا يتعلق بالحقول الخارجية. ونسعى إلى أن نحدد حوادث التشتت الجارية أثناء التشتت الخارجي. ويمكن بحكم ذلك أن نستعمل في المعادلة (3.4) تكامل الصدم (3.4)، وتصبح المعادلة الحركية في الحالة المستقرة من الشكل:

$$(\vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f) + \left(\frac{1}{\hbar} \vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f\right) = -\frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})} = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \quad (3.7)$$

نعيد كتابة تكامل الصدم (3.4)، مستخدمين العلاقة (3.5):

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{co} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot [f_1(\vec{k}') - f_1(\vec{k})] d\tau_{k'} = -\frac{\partial f_1(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \quad (3.8)$$

يمكن من (3.8) أن نحدد زمن الارتخاء، فإذا أخذنا بالحسبان المساواة (3.6)، فإن  $\tau(\vec{k})$  يعين بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') \frac{f_1(\vec{k}') - f_1(\vec{k})}{f_1(\vec{k})} d\tau_{k'} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} w(\vec{k}, \vec{k}') \left[ 1 - \frac{\frac{\partial f_0}{\partial E} \cdot \vec{k}' \cdot \vec{\chi}(E')}{\frac{\partial f_0}{\partial E} \cdot \vec{k} \cdot \vec{\chi}(E)} \right] d\tau_{k'} \quad (3.9)$$

يمكن أن يكون الصدم، كما هو معلوم، مرنا أو لينا. ويدعى الصدم بالمرن إذا حافظت الجسيمات المتصادمة على طاقتها الحركية، ويدعى باللين إذا تغيرت طاقة الجسيمات المتصادمة بعد الاصطدام بالزيادة أو النقصان عما كانت عليه قبل الصدم. سوف نعتبر أن الاضطرابات الحاصلة بين الالكترونات والعيوب



البنوية للشبكة من النوع المرن. يتغير في هذه الحالة فقط اتجاه الشعاع الموجي للالكترون، وبالتالي اتجاه سرعة الحركة، وتبقى القيمة المطلقة للسرعة ثابتة. وهكذا يمكن أن نعتبر في حالة الاصطدام المرن أن

$$|\vec{k}'| = |\vec{k}|, \quad v' = v, \quad E' = E \quad (3.10)$$

وذلك اذا كانت المناطق الطاقية كروية.

تعطى بحكم ذلك قيمة زمن الارتخاء في حالة الصدم المرن (العلاقة 3.10) بالعلاقة:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \left[ 1 - \frac{\vec{k}' \cdot \vec{\chi}(E)}{\vec{k} \cdot \vec{\chi}(E)} \right] d\tau_{k'} \quad (3.11)$$

لنفرض أن الأشعة  $\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  و  $\vec{\chi}$  موجهة كما هو مبين على الشكل 4-2. يكون عندئذ مسقطا الشعاعين  $\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  على حامل الشعاع  $\vec{\chi}$  مساويين:

$$k_x = k, \quad k'_x = k' \cos \theta = k \cos \theta \quad (3.12)$$

حيث أن  $\theta$  زاوية انحراف الالكترون عن اتجاه حركته البدئية بنتيجة الاصطدام. وتكتب المساواة (3.11) باستخدام (3.12) بالشكل:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot \left[ 1 - \frac{k'_x}{k_x} \right] d\tau_{k'} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot (1 - \cos \theta) d\tau_{k'} \quad (3.13)$$

وهكذا تنحصر المسألة الأساسية أثناء دراسة حوادث الحمل

من حساب دالة التوزع اللامتوازنة التي يمكن بواسطتها حساب جميع المقادير الواصفة للمفاعيل الحركية. غير أن حل هذه المسألة يتطلب كما هو مبين من العلاقة (3.7) بمعرفة زمن الارتخاء (3.13) وبالتالي ذلك معرفة آلية التشتت لحوامل الشحنة.

ندرس الآن مسألة التشتت الذي يقود الى توزع عشوائي لحوامل

الشحنة وفق السرعة، أي ذلك الوضع الذي يسقط من أجله الالكترونون المتشتتة في الحالة  $\vec{k}'$  الواقعة الى جوار تلك النهاية الصغرى للطاقة التي تحوي على  $\vec{k}$  ولكن باتجاه معاكس لاتجاه السرعة البدئية. ويمكن أن يتحقق مثل هذا النوع للتشتت اذا كانت سطوح سوية الطاقة كروية. وبما أن دالة  $W(\vec{k}, \vec{k}') = W(\vec{k}', \vec{k})$

زوجية و  $f_1(\vec{k}') = -\frac{\partial f_0}{\partial E}(\vec{k}' \cdot \vec{\chi})$  دالة فردية بالنسبة لتحويلات القلب  $\vec{k} \leftrightarrow -\vec{k}$ ، فان،

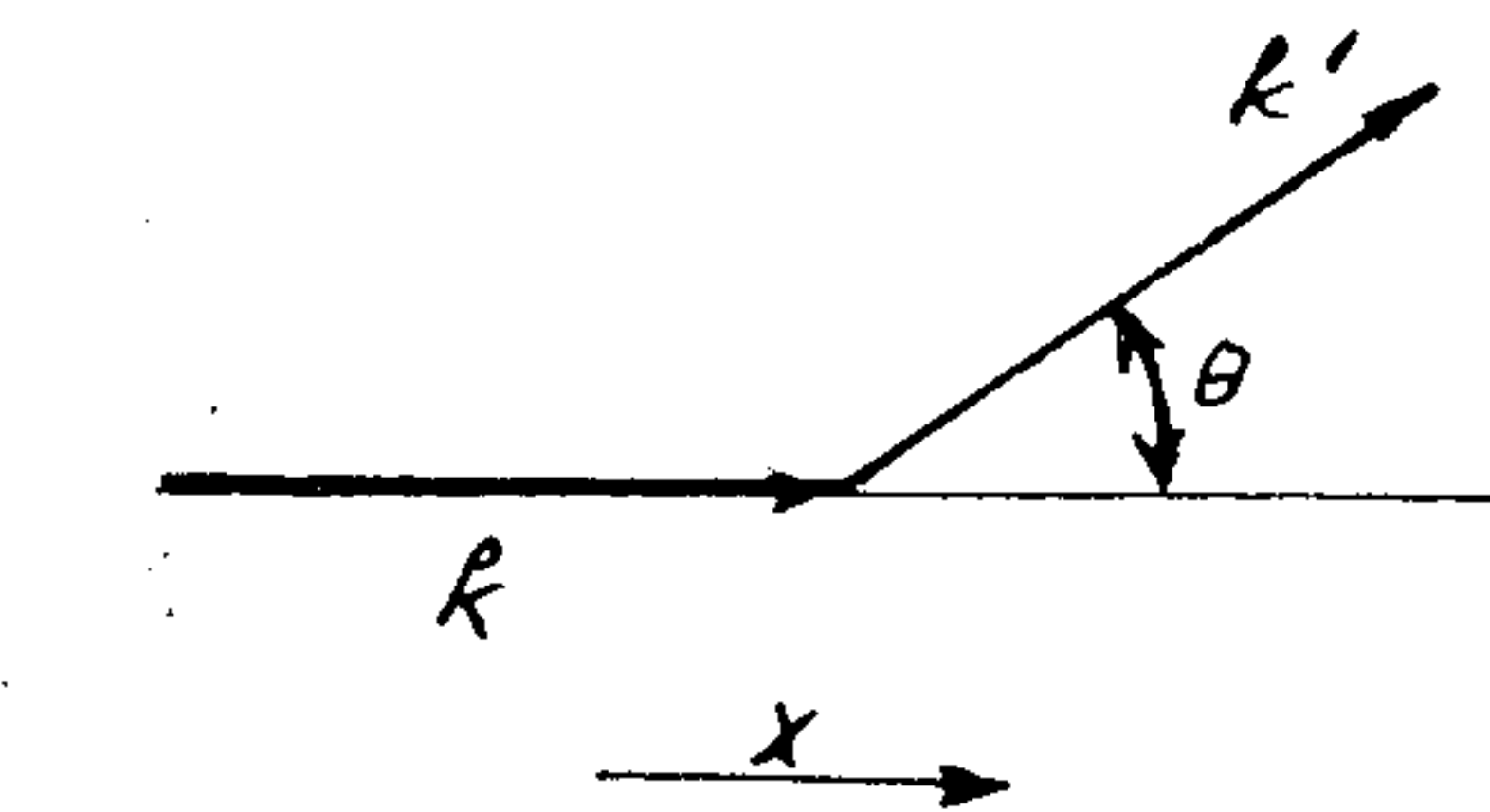
$$\int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \cdot f_1(\vec{k}') d\tau_{k'} = \int_{(V_B)} \frac{\partial f_0}{\partial E} W(\vec{k}, \vec{k}') (\vec{k}' \cdot \vec{\chi}) d\tau_{k'} = 0 \quad (3.14)$$

ذلك لأن تكامل الدالة الفردية ضمن حدين متناظرين يعطي قيمة معدومة. ويصبح تكامل الصدم (3.8) بعد أخذ (3.14) بعين الاعتبار

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Co} = -\frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') f_1(\vec{k}) d\tau_{k'} = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau_k} \quad (3.15)$$

من الشكل:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{Co} = -\frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') f_1(\vec{k}) d\tau_{k'} = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau_k} \quad (3.15)$$



الشكل 4-2 تغير الشعاع الموجي للالكترون عند حدوث الاصطدام.

واحدة الزمن، فان كمية الالكترونات المتشعبة خلال 1 ثانية تساوي:

$$n_1 = W N \quad (4.2)$$

ونستطيع اعتمادا على العبارتين (4.1) و (4.2) ان نكتب:

$$\sigma = \frac{n_1}{n v_0} = \frac{W}{N v_0} \quad (4.3)$$

وهكذا فان المقطع العرضي الفعال (م ع ف) للتشعبة، يمثل النسبة بين عدد الالكترونات المبعدة عن حزمة الالكترونات نتيجة للتشعبة على مركز واحد في واحدة الزمن وبين كثافة حزمة الالكترونات الواردة. ويمثل م ع ف للتشعبة أبعاد المساحة:

$$[\sigma] = \frac{[W]}{[n v_0]} = \frac{T^{-1}}{L^{-3} L T^{-1}} = L^2$$

نجد من العلاقة (4.3) أن احتمال التشعبة يساوي:

$$W = \sigma N v_0 \quad (4.4)$$

وبالتالي فان احتمال التشعبة أو احتمال الاصطدام يعينه م ع ف وكمية مراكز التشعبة وسرعة حركة حامل الشحنة.

ويتناسب احتمال الاصطدام عكسا مع زمن القفزة الحرة:

$$W = \frac{1}{\tau} \quad (4.5)$$

وبالتالي يمكن التعبير عن زمن القفزة الحرة وطول القفزة الحرة بدلالة م ع ف للتشعبة. وينتج عن المساواتين (4.4) و (4.5)، أن

$$\tau = \frac{1}{\sigma N v_0} = \frac{\ell}{v_0} \quad (4.6)$$

$$\ell = \frac{1}{\sigma N} \quad (4.7) \text{ أو}$$

وينتج مما تقدم أن عبارة زمن الارتخاء في حالة التشعبة الذي يقود الى توزيع عشوائي لحوامل الشحنة وفق السرعة يعطى بالشكل

$$\frac{1}{\tau(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{r}, \vec{r}') \quad (3.16)$$

4.4 . المقطع الفعال للتشعبة، أشكال مراكز التشعبة:

يعد أي نوع من أنواع عدم التجانس للبلورة والذي يخرق دورية حقل الشبكة مركزا للتشعبة، وبما أن أنواع العيوب في الشبكة مختلفة، فان تشعبة حوامل الشحنة على هذه العيوب يكون مختلفا أيضا. ولكي يعبر عن جوادث التشعبة بشكل كمي، يدخل مفهوم "المقطع الفعال" الذي سنرمز له بـ  $\sigma$ .

لنفرض أنه لدينا عددا  $n$  من الالكترونات الحرة التي تتحرك بسرعة حرارية وسطية  $v_0$  في اتجاه معين. تكون عندئذ كثافة تيار الالكترونات مساوية  $n v_0$ ، أي عدد الالكترونات التي تعبر واحدة المقطع العرضي خلال واحدة الزمن. ولنفرض أن عددا  $N$  من مراكز التشعبة المتماثلة موزعة في واحدة المقطع في طريق الالكترونات المتحركة. يميز كل مركز من هذه المراكز بمقطع فعال مساو لـ  $\sigma$ . ويمثل هذا المقطع في الواقع ذلك المجال المحيط بالمركز والذي يحدث فيه تشعبة الالكترونات. وبالتالي فان عدد الالكترونات المتشعبة  $n_1$  في واحدة الزمن يعينه المقطع العرضي الفعال  $\sigma$  وكمية مراكز التشعبة  $N$ ، وكثافة تيار الالكترونات المتحركة  $n v_0$ ، أي أن

$$n_1 = \sigma N n v_0 \quad (4.1)$$

ومن جهة أخرى، اذا كان  $W$  هو احتمال تشعبة جسيمة واحدة في

المساوية لمربع ثابت الشبكة البلورية بمثابة  $\sigma$  لهذه العيوب،  
 أي أن من أجل الذرة الشائبة تكون  $\sigma_A = (5 \cdot 10^{-8})^2 \approx 3 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$   
 وإذا فرضنا أن تركيز ذرات الشوائب يساوي  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$   
 فإن طول القفزة الحرة من أجل تشتت حوامل الشحنة على الذرات  
 الشائبة يكون مساويا:

$$l_A = (3 \cdot 10^{-15} \cdot 10^{16})^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

سوف نعتبر أن قطر الشائبة المؤينة أكبر بـ 10 مرات من  
 قطر المركز الشائبي، أي أن  $\sigma_I = (5 \cdot 10^{-8} \cdot 10)^2 \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$   
 وفي هذه الحالة يكون  $l_I$  من أجل تركيز قدره  $N_I = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$   
 مساويا:

$$l_I = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 3 \mu$$

يعد العيب الانزياحي عيبا خطيا موزعا على مجالات واسعة  
 من البلورة. ونفرض أن الانزياح الخطي يملك طولاً مقداره 1 مم،  
 ونظيره يقيس عدة مئات من دور الشبكة، ويكون مقطعه العرضي  
 المحوري في هذه الحالة مساويا:

$5 \cdot 10^{-8} \cdot 100 \cdot 10^{-1} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2$   
 ويكون طول القفزة الحرة من أجل كثافة حجمية للانزياح  $10^8 \text{ cm}^{-3}$   
 $N_D$  مساويا تقريبا:

$$l_D = 2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

ويعين م ع ف للتشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة  
 بمساحة المقطع العرضي للمجال الذي تشغله الذرة المهتزة بعد  
 حذف المقطع العرضي للذرة نفسها. فإذا اعتبرنا أن سعة الاهتزاز  
 $r \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$  وقطر الذرة  $d = 10^{-8} \text{ cm}$ ، فإن:

$$\sigma_T = (d + r)^2 - d^2 \approx 2rd = 10^{-16} \text{ cm}^2$$

ويمثل المقدار  $l^{-1} = \sigma N$  احتمال التشتت على واحدة الأطوال.  
 ندرس الحالة التي يتواجد فيها مراكز مختلفة للتشتت. لنفرض  
 أن المركز  $i$  يميز بالمقطع الفعال  $\sigma_i$  وأن عددها  $N_i$ . تُعيَّن  
 آلية التشتت على هذه المراكز طول القفزة الحرة  $l_i$ . وإذا كانت  
 جميع آليات التشتت ممكنة، فإنه وفقا لنظرية الاحتمالات يكون  
 الاحتمال الكلي للتشتت في واحدة الزمن مساويا لمجموع  
 الاحتمالات المستقلة للتشتت:

$$W = \sum_i W_i \quad (4.8)$$

وبما أن  $\sum_i \sigma_i N_i = \sum_i l_i^{-1}$  يمكن تعيين الطول الكلي  
 للقفزة الحرة بالعلاقة:

$$l^{-1} = \sum_i l_i^{-1} \quad (4.9)$$

ويكون وفقا للعلاقة (4.9) الطول الكلي للقفزة الحرة أصغر  
 دوما من أقصر طول للقفزة الحرة المنفصلة.

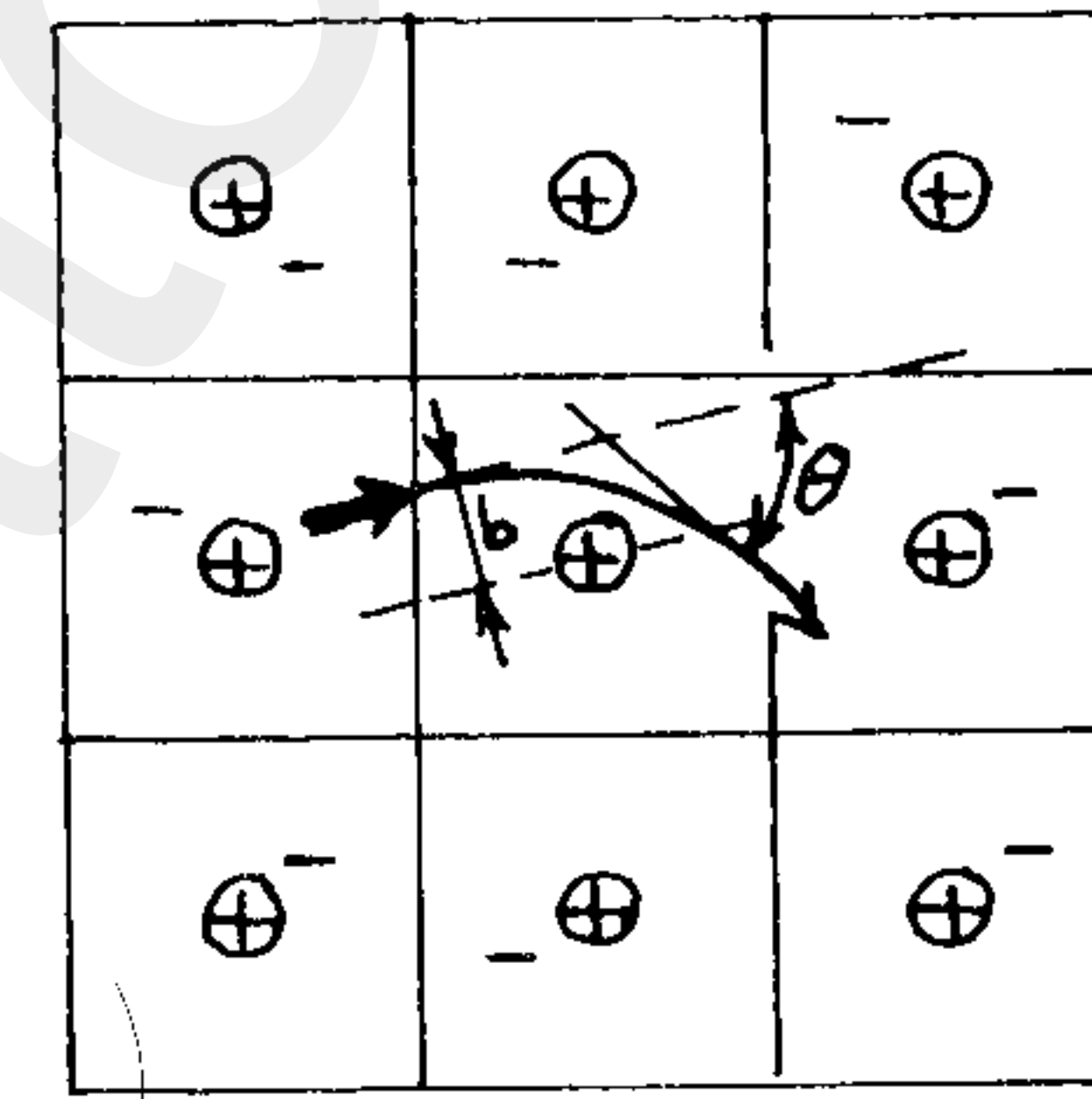
يتواجد في أشباه الموصلات أنواع مختلفة للعيوب، وتسبب  
 هذه العيوب خرقا لدورية البلورة. ويمكن أن تكون مراكز التشتت  
 في هذه البلورات ممثلة بالاهتزازات الحرارية للشبكة، وبالعيوب  
 الساكنة كالذرات والشوارد الشائبة، والفجوات والذرات الواقعة  
 بين أركان الشبكة، والانزياحات، والحدود المزدوجة. وتختلف أدوار  
 هذه المراكز في عملية التشتت، وبالتالي تملك مقاطع فعالية  
 مختلفة. ولكي نعبر عنها بشكل كمي نستخدم المساحة التي يمكن  
 أن يحدث ضمنها تأثير متبادل بين حامل الشحنة والعيب المقصود  
 بمثابة المقطع العرضي الفعال للتشتت.

تكون العيوب المتمثلة بالفجوات أو الذرات الموجودة بين  
 الأركان في أغلب الحالات ناتجة عن ادخال الشوائب. وتدعى  
 مثل هذه العيوب "بالعيوب النقطية". ويمكن أن نأخذ المساحة

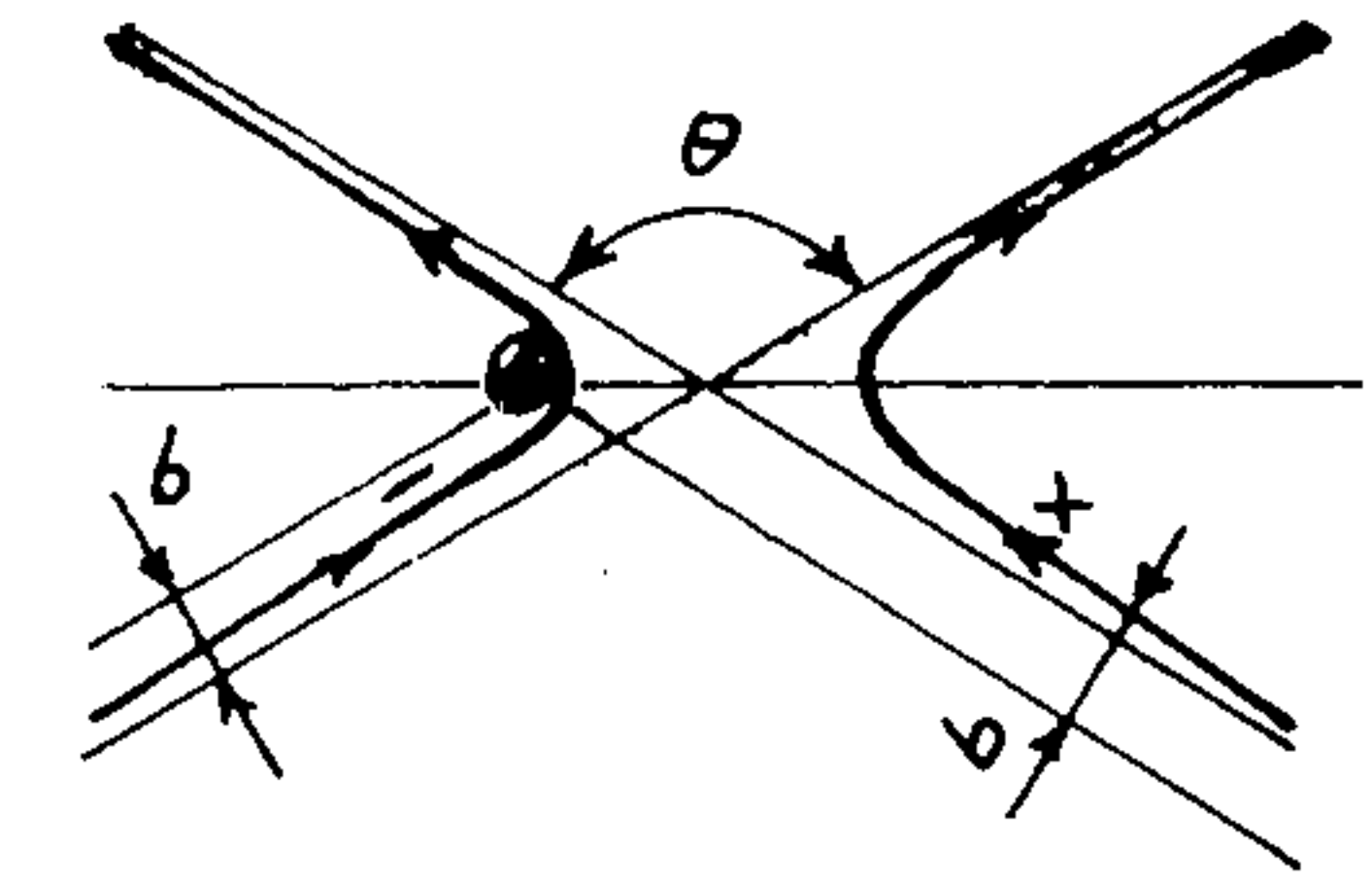
وهذه القيمة أصغر بكثير من قيم المراكز الأخرى للتشتت، غير أن عدد الذرات المهتزة كبير جدا ( $N_T = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ )، وبالتالي  $\ell_T = 10^{-6} \text{ cm}$ .

#### 5.4. التشتت على الشوائب المتشردة

تولد كل شائبة مؤينة في شبه الموصل المشوب حقلا كهربائيا يحيط بها. ويؤثر هذا الحقل على حامل الشحنة المتحرك ويحرفه عن اتجاه مساره البدئي (الشكل 3-4). ويكون انحراف حامل الشحنة أشد كلما كانت سرعته أصغر وكلما كان أقرب الى الشائبة المؤينة. توول المسألة في الواقع الى ايجاد مسار الحركة لجسيمة مشحونة في الحقل المركزي للايون. ويمكن حلها بالطرق التقليدية.



الشكل 3-4 انحراف مسار حركة الإلكترون في حقل الأيون الموجب للشائبة.



الشكل 4-4 تشتت الإلكترون والثقب على الأيون الموجب للشائبة.

من أن الإشارة الموجبة توافق الثقب والسالبة الإلكترون. يظهر الحساب أن حامل الشحنة يتحرك في الحقل الكولوني المكون وفق قطع مكافئ. ويعرض الشكل 4-4 مساريّ الإلكترون والثقب في حقل الشاردة الموجبة. ويلاحظ أن كلا الحاملين يتصرفان بشكل متماثل، بالرغم من أن تأثير القوة على أحدهما يكون جاذبا وعلى الآخر دافعا. نرمز بـ  $b$  لمسافة التصويب، أي المسافة الصغرى الفاصلة بين الأيون ومسار حامل الشحنة، ونرمز بـ  $\theta$  لزاوية التشتت، أي الزاوية المحصورة بين الاتجاه البدئي لحركة حامل الشحنة واتجاهها بعد التشتت. وتتعلق زاوية التشتت بمسافة التصويب وفق العبارة التالية:

$$b = \frac{ze^2}{\epsilon m^* v^2} \cot \frac{\theta}{2} \quad (5.2)$$

حيث أن  $m^*$  و  $v$  الكتلة الفعالة وسرعة الحركة لحامل الشحنة. تعد حادثة التشتت حادثة عشوائية، وبالتالي تنحرف الحوامل المختلفة للشحنة عن اتجاهاتها البدئية وفق زوايا مختلفة، وبحكم ذلك ينبغي عند حساب زمن الارتخاء أن نأخذ القيمة الوسطية للمقطع وفق زوايا التشتت.

نفرض أن زاوية التشتت تتغير ضمن المجال  $\theta$  و  $\theta + d\theta$ ، وبما أن المركز المُشتتة يملك في حالتنا تناظرا محوريا، فإن هاتين الزاويتين تعدان زاويتا مخروطيين، كما هو مبين على الشكل 4-5. لنرمز بـ  $d\Omega$  للزاوية المجسمة المحصورة بين هذين المخروطيين:

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta \cdot d\theta \quad (5.3)$$

توصف عمليات التشتت في حالتنا بالمقطع العرضي التفاضلي للتشتت  $\sigma(\theta)$ . وتكون  $\sigma(\theta)$  وفقا للعلاقة (4.3) مساوية للنسبة

سوف نعتبر حامل الشحنة جسيمة كلاسيكية تتحرك في الحقل الكولوني للمشاردة الشائبية الموجبة ذات الشحنة  $ze$ . يمكن في هذه الحالة، أن نقدم الطاقة الكامنة للتأثير المتبادل بالشكل:

$$U(r) = + \frac{ze^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (5.1)$$

$$\frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta} = \left( \frac{ze^2}{2\epsilon m^* v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (5.6)$$

ولقد حصل رزوفورد على العلاقة (5.6) لأول مرة أثناء دراسته تشتت جسيمات  $\alpha$  على نوى العناصر.

لكي نحسب زمن الارتخاء لا بد من التعبير عن احتمال العبور  $w(\vec{k}, \vec{k}')$  بدلالة المقطع العرضي التفاضلي للتشتت  $\sigma(\theta)$ . لنفرض أن وحدة الحجم من البلورة تحوي على  $N_I$  شائبة مؤينة. يكون عندئذ عدد الحوامل التي تشتتها جميع المراكز في ثانية واحدة ضمن الزاوية المجسمة  $d\Omega$  مساويا:

$$w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot n d\Omega = \sigma(\theta) N_I n v d\Omega \quad (5.7)$$

ومنه.

$$w(\vec{k}, \vec{k}') = \sigma(\theta) N_I v \quad (5.8)$$

وهكذا فإن احتمال العبور من الحالة  $\vec{k}$  الى الحالة  $\vec{k}'$  في حالة تشتت الالكترونات على الشوائب المؤينة، يعين بالمقطع العرضي التفاضلي الفعال، وعدد مراكز التشتيت وسرعة حركة حوامل الشحنة.

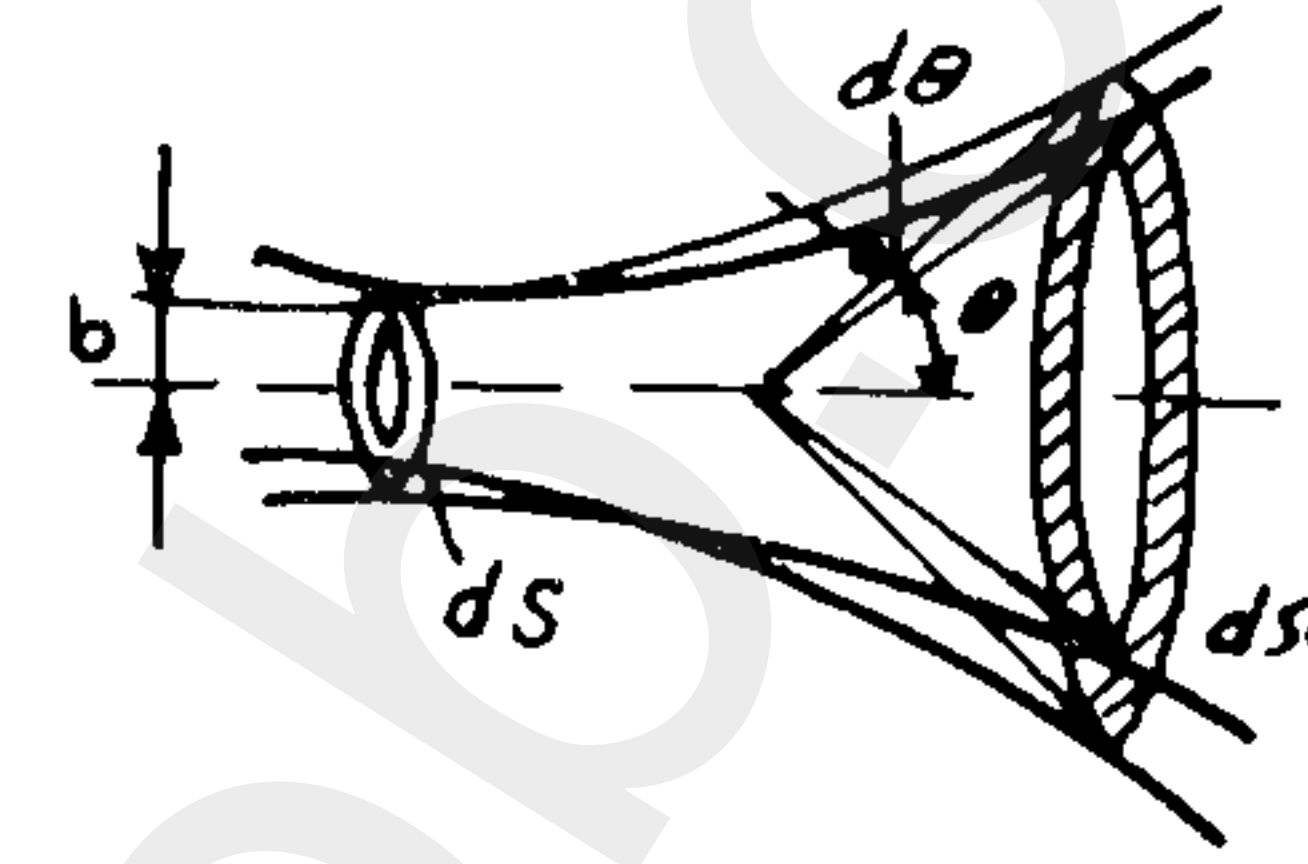
يمكن اعتبار الاصطدام الحاصل بين حوامل الشحنة والشوائب المؤينة صدمة مرنا للسبيين التاليين: أولا، ان كتلة الالكترونون أصغر ب  $10^4$  مرة من كتلة الايون الذي يعد مركزا للتشتت. ثانيا ان ايونات الشبكة تتحرك بالنسبة لأوضاعها المتوازنة أقل بكثير من حركة الحوامل الحرة للشحنة، وبالتالي فان طاقة حامل الشحنة تتغير بمقدار ضئيل جدا عند حدوث الاصطدام مع الايون.

إذا تم تشتت حامل الشحنة أثناء الصدم المرن ضمن الزاوية المجسمة  $d\Omega$ ، فان زمن الارتخاء يمكن التعبير عنه بمساعدة (5.8)

بين عدد الجسيمات المنحرفة بزاوية  $d\theta$  في ثانية واحدة وفي وحدة الزوايا المجسمة من قبل مركز واحد وبين حزمة الجسيمات الواردة في  $1 \text{ سم}^2$  خلال ثانية واحدة.

نفرض أن عددا  $n$  من الالكترونات المتحركة عشوائيا بالسرعة  $v$ . فاذا اخترنا مساحة مقدارها  $1 \text{ سم}^2$  عمودية على اتجاه حركة

كل من الالكترونات، فان عدد الالكترونات الواردة على هذه المساحة خلال ثانية واحدة يساوي  $n v$  الكترونا. ويكون العدد الكلي للجسيمات المنحرفة خلال ثانية واحدة بزاوية  $\theta$



الشكل 4-5 تشتت الالكترونات

وضمن مجال الزاوية المجسمة  $d\Omega$  مساويا لحزمة الجسيمات الواقعة

في الخاتم (الشكل 4-5) ذي المساحة  $ds = 2\pi b |db|$ . وبالتالي يمكن استنادا الى التعريف والعلاقة (5.3) أن نكتب:

$$\sigma(\theta) = \frac{n v 2\pi b |db|}{n v d\Omega} = \frac{b |db|}{\sin^2 \theta d\theta} \quad (5.4)$$

كما نحصل من العلاقة (5.2) على:

$$|db| = \frac{ze^2}{2\epsilon m^* v^2} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} d\theta \quad (5.5)$$

نعوض (5.2) و(5.5) في (5.4)، فنحصل على

$$\sigma(\theta) = \frac{ze^2}{\epsilon m^* v^2} \cotg \frac{\theta}{2} \cdot \frac{ze^2}{2\epsilon m^* v^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta.$$

بالعلاقة :

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \int_{\theta} w(\vec{k}, \vec{k}') \cdot (1 - \cos \theta) \cdot d\Omega \quad (5.9)$$

نعوض العبارتين (5.3) و (5.8) في (5.9)، فنحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau(\vec{k})} &= 2\pi N_I \cdot v(\vec{k}) \int_{\theta} \sigma(\theta) (1 - \cos \theta) \sin \theta \cdot d\theta = \\ &= N_I v(\vec{k}) \sigma_m \end{aligned} \quad (5.10)$$

ويمثل المقدار  $\sigma_m$  :

$$\sigma_m = 2\pi \int_{\theta} \sigma(\theta) \cdot (1 - \cos \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad (5.11)$$

المقطع الفعال التفاضلي المتوسط للتشتت، ويتم التوسيط وفق الزاوية  $\theta$  بجميع الدوال  $(1 - \cos \theta)$ . ويدعى  $\sigma_m$  "بالمقطع العرضي الفعال للناقلية" (أو الحركية) أو "بالمقطع الفعال للنقل".

يعطى زمن الارتخاء استنادا الى (5.10) بالعلاقة :

$$\tau(\vec{k}) = \frac{1}{N_I \sigma_m v(\vec{k})} \quad (5.12)$$

ويعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة التالية :

$$\ell(\vec{k}) = \tau(\vec{k}) \cdot v(\vec{k}) = \frac{1}{\sigma_m \cdot N_I} \quad (5.13)$$

تفيد العلاقة (5.6) بأن تشتت الحوامل على الشوائب المؤينة مختلف المناحي بدرجة كبيرة. ويسود هذا النوع للتشتت من أجل الزوايا الصغيرة أو مسافات التصويب الكبيرة. فإذا عوضنا في

العلاقة (5.11) قيمة  $\sigma(\theta)$  من العلاقة (5.6)، فإن التكامل على الحد السفلي من أجل  $\theta = 0$  يصبح متباعدة ويصبح مقطع التشتت لانهايا. غير أن تشتت حوامل الشحنة على الشوائب المؤينة يتمتع بمقطع عرضي محدود، وبالتالي فإن حدود التكامل (5.10) تؤخذ أثناء تعيين زمن الارتخاء من  $\theta_{min}$  الى  $\pi$ . ويمكن أن ننتقل من الاعتبارات التالية لتعيين قيمة  $b_{max}$  الموافقة  $\theta_{min}$  إذا كانت الشوائب المؤينة موزعة بانتظام على البلورة وكان تركيزها  $N_I$ ، فإن المسافة الوسطية الفاصلة بينها تساوي  $N_I^{-1/3}$ . ويمكن تحديد أبعاد الكرة التي يتم ضمنها تأثير المركز المشتت بنصف المسافة الفاصلة بين المراكز، وبالتالي يمكن أخذ هذه القيمة كحد علوي لمسافة التصويب، أي أن:

$$b_{max} = \frac{1}{2} N_I^{-1/3}$$

مرافق القيمة الصغرى لزاوية التشتت  $\theta_{min}$  التي يمكن تعيينها من العلاقة (5.2) :

$$\text{chy} \quad \frac{\theta_{min}}{2} = \frac{\epsilon m^* v^2}{z e^2} b_{max} = \frac{\epsilon m^* v^2}{2 z e^2 N_I^{1/3}} \quad (5.14)$$

و إذا أخذنا في الحسبان أن  $1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$  و  $\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$

$$\int_{\theta_{min}}^{\pi} \frac{(1 - \cos \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = 8 \int_{\theta_{min}}^{\pi} \frac{\cos \frac{\theta}{2} d(\frac{\theta}{2})}{\sin \frac{\theta}{2}} = -4 \ln \sin^2 \frac{\theta_{min}}{2}$$

وإذا استخدمنا العبارة (5.14) و (5.6)، لوجدنا أن المقطع العرضي الفعال للناقلية يساوي:

وهكذا فان زمن الارتخاء يتناسب في حالة التشتت على الشوائب المتأينة مع الأس  $\frac{3}{2}$  للطاقة ويتناسب مع الأس  $\frac{1}{2}$  للكتلة الفعالة .

6.4. التشتت على ذرات الشوائب والانزياحات.

يحدث تشتت حوامل الشحنة على الذرات المعتدلة للشوائب بشكل أضعف بكثير من التشتت على الشوائب المتأينة . غير أن تركيز الشوائب المعتدلة في درجات الحرارة المنخفضة يكون أكبر بكثير من تركيز الشوائب المتأينة ، وبالتالي يلعب التشتت على الشوائب المعتدلة دورا هاما . ويمكن أن يحدث تشتت حوامل الشحنة في هذه الحالة بطريقتين : الأولى - الصدم المرن المباشر ، والثانية - مقايضة الالكترون الوارد بالكترون ذرة الشائبة . ويعد تعيين زمن الارتخاء لهاتين الآليتين مسألة معقدة ، غير أنه من الممكن اجراء حسابات أساسية ، وذلك عندما ينظر الى تشتت حوامل الشحنة على الذرات الشائبية المعتدلة كتشتت الالكترونات البطيئة على ذرات الهيدروجين الواقعة في وسط يتمتع بثابت عزل كهربائي  $\epsilon$  . ونحصل في هذه الحالة على الصيغة التالية :

$$\tau_A = \frac{e^2 m^{*2}}{20 \cdot \epsilon \hbar^3} \cdot \frac{1}{N_A} \quad (6.1)$$

حيث أن  $N_A$  تركيز الذرات الشائبية المعتدلة في درجة الحرارة المعنية .

ينتج عن (6.1) أن زمن الارتخاء في حالة تشتت حوامل الشحنة على الشوائب المعتدلة لا يتعلق بدرجة الحرارة ولا بطاقة الحوامل المشتتة ، وإنما يحدد بتركيز الشوائب المعتدلة . وبالتالي

$$\begin{aligned} \sigma_m &= 2\pi \int_{\theta_{min}}^{\pi} \sigma(\theta) \cdot (1 - \cos \theta) \cdot \sin \theta d\theta = 8\pi \left( \frac{ze^2}{2\epsilon m^* v^2} \right)^2 \\ &\cdot \ln \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_{min}}{2}} = 2\pi \left( \frac{ze^2}{\epsilon m^* v^2} \right)^2 \ln \left[ 1 + \cot^2 \frac{\theta_{min}}{2} \right] = \\ &= 2\pi \left( \frac{ze^2}{\epsilon m^* v^2} \right)^2 \cdot \ln \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon m^* v^2}{2ze^2 N_I^{1/3}} \right)^2 \right] \quad (5.15) \end{aligned}$$

وهكذا يعطى زمن الارتخاء  $\tau_I$  لحادثة التشتت على الذرات المتأينة استنادا الى (5.12) بالعلاقة :

$$\begin{aligned} \tau_I(\vec{k}) &= \frac{1}{\sigma_m N_I v(\vec{k})} = \frac{\epsilon^2 m^{*2} v^3(\vec{k})}{2\pi z^2 e^4 N_I \ln \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon m^* v^2}{2ze^2 N_I^{1/3}} \right)^2 \right]} \quad (5.16) \end{aligned}$$

وتدعى هذه العلاقة بصيغة كونيل - فايسكوف .  $v = \left( \frac{2E}{m^*} \right)^{1/2}$  اذا عبرنا عن السرعة بدلالة الطاقة فان زمن الارتخاء للتشتت على الشوائب المتأينة ، يعطى بالعلاقة :

$$\tau_I = \tau_{0I} E^{3/2} \quad (5.17)$$

$$\tau_{0I} = \frac{(2m^*)^{1/2} \cdot \epsilon^2}{\pi z^2 e^4 N_I \cdot \ln \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon E}{ze^2 N_I^{1/3}} \right)^2 \right]} \quad (5.18)$$

ويعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة :

$$l_I(\vec{k}) = \tau_I(\vec{k}) \cdot v(\vec{k}) = \left( \frac{2}{m^*} \right)^{1/2} \cdot \tau_{0I} E^2 \quad (5.19)$$

فان هذا النوع من التشتت تبرز أهميته في درجات الحرارة المنخفضة جدا، أي عندما يكون التأين ضعيفا جدا.

يمكن أن يحدث تشتت حوامل الشحنة أيضا على عيوب الشبكة التي تحوي انزياحات. ان البلورة تتشوه الى جوار الانزياحات، وبالتالي فان تابعة الطاقة للشعاع الموجي تختلف الى جوار هذه الانزياحات عن قانونية التبدد في البلورة المثالية. ويؤدي ذلك الى تشتت الحوامل الحرة للشحنة. ويكون فعل الانزياحات في أشباه الموصلات المتبلورة وفق الشكل الأمامي مماثلا لسلسلة من الآخذات التي تقوم باقتناص الالكترونات الحرة. وبالتالي تمثل هذه الحالة وكأنها اسطوانة موجبة تحوي خطا سالبا في الوسط، أي أن الانزياح يمكن تمثيله بشحنة خطية سالبة على شكل اسطوانة نصف قطرها  $R$  وطولها لانهائي، تحيط بها شحنة حجمية موجبة. ولا تتمكن الالكترونات المتحركة بشكل معامد للانزياح من الانتقال بحرية وفق حامل الحقل، ذلك لعدم تمكنها من اجتياز الانزياح، وبالتالي تشتت على هذه الانزياحات وتعاني من انحراف مساراتها. ويبين الحساب أن زمن الارتخاء في حالة التشتت على الانزياحات لا يتعلق بدرجة حرارة البلورة، وانما يحدد بكثافة الانزياحات في واحدة السطوح  $N_D$  وبسرعة الالكترون المشتت  $v$ ، وفق العبارة التالية:

$$\tau_D = \frac{3}{8R \cdot v} \cdot \frac{1}{N_D} \quad (6.2)$$

اذا اتخذنا المعطيات التالية  $v = 10^7 \text{ cm/sec}$  و  $R = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$  و  $N_D = 10^6 \text{ cm}^{-2}$ ، فان زمن الارتخاء يكون مساويا  $\tau_D = 1,25 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$  وتكبر هذه القيمة ب 4 أو 5

1. القيمة زمن الارتخاء في حالة التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة في درجة حرارة الغرفة. وبالتالي فان هذا النوع من التشتت يعد مهملًا في درجات الحرارة المرتفعة، ويبرز كما ذكرنا في درجات الحرارة المنخفضة فقط.

#### 7.4. التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة.

يحدث التأثير المتبادل بين الالكترون (أو الثقب) واهتزازات الشبكة وفق الآليتين التاليتين:

1) يمنح الالكترون جزءا من طاقته للشبكة، ويؤدي ذلك الى أن الاهتزاز النظامي المحدد ذا التواتر  $\omega_q$  يزداد عدده الكوانتي بمقدار الواحد. ويتشكل نتيجة هذه الآلية للتشتت فونون طاقته  $\hbar \omega_q$  وشبه اندفاعه  $\hbar q$ ، وبالتالي يزداد عدد الفونونات بمقدار الواحد، ويمثل  $\hbar q = \hbar q$  الاندفاع الذي اكتسبه الشبكة نتيجة الاصطدامها بالالكترونات.

2) يكتسب الالكترون جزءا من طاقة الشبكة، بحيث يتناقص الاهتزاز النظامي المحدد  $\omega_q$  بمقدار الواحد، ويختفي بالتالي فونون طاقته  $\hbar \omega_q$  وشبه اندفاعه  $\hbar q$ ، ويتناقص عدد الفونونات بمقدار الواحد. وهكذا فان الالكترون في أي من العمليتين المذكورتين (حالة الاصطدام بفونون) يتبادل الطاقة وشبه الاندفاع مع الفونون، وتدعى عملية التشتت هذه "بالتشتت أحادي الفونون". ربما أن عدد الفونونات يعين بدرجة الحرارة، فان تشتت الالكترونات على الاهتزازات الحرارية للشبكة ينبغي أن يتعلق بدرجة الحرارة. ويمكن أن يحدث في البلورات تشتت عديد الفونونات، أي امكانية اصدار أو امتصاص أكثر من فونون واحد غير أن احتمال حدوث هذه العملية ضعيفا بالمقارنة مع التشتت

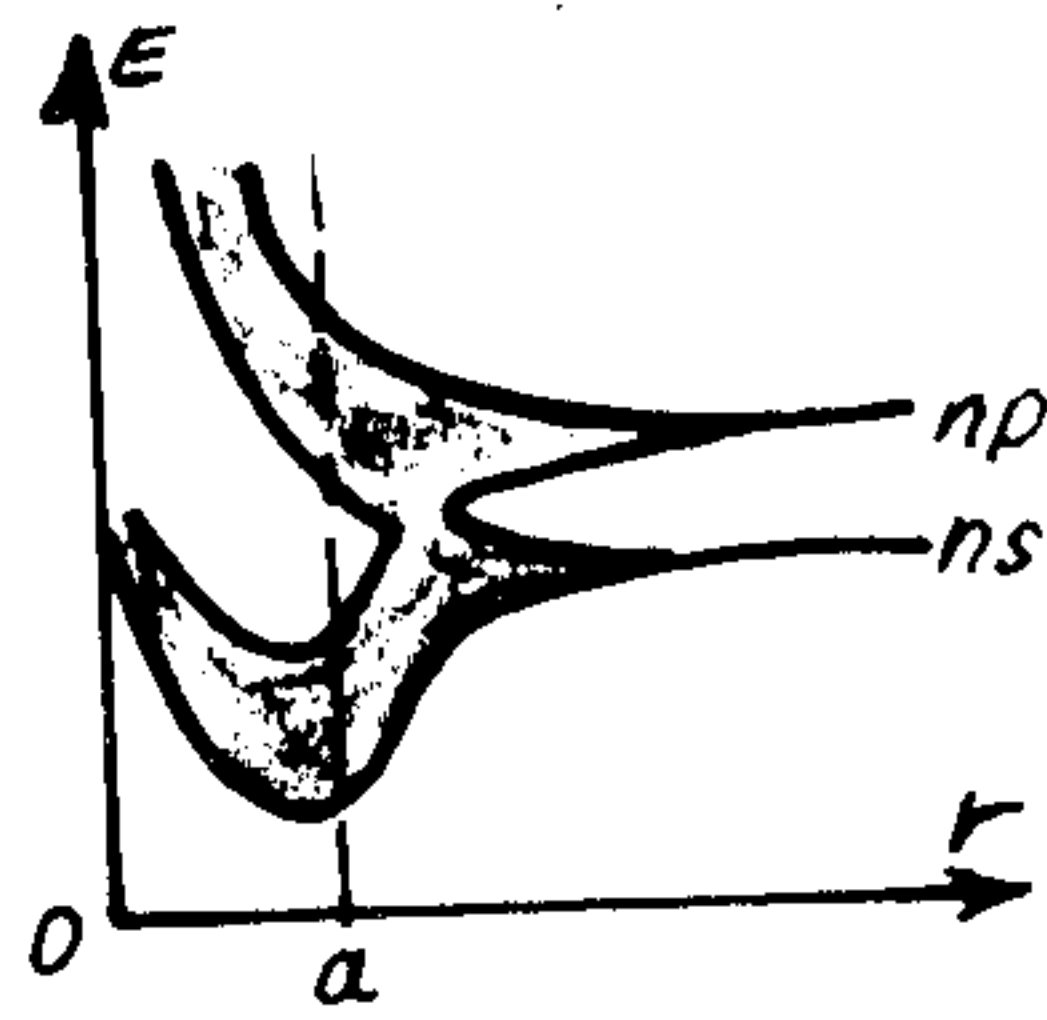


أو خلال واحدة الزمن:

$$A = \frac{\Delta E}{\tau} = \frac{E \delta}{\tau} \quad (7.8)$$

ويكون في حالة التشتت المرين متماثل المناحي  $\delta \gg 1$ ، ويملك الزمن الوسطي للتشتت  $\tau$  مفهوم زمن الارتخاء للجملة وفق الاندفاعات، ويمثل  $\tau_E = \frac{\tau}{\delta}$  زمن الارتخاء وفق الطاقة.

ندرس عملية تشتت الإلكترونات في شبه موصل بسيط (ذري) له تركيب بلوري مكعبي. يعرض الشكل (4-6) المخطط الطاقى للنوع المذكور، حيث أن  $a$  ثابت الشبكة



الشكل 4-6 المخطط الطاقى لشبه موصل ذري.

في حالة غياب التشوهات. لنفرض أن تركيب منطقة الناقلية للبلورة المذكورة بسيطاً، بحيث أن طاقة الإلكترون في منطقة الناقلية

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (7.9)$$

تعد الأمواج العرضية في الأجسام الصلبة أمواج تشوهات ازاحة، ولا تسبب هذه الأمواج في البلورات المكعبية تغيرات في الحجم. بينما تعد الأمواج الطولية أمواج تشوهات ضغط واستطالة، وتحدث بالتالي تغيراً في حجم البلورة. ويؤدي انضغاط البلورة المرفق بنقصان قيمة ثابت الشبكة  $a$ ، كما هو مبين على الشكل 4-6، إلى ازاحة الطرف السفلي لمنطقة الناقلية نحو الأعلى، والطرف العلوي لمنطقة التكافؤ نحو الأسفل، وبالتالي يزداد عرض المنطقة المحظورة. وعلى العكس تؤدي استطالة البلورة إلى زيادة  $a$  وبالتالي إلى نقصان عرض المنطقة

احادي الفونون .

نفرض أن الإلكترون يملك قبل الاصطدام شعاعاً موجياً  $\vec{k}$ ، وطاقة  $E(\vec{k})$ . وأن هاتين القيمتين أصبحتا بعد الاصطدام  $\vec{k}'$  و  $E'(\vec{k}')$ . ونفرض أن الفونون المتولد أو المختفي بعد الاصطدام يملك طاقة  $\hbar \omega_q$  وشعاعاً موجياً  $\vec{q}$ . وينبغي أن يتحقق أثناء تبادل التأثير بين الإلكترون والفونون قانونان: قانون انحفاظ الطاقة وقانون انحفاظ شبه الاندفاع. وبالتالي تتحقق في حالة امتصاص الإلكترون لفونون المساواتان:

$$E'(\vec{k}') = E(\vec{k}) + \hbar \omega_q \quad (7.1)$$

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{q} \quad (7.2)$$

ويتناقض عدد الفونونات المالكة لشعاع موجي  $\vec{q}$  في الحالة هذه بمقدار الواحد، أي أن

$$N'_q = N_q - 1 \quad (7.3)$$

تصبح العلاقات السابقة في حالة إصدار الفونون كالتالي:

$$E'(\vec{k}') = E(\vec{k}) - \hbar \omega_q \quad (7.4)$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{q} \quad (7.5)$$

$$N'_q = N_q + 1 \quad (7.6)$$

يمكن أن يكون تشتت حوامل الشحنة مرناً أو ليناً. ولكي نصف ميزات التشتت، ينبغي أن نعلم التغير النسبي في طاقة الإلكترون  $\delta$  خلال صد م وحيد:

$$\delta = \frac{E' - E}{E} = \frac{\Delta E}{E} \quad (7.7)$$

نلاحظ أن  $v_{acoustic}$  هي سرعة انتشار الأمواج الطولية الصوتية. وينتج عن (7.11) بعد تبديل  $\omega$  بقيمتها أن

$$q = \pm 2k \cos \theta \pm \frac{2m^* v_{ac}}{\hbar} \quad (7.11)$$

نلاحظ أن  $\langle E \rangle = KT = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ ، فإن  $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* KT}$  و

$$\frac{m^* v_{ac}}{\hbar k} = \sqrt{\frac{m^* v_{ac}^2}{2KT}} = \sqrt{\frac{T_{cr}}{T}} \quad (7.12)$$

نلاحظ أن  $T_{cr} = \frac{m^* v_{ac}^2}{2K}$ ، وإذا اتخذنا قيمة  $v_{ac}$  تساوي  $v_{ac} = 3.10^5 \text{ cm/sec}$  و  $m^* = 10^{-27} \text{ g}$  و  $K = 10^{-16} \text{ erg/deg}$

فإن  $T_{critical} = 1^\circ \text{K}$  وبالتالي يمكن من أجل درجات حرارة أعلى من  $1^\circ \text{K}$  أن نهمل الحد الثاني من العلاقة (7.12)، ونعيد كتابة هذه العلاقة بالشكل:

$$q = \pm 2k \cos \theta \quad (7.14)$$

ويمكن أن يتغير العدد الموجي  $q$  بتأبعية  $\theta$  من  $q_{min} = 0$  إلى  $q_{max} = 2k$  أي يتغير وسطياً بمقدار  $k$ . ويكون  $k$  من أجل  $T = 300^\circ \text{K}$  مساوياً  $2.10^7 \text{ cm}^{-1}$  مما يتفق وطاقة الفونونات التي تتراوح من 0 إلى  $6.10^{-4} \text{ eV} = 10^{-15} \text{ erg}$  غير أن طاقة الإلكترونات في درجة حرارة الغرفة تساوي

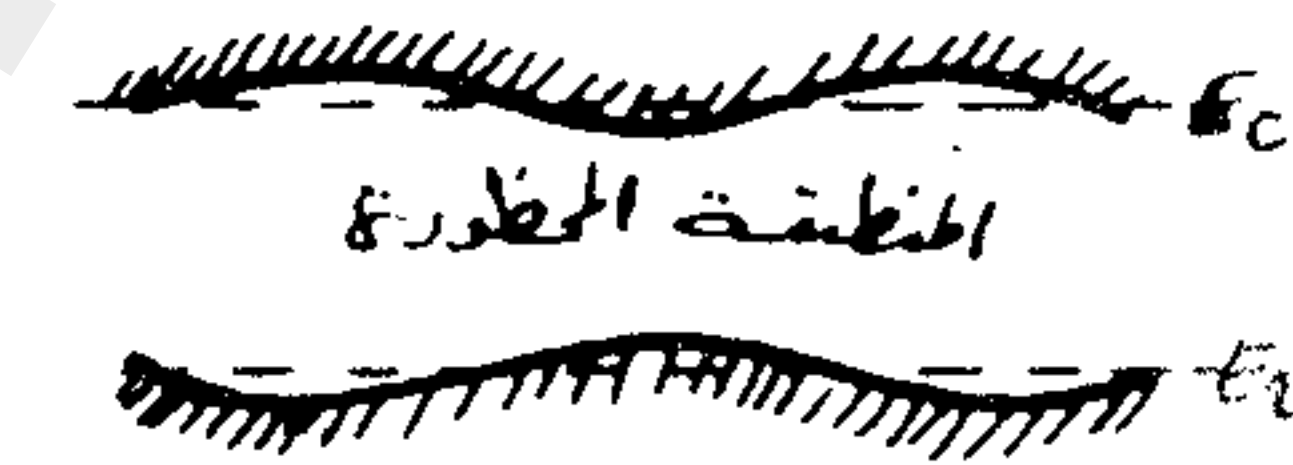
$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = 2.5.10^{-2} \text{ eV}$$

التالي فإن

$$\frac{\hbar \omega_q}{E} \approx 2.10^{-2} \ll 1 \quad (7.15)$$

المحظورة. وهكذا فإن التشوه الموضعي الذي تولده الأمواج الصوتية الطولية في بلورة كهذه، يتخذ شكل إزاحات لها هيئة الأمواج لأرضية منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ، كما هو مبين على الشكل 4-7. وبالتالي فإن الإلكترون المتحرك الذي يسطدم بالأزاحة الموجية الناشئة عن الاهتزازات الحرارية يتشتت فقط على الاهتزازات الطولية.

نبين أن هذا التشتت مرن، وأنه يحدث على الفونونات ذات



الشكل 4-7 تغير طاقة أرضية منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ لشبه موصل ذري، تحت تأثير الاهتزازات الصوتية الطولية للشبكة.

الأمواج الطولية. يكتب قانون انحفاظ الطاقة وفقاً لـ (7.1) و (7.5) و (7.9) بالشكل:

$$\frac{\hbar^2 k'^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 (\vec{k} \pm \vec{q})^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \hbar \omega_q \quad (7.10)$$

ومنه

$$q^2 \pm 2kq \cos \theta \pm \frac{2m^*}{\hbar} \omega_q = 0 \quad (7.11)$$

حيث أن  $\theta$  الزاوية المحصورة بين اتجاهي الشعاعين  $\vec{k}$  و  $\vec{q}$ . وتدل الإشارة الموجبة في المساواة (7.10) على حالة امتصاص الفونون، والإشارة السالبة على إصداره. وإذا تبادل الإلكترون التأثير مع الفونونات ذات الأمواج الطولية فقط، فإن  $\omega_q = q v_{ac}$

يعكس الحد الأول من الطرف الأيمن لهذه العلاقة عملية امتصاص الفونونات والحد الثاني عملية إصدارها، وذلك أثناء تشتت الإلكترونات.

يعطى احتمال انتقال الإلكترون خلال ثانية واحدة من الحالة  $\vec{k}$  إلى الحالة  $\vec{k}'$ ، كما يظهر الحساب، في حالة امتصاص الفونون بالعلاقة:

$$W^+(\vec{k}, \vec{k}') = W^+(\vec{k}, \vec{k} + \vec{q}) = \omega(q) \cdot N_q \delta(E' - E - \hbar \omega_q) \quad (7.17)$$

يعطى الاحتمال في حالة إصدار الفونون بالعلاقة:

$$W^-(\vec{k}, \vec{k}') = W^-(\vec{k}, \vec{k} - \vec{q}) = \omega(q) (N_q + 1) \delta(E' - E + \hbar \omega_q) \quad (7.18)$$

حيث أن  $\delta(E' - E \pm \hbar \omega_q)$  دلتا التابع، ويعكس هذا المقدار انوني انحفاظ الطاقة والشعاع الموجي و

$$\omega(q) = \frac{4\pi c^2 q^2}{9N M \omega_q} \quad (7.19)$$

حيث أن  $c$  هو ثابت ليه أبعاد الطاقة، و  $N$  عدد الخلايا العنصرية في البلورة، و  $M$  كتلة الذرة.

وتختلف دالة التوزيع للفونونات  $N_q$  في الحوادث الإلكترونية للمحمل عن دالة التوزيع في الحالة المتوازنة  $\langle n \rangle$ :

$$\langle n \rangle = \frac{\langle E \rangle}{\hbar \omega} = \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}$$

بمقدار قليل، وبالتالي يمكن اعتبار

تفيد نظرية ديبي بأن القيمة العظمى للشعاع الموجي  $q_0$  تساوي:

$$q_0 = \left( \frac{6\pi^2 N}{V} \right)^{1/3} = \left( \frac{6\pi^2 N}{a^3 N} \right)^{1/3} \approx 10^8 \text{ cm}^{-1}$$

وبالتالي فإن  $q_0 > q_{max}$ . وينتج عما تقدم أن تشتت الإلكترونات على الاهتزازات الصوتية الطولية يعد تشتتاً مرناً، ويتشتت الإلكترون في هذه الحالة على الفونونات ذات الأمواج الطويلة ممتما أو مصدرها فونوناً بقيمة  $q = k$ . وبما أن طاقة الفونونات أصغر بكثير من طاقة الإلكترونات، فإن  $k = k'$  و  $E = E'$  بحيث يمكن في العلاقة (7.10) عدم حساب طاقة الفونون.

تقرب في درجات الحرارة المنخفضة سرعة حركة الإلكترون من سرعة انتشار الأمواج المرنة، ولا يمكن عندئذ إهمال طاقة الفونون في العلاقة (7.10). ويصبح في هذه الحالة حدوث الصدم اللين بين الإلكترون والفونون ممكناً.

بما أن الإلكترونات تشتت على الفونونات الطولية الصوتية بشكل مرن، فإن استعمال العلاقة (3.11) يسمح لنا بتحديد زمن الارتخاء:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} &= \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \left[ 1 - \frac{k'_x}{k_x} \right] d\tau_{k'} = \\ &= \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W(\vec{k}, \vec{k}') \left( \pm \frac{q_x}{k_x} \right) d\tau_{k'} = \\ &= -\frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W^+(\vec{k}, \vec{k}') \frac{q_x}{k_x} d\tau_{k'} + \\ &+ \frac{1}{4\pi^3} \int_{(V_B)} W^-(\vec{k}, \vec{k}') \frac{q_x}{k_x} d\tau_{k'} \quad (7.16) \end{aligned}$$

وهكذا، فإن زمن الارتخاء في حالة تشتت الإلكترونات على الاهتزازات الصوتية ذات الأمواج الطولية للشبكة في أشباه الموصلات الذرية، يتناسب عكسا مع درجة الحرارة ويتناسب عكسا مع الجذر التربيعي للطاقة، بينما لا يتعلق طول القفزة الحرة بالطاقة حامل الشحنة.

في زمن الارتخاء في الجرمانيوم في حالة تشتت الإلكترونات على اهتزازات الشبكة. تكون حركية الإلكترونات  $\mu_n$  في الجرمانيوم النقي وفي درجة حرارة الغرفة مساوية  $\mu_n = 0,39 \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$ . وإذا قبلنا أن  $m_n^* = 0,3 m_0$ ، فإن  $\frac{e}{m_n^*} = 6.10^{11} \text{ C/kg}$ ، وبالتالي فإن

$$\tau_L = \frac{m_n^* \mu_n}{e} = \frac{0,39}{6.10^{11}} = 6,5.10^{-13} \text{ Sec}$$

تفيد مقارنة العلاقتين (7.22) و(5.17)، بأن زمن الارتخاء يزداد في حالة ارتفاع طاقة حامل الشحنة، عندما يتم التشتت على الشوائب المؤينة، بينما يتناقص عندما يتم التشتت على الاهتزازات الصوتية. وهذا يعني أن الدور المسيطر يعود إلى الإلكترونات والثقوب البطيئة في حالة التشتت الشائبي، وبالتالي فإن هذه الآلية للتشتت تبرز بوضوح في درجات الحرارة المنخفضة. بينما تعود المساهمة الأساسية في حالة التشتت على الفونونات الصوتية إلى الإلكترونات السريعة نسبيا، وبالتالي فإن هذه الآلية للتشتت ينبغي أن تكون المسيطرة في درجات الحرارة المرتفعة. يكون في أشباه الموصلات القطبية أو التي من النوع  $A^{\text{III}} B^{\text{V}}$  أين تتمتع الرابطة بين الذرات جزئيا بخاصة تأيينية، يكون تبادل التأثير بين الكثرونات الناقلية والاهتزازات الضوئية أكبر بكثير منه مع الاهتزازات الصوتية. ويفسر ذلك كالتالي، بما أن

$$N_q = \langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_q/KT} - 1} \quad (7.20)$$

ويكون وفقا ل (7.13)

$$\frac{\hbar\omega_q}{KT} = \frac{\hbar v_{ac} q}{KT} = \frac{\hbar v_{ac} k}{KT} = \sqrt{\frac{4Tcr}{T}} \ll 1$$

وبالتالي فإن العبارة (7.20) يمكن نشرها وفق سلسلة، ونحصل بالنتيجة على

$$\langle n \rangle = \langle n+1 \rangle = \frac{KT}{\hbar v_{ac} q} \quad (7.21)$$

وإذا عوضنا (7.17) و(7.18) في (7.16)، وأخذنا بعين الاعتبار (7.20) و (7.21). وبعدئذ انتقلنا إلى الاحداثيات الكروية، فإننا نحصل على:

$$\tau_L = \frac{9\pi}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{\hbar^4 v_{ac}^2 M}{c^2 a^3 K m^{*3/2}} \cdot T^{-1} E^{-1/2} = \frac{\tau_{0L}}{m^{*3/2}} \cdot T^{-1} E^{-1/2} \quad (7.22)$$

حيث أن  $\tau_{0L} = \frac{9\pi \hbar^4 v_{ac}^2 M}{4\sqrt{2} \cdot a^3 \cdot K \cdot c^2}$  و ثابت الشبكة. ويعطى

طول القفزة الحرة بالعلاقة:

$$L = \tau_L v = \frac{\sqrt{2} \tau_{0L}}{m^{*2}} T^{-1} \quad (7.23)$$

ينتج عن العلاقة (7.25) أن عدد الاصطدامات الحاصلة حتى  
 اصطدام مرفق بمنح طاقة فونون واحد يساوي  $(2N_q + 1)$  اصطداما .  
 تتحقق في درجات الحرارة المرتفعة، حيث  $\theta_0 \ll T$  أو  
 $\hbar\omega_0 \ll kT$ ، أي عندما تكون طاقة الفونون الضوئي  $\hbar\omega_0$   
 أصغر بكثير من طاقة الإلكترون  $kT$ ، تتحقق المتراجحة التالية

$$S_{op} = \frac{\Delta E}{E} = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{2(kT)^2} \ll 1 \quad (7.26)$$

ويمكن اعتبار التشتت مرنا . ويكون في هذه الحالة تغير الطاقة  
 لمعظم الإلكترونات أثناء امتصاص أو إصدار فونون ضوئي مهملا .  
 وبالتالي يمكن ادخال زمن الارتخاء  $\tau$ ، وتعيينه بالعلاقة (7.16).  
 ويبين الحساب أن زمن الارتخاء في حالة التشتت على الفونونات  
 الضوئية يعطى بالعلاقة :

$$\tau_{op} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{M a^3 (\hbar\omega_0)^2 \cdot E^{\frac{1}{2}}}{z^2 e^4 m^{* \frac{1}{2}} kT} \quad (7.27)$$

يعطى طول القفزة الحرة بالعلاقة :

$$l_{op} = \tau_{op} \cdot v = \frac{aM}{2\pi m^*} \left( \frac{\hbar\omega_0}{ze^2/a} \right)^2 \frac{E}{kT} \quad (7.28)$$

حيث أن  $M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  هي الكتلة المختزلة للأيونات و  $ze$   
 شحنة الأيون، و  $a$  المسافة بين الأيونات المختلفة الأكثر قربا  
 من بعضها .  
 وتتمكن الإلكترونات في درجات الحرارة المنخفضة، أي عندما  
 $\theta_0 \gg T$  أو  $\hbar\omega_0 \gg kT$ ، أن تمتص فقط الفونونات الضوئية،

ازاحة الأيونات في الخلية يحدث في حالة الاهتزازات الضوئية  
 في اتجاهين متعاكسين، فإن الشحنات المختلفة تولد حقولا كهربائية  
 تنتشر في البلورة على شكل أمواج سطحية . وتدعى الاهتزازات  
 الضوئية ذات الأمواج الطويلة "بالأمواج المستقطبة" . ويؤدي تبادل  
 تأثير حوامل الشحنة مع الأمواج المستقطبة الى تشتت هذه  
 الحوامل . ويكون دور الاهتزازات الطولية في التشتت أكبر بكثير  
 من الاهتزازات العرضية . ويؤدي كل اصطدام بين إلكترون وفونون  
 ضوئي الى ظهور فونون جديد أو اختفاء أحد الفونونات بطاقة  
 قدرها  $\hbar\omega_{op}$  . وبما أن تواتر الفونون الضوئي مستقل تقريبا عن  
 شبه الاندفاع  $\vec{q}$ ، فإن طاقة الإلكترون تتغير أثناء الصدم بنفس  
 القيمة زيادة أو نقصانا :

$$\pm \hbar\omega_{op} = \pm \hbar\omega_0 \quad (7.24)$$

حيث أن  $\omega_0$  هي القيمة العظمى للتواتر الزاوي للفرع الضوئي الطولي .  
 تعين الطاقة التي يمنحها حامل الشحنة للشبكة من أجل  
 اصطدام واحد، بجداء طاقة الفونون المتولد بالنسبة بين فضل  
 احتمالي الإصدار والامتصاص ومجموع هذين الاحتمالين . غير أن  
 احتمال امتصاص الفونون يتناسب وفقا للعلاقة (7.17) مع تركيز  
 الفونونات  $N_q$ ، واحتمال الإصدار يتناسب وفقا للعلاقة (7.18)  
 مع  $N_q + 1$  . وبالتالي فإن الطاقة التي يمنحها الإلكترون  
 للفونون تساوي :

$$\Delta E = \hbar\omega_0 \frac{w^-(\vec{k}, \vec{k}') - w^+(\vec{k}, \vec{k}')}{w^-(\vec{k}, \vec{k}') + w^+(\vec{k}, \vec{k}')} = \hbar\omega_0 \frac{(N_q + 1) - N_q}{(N_q + 1) + N_q} = \hbar\omega_0 \frac{1}{2N_q + 1} = \hbar\omega_0 \frac{\hbar\omega_0}{2kT} \quad (7.25)$$

$$\tau_{op} = \frac{3a^3 M}{2m^*} \left( \frac{\hbar \omega_0}{Ze^2} \right)^2 \cdot e^{\frac{\hbar \omega_0}{kT}} \sqrt{\frac{E}{kT}} \quad (7.11)$$

أن يتناسب مع الجذر التربيعي لطاقة حامل الشحنة.

8.4. دوال التوزيع اللامتوازنة.

لا بد عند تفسير ظواهر الحمل بمساعدة المعادلة الحركية لارتزامن من معرفة دالة التوزيع اللامتوازنة للالكترونات والثقوب (انظر الفقرة 1.4). ولذلك نورد هنا تعريف هذه الدالة من أجل شبه الموصل الفطري الواقع في حقل كهربائي أو مغناطيسي، وهو الموصل الذي يتمتع بتدرج لدرجات الحرارة.

تعطى طاقة الالكترونات لشح المالك لسطوح طاقة كروية العلاقة:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} \quad (8.1)$$

و تعطى سرعتها بالعلاقة:

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{\hbar}{m_n^*} k \quad (8.2)$$

تؤثر على الالكترون الذي يسقط عليه حقل كهربائي شدته  $\vec{E}$  حقل مغناطيسي تحريضه  $\vec{B}$  القوة:

$$\vec{F} = -e [\vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B})] \quad (8.3)$$

نأخذ معادلة الحركة (3.6) في الحالة المستقرة الشكل التالي:

$$(\vec{v} \cdot \nabla_r f) - \frac{e}{\hbar} [\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}] \cdot \nabla_k f = -\frac{\hbar(\vec{k})}{\tau_e} \quad (8.4)$$

بيث أن  $\tau_e$  هو زمن الارتخاء للالكترون،  $\vec{E} = -\nabla\psi$ ، و  $\psi$  الكمون

ونتيجة لذلك فان طاقتها ترتفع بشدة. وبما أن احتمال اصـدار الفونون (7.18) يفوق بـ  $\frac{N_q + 1}{N_q}$  مرة احتمال امتصاصه (7.17)، فان زمن بقاء الالكترون في وضعية الطاقة المرتفعة يكون صغيراً جداً. ويمكن أن نعتبر أن الالكترون يصدر مباشرة بعد امتصاصه للفونون فونونا آخر له نفس الطاقة. وهكذا يمكن النظر الى عملية التشتت بأنها عملية تبادل للفونونات، وبالتالي فان طاقة الالكترون تبقى ثابتة عملياً، غير أن اتجاه شبه اندفاعه يتغير بشدة. ويسمح ذلك باعتبار عملية التأثير المتبادل بين الالكترون والاهتزازات الضوئية للشبكة في درجات حرارة أخفض بكثير من درجة الحرارة المميزة  $\theta_0 = \frac{\hbar \omega_0}{k}$  على أنها تشتت مرن.

إذا أخذنا بالحسبان أن  $N_q$  في درجات الحرارة المنخفضة تعطى بالعلاقة:

$$N_q = \langle n \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega_0}{kT}} - 1} \approx e^{-\frac{\hbar \omega_0}{kT}} \quad (7.29)$$

فان حساب زمن الارتخاء بواسطة الصيغة (7.16) التي تقتصر على حالة امتصاص الفونون، يؤدي الى عبارة من الشكل:

$$\tau_{op} = \frac{3\sqrt{2} M a^3 \cdot (\hbar \omega_0)^{3/2}}{4\pi Z^2 \cdot e^4 \cdot m^{*1/2}} \cdot e^{\frac{\hbar \omega_0}{kT}} \quad (7.30)$$

وتبين هذه العبارة أن  $\tau_{op}$  لايتعلق بطاقة الالكترون، وانمايتعلق أسياً بدرجة الحرارة.

ويعين طول القفزة الحرة للالكترونات في حالة التشتت على الفونونات الضوئية وفي درجات الحرارة المنخفضة بالعلاقة:

سوف نعتبر أن دالة التوزيع اللامتوازنة  $f(\vec{k}) = f_0 + f_1(\vec{k})$  تختلف قليلا عن الدالة المتوازنة  $f_0$ . نستطيع عندئذ أن نستبدل في المعادلة (8.4)  $f_0$  بـ  $f$  في جميع المواضع ما عدا الحد الذي يحوي على الحقل المغناطيسي. وتعاد كتابة المعادلة (8.4) في هذه الحالة بالشكل:

$$(\vec{v} \cdot \nabla_r f_0) - \frac{e}{\hbar} (\vec{E} \cdot \nabla_k f_0) - \frac{e}{\hbar} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \nabla_k f = -\frac{f_1(\vec{k})}{\tau_e} \quad (8.5)$$

تتحقق في حالة الغاز الإلكتروني الفطري المساويات:

$$\frac{\partial f_0}{\partial E} = -\frac{1}{KT} \cdot e^{-(E-F)/KT} \quad (8.6)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial T} = \frac{E-F}{KT^2} \cdot e^{-(E-F)/KT} = \frac{F-E}{T} \frac{\partial f_0}{\partial E} \quad (8.7)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial F} = \frac{1}{KT} \cdot e^{-(E-F)/KT} = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \quad (8.8)$$

وبالتالي

$$\nabla_r f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial T} \nabla T + \frac{\partial f_0}{\partial F} \nabla F = \frac{\partial f_0}{\partial E} (F-E) \nabla T - \nabla F \quad (8.9)$$

$$\nabla_k f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial E} \frac{\hbar^2 \vec{k}}{m_n^*} = \hbar \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{v} \quad (8.10)$$

$$\begin{aligned} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \nabla_k f &= (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \nabla_k (f_0 + f_1) = \\ &= \hbar \frac{\partial f_0}{\partial E} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} + (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \nabla_k f_1 \end{aligned} \quad (8.11)$$

من أن

$$(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = (\vec{v} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{B} = 0$$

وبما أن

$$f_1(\vec{k}) = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}_n \cdot \vec{k} = -\frac{m_n^*}{\hbar^2} \frac{\partial f_0}{\partial E} (\vec{\chi}_n \cdot \vec{v}) \quad (8.12)$$

فإن

$$\begin{aligned} \nabla_k f_1 &= \\ &= -\nabla_k \left[ \frac{\partial f_0}{\partial E} (\vec{\chi}_n \cdot \vec{k}) \right] = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}_n \left[ \hbar^2 \vec{k}^2 \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{\chi}_n \right) \right] \vec{v} \end{aligned} \quad (8.13)$$

بندئذ يكون

$$\begin{aligned} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \nabla_k f - (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \nabla_k f_1 &= -\frac{\partial f_0}{\partial E} [(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{\chi}_n] = \\ &= -\frac{\partial f_0}{\partial E} [(\vec{B} \wedge \vec{\chi}_n) \cdot \vec{v}] \end{aligned} \quad (8.14)$$

ذلك لأن  $(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{\chi}_n = (\vec{B} \wedge \vec{\chi}_n) \cdot \vec{v}$

نحصل بعدئذ من المعادلة (8.5)، باستعمال المساويات

(8.9)، (8.10)، (8.14) و (8.8) على:

$$\begin{aligned} f_1(\vec{k}) &= -\frac{m_n^*}{\hbar} \frac{\partial f_0}{\partial E} (\vec{\chi}_n \cdot \vec{v}) = \\ &= -\tau \frac{\partial f_0}{\partial E} \left[ \frac{F-E}{T} \nabla T - \nabla(F - e\psi) + \frac{e}{\hbar} (\vec{B} \wedge \vec{\chi}_n) \right] \end{aligned} \quad (8.15)$$

وبالتالي يكون استنادا على (8.12):

$$\vec{\chi}_n = -\frac{\hbar}{m_n^*} \tau \left[ \frac{E-F}{T} \nabla T + \nabla(F - e\psi) - \frac{e}{\hbar} (\vec{B} \wedge \vec{\chi}_n) \right] \quad (8.16)$$

بما أن الطاقة  $E$  وسوية فرمي  $F$  للشحوب تعطيان بالمساواتين:

$$\vec{\chi}_n = -\frac{\hbar \tau_e}{m_n^*} \Lambda$$

$$\Lambda \left[ \frac{E-F \nabla T + \nabla(F-e\psi) + \frac{e\tau_e}{m_n^*} \left[ \vec{B} \left\{ \frac{E-F}{T} \nabla T + \nabla(F-e\psi) \right\} \right]}{1 + \left( \frac{e\tau_e}{m_n^*} \vec{B} \right)^2} + \frac{\left( \frac{e\tau_e}{m_n^*} \right)^2 \cdot \left[ \vec{B} \left\{ \frac{E-F}{T} \nabla T + \nabla(F-e\psi) \right\} \right] \cdot \vec{B}}{1 + \left( \frac{e\tau_e}{m_n^*} \vec{B} \right)^2} \right] \quad (8.16)$$

$$\vec{\chi}_p = -\frac{\hbar \tau_h}{m_p^*} \Lambda \left[ \frac{E'+E_g+F}{T} \nabla T - \nabla(F-e\psi) - \frac{e\tau_h}{m_p^*} \left[ \vec{B} \left\{ \frac{E'+E_g+F}{T} \nabla T - \nabla(F-e\psi) \right\} \right]}{1 + \left( \frac{e\tau_h}{m_p^*} \vec{B} \right)^2} + \frac{\left( \frac{e\tau_h}{m_p^*} \right)^2 \left[ \vec{B} \left\{ \frac{E'+E_g+F}{T} \nabla T - \nabla(F-e\psi) \right\} \right] \cdot \vec{B}}{1 + \left( \frac{e\tau_h}{m_p^*} \vec{B} \right)^2} \right] \quad (8.17)$$

١١.١ الناقلية النوعية لأشباه الموصلات

لقد قمنا في الفصل الأول بحساب الناقلية النوعية لأشباه الموصلات دون التعرض لتركيبه الطاقوي. وسنقوم في هذه الفقرة بحساب الناقلية النوعية لشح م مانح فطري في حالة انعدام درجة الحرارة ( $\nabla T = 0$ ) وانعدام الحقل المغناطيسي، ونفرض أن سطوح سوية الطاقة على شكل كرات. ونفرض أن شبه م

$$E' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_p^*} \quad (8.17)$$

$$F' = -E_g - F \quad (8.18)$$

حيث أن  $E_g$  عرض المنطقة المحظورة، فإن

$$\chi_p = -\frac{\hbar^2 \tau_h}{2m_p^*} \left[ \frac{E'+E_g+F}{T} \nabla T - \nabla(F-e\psi) + \frac{e}{\hbar} (\vec{B} \wedge \vec{\chi}_p) \right] \quad (8.19)$$

حيث أن  $\tau_h$  زمن الاوتخاء للشقوب.

يقود تعريف  $\chi_n$  و  $\chi_p$  من المعادلتين (8.16) و (8.19) الى حل المعادلة الشعاعية التي من الشكل:

$$\vec{\chi} = \vec{a} + (\vec{b} \wedge \vec{\chi}) \quad (8.20)$$

نضرب المعادلة (8.20) سلميا بالشعاع  $\vec{b}$ :

$$(\vec{b} \cdot \vec{\chi}) = (\vec{b} \cdot \vec{a}) + \vec{b} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{\chi}) = (\vec{b} \cdot \vec{a}) \quad (8.21)$$

نضرب أيضا المعادلة (8.20) شعاعيا ب  $\vec{b}$ :

$$(\vec{b} \wedge \vec{\chi}) = (\vec{b} \wedge \vec{a}) + [\vec{b} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{\chi})] = (\vec{b} \wedge \vec{a}) + \vec{b} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{\chi}) - \vec{\chi} (\vec{b} \cdot \vec{b}) =$$

$$= (\vec{b} \wedge \vec{a}) + \vec{b} (\vec{b} \cdot \vec{\chi}) - \vec{\chi} b^2 \quad (8.22)$$

عندئذ

$$\vec{\chi} = \vec{a} + (\vec{b} \wedge \vec{a}) + \vec{b} (\vec{b} \cdot \vec{\chi}) - \vec{\chi} b^2 \quad (8.23)$$

ومنه

$$\vec{\chi} = \frac{\vec{a} + (\vec{b} \wedge \vec{a}) + \vec{b} (\vec{b} \cdot \vec{\chi})}{1 + b^2} \quad (8.24)$$

إذا استخدمنا المعادلة (8.24)، فإن العبارتين (8.16) و (8.19) تكتبان على الشكل:



$$f_n(\vec{k}) = f_0 + f_1^{(n)}(\vec{k}) = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial E} (\chi_n \vec{k}) \quad (9.5)$$

ان حساب (9.4) مع العبارة (9.3) يعطي:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= -\frac{e}{4\pi^3} \int_{(V_B)} \vec{v}_n f_1^{(n)}(\vec{k}) d\tau_k + \frac{e}{4\pi^3} \int_{(V_B)} \vec{v}_p f_1^{(p)}(\vec{k}') d\tau_{k'} \\ &= \frac{e\hbar}{4\pi^3 m_n^*} \int_{(V_B)} \frac{\partial f_0}{\partial E} (\chi_n \vec{k}) \vec{k} d\tau_k - \\ &\quad - \frac{e\hbar}{4\pi^3 m_p^*} \int_{(V_B)} \frac{\partial f_{0p}}{\partial E'} (\chi_p \vec{k}') \vec{k}' d\tau_{k'} \quad (9.6) \end{aligned}$$

بما أن شرم متجانس، فإن  $\nabla_r f = 0$  ، ويكون في حالة غياب  
الدرجة الحرارة ( $\nabla T = 0$ ) ، فإنه استنادا الى (8.9) يكون  
 $\nabla F = 0$  (9.7)

عند وجود حقل كهربائي  $\vec{E} = -\nabla\psi$  وغياب الحقل  
المغناطيسي  $\vec{B} = 0$  ، فإننا نحصل من العلاقتين (8.25) و (8.26)  
الأخذ في الحسبان المساواة (9.7) ، على:

$$\vec{\chi}_n = -\frac{e\hbar \tau_e}{m_n^*} \vec{E} \quad (9.8)$$

$$\vec{\chi}_p = -\frac{e\hbar \tau_h}{m_p^*} \vec{E} \quad (9.9)$$

عبارة كثافة تيار الالكترونات، باستخدام (9.8) على الشكل:

$$\vec{j}_n = -\frac{e^2 \hbar^2}{4\pi^3 m_n^{*2}} \int_{(V_B)} \tau_e \frac{\partial f_0}{\partial E} (\vec{k} \cdot \vec{E}) \cdot \vec{k} d\tau_k \quad (9.10)$$

واقع في حقل كهربائي متجانس وثابت شدته  $\vec{E}$  .  
يكون عدد الالكترونات في عنصر الحجم  $d\tau_k$  من واحدة الحجم  
للبلورة وفقا للعلاقة (1.3) مساويا:

$$dn = f(\vec{k}) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \quad (9.1)$$

تتحرك هذه الالكترونات تحت تأثير الحقل الكهربائي بالسرعة  
 $\vec{v}$  ، لتشكل كثافة عنصرية للتيار  $d\vec{j}$  :

$$d\vec{j} = -e \vec{v} f(\vec{k}) \frac{d\tau_k}{4\pi^3} \quad (9.2)$$

إذا وُجد في شبه الموصل نوعان من حوامل الشحنة، فإن  
الكثافة الكلية للتيار تعطى بالعلاقة:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= \vec{j}_n + \vec{j}_p = \\ &= -\frac{e}{4\pi^3} \int_{(V_B)} \vec{v}_n f_n(\vec{k}) d\tau_k + \frac{e}{4\pi^3} \int_{(V_B)} \vec{v}_p \cdot f_p(\vec{k}') d\tau_{k'} \quad (9.3) \end{aligned}$$

حيث أن  $\vec{v}_n$  ،  $f_n(\vec{k})$  و  $\vec{v}_p$  هي سرعة ودالة  
التوزيع اللامتوازنة للالكترونات والثقوب على الترتيب. وينبغي  
أن يجري التكامل وفق منطقة بريليون ككل.

إذا وضعنا في العلاقة (9.3) دالة التوزيع المتوازنة  $f_0$  ، فإن

$$\vec{j} = \int_{(V_B)} \vec{v} \cdot f_0(\vec{k}) d\tau_k = 0 \quad (9.4)$$

ذلك لأن  $f_0(\vec{k})$  هي دالة زوجية، والمقدار  $\vec{v} \cdot f_0(\vec{k}) = \frac{\hbar}{m^*} \vec{k} f_0(\vec{k})$   
هو دالة فردية ويعطي الصفر عند التكامل في حدود متناظرة .  
وتعني العبارة (9.4) "عدم وجود تيار في المادة عندما تتوفر  
شروط التوازن الترموديناميكي".

إذا كانت دالة التوزيع اللامتوازنة على الشكل:

نعوض العبارة (9.16) في (9.15)، ونأخذ بعين الاعتبار أن

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad \text{، فنحصل على:}$$

$$\vec{j}_n = \frac{e^2 n}{m_n^*} \vec{E} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau_e e^{-\alpha} \alpha^{3/2} d\alpha \quad (9.17)$$

$$\langle \tau_e \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau_e e^{-\alpha} \alpha^{3/2} d\alpha \quad (9.18)$$

$$\vec{j}_n = \frac{en \langle \tau_e \rangle}{m_n^*} \vec{E} = en \mu_n \vec{E} = \sigma_n \vec{E} \quad (9.19)$$

$$\mu_n = \frac{e \langle \tau_e \rangle}{m_n^*} \quad (9.20)$$

$$\sigma = en \mu_n \quad (9.21)$$

مثل الناقلية النوعية المرتبطة بالالكترونات.

تعطى المركبة الثقبية لكثافة التيار بشكل مماثل:

$$\vec{j}_p = \frac{ep \langle \tau_h \rangle}{m_p^*} \vec{E} = ep \mu_p \vec{E} = \sigma_p \vec{E} \quad (9.22)$$

هنا  $\langle \tau_h \rangle$  هو الزمن الوسطي للارتخاء من أجل الثقوب:

$$\langle \tau_h \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau_h e^{-\alpha} \alpha^{3/2} d\alpha \quad (9.23)$$

$\mu_p$  الحركة الانسيابية للثقوب:

$$\mu_p = \frac{e \langle \tau_h \rangle}{m_p^*} \quad (9.24)$$

تعيين كمية الالكترونات في منطقة الناقلية عند حساب الطاقة ابتداء من قاع هذه المنطقة من أجل ش م الفطري، وفقا ل (5.6)

$$n = N_c e^{-(E_c - F)/kT} = N_c e^{F/kT} \quad (9.11)$$

وبما أن  $f_0 = e^{-(E-F)/kT}$  من أجل الحالة الفطرية، فإن

$$\frac{\partial f_0}{\partial E} = -\frac{1}{kT} e^{-(E-F)/kT} = -\frac{n}{kTN_c} e^{-E/kT} \quad (9.12)$$

نعوض المساواة (9.12) في (9.10)، فنحصل على:

$$\vec{j}_n = \frac{e^2 \hbar^2 n}{4\pi^3 m_n^* kT N_c} \int_{(V_B)} \tau_e e^{-E/kT} (\vec{k} \cdot \vec{E}) \vec{k} d\tau_k \quad (9.13)$$

إذا استخدمنا العلاقة التالية (المأخوذة من نظرية أش م):

$$\int F(\vec{k}) (\vec{a} \cdot \vec{k}) \vec{k} d\tau_k = \frac{4\pi}{3} \vec{a} \int_0^\infty F(\vec{k}) k^2 dk \quad (9.14)$$

استطعنا أن نكتب العبارة (9.13) على الشكل:

$$\vec{j}_n = \frac{e^2 \hbar^2 n \vec{E}}{4\pi m_n^* kT N_c} \cdot \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty \tau_e e^{-E/kT} k^4 dk \quad (9.15)$$

وإذا فرضنا أن  $\alpha = \frac{E}{kT}$ ، فإن

$$k^4 dk = \frac{(2m_n^* kT)^{5/2}}{2\hbar^5} \alpha^{3/2} d\alpha \quad (9.16)$$

و  $\sigma_p$  الناقلية النوعية المرتبطة بالثقوب:

$$\sigma_p = e p \mu_p \quad (9.25)$$

وبالتالي تعطى الكثافة الكلية للتيار في شبه الموصل الحاوي على نوعين من حوامل الشحنة بالعلاقة:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = (\sigma_n + \sigma_p) \vec{E} = \sigma \vec{E} \quad (9.26)$$

حيث أن  $\sigma = \sigma_n + \sigma_p$  الناقلية النوعية لشبه الموصل.

10.4. تأثير حركية حوامل الشحنة لدرجة الحرارة.

لكي نقوم بحساب حركية حوامل الشحنة لابد، وفقاً للعلاقتين (9.20) و (9.24)، من معرفة الزمن الوسطي للارتخاء. وتلعب آليات التشتت دوراً أساسياً في تحديد قيمة زمن الارتخاء، وبالتالي فإن الحركية تتعلق بدرجة الحرارة وفق قانونيات مختلفة وذلك حسب نوع اصطدامات حوامل الشحنة مع العيوب المختلفة الموجودة في الشبكة البلورية.

(أ) التشتت الشبكي:

يعطى زمن الارتخاء في أشباه الموصلات الذرية عندما يحصل تشتت حوامل الشحنة على الاهتزازات الصوتية للشبكة، بالعلاقة (وذلك وفقاً لـ (7.22):

$$\tau_l = \frac{\tau_{0l}}{m^{*3/2}} \cdot T^{-1} \cdot E^{-1/2} \quad (10.1)$$

ونجد وفقاً لـ (9.18):

$$\langle \tau \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\tau_{0l}}{m^{*3/2} k^{1/2}} T^{-3/2} \quad (10.2)$$

$$\mu_l = \frac{4e}{3\sqrt{\pi}} \frac{\tau_{0l}}{k^{1/2} m^{*5/2}} T^{-3/2} \quad (10.1)$$

يمكن التعبير عن الحركية بدلالة القفزة الحرة، وذلك باستخدام (7.23):

$$\mu_l = \frac{4e\ell}{3(2\pi m^* kT)^{1/2}} \quad (10.4)$$

ينتج عن العلاقة (10.3) أن حركية حوامل الشحنة في أشباه الموصلة عندما يحدث تشتت هذه الحوامل على الاهتزازات الحرارية الشبكة، تتناقص بارتفاع درجة الحرارة. إضافة إلى ذلك، فإن الحركية تتناسب عكساً مع الأس  $\frac{5}{2}$  للكتلة الفعالة لحامل الشحنة. وفي الواقع، تبين التجربة أن حركية الإلكترونات أكبر من حركية الثقوب، وأن هذه الحركية تكون كبيرة جداً في أشباه الموصلة الكتلة الفعالة الصغيرة لحوامل الشحنة (انظر الجدول 1-4). (أ) التشتت على الشوائب المتأينة:

تعطى تأخر زمن الارتخاء للطاقة، عندما يحصل التشتت على الشوائب المتأينة بالعلاقة (انظر العلاقة 5.16):

$$\tau_I = \frac{\sqrt{2} \epsilon^2 m^{*1/2} \cdot E^{3/2}}{\pi z^2 e^4 N_I \ln \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon E}{z e^2 N_I^{1/3}} \right)^2 \right]} \quad (10.5)$$

يمكن أن نضع، عند تبسيط العبارة السابقة، المضروب الساريتمي الذي يعد دالة بطيئة التغيير خارج التكامل، وذلك إذا وضعنا في هذا المضروب تلك القيمة للطاقة التي يبلغ من أجلها الجزء الموضوع خارج إشارة التكامل قيمة عظمى. وينبغي من

وتكتب الحركية عندما يحدث التشتت على الشوائب المتأينة

$$\mu_I = \frac{8\sqrt{2} \epsilon^2 k^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} z^2 e^3 N_I m^{*\frac{1}{2}} \ln\left[1 + \left(\frac{2\epsilon k T}{z e^2 N_I^{\frac{1}{2}}}\right)^2\right]} \quad (10.7)$$

ويمكن أن نعتبر في درجات الحرارة المرتفعة أن

$$\mu_I \approx \mu_{0I} T^{\frac{3}{2}} \quad (10.8)$$

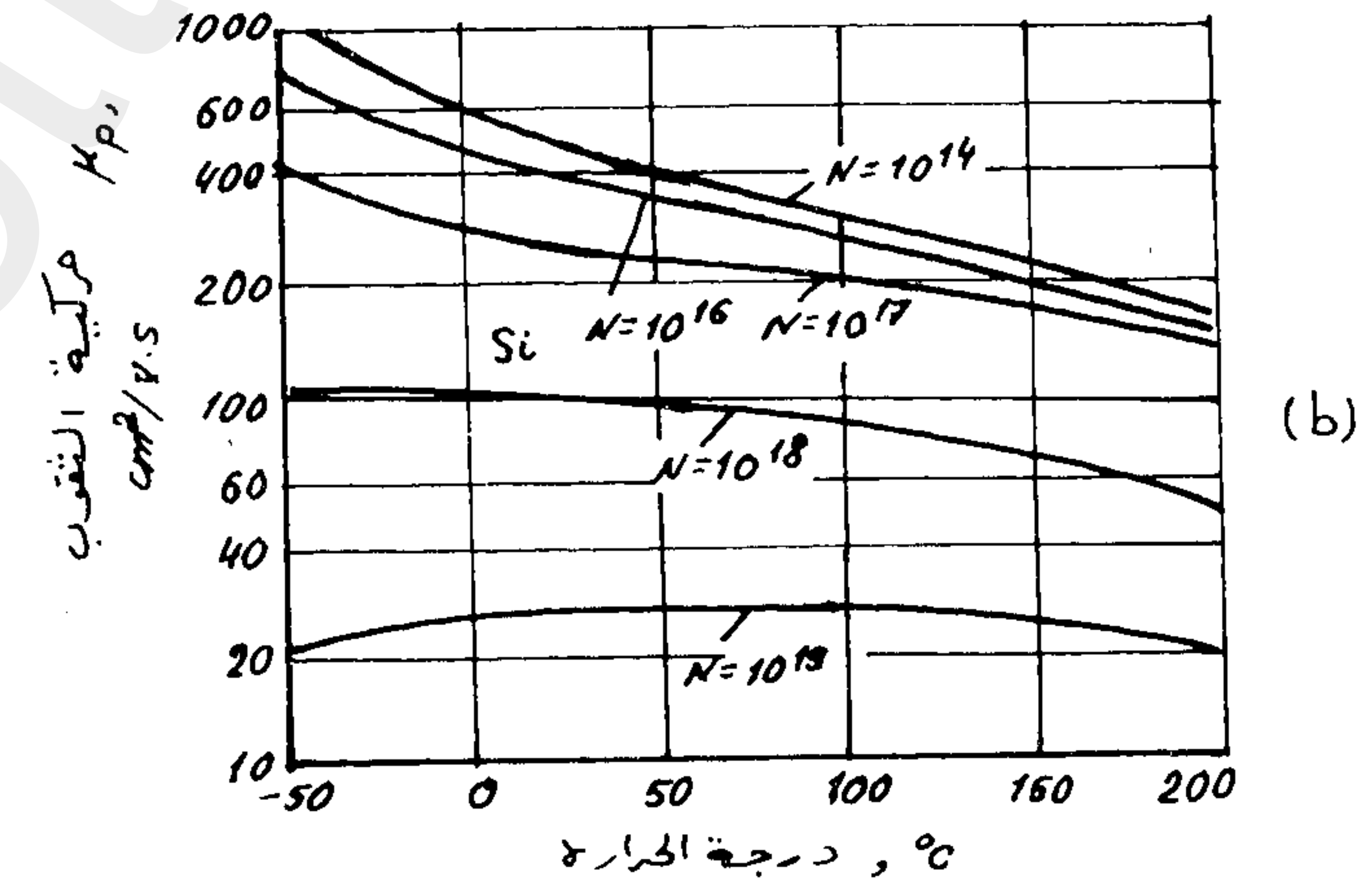
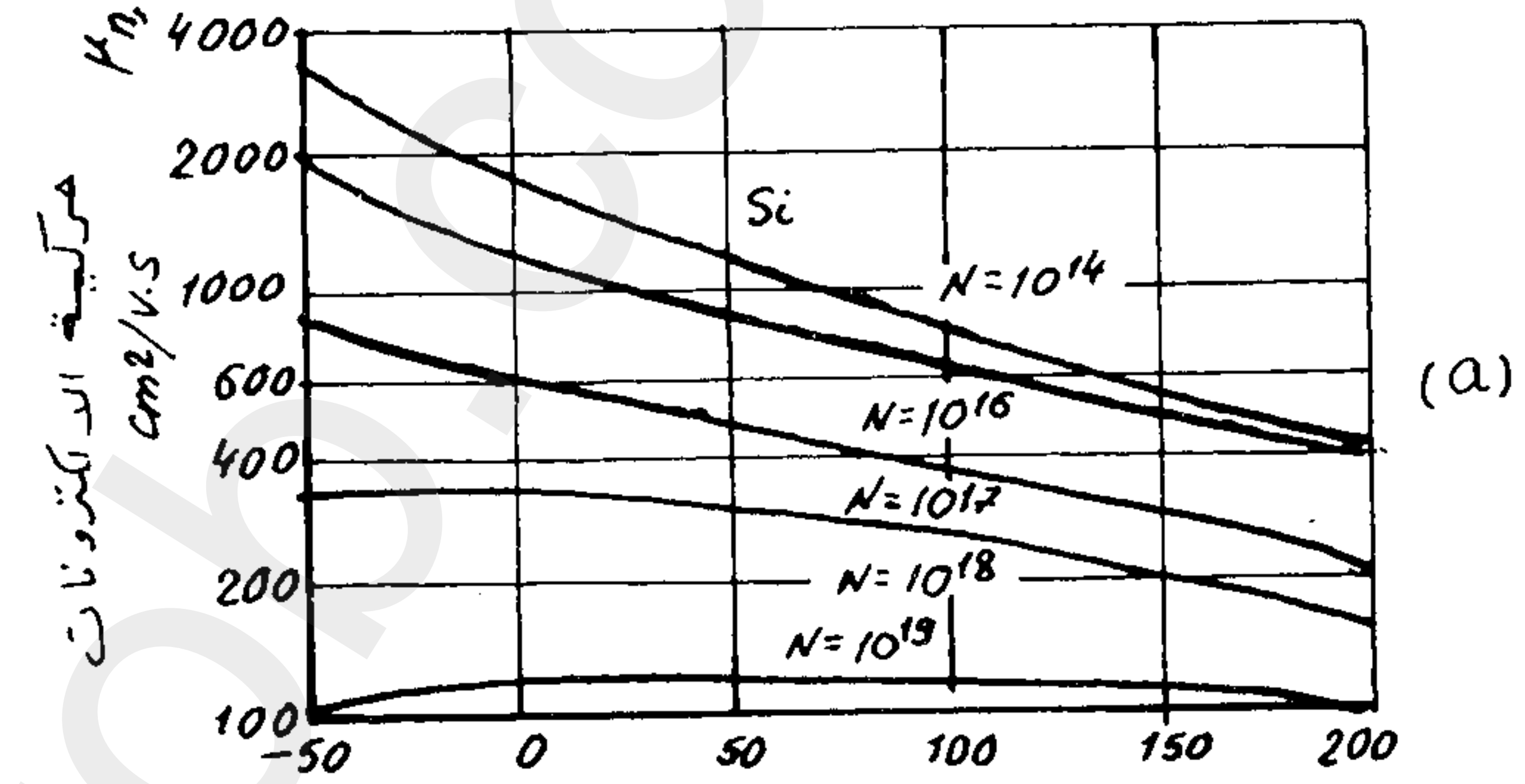
ينتج عن العلاقة (10.8) أن حركية حوامل الشحنة تتناقص مع انخفاض درجة الحرارة وذلك عندما يحصل التشتت على الشوائب المتأينة. ويفسر ذلك بأن السرعة الحرارية لحوامل الشحنة تزداد مع ارتفاع درجة الحرارة، ويؤدي ذلك إلى إضعاف التأثير المتبادل بين الحوامل والذرات المتأينة للشوائب لأن امتداد هذا التأثير يصغر. أضف إلى ما تقدم، فإن الحركية من أجل درجة حرارة معطاة تتناقص مع ازدياد تركيز الشوائب الذي يقوي عملية التشتت. ويتفق ما قلناه مع المعطيات التجريبية. ويعرض الشكل 4-8 على سبيل المثال، تابعة حركية الإلكترونات والثقوب لدرجة الحرارة في عينات من السيليكون الحاوي على تراكيز مختلفة للشائبة. (التشتت على الشوائب المعتدلة):

عندما يحصل التشتت على الشوائب المعتدلة، فإن زمن الارتخاء لا يتعلق، وفقاً لـ (6.1)، بدرجة الحرارة ولا بطاقة حامل الشحنة. وبحكم ذلك، لا تتعلق الحركية بشكل صريح بدرجة الحرارة. عندما يحصل التشتت على ذرات الشوائب المعتدلة:

$$\mu_A = \frac{e^2 m^*}{20 \epsilon h^3} \frac{1}{N_A} \quad (10.9)$$

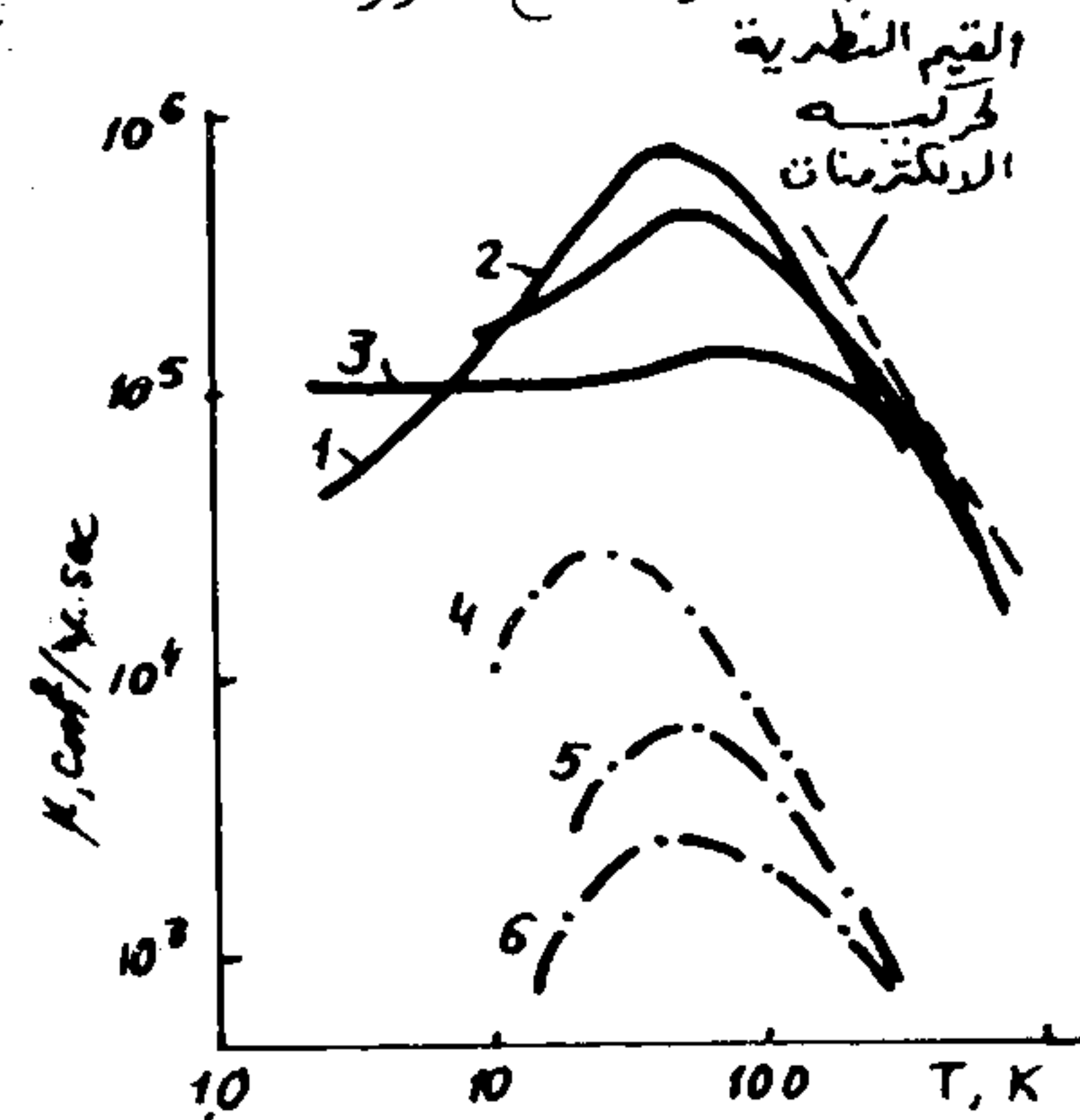
أجل ذلك جعل  $E = 3kT$ . وبالتالي يصبح الزمن الوسطي للارتخاء

$$\langle \tau_I \rangle = \frac{8\sqrt{2} \epsilon^2 k^{\frac{3}{2}} m^{*\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} z^2 e^4 N_I \ln\left[1 + \left(\frac{3\epsilon k T}{z e^2 N_I^{\frac{1}{2}}}\right)^2\right]} \quad (10.6)$$



الشكل 4-8 تابعة حركية الإلكترونات (a) والثقوب (b) الانسيابية لدرجة الحرارة في عينات من السيليكون الحاوي على تراكيز مختلفة للشائبة.

تحت تأثير الحقل الخارجي تتعلق بنوع آلية التشتت التي تلعب الدور المهيمن في مجال درجات الحرارة المعطاة. ويمكن أن يؤخذ في الحسبان من العبارة (10.13) في درجات الحرارة المنخفضة جداً، التشتت على ذرات الشوائب والانزياحات فقط. ويتناقص دور النوعين المذكورين للتشتت مع ارتفاع درجة الحرارة بالمقارنة مع التشتت على ايونات الشوائب. ويصبح دور التشتت على



الشكل 4-9 التوابع الحرارية لحركية الالكترونات والشقوق في انتموان الانديوم. 1-  $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  ، 2-  $n = 10^{15}$  ، 3-  $n = 10^{16}$  ، 4-  $p = 3 \cdot 10^{14}$  ، 5-  $p = 4 \cdot 10^{15}$  ، 6-  $p = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

الفونونات مهيمنة في درجات الحرارة المرتفعة. وبالتالي يمكن أن نعتبر أن الحركية المركبة تُعَيَّن بالتشتت على ايونات الشوائب والفونونات، ويكون وفقاً لـ (10.13)،  $\mu = (\mu_I^{-1} + \mu_L^{-1})^{-1}$ ، وتصبح التابعية الحرارية باستخدام العلاقتين (10.3) و (10.7) من الشكل:

$$\frac{1}{\mu} = a T^{-3/2} + b T^{3/2} \quad (10.14)$$

(د) التشتت على الانزياحات:

تعطى الحركية عندما يحصل التشتت على الانزياحات بالعلاقة:

$$\mu_D = \frac{e T^{1/2}}{2^{3/2} \pi^{1/2} k^{1/2} m^*^{1/2} R N_D} \quad (10.10)$$

(هـ) الآلية المعقدة للتشتت:

تخرق الدورية المثالية لحقل الشبكة البلورية في أش م الحقيقية نتيجة لاحتوائها على مختلف العيوب. وبحكم ذلك فإن آلية التشتت تحمل ميزات معقدة. وإذا اعتبرنا أن جميع آليات التشتت مستقلة عن بعضها، فإن الاحتمال الكلي للتشتت يساوي مجموع احتمالات التشتت على كل من مراكز التشتت، أي أن:

$$W(\vec{k}, \vec{k}') = \sum_i W_i(\vec{k}, \vec{k}') \quad (10.11)$$

يكون الزمن الكلي للتشتت  $\tau$  في هذه الحالة، وفقاً للعلاقة (3.12)، مساوياً:

$$\tau^{-1} = \frac{1}{4\pi^3} \int \sum_i W_i(\vec{k}, \vec{k}') (1 - \cos \theta) d\tau_{k'} = \sum_i \tau_i^{-1} \quad (10.12)$$

$$\tau = \left( \sum_i \tau_i^{-1} \right)^{-1} \quad (10.13)$$

ومن الطبيعي أن تتعلق مساهمة مختلف آليات التشتت في تحديد قيمة الزمن المجموعي للارتخاء بدرجة حرارة البلورة. ويتناقص دور بعض آليات التشتت ويزداد دور الأخرى بمقدار تغير طاقة حوامل الشحنة، وبالتالي فإن ميزات حركة حوامل الشحنة

غير أنه، كما ينتج من معطيات الجدول 1-4 فإن التابعية الحوارية للحركية في أغلب أش م أين يحصل التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة، لاتوافق القيمة النظرية للأس  $\frac{3}{2}$  لدرجة الحرارة. ويفسر عدم التطابق المذكور بوجود آليات أخرى للتشتت في أش م الحقيقية، كالتشتت على الاهتزازات الضوئية، والتشتت ثنائي الفونون، والتشتت على حوامل الشحنة.

(و) تابعية الناقلية النوعية لدرجة الحرارة:

يمكن التعبير عن الناقلية النوعية لشبه الموصل الذاتي بعد الأخذ بعين الاعتبار تابعية حركية وتركيز حوامل الشحنة لدرجة الحرارة بالشكل:

$$\sigma = en_i \mu_n + ep_i \mu_p = AT^{\frac{3}{2}+P} \cdot e^{-E_g/2kT} \quad (10.15)$$

ويلاحظ أن المضروب  $T^{\frac{3}{2}+P}$  يتغير ببطء أثناء تغيير درجة الحرارة، في الوقت الذي يتعلق فيه المضروب  $\exp(-\frac{E_g}{kT})$  بشدة بدرجة الحرارة وذلك إذا كان  $E_g \gg kT$ . وبالتالي يمكن أن نكتب من أجل درجات حرارة ليست مرتفعة جدا المساواة:

$$AT^{\frac{3}{2}+P} = \sigma_0 = \text{const} \quad (10.16)$$

ويمكن أيضا أن نكتب (10.15) بالشكل البسيط:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-E_g/kT} \quad (10.17)$$

ويمكن أن نلاحظ من الشكل b - 10-4 أن الناقلية الكهربائية لأشباه الموصلات المشوبة تعد ذاتية في درجات الحرارة المرتفعة.

حيث أن a و b قيمتان ثابتتان.

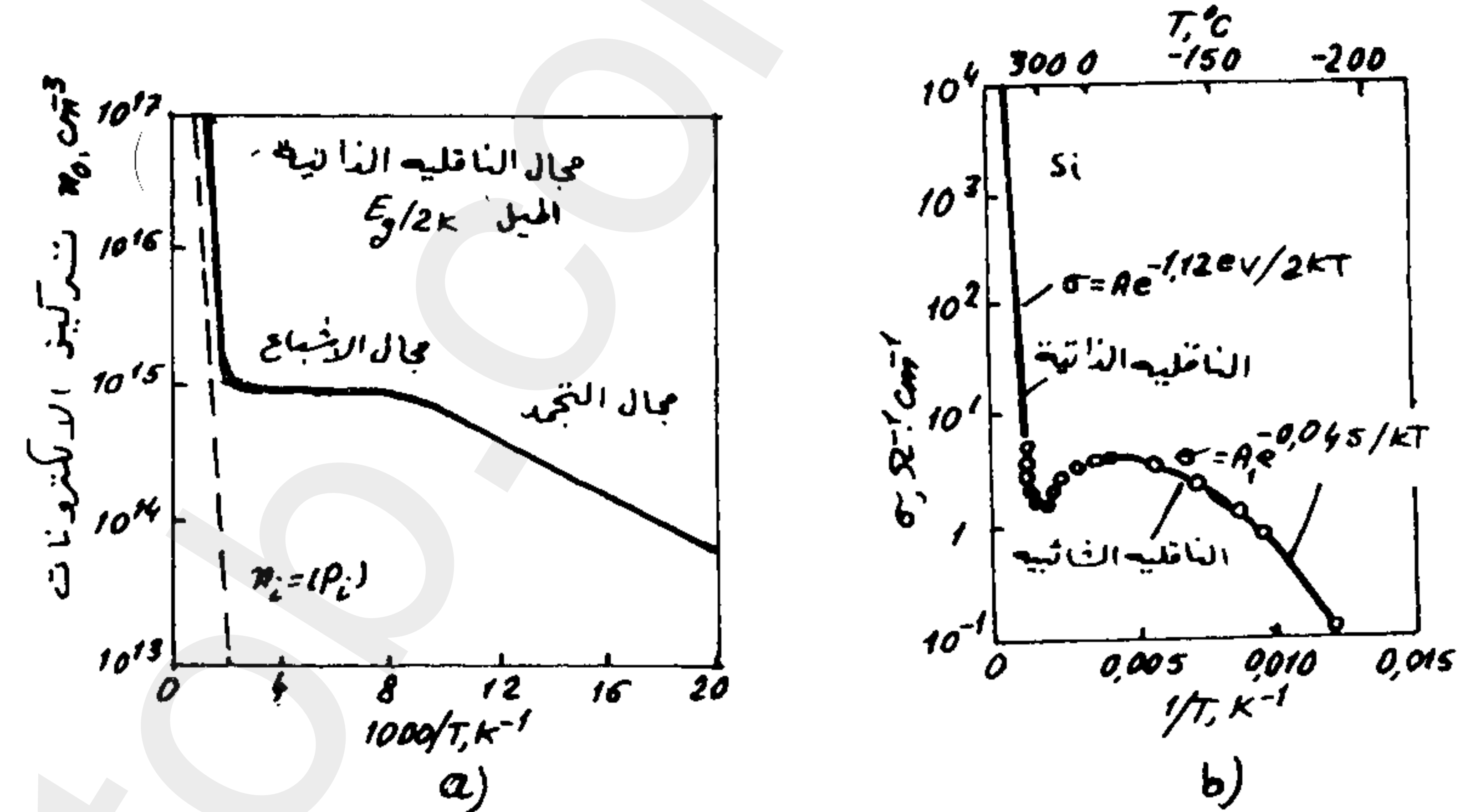
ينتج من العلاقة (10.14) أن حركية حوامل الشحنة في أش م الذرية تنمو طردا مع  $T^{\frac{3}{2}}$  إذا حصل التشتت على الشوارد المؤينة فقط، ومن ثم تبلغ نهاية عظمى لتتناقص بعد ذلك متناسبة مع  $T^{-\frac{3}{2}}$  إذا اعتبرنا أن التشتت يحصل على الفونونات الصوتية فقط.

ويلاحظ في الواقع التجريبي ذلك المسار لقيم الحركية بتابعية درجة الحرارة في أش م. ويعرض الشكل 9-4 على سبيل المثال تابعية حركيات الالكترونات والثقوب لدرجة الحرارة في انتموان الانديوم.

	حركية الالكترونات Cm <sup>2</sup> /V.sec		حركية الثقوب Cm <sup>2</sup> /V.sec		قيمة الأس P في التابعية الحرارية لحركية الشبكة		b = μ <sub>n</sub> /μ <sub>p</sub>	
	300°K	77°K	300°K	77°K	الكتر ثقوب	ثقوب	300°K	77°K
1	3900	37100	1900	43700	1,66	2,33	2	0,8
2	1500	45500	600	11600	2,5	2,7	2,5	3,9
3	78000	1200000	750	10000	1,6	2,1	100	120
4	33000	820000	460	690	1,2	2,3	70	120
5	4600	24000	150	1200	2,0	2,4	30	20
6	4000	6000	1400	3600	2,0	0,9	3	1,7
7	8500	21000	420	4200	1,0	2,1	20	5
8	110	500	75	420	1,5	1,5	1,5	1,2
9	200		420			1,8	0,2	

الجدول 1-4. المعطيات التجريبية لقيم حركيات الالكترونات والثقوب في أشباه الموصلات التالية: 1- Ge، 2- Si، 3- InSb، 4- InAs، 5- InP، 6- GaSb، 7- GaAs، 8- GaP، 9- AlSb.

وبما أن تركيز الحوامل الأساسية للشحنة في درجات الحرارة المنخفضة (في مجال انطفاء الشوائب) يبقى ثابتا (الشكل 4-10- a) فإن تغير الناقلية الكهربائية يحدث نتيجة لتغير حركية الشحنة بدرجة الحرارة.



الشكل 4-10- a) تابعة تركيز حوامل الشحنة (a) وتابعة الناقلية النوعية (b) لمقلوب درجة الحرارة في عينة من السيليكون الحاوي على شائبة مانحة تركيزها 10<sup>15</sup> سم<sup>-3</sup>.

ز) نايعة ثابت هول لآليات التشتت:

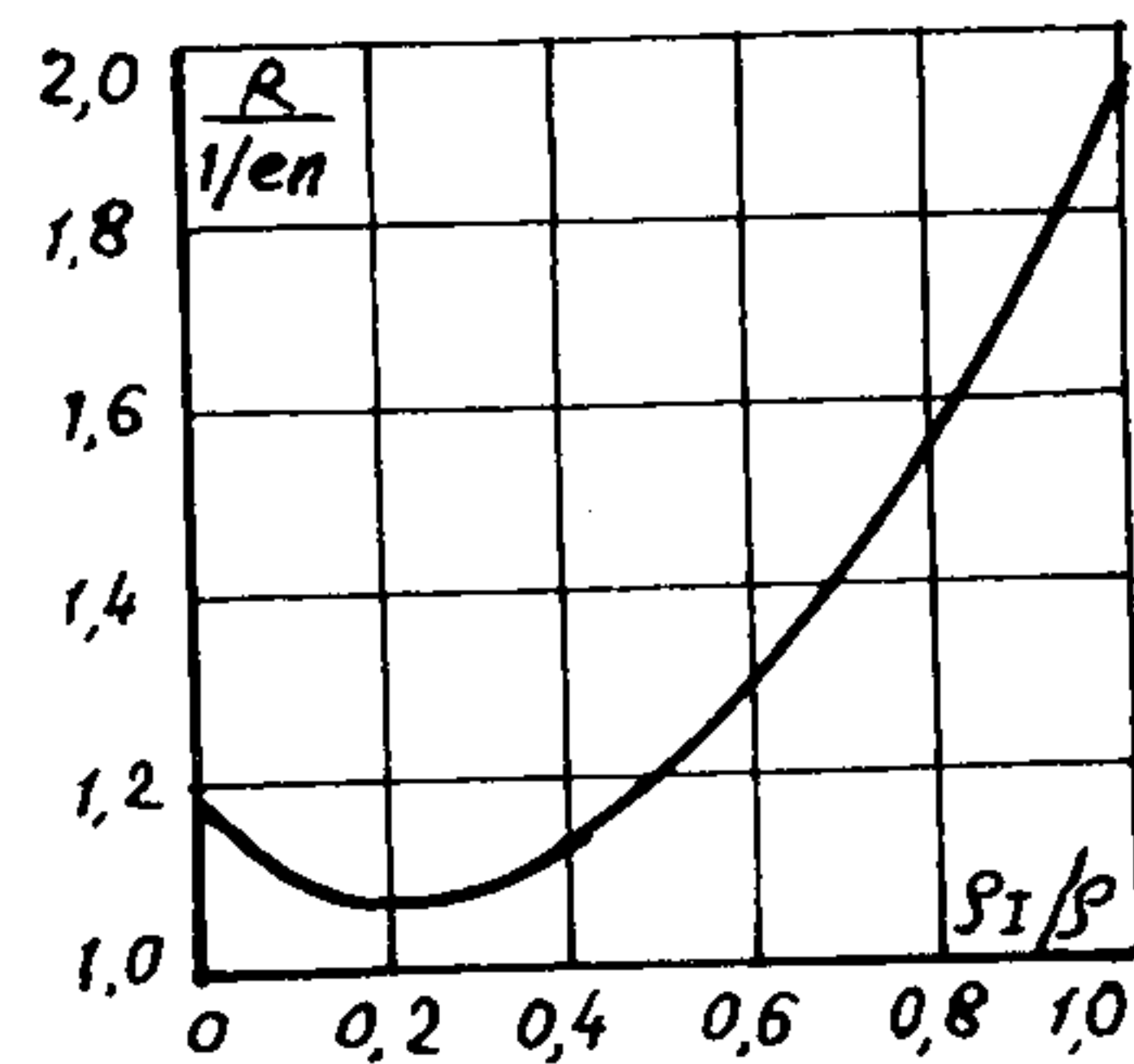
يتعلق ثابت هول  $R$  بالآليات التشتت وذلك لوجود المعامل

$r$  في عبارة  $R$  (انظر العلاقة 5.5- a ف. 1):

$$R = \frac{r}{e n_1} \cdot \frac{1 + \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{n_2}{n_1} \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2} \quad (10.18)$$

وتكون في حالة التشتت المرن (عندما  $k = k'$  و  $E = E'$ ) العلاقة التالية صحيحة من أجل أية آلية للتشتت:

عندما يلعب التشتت على الفونونات الصوتية الدور الأهم (



الشكل 4-11- a) تابعة  $r = \frac{R}{1/en}$  للنسبة  $\frac{p_1}{p}$ .

وتكون عبارة  $r = \frac{3\pi}{8}$  في الحالة التي يتواجد فيها التشتتات معا معقدة، ويعرض الشكل 4-11- a) تابعة  $r$  للنسبة بين المقاومة النوعية  $\rho_1$  لشبه موصل يحدث فيه التشتت على الأيونات الشائبة والمقاومة النوعية الكلية  $\rho$  في حالة التشتت على الأيونات والفونونات.

11.4. الناقلية الكهربائية لأشباه الموصلات في حقل كهربائي

مستد

لقد فرضنا عند استخراج المعادلة الحركية، أن زمن الارتخاء  $\tau$  لا يتعلق بالحقل الكهربائي. وبيننا بعدئذ، استنادا إلى المعادلة الحركية لشبه الموصل الفطري المتمتع بسطوح كرويية الطاقة المتساوية، أن كثافة التيار تخضع لقانون أوم، أي أنها متناسبة طرديا مع شدة الحقل الكهربائي:

$$\vec{j} = e n \mu_0 \vec{E} = \sigma_0 \vec{E} \quad (11.1)$$

حيث أن  $\mu_0$  و  $\sigma_0$  الحركية والناقلية في الحقول الضعيفة.

وفي الواقع، يكتسب الإلكترون الذي يخضع لتأثير حقل كهربائي شدته  $\vec{E}$ ، أثناء قفزته الحرة طاقة مساوية  $e \mathcal{E} L$ ، ويعطي الإلكترون أثناء اصطدامه مع فونون صوتي الطاقة للشبكة البلورية، ويدخل معها في حالة التوازن

الحراري. ولكن من الممكن أثناء الاصطدام مع الفونون أن يعطي  
الالكترون طاقة للفونون أو أن يكتسب منه طاقة. لنفرض أن تغير  
طاقة الالكترون نتيجة لذلك مساوية لـ  $\Delta E$ .

إذا أحصينا من العدد الكلي للاصطدامات تلك التي تحدث  
مرفوقة بمنح الطاقة للفونون، فإن عدد الاصطدامات الحاصلة لكي يحدث  
مثل هذا الاصطدام يكون مساويا، وفقا للعلاقة (7.25)، القيمة  
( $2N_q + 1$ ) اصطداما. وبالتالي فإن الفقدان النسبي لطاقة  
الالكترون أثناء الاصطدام يساوي  $\delta$ :

$$\delta = \frac{\Delta E}{KT} = \frac{\hbar \omega_q}{KT} \cdot \frac{1}{2N_q + 1} = \frac{\hbar \omega_q}{KT} \cdot \frac{e \hbar \omega_q}{2KT} \quad (11.2)$$

وهكذا يكون تغير الطاقة للالكترون أثناء الاصطدام مع  
الفونون مساويا  $\Delta E = KTS$ . ويعد الاصطدام مرنا إذا كانت  
الطاقة التي يكتسبها الالكترون أثناء قفزته الحرة  $e \epsilon l$  أصغر  
بكثير من الطاقة  $\Delta E$  التي يفقدها وسطيا أثناء الاصطدام مع  
الشبكة:

$$\frac{e \epsilon l}{\Delta E} \ll 1$$

وهذا يعني أن قانون أوم يمكن أن يتحقق عندما

$$(11.3)$$

$$e \epsilon l \ll KTS$$

أو

$$\epsilon \ll \frac{KT}{e l} \delta \quad (11.4)$$

ويبقى ضمن هذا الشرط توزع السرع لحوامل الشحنة مماثلا تقريبا  
للتوزع الماكسويلي في درجة حرارة مساوية لحرارة الشبكة، ويضاف  
الى الحركة العشوائية للحوامل في هذه الحالة الحركة الانسيابية  
البطيئة الناتجة عن تأثير الحقل الكهربائي الخارجي الضعيف.

$$\frac{r_p}{r_n} = \frac{\langle \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_n^2 \rangle} = 1 \quad (10.19)$$

أي أن  $r_p = r_n = r$ . نعين قيمة  $r$  من أجل بعض آليات  
التشتت: عندما يحصل التشتت على الاهتزازات الصوتية للشبكة  
يكون زمن الارتخاء مساويا:

$$\tau_l = \frac{\tau_{0l}}{m_n^{*3/2}} T^{-1} E^{1/2} = \frac{\tau_{0l}}{m_n^{*3/2} k^{1/2} T^{3/2}} \alpha^{1/2} \quad (10.20)$$

حيث أن

$$\tau_{0l} = \frac{9\pi \hbar^4 v^2 M}{4\sqrt{2} a^3 k c^3} \quad \text{و} \quad E = kT\alpha \quad (10.21)$$

ونجد استنادا الى (9.18) والى القيمة الوسطية لمربع زمن الارتخاء:

$$\langle \tau_e^2 \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau_e^2 e^{-\alpha} \alpha^{3/2} d\alpha \quad (10.22)$$

أن

$$r = r_n = \frac{\langle \tau_e \rangle^2}{\langle \tau_e^2 \rangle} = \frac{3\pi}{8} \quad (10.23)$$

ونجد أن قيمة  $r$  في حالة التشتت على ايونات الشوائب

مساوية:

$$r = 1,93 \quad (10.24)$$

بما أن تشتت حوامل الشحنة يتعلق بدرجة الحرارة، ينبغي  
علينا أثناء حساب ثابت هول في درجات الحرارة المنخفضة  
عندما تكون المساهمة العظمى للتشتت على شوارد الشوائب، أن  
نضع  $r = 1,93$ . ويكون من أجل درجات الحرارة المرتفعة



وتكون عندئذ السرعة الانسياقية لحامل الشحنة  $v$  أصغر بكثير من السرعة الحرارية  $v_0$ ، أي أن،  
(11.5)  $v \ll v_0$

يخرق قانون أوم في الحقول الكهربائية الشديدة. ويمكن أن يحدث ذلك لسببين، أولاً: تصبح السرعة الانسياقية لحامل الشحنة مساوية تقريباً للسرعة الحرارية، وينعكس ذلك على عملية التشتت، ويبدو هذا في تغير زمن الارتخاء، وبالتالي في تغير الحركة  $\mu$ . ولا بد هنا من ادخال مفهوم "تسخين" الغاز الإلكتروني-الثقبي "ومفعول غانا". ثانياً: يمكن للحقول الكهربائية الشديدة أن تغير تركيز حوامل الشحنة، ويرتبط هذا التغير بعدة أسباب نذكر منها "التأين الصدمي"، "ومفعول زينر"، "والتأين الكهرساكني".

ندرس الناقلية الكهربائية لشم في حقل كهربائي شديد. لاتفلح حوامل الشحنة أثناء اصطدامها مع الفونونات الصوتية في الحقول الكهربائية الشديدة (عندما لا يتحقق الشرط (11.5) في اتمام عملية منح الطاقة المكتسبة من الحقل لهذه الفونونات. وتكون النتيجة زيادة في الطاقة الوسطية للغاز الإلكتروني-الثقبي أو مانسميه "تسخين الغاز". وتؤدي الزيادة في طاقة حوامل الشحنة الى زيادة سرعتها، أي الى نقصان زمن القفزة الحرة، وبالتالي زيادة احتمال تشتت حوامل الشحنة على الاهتزازات الحرارية للشبكة. ويستمر بحكم ذلك نمو طاقة حامل الشحنة مع زيادة شدة الحقل الى تلك الوضعية التي تصبح فيها عملية تبادل التأثير الإلكتروني فونونية في حالة الاستقرار أي أن الطاقة التي يكتسبها حامل الشحنة من الحقل خلال واحدة الزمن  $e \mathcal{E} v$  مساوية للطاقة التي يخسرها ذلك الحامل خلال واحدة الزمن بنتيجة الاصطدام  $\frac{\Delta E}{\tau} = \frac{K T \delta}{\tau}$

$$e \mathcal{E} v = \delta \frac{K T}{\tau} \quad (11.6)$$

ولا يتعلق زمن القفزة الحرة  $l$  أثناء التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة، وفقاً للعلاقة (7.19)، بالطاقة وبالتالي فإن زمن القفزة الحرة:  $\tau = \frac{l}{v_0}$ . غير أن السرعة الانسياقية لحامل الشحنة، وفقاً للعلاقة (11.6) تساوي:

$$v = \frac{\delta K T}{e \mathcal{E} \tau} = \frac{\delta K T v_0}{e \mathcal{E} l} \quad (11.7)$$

وتعطي السرعة الانسياقية في نفس الوقت بالعلاقة:

$$v = \frac{e \tau}{m^*} \mathcal{E} = \frac{e l}{m^* v_0} \mathcal{E} \quad (11.8)$$

وتنتج عن مقارنة العلاقتين (11.7) و (11.8) المساواة:

$$(e \mathcal{E} l)^2 = 2 \delta K T \frac{m^* v_0^2}{2} \quad (11.9)$$

وبما أن  $\frac{1}{2} m^* v_0^2 = K T$ ، نحصل من (11.9) على الشدة الحرة للحقل:

$$\mathcal{E}_c = \frac{K T}{e l} (2 \delta)^{1/2} \quad (11.10)$$

أي الشدة التي يبدأ من أجلها تسخين الغاز الإلكتروني-الثقبي. ويلاحظ من (11.10) أن القيمة الحدية للحقل تتناقص بانخفاض درجة الحرارة. ويتفق ذلك مع المعطيات التجريبية الواردة في منحنيات الشكل 12-4.

إذا تحققت المساواتان (11.7) و (11.10) فاننا نحصل على:

$$v = \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2} \left[ \frac{2e\epsilon l}{m^*(2\delta)^{1/2}} \right]^{1/2} = \left[ \frac{e l}{m^*} \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2} \right]^{1/2} \cdot \epsilon^{1/2} \quad (11.14)$$

وهكذا فان السرعة الانسيابية لحامل الشحنة تتناسب فـي الحقول الكهربائية الشديدة، أي في الحقول التي تكون شدتها أكبر من القيمة الحرجة

$$\epsilon > \frac{kT}{e l} (2\delta)^{1/2} \quad \text{أو} \quad \epsilon > \epsilon_{cr} \quad (11.15)$$

$$v \sim \epsilon^{1/2} \quad (11.16)$$

بينما تكون تابعة زمن الارتخاء من الشكل :

$$\tau = \frac{l}{v_0 + v} \sim \epsilon^{-1/2} \quad (11.17)$$

ينتج مما تقدم أن

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} = \mu_0 \epsilon^{-1/2} \quad (11.18)$$

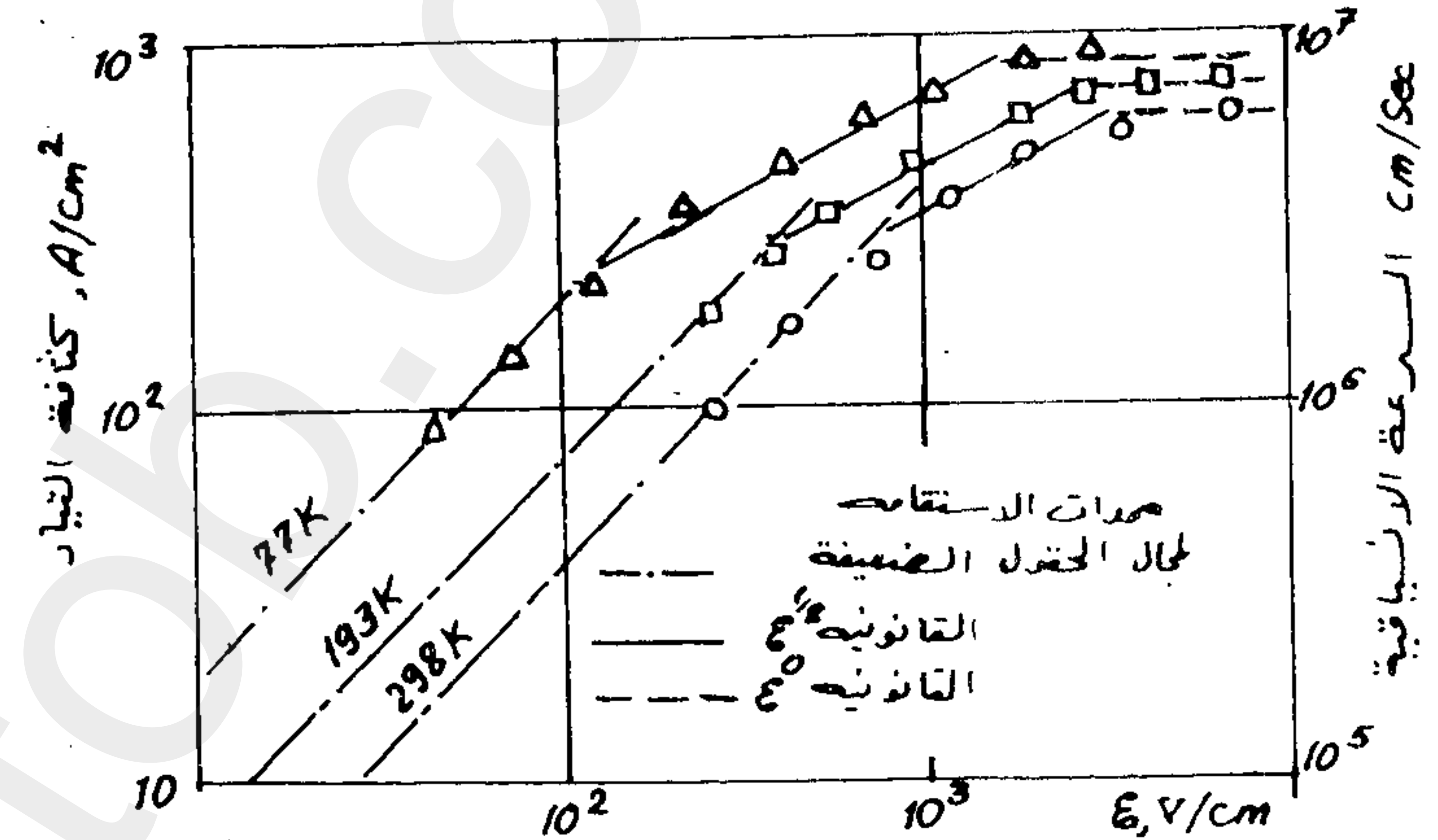
$$\sigma = en\mu_n = \sigma_0 \epsilon^{-1/2}, \quad j = \sigma \epsilon = \delta_0 \epsilon^{-1/2} \quad (11.19)$$

تفيد العلاقتان الأخيرتان أن قانون أوم لا يتحقق في الحقول التي تفوق شدتها الشدة الحرجة ( $\epsilon_{cr} < \epsilon$ ). فمثلا يبدأ الانحراف عن الناقلية الأومية لمادة الجرمانيوم في درجة حرارة الغرفة من أجل شدة تساوي تقريبا  $700 \text{ V/cm}$  (الشكل 4-12).

تصبح امكانية التشتت على الاهتزازات الضوئية وارادة فـي حالة الحقول الكهربائية الأقوى حيث تزداد طاقة حوامل الشحنة،

$$v = \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2} \cdot v_0 \quad (11.11)$$

وهكذا فان عملية تسخين الغاز الالكتروني-الثقبي يمكنها أن تتواجد عندما تصبح السرعة الاضافية التي يكتسبها حامل الشحنة من الحقل الكهربائي قريبة من سرعته الحرارية.



الشكل 4-12 تابعة كثافة التيار لشدة الحقل الكهربائي في Ge من النوع-n.

يمكن استنادا الى (11.9)، أن نحدد طاقة حامل الشحنة بدلالة السرعة الحرارية :

$$\left(\frac{m v_0^2}{2}\right)^2 = \frac{(e\epsilon l)^2}{2\delta} \quad (11.12)$$

ومنه

$$v_0 = \left[ \frac{2e\epsilon l}{m^*(2\delta)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (11.13)$$

نعوض (11.13) في (11.11) فنحصل على

$$j_s = (en v_s) = en \left( \frac{\hbar \omega_0}{m^*} \right)^{1/2} \quad (11.25)$$

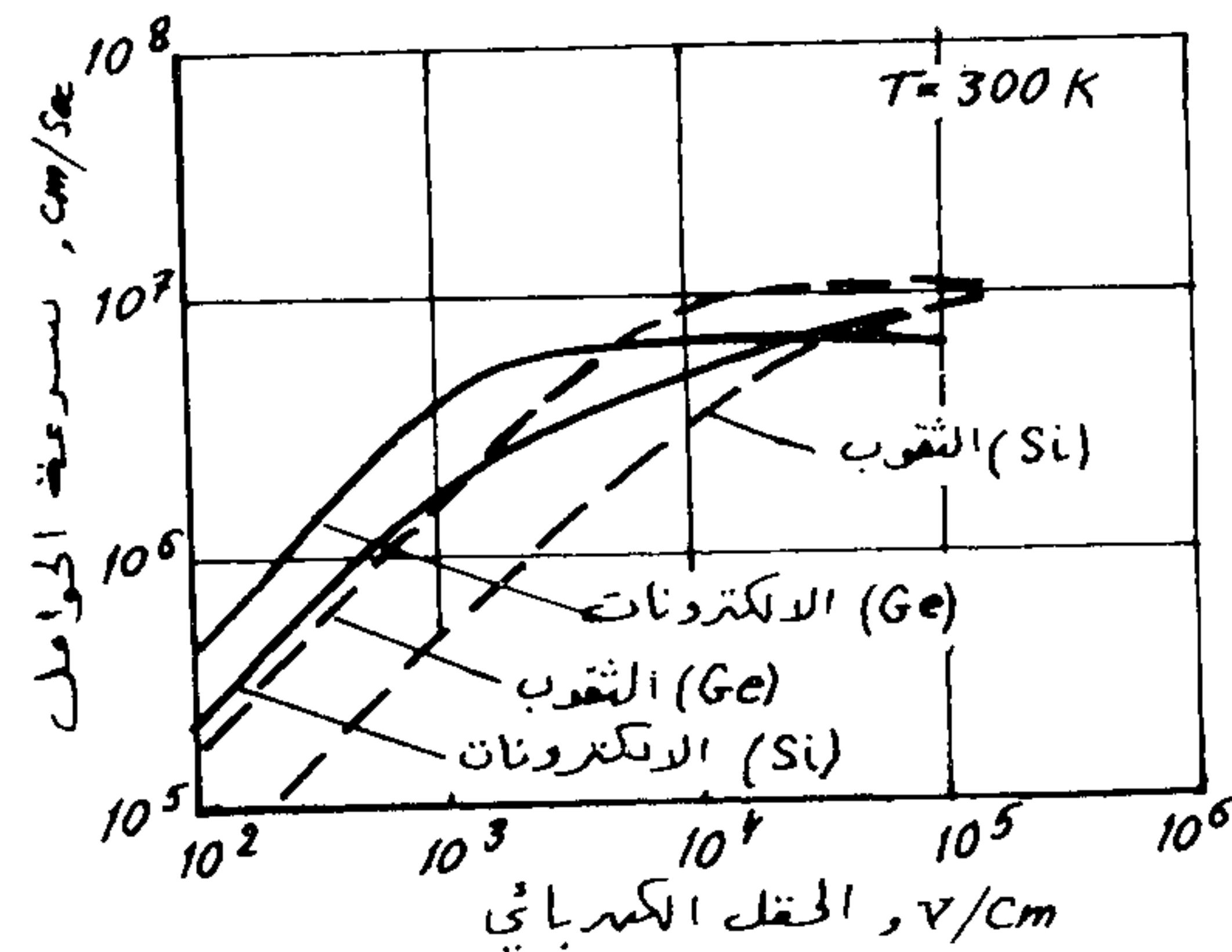
وهذا يعني أن

$$\sigma = \frac{j_s}{\mathcal{E}} = \sigma_0 \mathcal{E}^{-1} \quad (11.26)$$

ينتج عن العلاقتين (11.22) و (11.23) أن زيادة شدة الحقل الكهربائي إلى القيمة  $\mathcal{E}'_{cr}$ :

$$\mathcal{E}'_{cr} = \frac{v_0}{e l} \left( m^* \hbar \omega_0 \right)^{1/2} \frac{\hbar \omega_0}{e k T} \quad (11.27)$$

تؤدي في البلورات التكافؤية إلى حلول تيار الأشباع، وبالتالي إلى حلول السرعة الانسيابية للأشباع. وتتوقف شدة التيار والسرعة



الشكل 13-4 تابعة سرعة حامل الشحنة لشدة الحقل الكهربائي في الجرمانيوم والسيليكون النقيين.

الانسيابية عن تابعيتهما للحقل من أجل قيم لهذا الأخير  $\mathcal{E}'_{cr} < \mathcal{E}$  ويبين الحساب أن حالة أشباع التيار والسرعة الانسيابية تنشأ

وتتغير في هذه الحالة طاقة حامل الشحنة أثناء اصطدامه بالفونون الضوئي بالمقدار  $\hbar \omega_0$ ، وينمو فقدان الطاقة بسرعة. وتسود بالنتيجة حالة مستقرة جديدة، وذلك عندما تتساوى الطاقة  $e \mathcal{E} v_s$  التي يكتسبها حامل الشحنة من الحقل في واحدة الزمن مع الطاقة  $\frac{\Delta E}{\tau}$  التي يفقدها هذا الحامل خلال واحدة الزمن أيضا:

$$e \mathcal{E} v_s = \frac{\Delta E}{\tau} \quad (11.20)$$

غير أن الطاقة التي يفقدها حامل الشحنة من أجل اصطدام واحد تساوي وفقا للعلاقة (11.2)  $\Delta E$ :

$$\Delta E = \hbar \omega_0 \left( \frac{\hbar \omega_0}{2 k T} \right) \quad (11.21)$$

وبالتالي فإن

$$e \mathcal{E} v_s = \frac{v_0}{l} \hbar \omega_0 \left( \frac{\hbar \omega_0}{2 k T} \right) \quad (11.22)$$

إذا أخذنا من العلاقة (11.8) شدة الحقل الكهربائي  $\mathcal{E}$  وبدلناها في العبارة (11.22)، لوجدنا أن السرعة الانسيابية لحامل الشحنة:

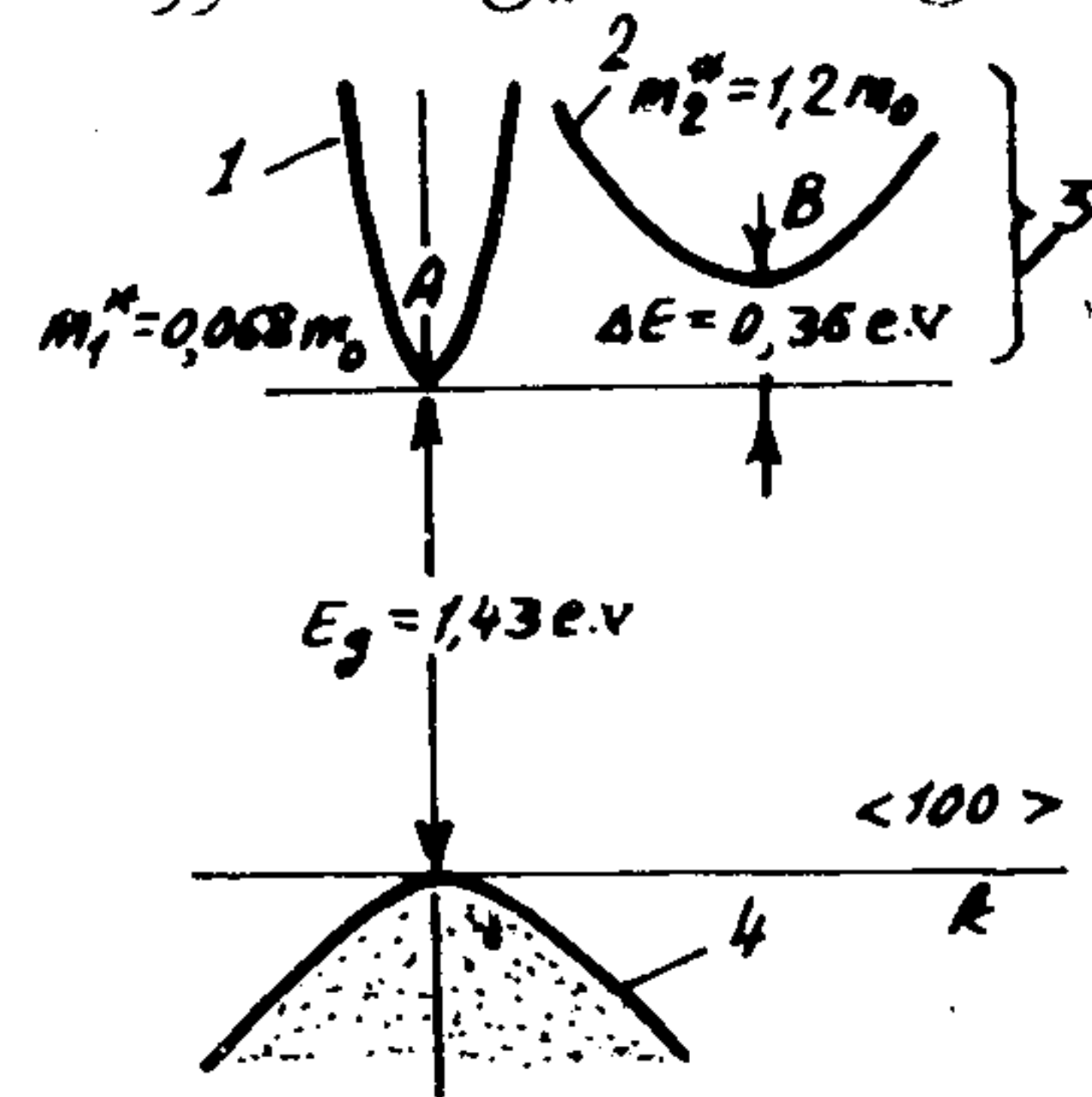
$$v_s = \left( \frac{\hbar \omega_0}{m^*} \right) \left( \frac{\hbar \omega_0}{2 k T} \right) \quad (11.23)$$

وتعطي القيمة الحدية للسرعة الانسيابية بالعلاقة:

$$v_s = \left( \frac{\hbar \omega_0}{m^*} \right)^{1/2} \quad (11.24)$$

وهكذا تسعى كثافة التيار الذي يجري في العينة إلى قيمة أشباع محددة:

صغرى أخرى. ويدعى مثل هذا التشتت "بالتشتت بين الوديان". ويمكن لتشتت حوامل الشحنة بين الوديان أن يؤدي في شروط معينة الى نشوء اهتزازات للتيار بتواتر من رتبة  $10^{10}$  هرتز، وذلك عند تسليط حقل كهربائي ثابت وشديد على شبه موصل متجانس. ويدعى هذا المفعول "بمفعول غانا"، وقد لوحظ لأول مرة في  $GaAs$ . يعرض الشكل 4-14 التركيب الطاقى لزونيخ الغاليوم في اتجاه المحور  $[100]$ . والذي يعيننا هنا وجود نهايتين صغيرتين  $A$  و  $B$  مفصولتين بمسافة طاقية مقدارها  $\Delta E = 0,36 \text{ eV}$ ، وتختلف قيمتا الكتلتين الفعالتين للالكترونات في هاتين



الشكل 4-14 المخطط الطاقى لمنطقتي زونيخ الغاليوم  $GaAs$  من النوع  $n$  في اتجاه المحور  $[100]$ . 1- النهاية الصغرى الدنيا  $A$ ، 2- النهاية الصغرى العليا  $B$  3- منطقة الناقلية 4- منطقة التكافؤ.

النهايتين. وتتواجد الالكترونات الخفيفة ذات الكتلة الفعالة  $m_1^* = 0,068 m_0$  في مجال النهاية الصغرى الدنيا  $A$ ، وتملك حركية مرتفعة  $\mu_1 \approx 4000-8000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$ ، بينما تتواجد الالكترونات الثقيلة  $m_2^* = 1,2 m_0$  في مجال النهاية الصغرى العليا، وتملك حركية منخفضة  $\mu_2 \approx 100 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$ . وتكون

من أجل قيم للحقول من رتبة  $6 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$  وتكون  $v \approx 10^7 \text{ cm/sec}$ . ويتفق ذلك مع المعطيات التجريبية الواردة على الشكل 4-13، أين تُعَرَضُ تابعة سرعة الالكترونات والثقوب لشدة الحقل الكهربائي في الجرمانيوم والسيليكون النقيين. وتفيد هذه المعطيات بأن قانون أوم يمكن تطبيقه في حالة الحقول الضعيفة فقط. وتصبح شدة التيار ابتداء من القيمة الحرجة لشدة الحقل التي تتعلق بدورها بدرجة الحرارة، تصبح متناسبة مع  $\epsilon^{1/2}$ . وتتوقف هذه التابعة في حالة الحقول الشديدة جدا.

يسود التشتت على الاهتزازات الضوئية في البلورات القطبية من أجل قيم أقل لطاقة حوامل الشحنة. وتتناقص الحركية بزيادة الحقل كما هو الحال في أشم التكافؤية، عندما تكون طاقة الالكترون  $E \gg \hbar \omega_0$ . بينما يحدث في حالة الحقول الشديدة جدا أي عندما تكون طاقة الالكترون  $E \ll \hbar \omega_0$ ، نمو سريع للحركية والسرعة الانسيابية بدلا من تناقص الحركية ووصول السرعة الانسيابية الى حالة الاشباع في البلورات التكافؤية، وتزداد قيمة طاقة حامل الشحنة. وتدعى هذه الظاهرة "بتسابق حوامل الشحنة".

#### 12.4 . مفعول غانا

يوجد كما هو معلوم - العديد من أشباه الموصلات التي تملك منطقة الناقلية فيها أكثر من نهاية صغرى وحيدة. ويمكن، في مثل هذه المواد، للالكترون الذي يملك شعاعا موجيا  $\vec{k}$  موافقا لأحدى النهايات الصغرى أن يظهر بعد التشتت بشعاع موجي جديد  $\vec{k}'$ ، ينتسب الى نهاية صغرى أخرى. ويحدث نتيجة لهذا التشتت عملية قذف للالكترون من إحدى نهايات منطقة الناقلية الى نهاية

وتتمو هذه الكثافة خطيا مع زيادة شدة الحقل حتى تصل هذه الشدة الى قيمة حرجة  $\mathcal{E}_a$  (الشكل 4-16):

$$j = e n_0 \mu_1 \mathcal{E} \quad (12.1)$$

ترتفع طاقة الالكترونات مع ازدياد شدة الحقل الكهربائي، ويحدث بالنتيجة تشتت للالكترونات على الفونونات الضوئية، مما يجعل عبور الالكترونات الى الوادي العلوي  $B$  ممكنا (الشكل 4-15 - b) أين تملك هذه الالكترونات حركية منخفضة وكتلة فعالة ثقيلة وكثافة كبيرة للحالات (نهاية صغرى عريضة)، ويصبح التركيز الكلي للالكترونات  $n_0$  مساويا  $n_0 = n_1 + n_2$ . وهكذا يتواجد في مجال قيم للحقل تتراوح من  $\mathcal{E}_a$  الى  $\mathcal{E}_b$  (الشكل 4-16 - 4) مكان تنخفض فيه حركية الالكترونات، وينتج عنه انخفاض في كثافة التيار، ويتفق ذلك مع ظهور جزء هابط في منحنى الخواص الفولتو-أسبيرية.

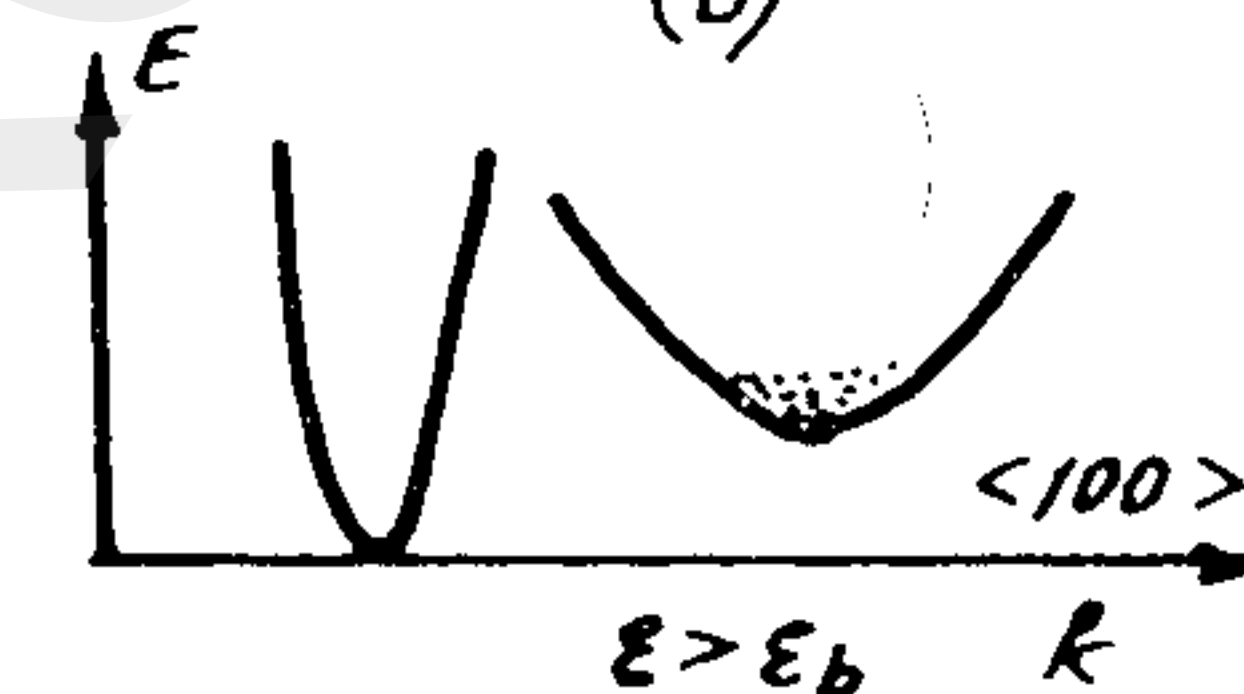
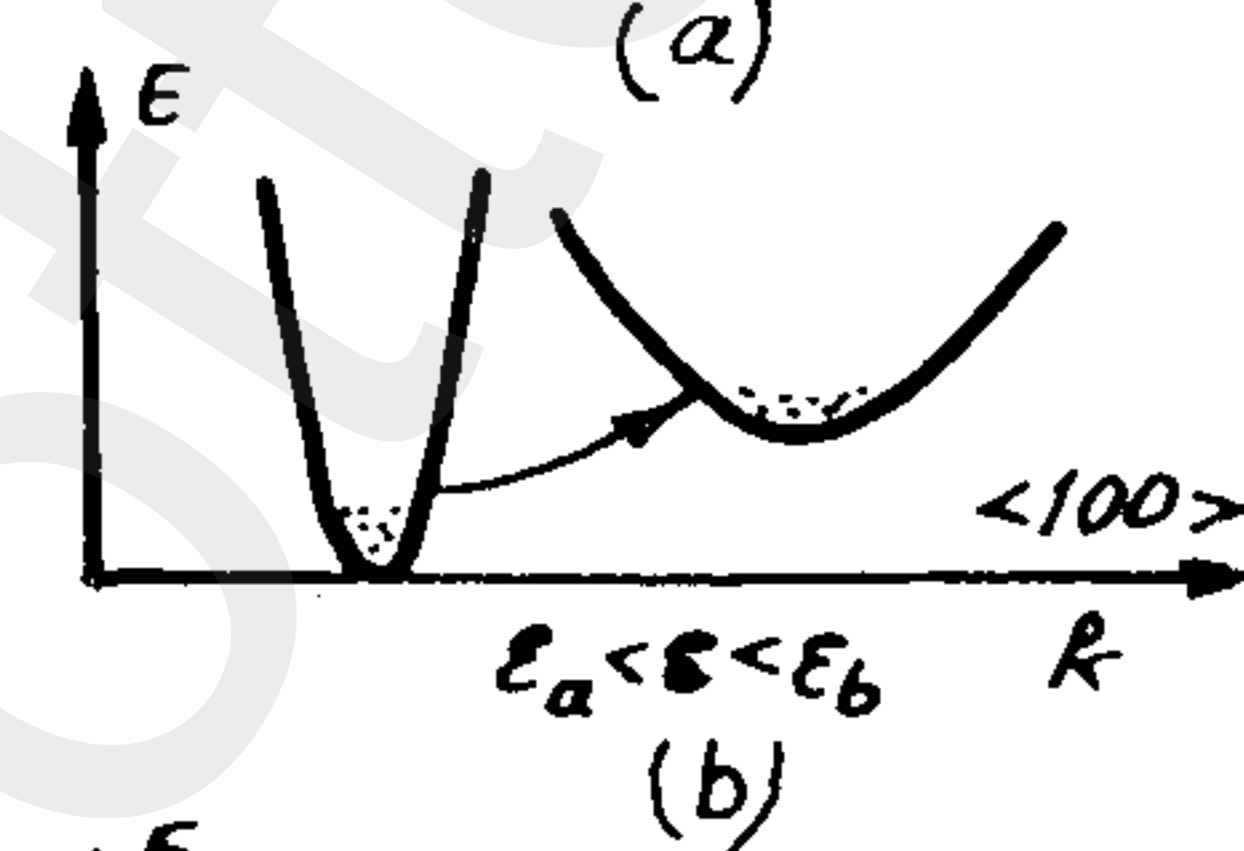
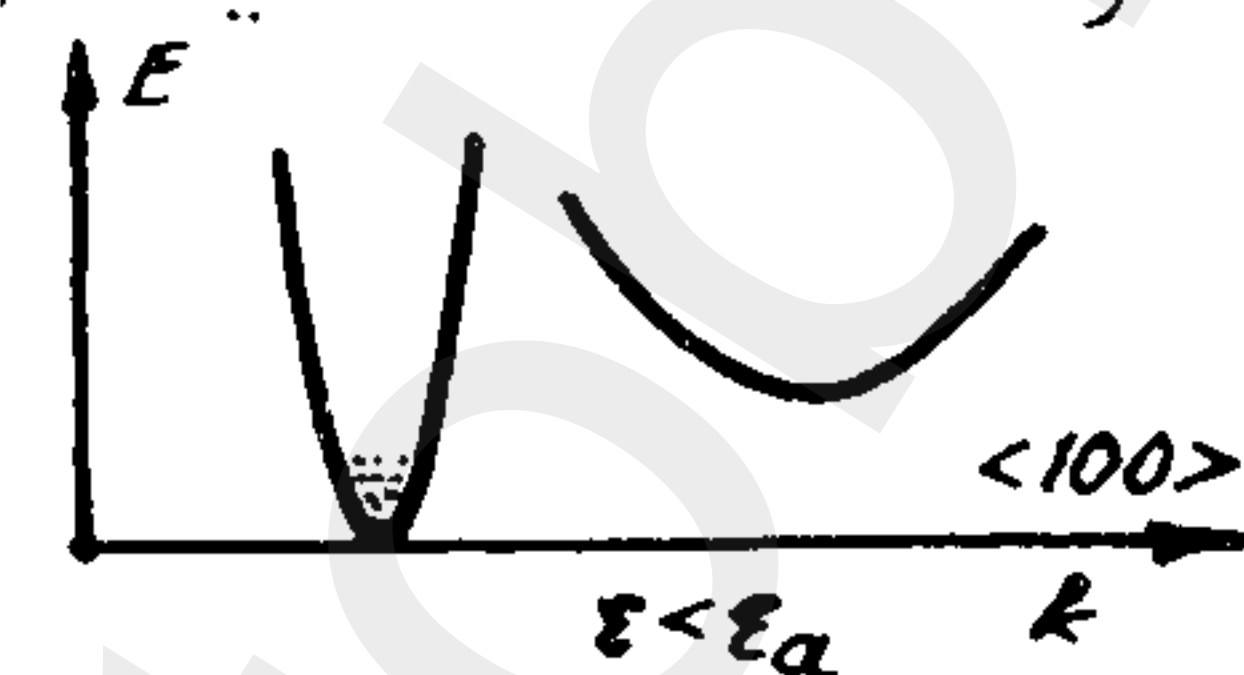
تقع جميع الالكترونات من أجل قيم للحقل  $\mathcal{E} < \mathcal{E}_b$  في الوادي العلوي  $n_2 = n_0$ ، ويصبح  $n_1 = 0$  (الشكل 4-15 - c)، وتعطى كثافة التيار بالعلاقة:

$$j = e n_0 \mu_2 \mathcal{E} \quad (12.2)$$

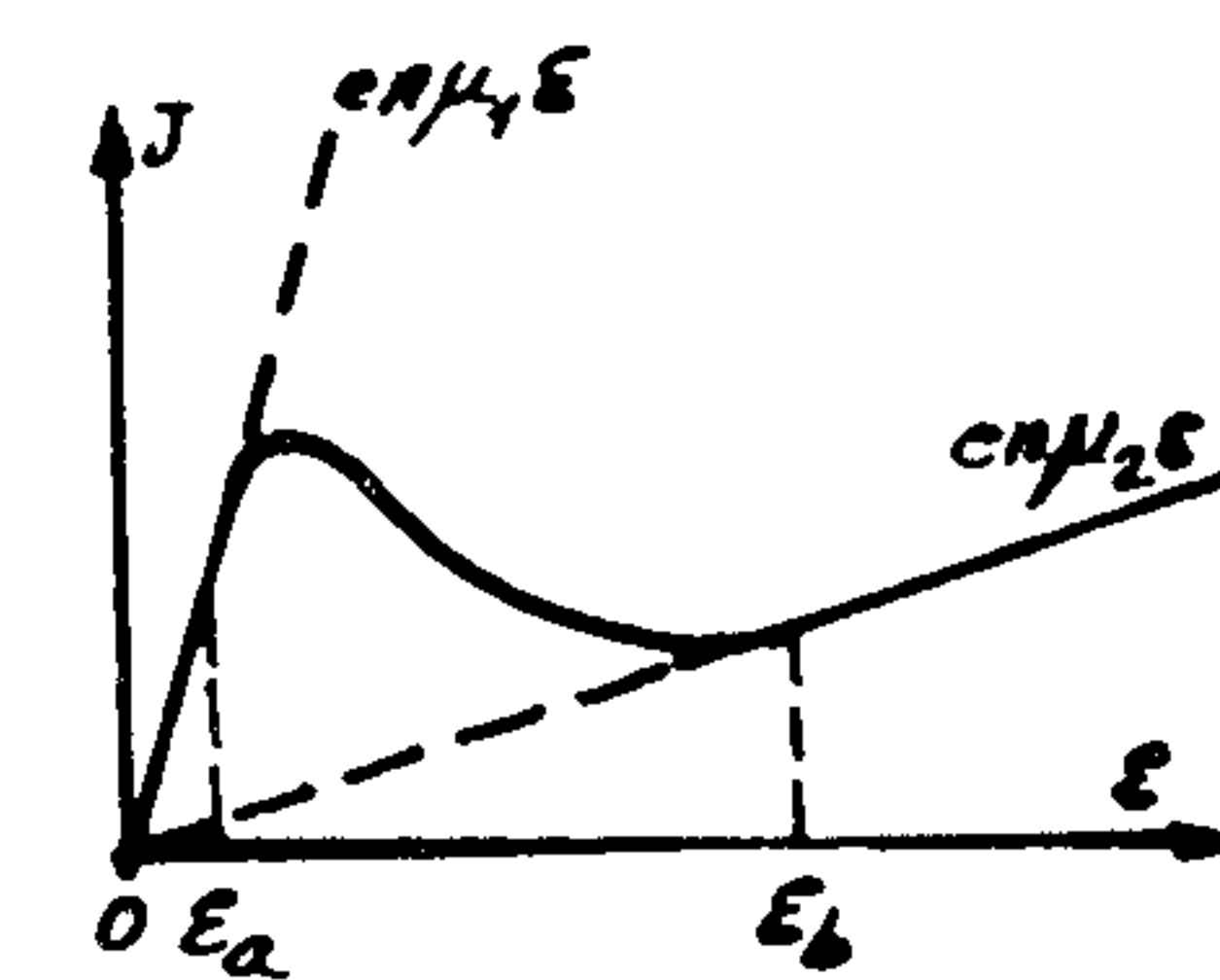
ندرس بالتفصيل هذه الآلية غير المستقرة. لنفرض أن حقلا كهربائيا مسلطا على عينة طولها  $L$ . ان قيمة هذا الحقل تكون ابنة تقريبا على طول العينة فيما اذا كان شبه الموصل متجانسا. ولكن اذا وجد في العينة عدم تجانس موضعي يتميز بمقاومة مرتفعة ان شدة الحقل الكهربائي في ذلك المكان تزداد بعض الشيء. التالي فان القيمة الحرجة للحقل  $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_c$  تنشأ في

كثافة الحالات في الوادي العلوي أكبر ب 70 مرة من الكثافة في الوادي السفلي.

تكون الالكترونات، من أجل الحقول الكهربائية الخارجية الضعيفة، في حالة توازن ترموديناميكي مع الشبكة ذات درجة الحرارة  $T$ . وبما أن طاقة الالكترون أصغر بكثير من المسافة الطاقية  $\Delta E$  ( $kT \ll \Delta E$ )، فان الالكترونات تشغل بشكل أساسي السويات الطاقية في الوادي السفلي لمنطقة الناقلية (الشكل 4-15 - a)، أين تتمتع هذه الالكترونات بحركية مرتفعة وكتلة فعالة خفيفة وكثافة قليلة للحالات. وتحدد كثافة التيار



الشكل 4-15 - c) توزيع الالكترونات من أجل قيم مختلفة لشدة الحقل الكهربائي الخارجي.



الشكل 4-16 - ا) تبعية كثافة التيار لشدة الحقل الكهربائي في أشباه الموصلات ذات النهايتين الصغيرتين.

- في هذه الحالة بتركيز الالكترونات في الوادي السفلي  $n_1 = n_0$ .
- (يكون التركيز  $n_2$  في الوادي العلوي معدوما)، وبحركيتها  $\mu_1$ .

لشحنة حجمية سالبة . ويحدث العكس الى اليمين من منطقة الالكترونات الثقيلة، أين تبتعد الالكترونات الخفيفة نحو الأمام، مما يسبب فقرا في تركيز الالكترونات، ويتشكل بالتالي مجال لشحنة حجمية موجبة . وهكذا يظهر على منحنى توزيع الالكترونات الى جانبي مجال الحقل الكهربائي الشديد جزء فقير بالالكترونات بتركيز قدره  $n_0 > n$  يوافق الجبهة الأمامية للدومين، وجزء غني بالالكترونات بتركيز قدره  $n_0 < n$  يوافق الواجهة الخلفية للدومين (الشكل 4-17 - b).

بما أن شدة الحقل الكهربائي داخل الدومين مرتفعة، فإن سرعة حركة الالكترونات داخله تكون كبيرة، ويحدث العكس خارج الدومين لانخفاض الشديد في شدة الحقل. وتسود حالة الاستقرار بعد فترة زمنية معينة، حيث تصبح سرعة حركة الدومين  $v_d$  مساوية للسرعة الانسيابية للالكترونات خارج الدومين  $v_b$ ، أي أن:

$$v_d = v_b \quad (12.3)$$

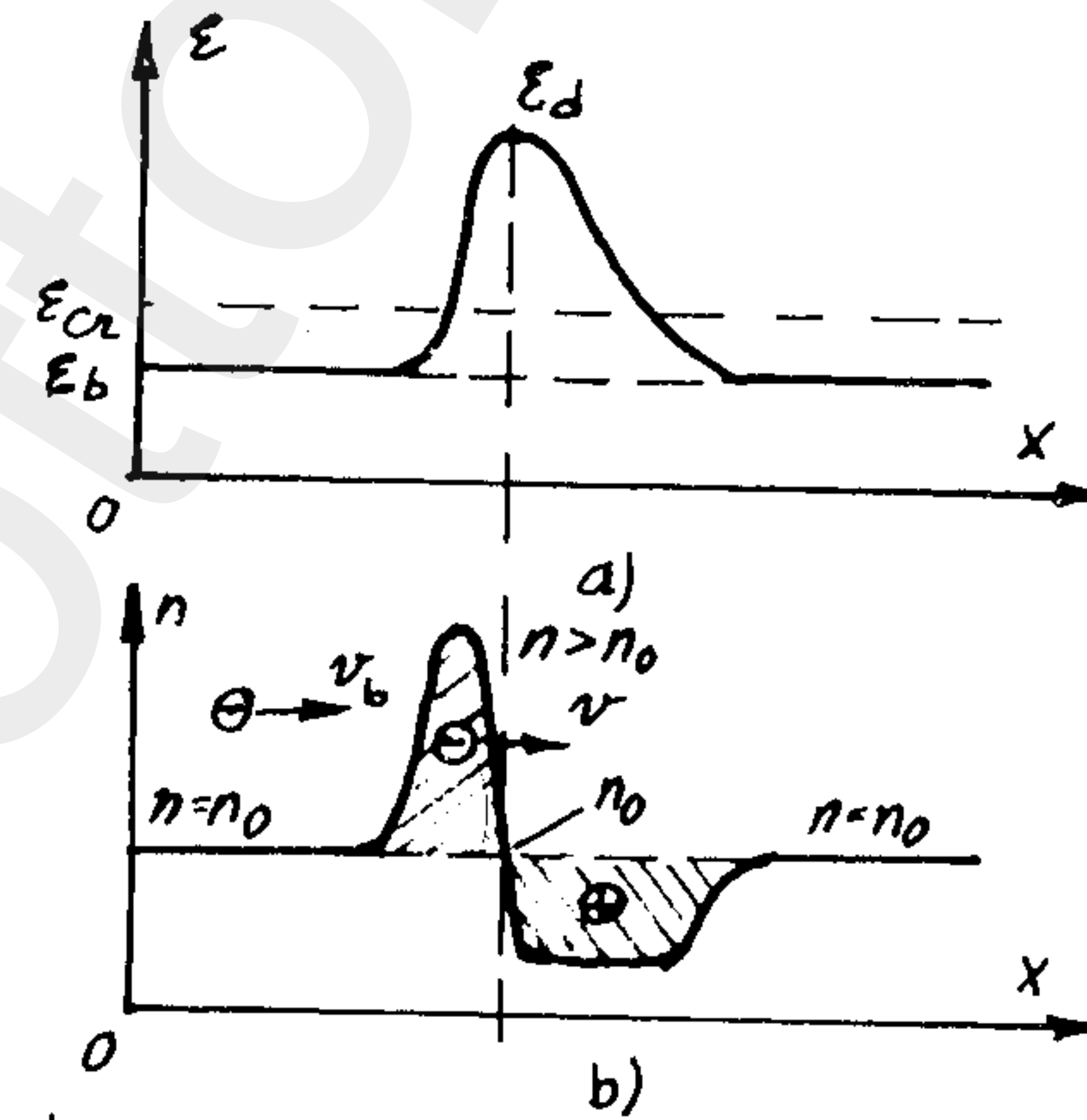
أو

$$\mu_2 \mathcal{E}_d = \mu_1 \mathcal{E}_b \quad (12.4)$$

أي أن الحالة المستقرة توافق القيمة  $\mathcal{E}_d$  للحقل داخل الدومين والقيمة  $\mathcal{E}_b$  للحقل خارجه . وتكون سرعة حركة الدومين المستقرة  $v_d$  أصغر من السرعة العظمى لحركة الالكترونات من أجل  $\mathcal{E}_a$  .

وبالتالي يملك التيار لحظة تطبيق الحقل الخارجي على العينة (خلال زمن  $t_1 = t$ ) قيمة عظمى  $I_{max}$  تحددها  $v_{max}$  . وتبدأ في الحال عملية تشكل الدومين، وبما أن هذه العملية سريعة جدا كونها مرتبطة بزمن العبور بين الوديان الذي يملك قيمة من رتبة  $10^{-12}$  ثانية، تهبط شدة التيار بسرعة الى القيمة الصغرى  $I_{min}$  التي تحددها السرعة المستقرة لحركة الدومين  $v_d$  :

البداية عند زيادة شدة الحقل في ذلك المقطع للعينة . وهكذا عندما تبلغ شدة الحقل القيمة الحرجة  $\mathcal{E}_a$  في المقطع اللامتجانس للعينة، تبدأ عملية انتقال الالكترونات الى الوادي العلوي  $B$  ، وتظهر في المكان المذكور من العينة الالكترونات الثقيلة . وتنخفض حركية الالكترونات في ذلك المقطع وتزداد المقاومة . ويؤدي هذا بدوره الى نمو شدة الحقل في المقطع ذاته، مما يزيد في تدفق عبور الالكترونات الى الوادي العلوي . ولكن بما أن التوتر المطبق على العينة ثابتا، فإن شدة الحقل تنخفض الى اليمين واليسار من المجال اللامتجانس في العينة . ويصبح بالنتيجة توزيع للحقل غير متجانس بشكل شديد، ويتشكل مجال للحقل الكهربائي الشديد يدعى "بالمنطقة الحقلية" (الدومين الحقلية) (الشكل 4-17 - a).



الشكل 4-17 توزيع الحقل الكهربائي (a) وكثافة الالكترونات (b) على طول العينة وذلك في حالة دومين مستقر لحقل كهربائي شديد يتحرك بالسرعة  $v_d$  .

يلوغ هذه المنطقة مما يزيد في تركيز الالكترونات ويتشكل مجال

ينتقل مجال الالكترونات الثقيلة تحت تأثير الحقل الكهربائي على طول العينة بسرعة صغيرة نسبيا، وذلك لانخفاض حركية الالكترونات الثقيلة . بينما تتحرك الالكترونات الخفيفة الى اليمين واليسار من منطقة الالكترونات الثقيلة بسرعة أكبر . وتتمكن الالكترونات الخفيفة المتحركة الى اليسار من منطقة الالكترونات الثقيلة

عبور الدومين  $T$  . فعلى سبيل المثال، ينبغي أن يكون تواتر اهتزاز التيار حوالي 2 غيغا هرتز في حالة عينة طولها 50 ميكرو متر . ويعرض الشكل 4-18 النموذج العام لمثل هذه الاهتزازات .

بما أن مفعول تشكل الدومين يعد نتاجا لعدم استقرار حجمي، فإنه لايتعلق بالعناصر الخارجية للدائرة . وهذا يعني أن سرعة حركة الدومين لا تتعلق بشدة التوتر الخارجي المطبق، ويتحرك الدومين بسرعة انسيابية  $v_d \approx 10^7 \text{ cm/sec}$  .

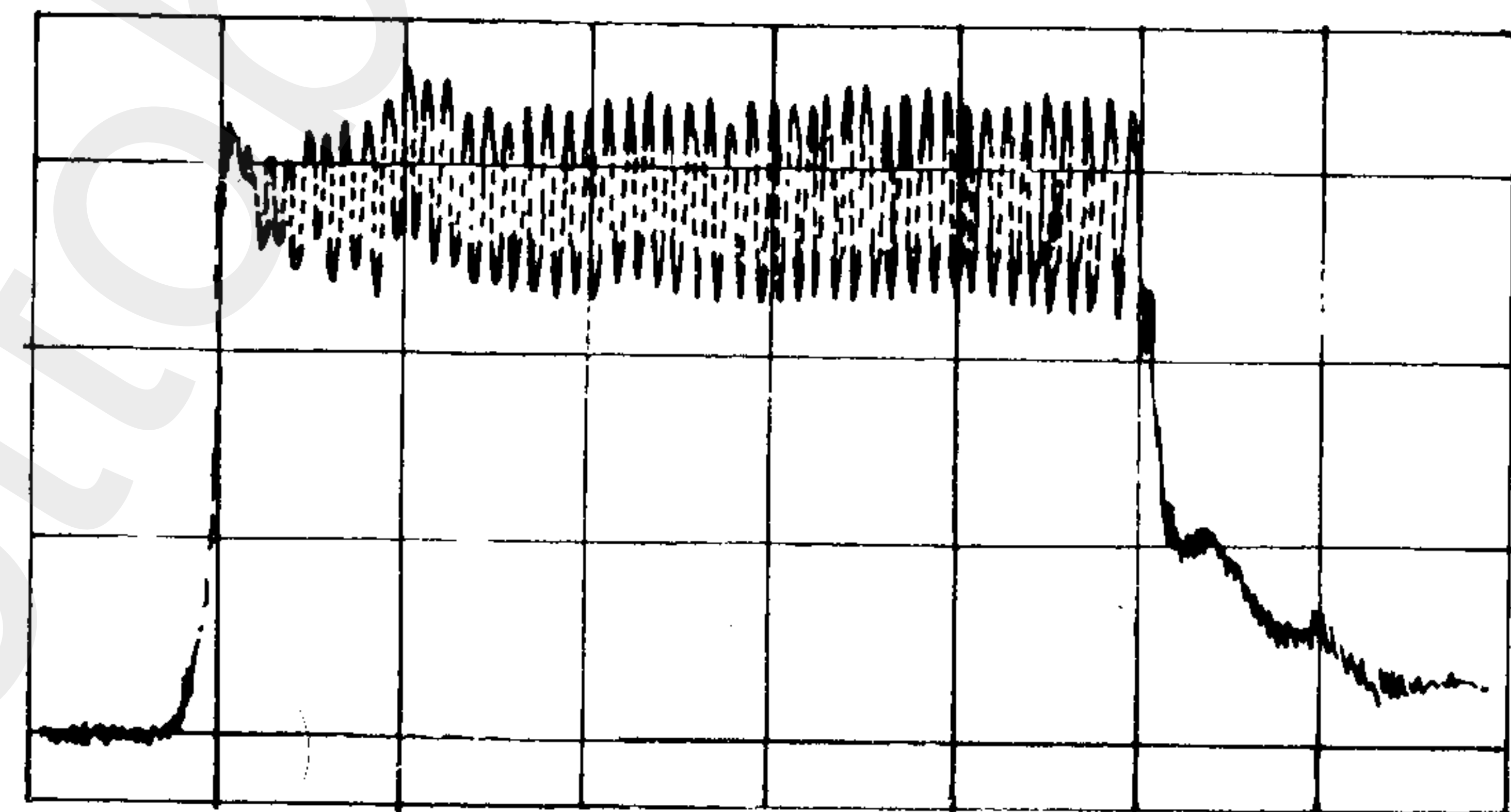
تجدر الإشارة الى أنه بالرغم من امكانية احتواء البلورة على مناطق عديدة لعدم التجانس التي تسمح بتشكيل الدومينات عليها، إلا أن دومينا واحدا فقط يتواجد في البلورة . وبعبارة أخرى، يتم تشكيل الدومين على واحدة فقط من مناطق عدم التجانس . وبعد اختفاء هذا الدومين يتشكل دومين آخر على منطقة أخرى لعدم التجانس . وتحدد المواقع المختلفة لعدم التجانس في البلورة "فترات الطيران" للدومينات، أي الأدوار المختلفة للاهتزاز، وبالتالي ينبغي استعمال عينات شديدة النقاوة والتجانس . لملاحظة مفعول غانا . وتتولد الدومينات في العينات الصفائحية (على شكل صفائح) في مجال الحقل الشديد الى جوار الكاثود ، ويرتبط نشوء هذا المجال بانعدام التجانس في توزيع تركيز الشوائب عند تصنيع المرابط (الالكترودات) . ويكون مهما لنجاح عملية الملاحظة أن لاتكون المسافة الفاصلة بين النهايتين الصغيرتين  $A$  و  $B$  في منطقة الناقلية كبيرة جدا، ذلك لأن الحقول الشديدة اللازمة لانتقال الالكترونات الى النهاية الصغرى العلوية يمكنها أن تقوم بزيادة تركيز الالكترونات نتيجة لمفاعيل أخرى كالتشرد الصدمي والمفعول النفقي .

$$I_{\min} = S \sin \theta v_d \quad (12.5)$$

حيث أن  $S$  المقطع العرضي للعينة . وتحافظ شدة التيار على قيمتها الصغرى خلال الزمن اللازم لحركة الدومين على طول العينة . ويتعلق هذا الزمن بطول العينة وسرعة حركة الدومين:

$$T = \frac{L}{v_d} \quad (12.6)$$

ويخرج مجال الحقل الشديد من العينة عند بلوغ المصعد (الأنود)، وتبدأ من جديد عملية نمو التيار . ويحدث تشكل دومين جديد

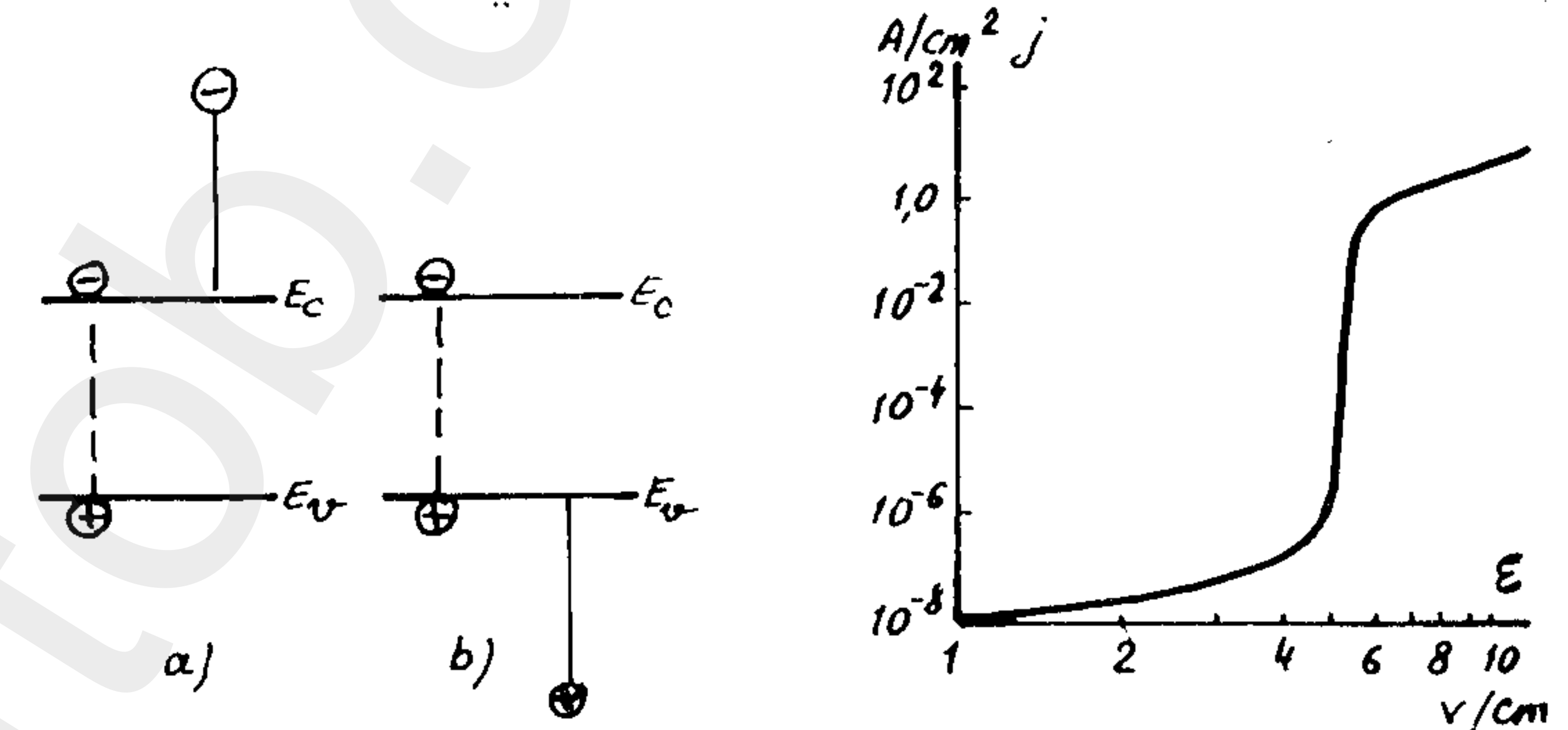


الشكل 4-18 هيئة نبضات التيار عندما تطبق نبضة لتوتر كهربائي سعتها 16 فولت وامتدادها 16 نانو ثانية على عينة مسن زرنينخ الغاليوم طولها  $5 \cdot 10^{-3}$  سم . تواتر التغير 4,5 غيغا هرتز .

بمجرد بلوغ التيار القيمة  $I_{\max}$ ، وتبدأ شدة التيار بالانخفاض الى القيمة  $I_{\min}$  . ويظهر في الدارة الخارجية نبضة للتيار نتيجة لحركة الدومين في البلورة . ويعين معامل النبض بزمن

### 13.4 : التشرد الصدمي:

تكتسب الالكترونات (أو الثقوب) في الحقول الكهربائية الشديدة التي تكون من رتبة  $10^5$  فولت/سم طاقة كافية لتأيين ذرات المادة. وتتشكل نتيجة لذلك الأزواج الالكترونية-الثقبية ((الشكل 19-4)، وتُسرع هذه الأزواج بدورها بالحقول الكهربائي وتتسبب في توليد حوامل اضافية للشحنة. وتدعى عملية توليد حوامل الشحنة بهذه الطريقة "بالتأين الصدمي". ويمكن ملاحظة



الشكل 19-4 اسلوبان ممكنان (a, b) للتأين الصدمي.

الشكل 20-4 التأين الصدمي في الجرمانيوم الالكتروني في درجة الحرارة 2, 4 كلفن.

المثال، يلاحظ على الشكل 20-4 الذي يعرض تابعة كثافة التيار لشدة الحقل في الجرمانيوم الالكتروني وفي درجة الحرارة 2, 4 كلفن، يلاحظ نمو وثني وحاد لكثافة التيار من أجل  $5 \text{ V/cm} \approx \mathcal{E}$ ، ويُرد ذلك الى التشرد الصدمي لذرات الشائبة.

تعطى سرعة توليد الأزواج الالكترونية-الثقبية  $G$  المرتبط بالتأين الصدمي بالعلاقة:

$$G = \alpha_n \cdot n / \mu_n + \alpha_p \cdot p / \mu_p \quad (13.1)$$

حيث أن  $\alpha_n$  و  $\alpha_p$  معاملا التأين الصدمي للالكترونات والشقوق على الترتيب. ويعرف هذا المعامل بأنه عدد الأزواج الالكترونية-الثقبية التي يولدها الالكترون (أو الثقب) خلال اجتيازه لواحدة المسافة من مساره. ويتعلق المعاملان  $\alpha_n$  و  $\alpha_p$  بقيمة شدة الحقل الكهربائي. ويعرض الشكل 21-4 القيم المقاسة تجريبيا لمعاملات التأين الصدمي في الجرمانيوم والسليكون وزرنيخ الغاليوم وفوسفيد الغاليوم.

يعرف معامل التأين الصدمي  $\alpha(E)$  بالعلاقة:

$$\alpha(E) = \frac{1}{v} \int_0^{\infty} w_i(E) \cdot f(E) \cdot N(E) dE \quad (13.2)$$

حيث أن  $w_i(E)$  - احتمال التأين الذي يحسب بالطرق الكوانتو ميكانيكية،  $f(E)$  - دالة التوزع اللامتوازن،  $N(E)$  - كثافة الحالات و  $v$  السرعة الانسيابية. ويعطى احتمال التأين لأشباه الموصلات ذات ثابت العزل الكهربائي الكبير (كالجرمانيوم والسيليكون)، بالعلاقة:

$$w_i(E) \approx A (E - E_g)^2 \quad (13.3)$$

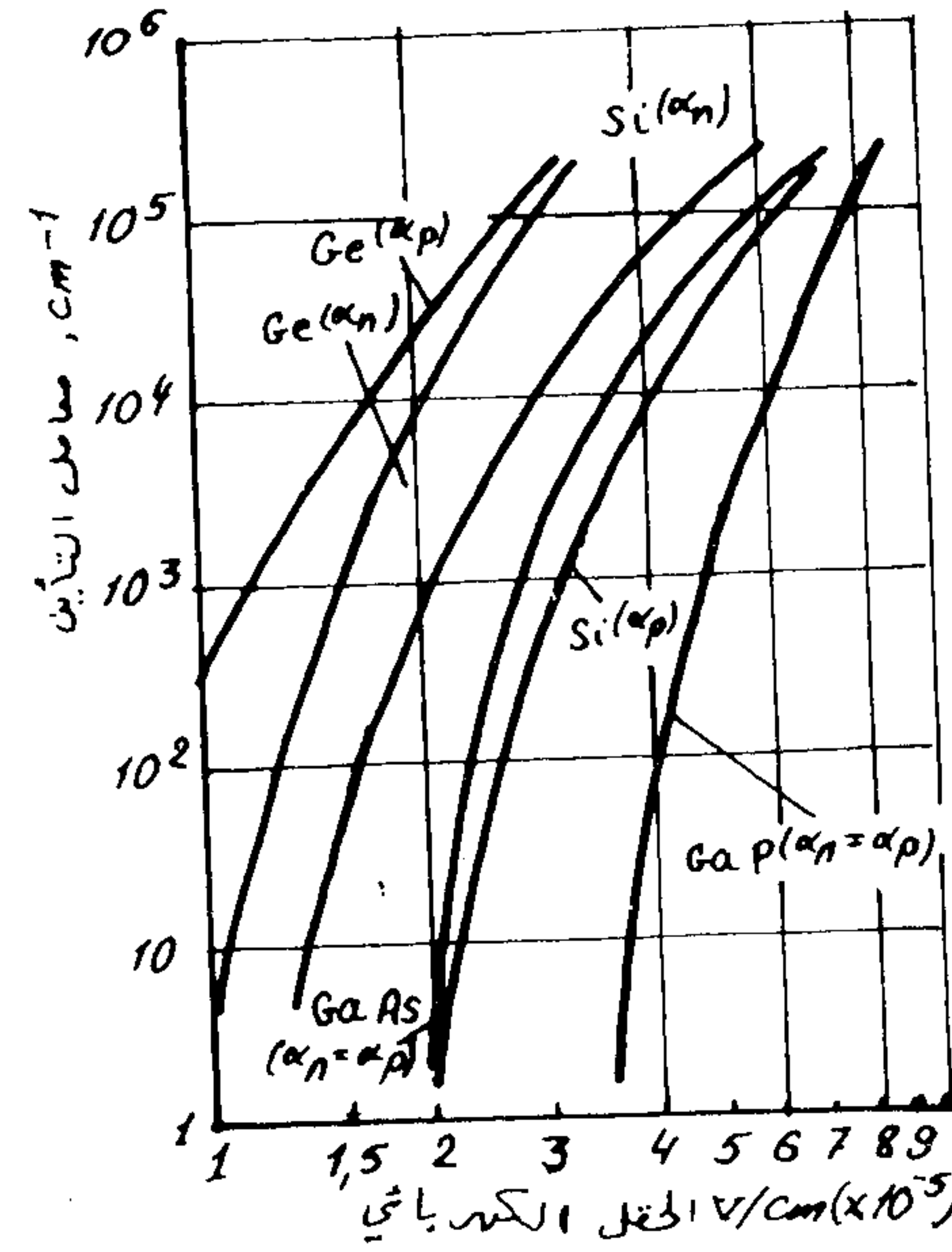
هذه الظاهرة في المعبر  $p-n$  فقط، وذلك لأن تشكيل حقل شدته  $10^5 - 10^6$  فولت/سم في شبه موصل متجانس وذي سماكة مقبولة يعد عملية صعبة جدا. ويتمثل الاستثناء الوحيد لذلك في تحقيق التأين الصدمي للذرات الشائبية الذي لا يتطلب حقولا شديدة، ويمكن ملاحظته في درجات حرارة منخفضة عندما تكون ذرات الشوائب غير متأينة. ويحدث التشرد الصدمي للموانح والآخذات-عناصر العمودين الخامس والثالث للجدول الدوري- في الجرمانيوم من أجل شدات للحقول تساوي تقريبا 5 - 10 فولت/سم. وعلى سبيل



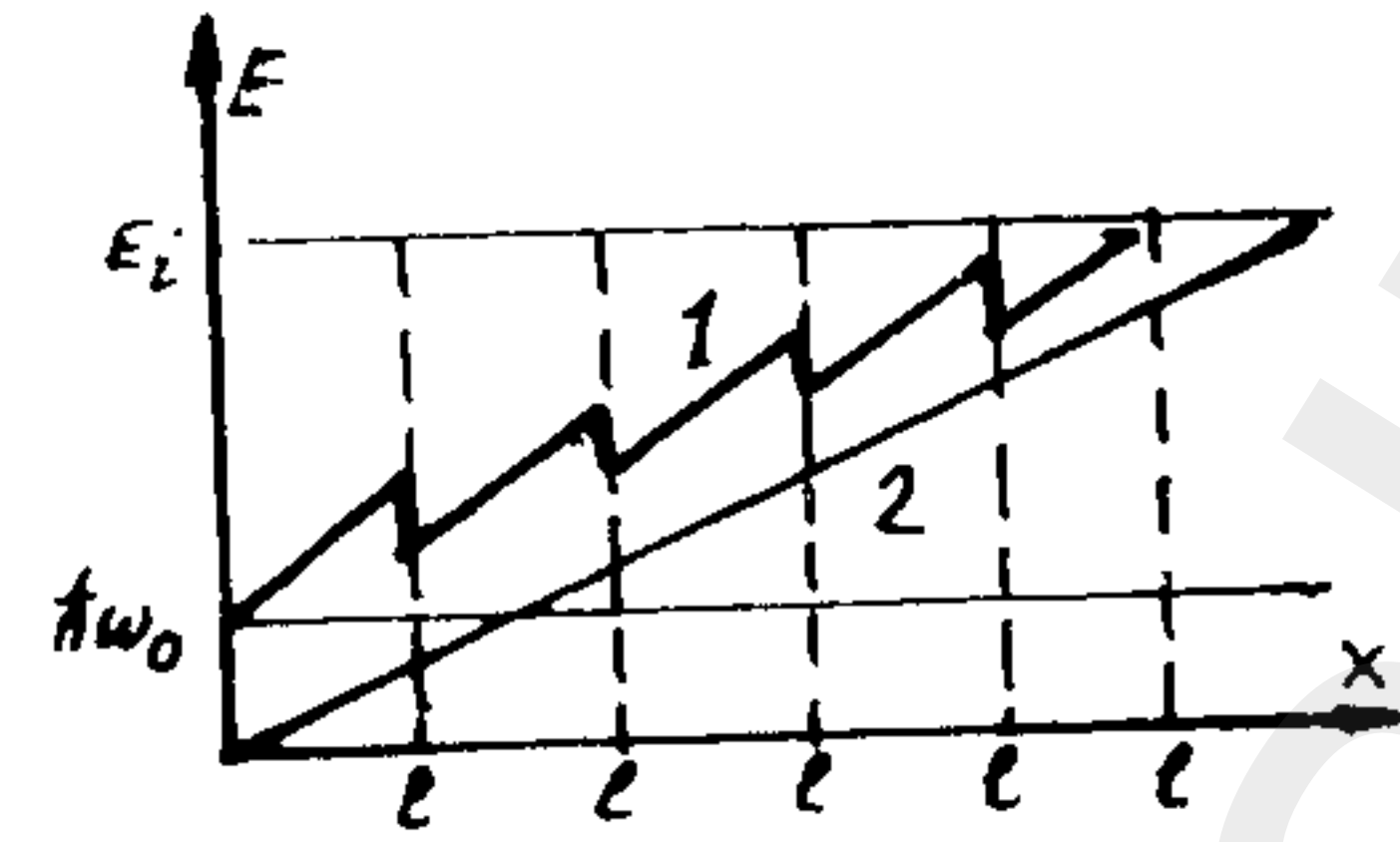
الطاقة اللازمة بعد القيام بعدة اصطدامات مع الفونونات، وذلك لأن الفقدان النسبي للطاقة من أجل كل اصطدام يكون صغيراً (الخط 1). وتبين النظرية أن تابعة  $\alpha$  لـ  $\mathcal{E}$  في هذه الحالة تكون من الشكل:

$$\alpha(E) \sim e^{-E_i/\mathcal{E}^2} \quad (13.4)$$

ويمكن هنا أن نجري مقايضة مع الحركة الانتشارية للجسيمات، وبالتالي يدعى التقريب  $\alpha(E)$  "بالانتشاري".



الشكل 4-21 تابعة معاملات الصدم التشردي المقاسة تجريبياً للحقول الكهربائي في المواد التالية Si، Ge، InP، GaAs.



الشكل 4-22 المخطط الاصطلاحي للتشرد الصدمي.

الامكانية الثانية: عندما تكون الحقول الكهربائية ضعيفة

حيث أن معامل التناسب و  $E_i$  طاقة التآين.

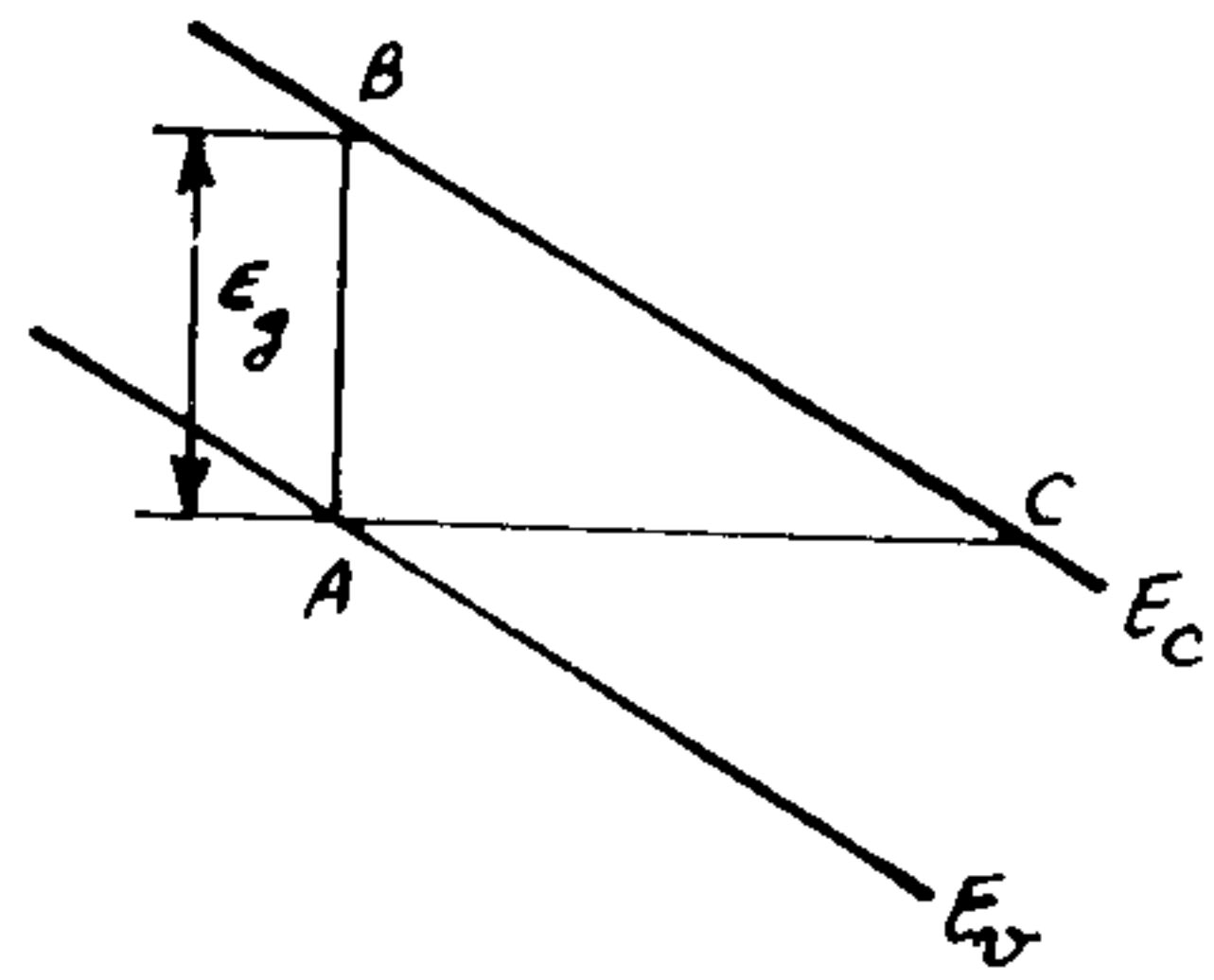
تشارك ثلاثة حوامل للشحنة في عملية التآين الصدمي، وتتقاسم هذه الحوامل طاقة الحامل البدئي للشحنة بالتساوي تقريباً فيما بينها، وتساوي القيمة الحدية لطاقة التآين  $E_i = \frac{3}{2} E_g$ ، حيث أن  $E_g$  عرض المنطقة المحظورة. وتلعب دالة التوزيع  $f(E)$  الدور الأساسي في تعيين تابعة معامل التآين الصدمي  $\alpha(E)$  للحقل. وتبين الدراسة التفصيلية التي تجرى استناداً إلى المعادلة الحركية أن الحصول على العبارة التحليلية لدالة التوزيع في المجال الكلي للطاقة  $0 < E < \infty$  غير ممكن، ولكن عبارتي  $f(E)$  اللتين توافقان مجال الطاقة  $E_i < E$  و  $E_i > E$  يمكن استنتاجهما بدقة جيدة.

يتعلق تسريع الإلكترونات إلى عتبة طاقة التشرد  $E_i$  بقيمة النسبة بين عاملين: التسارع في الحقل الكهربائي الخارجي وتشتت الطاقة أثناء الاصطدام مع الفونونات. وتلعب الفونونات الضوئية السب دور الأكثر أهمية في عملية استرخاء (Relaxation) الطاقة، حيث أن الطاقة التي يفقدها الإلكترون عند الاصطدام مع فونون ضوئي تساوي  $h\omega_0 = \text{const}$ ، ولا يتعلق طول القفزة الحرة بهذه الطاقة، أي أن  $l = \text{const}$ . ويمكن تمثيل التسريع إلى عتبة طاقة التشرد بالمخطط الاصطلاحي المعروف على الشكل 4-22. وقد حملت على المحور الشاقولي الطاقة التي يكتسبها الإلكترون في الحقل الكهربائي، وحملت على المحور الأفقي المسافة الوسطية التي يقطعها الإلكترون بين اصطدامين تشريديين. وكما يبين الشكل، هناك

امكانيتان لتسريع الإلكترون للوصول إلى عتبة طاقة التشرد. الامكانية الأولى: عندما تكون الحقول الكهربائية شديدة جداً، أي عندما يتحقق الشرط  $h\omega_0 \ll e\mathcal{E}l$ ، حيث تجمع الإلكترونات

الموصلات الخاضعة لتأثير حقل كهربائي خارجي شديد (انظر الفقرة 10.1). ويكون هذا الميلان أكبر كلما كانت شدة الحقل الخارجي أكبر. ويعرض الشكل 4-23 التركيب الممنطق لشم ذاتي خاضع لتأثير حقل كهربائي خارجي شديد.

يبدو من الشكل 4-23 إمكانية عبور الإلكترون من منطقة التكافؤ إلى منطقة الناقلية بفضل المفعول النفقي. ويتعلق احتمال العبور النفقي بعلو الحاجز الكموني وبعرضه أيضا. ويمثل عرض المنطقة المحظورة  $E_g$  في هذه الحالة ارتفاع الحاجز الكموني  $AB$ . ويمكن أن يعيّن العرض الفعال للحاجز  $AC = \Delta x$



الشكل 4-23 التركيب الممنطق لشبه موصل ذاتي خاضع لتأثير حقل كهربائي خارجي شديد.

فرق الطاقتين الكامنتين للإلكترون في النقطة  $C$  من منطقة الناقلية وفي النقطة  $A$  من منطقة التكافؤ. وبما أن الطاقة الكامنة تعين بدقة ثابت إضافي:

$$U(C) - U(A) = -e\mathcal{E}\Delta x = -E_g \quad (14.1)$$

فإن العرض الفعال للحاجز يعطى بالعلاقة:

$$\Delta x = \frac{E_g}{e\mathcal{E}} \quad (14.2)$$

وهكذا فإن عرض الحاجز الكموني يتعلق بشدة الحقل الكهربائي. يتعلق عبور الإلكترون من النقطة  $A$  إلى النقطة  $C$  بالعبور خلال الحاجز الكموني المثلثي  $ABC$ . وكما هو معلوم من الميكانيكا الكوانتية، فإن احتمال العبور ضمن حاجز كموني مثلثي يعطى بالعلاقة

$$D = D_0 \cdot e^{-2\sqrt{2m^*} E_g^{3/2} / e\hbar\mathcal{E}} \quad (14.3)$$

الشدة نسبيا  $(\hbar\omega) \gg e\mathcal{E}l$ ، تجمع عوامل الشحنة الطاقية اللازمة ضمن مسافة مساوية للعديد من أطوال القفزة الحرة (الخط 2). وتنحصر إمكانية جمع الطاقة  $E_i$  في هذه الحالة ضمن احتمال وحيد وهو عدم حدوث أي اصطدام بين عوامل الشحنة والفونونات حتى تصل طاقة الحامل إلى عتبة طاقة التشرّد. وبما أن المسار المقطوع للوصول إلى طاقة عتبة التشرّد يساوي  $L_i = E_i / e\mathcal{E}$ ، وطول القفزة الحرة بين اصطدامين مع الفونونات يساوي  $l$ ، فإن احتمال القفز إلى عتبة التشرّد دون حدوث اصطدام يعطى بالشكل:

$$e^{-L_i/l} \approx e^{-E_i/e\mathcal{E}l}$$

ووفقا لما تقدم، فإن دالة التوزع ومعامل التشرّد الصدمي أيضا، يكونان متناسبين مع المقدار

$$\alpha(E) \sim e^{-E_i/e\mathcal{E}l} \quad (13.5)$$

وتصبح دالة التوزع ممطوطة بشدة في اتجاه الحقل الكهربائي، أي في اتجاه انسياق الحوامل، وبالتالي يدعى هذا التقريب "بالانسيافي".

وتبين التجربة أن  $\alpha(E)$  يحدد بشكل أساسي في الجرمانيوم والسليكون بقانونية من الشكل (13.5). بينما تلاحظ في المعابر الضيقة  $p-n$  (يبدو ذلك بشكل واضح في  $Si$  خاصة) تابعة من الشكل (13.4). وتلاحظ هذه الأخيرة من أجل حقول  $\mathcal{E} \leq 5 \cdot 10^5$  فولت/سم.

#### 14.4. المفعول النفقي والتأين الكهروساكن.

يمكن في الحقول الكهربائية الشديدة جدا أن تظهر آلية أخرى لتوليد حوامل الشحنة، وتدعى "بالمفعول النفقي" أو "مفعول زينر". ويرتبط ذلك بظاهرة ميلان المناطق الطاقية في أشباه

في حالة غياب الحقل الكهربائي (المنحني المتقطع)، وفي حالة وجود الحقل (المنحني المتصل). ويكون الإلكترون في حالة غياب الحقل الخارجي متموضع في الحفرة الكمومية التي تشكلها المانحة المشحونة ايجابيا، وتكون الطاقة الضرورية لنزع الإلكترون مساوية  $E_d$ .

يعمل الحقل الخارجي على تخفيض ارتفاع الحاجز الكمومي في اتجاه معاكس لاتجاه هذا الحقل.

يمكن كتابة الطاقة الكامنة للإلكترون، بعد الأخذ بعين الاعتبار تأثير الحقل الكهربائي الخارجي المتجه وفق  $\vec{r}$ ، على الشكل:

$$U(\vec{r}) = -e\mathcal{E}r - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (14.4)$$

ويعكس الحد الأول من هذه المساواة تغير الطاقة الكامنة في حقل كهربائي شدته  $\mathcal{E}$ . ويعكس الحد الثاني التغير في الحقل الكولوني للمانحة. وينتج عن العلاقة (14.4) أن الطاقة  $U(\vec{r})$  في نقطة ما  $\vec{r}_m$  تأخذ قيمة حدية، وينخفض الحاجز الكمومي في هذه النقطة بالقيمة:

$$\Delta U(\vec{r}_m) = -\sqrt{\frac{e\mathcal{E}}{\pi\epsilon\epsilon_0}} \cdot e \quad (14.5)$$

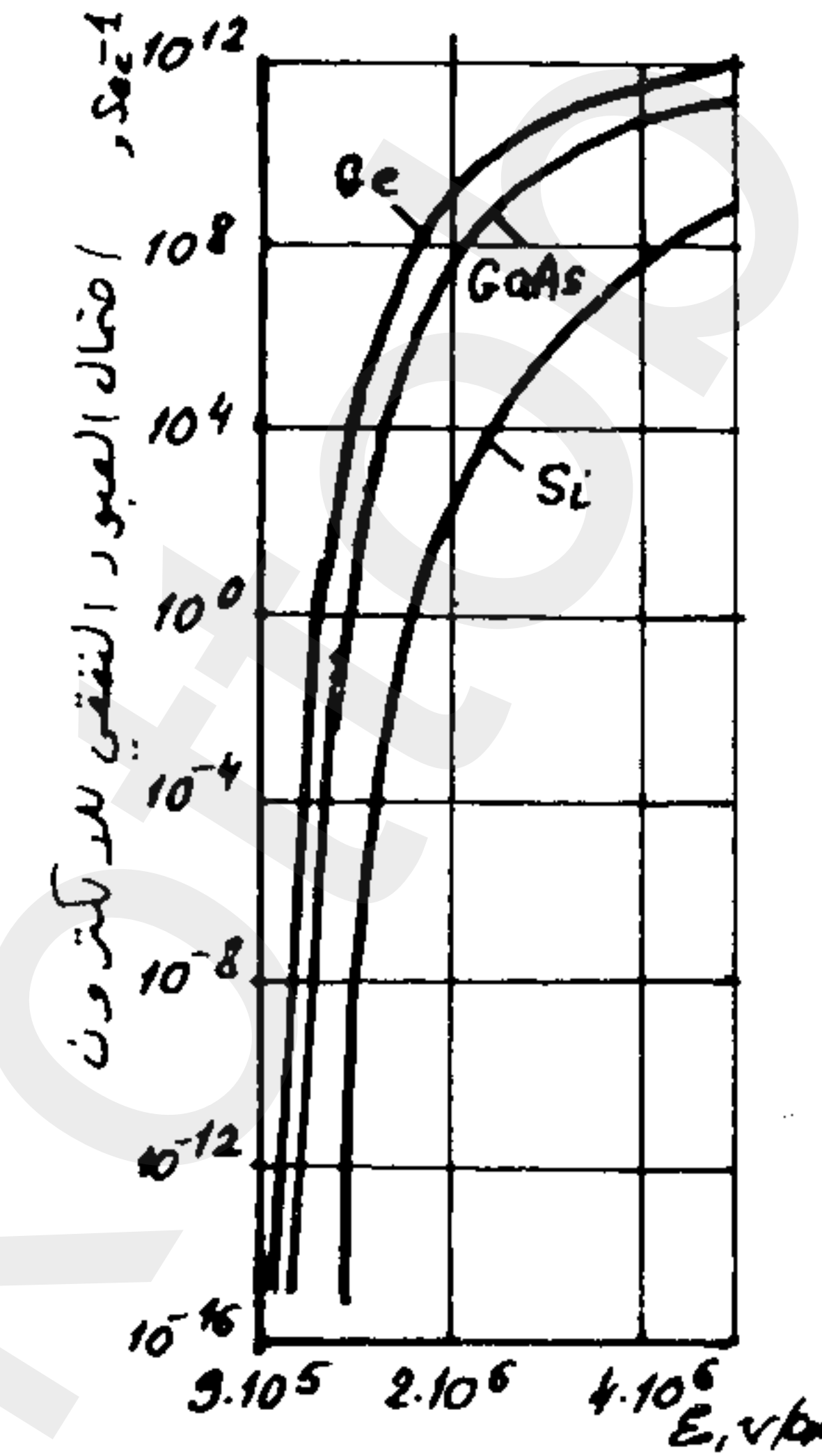
وبالتالي تنخفض طاقة التآين للشائبة المانحة بنفس المقدار. يؤدي انخفاض طاقة تشتد المانح، وفقا لاحصاء بولتزمان، الى زيادة احتمال الاثارة الحرارية بالمقدار:

$$e^{-\frac{\Delta U}{kT}} = e^{-\frac{(e^3/\pi\epsilon\epsilon_0)^{1/2}}{kT} \sqrt{\mathcal{E}}} \quad (14.6)$$

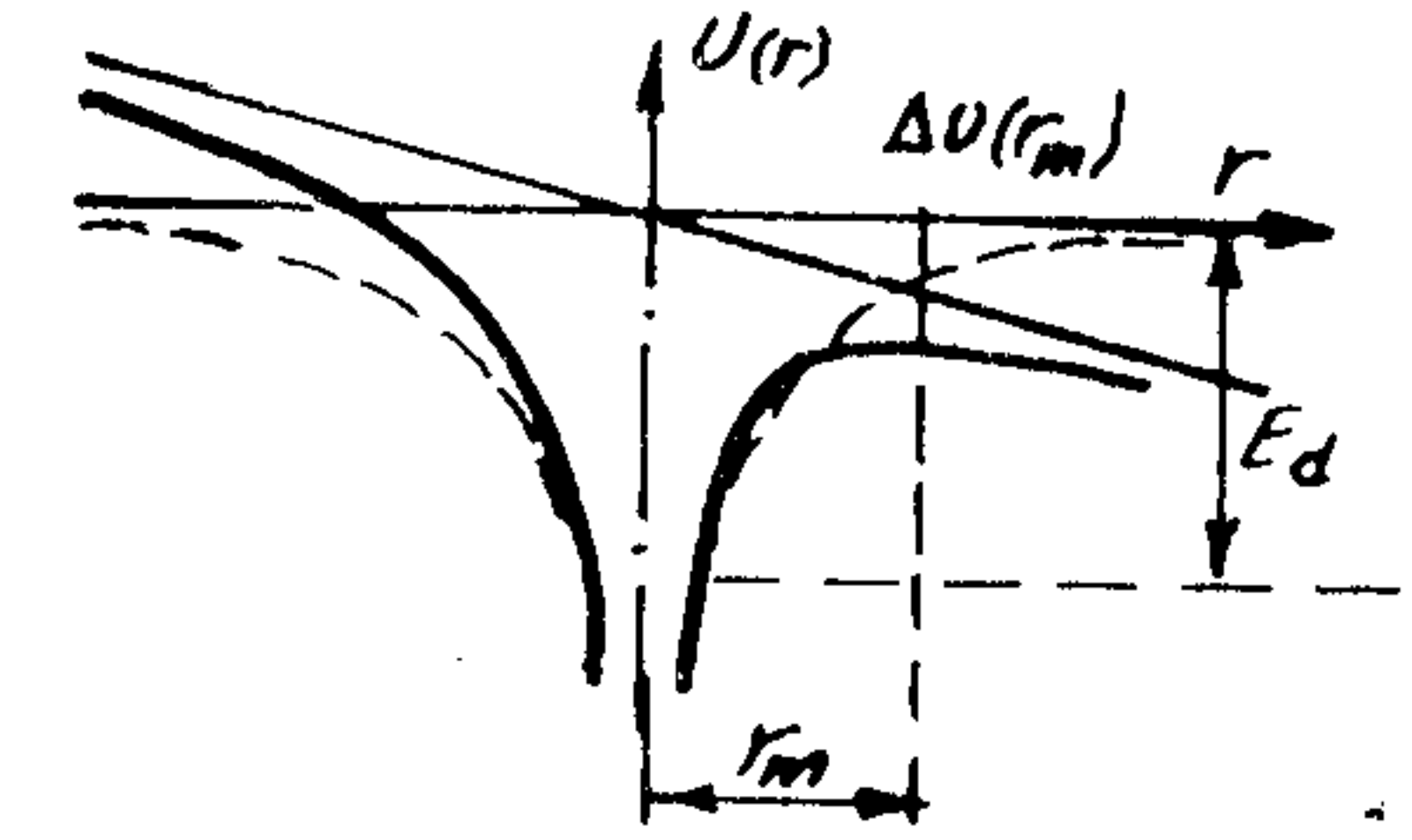
ينتج عن العلاقة السابقة أن احتمال العبور النفقي يزداد في أشباه الموصلات ذات المناطق المحظورة الضيقة والكتل الفعالة الصغيرة (الشكل 4-24).

يتساوى احتمالا العبور النفقي من منطقة التكافؤ الى منطقة الناقلية ومن منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ. ولكن بما أن عدد الإلكترونات في منطقة التكافؤ أكبر بكثير من عددها في منطقة الناقلية، فإن العبور من منطقة التكافؤ الى الناقلية يكون مسيطرا.

وهكذا فإن العبور النفقي يمكن أن يؤدي الى زيادة معتبرة في تركيز الحوامل الحرة للشحنة ويلاحظ المفعول النفقي من أجل حقول شدتها  $10^6$  فولت/سم.



الشكل 4-24 احتمال العبور النفقي للإلكترونات كتابع لشدة الحقل في المعبر  $p-n$ .



الشكل 4-25 انخفاض الحاجز الكمومي تحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي.

يمكن أن يرتبط ازدياد تركيز الحوامل الحرة للشحنة بنقصان طاقة التآين لذرات الشائبة المانحة في الحقل الكهربائي الشديد. ويعرض الشكل 4-25 الطاقة الكامنة للإلكترون في الذرة المانحة

وتكون شدة الحقل الكهربائي التي تتم من أجلها زيادة ملحوظة في تركيز الإلكترونات مساوية تقريباً  $10^4 - 10^5$  فولت/سم. وتتجلى هذه الآلية لتوليد الحوامل الحرة للشحنة فقط في الحالة التي يكون فيها تركيز الشوائب المانحة المعتدلة أكبر بكثير من تركيز الإلكترونات الحرة.

## الفصل الخامس

### تولد واعادة توحيد الحوامل اللامتوازنة للشحنة

#### 1.5. الحوامل المتوازنة واللامتوازنة للشحنة.

ندرس شبه موصل الكتروني ضمن شروط التوازن الترموديناميكي. تنتقل الإلكترونات من الشائبة المانحة الى منطقة الناقلية نتيجة للتولد الحراري. ويحدث من أجل درجات حرارة مرتفعة بشكل كاف، قذف مباشر للإلكترونات من منطقة التكافؤ الى منطقة الناقلية. وتدل الأسهم المبينة على الشكل 1-5 الى انتقال الإلكترونات في حالة الاثارة الحرارية. وتدعى الحوامل الحرة للشحنة التي تنشأ نتيجة للتولد الحراري والموجودة في حالة توازن حراري مع الشبكة البلورية "بالحوامل المتوازنة".

ويعرض الشكل 1-5 كثافة الحالات الكوانتية  $N(E)$  أيضاً في منطقتي الناقلية والتكافؤ، ودالة التوزيع لفرمي-ديراك، وتركيز الإلكترونات المتوازنة  $n_0$  والثقوب المتوازنة  $p_0$  التي تشغل الحالات الطاقية الى جوار حدود المنطقتين الموافقتين (المجالين المخططين).

تجري بالتوازي مع التولد الحراري للحوامل الحرة وينفَس الوقت عملية اعادة التوحيد: وتتمثل في عودة الإلكترونات الى الحالات الحرة في منطقة التكافؤ، مما يؤدي الى اختفاء الكترون حر وثقوب حر. وتتساوى تماماً عمليتا التولد واعادة التوحيد في شروط التوازن الترموديناميكي.

لنرمز بـ  $G_0$  لعدد أزواج الإلكترونات والثقوب المتولدة، وبـ  $R_0$  لعدد الأزواج المتحددة خلال ثانية واحدة وذلك في واحدة الحجم

من البلورة. يتناسب احتمال اعادة التوحيد مع جداء تركيز الحوامل الحرة للشحنة، أي أن:

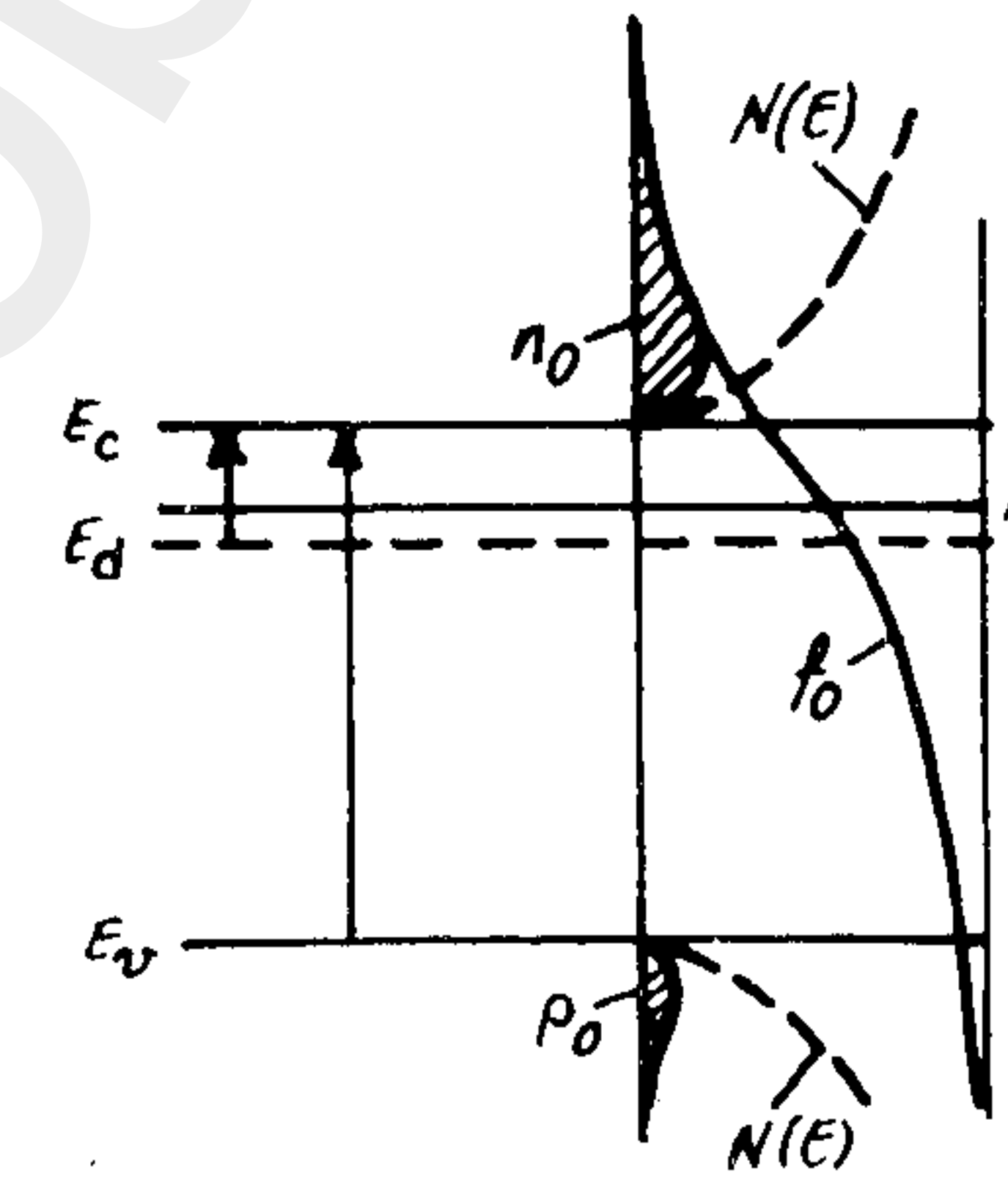
$$R_0 = \delta_r n_0 p_0 \quad (1.1)$$

حيث أن  $\delta_r$  معامل تناسب ويدعى "بمعامل اعادة التوحيد". وتصح المساواة التالية عند تحقيق حالة التوازن لشبه الموصل:

$$G_0 = R_0 \quad (1.2)$$

وتعبر هذه المساواة عن مبدأ التوازن الدقيق.

وترافق آلية التولد الحراري آليات أخرى تؤدي الى نشوء الحوامل الحرة للشحنة. فعلى سبيل المثال، تنشأ الحوامل الحرة



الشكل 1-5 التولد الحراري للحوامل الحرة للشحنة وتركيزها في حالة التوازن الترموديناميكي.

نتيجة لتعريض شبه الموصل للأشعة الضوئية، أو نتيجة لانقطاع الروابط التكافؤية في الحقول الكهربائية الشديدة، أو كنتيجة للحقن في المعابر  $p-n$ . ويبرز في جميع الحالات المذكورة تركيز ما  $n$  للالكترونات و  $p$  للشقوب يختلفان عن حالة التوازن

الترموديناميكي. وتدعى الحوامل المتحركة للشحنة التي لا تكون فيها حالة التوازن الترموديناميكي لامن حيث التركيز ولا من حيث التوزيع الطاقوي "بالحوامل اللامتوازنة للشحنة"، وتدعى تراكيزها  $n$ ،  $p$  "بالتراكيز اللامتوازنة". وتسمى التراكيز الاضافية للحوامل  $\Delta n$ ،  $\Delta p$  بالمقارنة مع التراكيز المتوازنة  $n_0$ ،  $p_0$  "بالتراكيز الاضافية لحوامل الشحنة".

يمكن لحوامل الشحنة التي تتولد نتيجة لامتصاص الضوء مثلاً، أن تمتلك طاقة حركية أكبر بكثير من الطاقة الوسطية الحرارية للجسيمات المتوازنة. وتمنح هذه الحوامل طاقتها الاضافية الى الشبكة البلورية بسرعة كبيرة نتيجة للتشتت على عيوب البلورة. لنفرض أن طاقة الالكترونات المتولدة بواسطة الضوء تساوي  $1$  الكترون فولط في منطقة الناقلية. تمنح هذه الالكترونات الى الشبكة البلورية طاقة مقدارها  $6 \cdot 10^{-4}$  الكترون فولط تقريباً من أجل كل اصطدام (انظر الفقرة 7.4)، وذلك نتيجة لتشتتها على الفونونات ذات الأمواج الطويلة. وهذا يعني أن الالكترونات الاضافية ينبغي أن تحقق حوالي  $1600$  اصطداماً مع الفونونات الصوتية لكي تشتت طاقتها الاضافية. وبما أن طول القفزة الحرة الوسطية للالكترونات من رتبة  $10^{-6}$  سم، وسرعتها الحرارية في درجة حرارة الغرفة حوالي  $10^7$  سم/ثا، فإن الزمن الوسطي بين كل اصطدامين يساوي تقريباً  $10^{-13}$  sec، وهذا يعني أن الالكترونات الاضافية تملك درجة حرارة الشبكة البلورية خلال زمن قدره  $10^{-10}$  ثانية، ولا يمكن تمييزها عن الحوامل المتوازنة للشحنة. وبالتالي فإن التوزيع وفق الطاقة للالكترونات المتوازنة واللامتوازنة يصبح متماثلاً. وتتلخص العملية السابقة بأن الالكترونات اللامتوازنة حينما تشتت طاقتها الاضافية تبدو وكأنها

هي شبه سوية فرمي المختزلة للالكترونات.

يمكن تقديم تركيز الالكترونات اللامتوازنة في ش م فطري بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقات (5.11 ف3)، (5.12 ف3) و (5.15 ف3) على الشكل:

$$n = N_c e^{\zeta_n} = n_0 e^{\zeta_n - \zeta} = n_i e^{\zeta_n - \zeta_i} \quad (1.7)$$

وتقدم عبارة تركيز الثقوب اللامتوازنة بشكل مماثل:

$$p = p_0 + \Delta p = \int_{-\infty}^{\epsilon_v} P(\epsilon) \cdot N(\epsilon) d\epsilon = N_v F_{1/2} \left( -\zeta - \frac{\epsilon_i}{kT} \right) \quad (1.8)$$

حيث أن

$$\zeta = \frac{F_p - \epsilon_v}{kT} \quad (1.9)$$

هي شبه سوية فرمي المختزلة للثقوب. ويمكن في الحالة الفطرية بعد الأخذ في الحسبان (5.13 ف3) و (5.15 ف3) أن نكتب عبارة  $p$  بالشكل:

$$p = N_v e^{-\zeta_p - \epsilon_i / kT} = p_0 e^{\zeta - \zeta_p} = n_i e^{\zeta_i - \zeta_p} \quad (1.10)$$

وهكذا يبدو وكأن سوية فرمي تنشط في الحالة اللامتوازنة الى شهي سوية فرمي:  $F_n$  للالكترونات و  $F_p$  للثقوب (الشكل 2-5). ويختلف عندئذ جداء تركيزي الالكترونات والثقوب للحالة اللامتوازنة عن قيمته في الحالة المتوازنة:

انخفضت الى الحد السفلي لمنطقة الناقلية، في حين ترتفع الثقوب اللامتوازنة الى الحد العلوي لمنطقة التكافؤ حينما تشتت طاقتها الاضافية. واذا اختلف عندئذ تركيز الحوامل اللامتوازنة للشحنة اختلافا ضئيلا عن تركيز المتوازنة، أمكننا اعتبار طاقة البلورة ثابتة عمليا، وهذا يعني أن درجة حرارة البلورة لا يطرأ عليها أي تغير، وبالتالي فان تركيز الحوامل المتوازنة للشحنة لا يتغير. وتكون في هذه الحالة الكمية الكلية للالكترونات والثقوب مساوية على الترتيب:

$$n = n_0 + \Delta n \quad (1.3)$$

$$p = p_0 + \Delta p$$

يمكن التعبير عن التركيز المستقر للالكترونات اللامتوازنة بصيغة مماثلة للصيغة (4.1 ف3):

$$n = n_0 + \Delta n = \int_{\epsilon_c}^{\infty} P_c(\epsilon) \cdot N(\epsilon) \cdot d\epsilon \quad (1.4)$$

حيث أن  $P_c(\epsilon)$  دالة التوزع للالكترونات اللامتوازنة، وتختلف هذه الدالة عن دالة التوزع المتوازن  $f_0(\epsilon)$ ، وتسعى اليها عند اقتراب الجملة اللامتوازنة من حالة التوازن الترموديناميكي. ويمكن تقديم العبارة (1.4) بشكل مماثل للعلاقة (4.3 ف3)، بعد ادخال شبه سوية فرمي للالكترونات في الحالة اللامتوازنة  $F_n$ ، بحيث يتحقق الشرط:

$$n = N_c \cdot F_{1/2}(\zeta_n) \quad (1.5)$$

$$\zeta_n = \frac{F_n - \epsilon_c}{kT} \quad (1.6)$$

ينشأ فيها نتيجة للإشارة أزواج الإلكترونات والثقوب "بالتولد ثنائي القطب". ويرافق امتصاص كوانتوم (كم) ضوئي في هذه الحالة انقطاع لرابطة تكافؤية، وتكون كمية الإلكترونات الاضافية المتولدة مساوية لكمية الثقوب:

$$\Delta n = \Delta p \quad (2.1)$$

وتجري بالتوازي مع عملية التولد عملية إعادة التوحد، ويتساوى في الحالة المستقرة عدد الإلكترونات والثقوب المتولدة في واحدة الزمن مع عدد الإلكترونات والثقوب المتوحد في نفس الفترة الزمنية. وبما أن الحوامل اللامتوازنة للشحنة تغدو خلال فترة زمنية قصيرة جدا مطابقة بطاقتها للحوامل المتوازنة، فممن الطبيعي أن نعتبر أنها تملك نفس معامل إعادة التوحد  $\gamma_r$  للحوامل المتوازنة.

يبدأ تركيز الإلكترونات والثقوب بالتناقص بعد نزع الضوء المهيّج، وذلك نتيجة لإعادة التوحد. وتحدد عندئذ سرعة اختفاء الإلكترونات والثقوب الحرة بالفرق بين سرعتي إعادة التوحد والتولد الحراري:

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right) = -\left(\frac{dp}{dt}\right) = \gamma_r np - G_0 \quad (2.2)$$

ويمكن إعادة الكتابة للعلاقة (2.2) بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقات (1.1)، (1.2)، (1.3) و (2.1) لتأخذ الشكل:

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right) = \gamma_r (np - n_0 p_0) = \gamma_r (n + p_0 + \Delta n) \Delta n \quad (2.3)$$

إذا كانت شدة التولد ضعيفة، فإننا نستطيع أن نكتب

$$\Delta n \gg n_0 + p_0, \text{ وبالتالي فان} \quad (2.4)$$

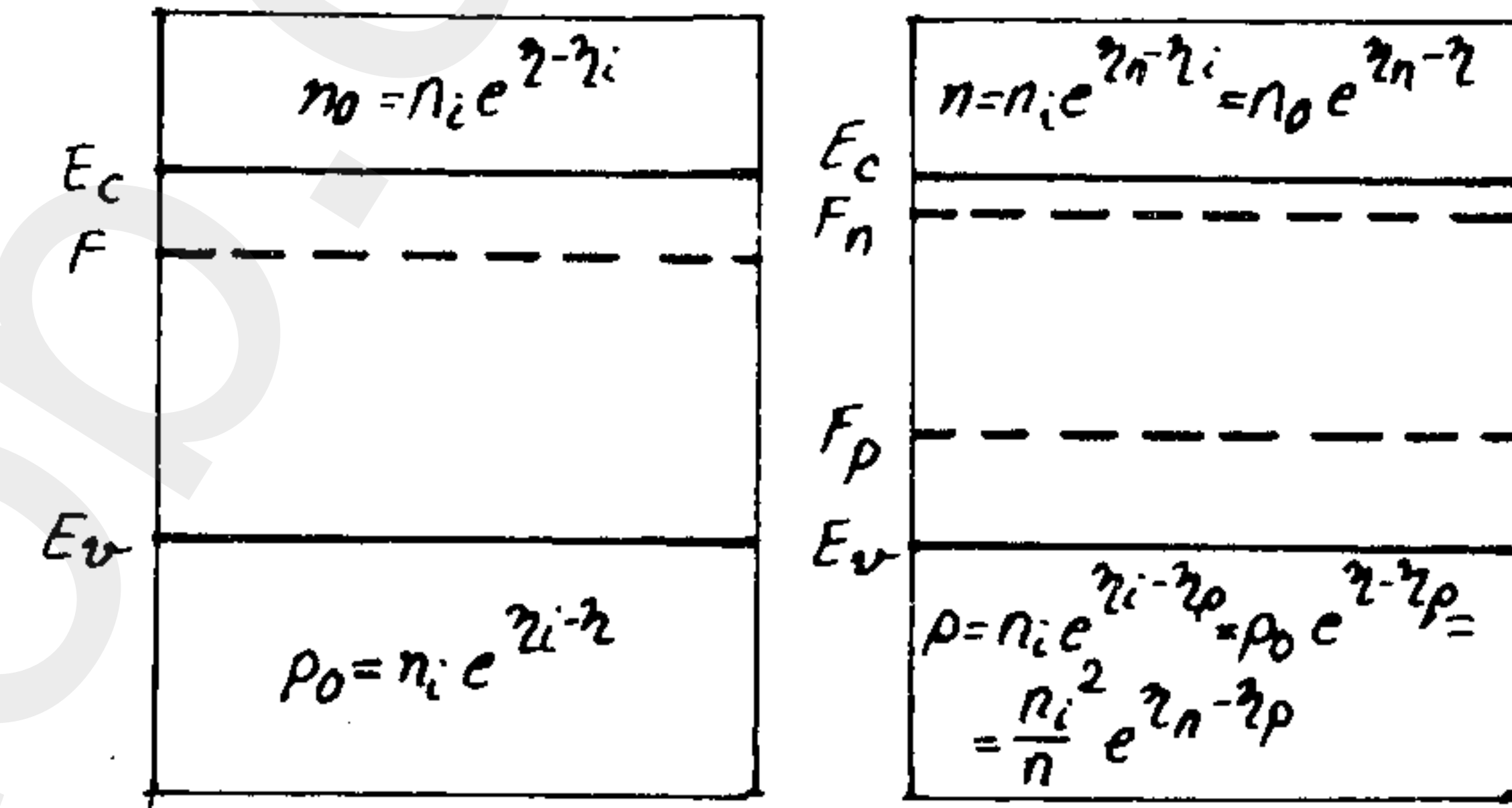
$$\left(\frac{dn}{dt}\right) = -\gamma_r (n_0 + p_0) \Delta n = -\gamma_r (n_0 + p_0) (n - n_0)$$

$$np = n_0 p_0 e^{\xi_n - \xi_p} = n_i^2 e^{\xi_n - \xi_p} \quad (1.11)$$

وتعكس المسافة الفاصلة بين شهي سوية فرمي المختزلتين (  $\xi_n - \xi_p$  ) مقدار انحراف الجملة عن حالة التوازن الترمو ديناميكي:

$$\frac{np}{n_0 p_0} = \frac{np}{n_i^2} = e^{\xi_n - \xi_p} \quad (1.12)$$

وتعبر هذه النسبة عن العلاقة بين تركيزي الإلكترونات والثقوب في



الشكل 2-5 انصمام سوية فرمي التي شهي هذه السوية للإلكترونات  $F_n$  والثقوب  $F_p$  (a) الحالة المتوازنة (b) الحالة اللامتوازنة.

الحالة اللامتوازنة. ويلاحظ أنه كلما كان الفرق بين شهي سوية فرمي للإلكترونات والثقوب كبيرا، كلما ازداد اختلاف جداء تركيزي الإلكترونات والثقوب في الحالة اللامتوازنة عنه في الحالة المتوازنة.

### 2.5. التولد ثنائي القطب الضوئي لحوامل الشحنة:

ندرس شبه الموصل الذي يتولد فيه تركيز اضافي ماللإلكترونات والثقوب نتيجة امتصاص الضوء. وسوف ندعو عملية التولد التي

$$\tau = \frac{1}{\gamma_r (n_0 + p_0)}$$

تأخذ المعادلة (2.4) الشكل:

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = -\frac{n - n_0}{\tau} = -\frac{\Delta n}{\tau} \quad (2.6)$$

ومنه

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.7)$$

حيث أن  $\Delta n(0)$  التركيز الإضافي للإلكترونات لحظة ازاحة الإشارة الضوئية.

وهكذا فإن التركيز الإضافي للإلكترونات والثقوب في حالة الشدة الضعيفة للتولد ثنائي القطب، يتناقص وفق قانون أسّي، وينخفض عددها نتيجة لاعادة التوحيد بـ  $e$  مرة خلال فترة زمنية  $\tau$ . وبالتالي، يعد  $\tau$  الزمن الوسطي لتواجد التركيز الإضافي للإلكترونات والثقوب، ويدعى "بزمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة". وتكون سرعتها اختفاء الإلكترونات والثقوب في شـ م الذاتي متساويتين، وتُعيّن القيمة  $\tau$  زمن حياة الزوج الإلكتروني الثقبّي. وتتغير قيمة زمن الحياة الحجمي للحوامل اللامتوازنة للشحنة في مجال واسع جدا  $10^{-2}$  -  $10^{-8}$  ثانية، وذلك تبعاً لمادة شبه الموصل ودرجة نقاوته. وبما أن قيمة  $\tau$  كبيرة نسبياً، فإن الإلكترونات والثقوب الحرة التي تنتشر من المجال المجاور للسطح (أين يكون تركيزها كبيراً) إلى جوف شـ م، تتمكن خلال الزمن  $\tau$  من قطع مسافة كبيرة. وبالتالي فإن مجال تولد حوامل الشحنة في حالة التولد ثنائي القطب لا يتطابق فضائياً مع مجال اعادة

توحيدها.

نجد في حالة الوتيرة المرتفعة للتردد، فإن  $\tau \ll \Delta n$  أي عندما يكون  $\Delta n \ll n_0 + p_0$ ، مسن العلاقة (2.3) تُصبح

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = \gamma_r (\Delta n) \quad (2.8)$$

أي أن سرعة اعادة التوحيد لحوامل الشحنة تتعلق بمربع  $\Delta n$ . نعيد كتابة العلاقة (2.8) بالشكل:

$$\frac{dn}{(\Delta n)^2} = -\gamma_r dt \quad (2.9)$$

ومنه

$$\Delta n = \frac{\Delta n(0)}{1 + \gamma_r \Delta n(0) \cdot t} \quad (2.10)$$

تفيد العلاقة الأخيرة بأن تناقص التركيز الإضافي لحوامل الشحنة في حالة اعادة التوحيد التربيعي يتم وفق قانون قطعي زائدي. إذا أدخلنا مفهوم الزمن اللحظي للاعارة  $\tau_{inst}$ ، فإنه وفقاً للمعادلة (2.8) نستطيع أن نكتب في حالة اعادة التوحيد التربيعي:

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_r = \frac{\Delta n}{\tau_{inst}} \quad (2.11)$$

و

$$\tau_{inst} = \frac{1}{\gamma_r \Delta n} \quad (2.12)$$

أي أن  $\tau_{inst}$  يتعلق بتركيز الحوامل الإضافية للشحنة، ويُعدّ تبعاً لذلك مقداراً متحولاً. غير أن  $\tau_{inst}$  يملك في كل لحظة زمنية مفهوماً محدداً، حيث يُعتبر زمن الحياة اللحظي لحامل الشحنة.



المانحة . واذا توقفت عملية التولد في اللحظة  $t = 0$  ، فان الحقل الكهربائي  $\vec{E}$  الذي تولده الشحنة الموجبة يتسبب في نشوء تيار ناقلية ، يؤدي الى اختفاء الشحنة الحجمية بشكل كامل خلال فترة زمنية قصيرة .

يخضع تغير كثافة الشحنة الحجمية  $\rho$  نتيجة لجريان التيار ذي الكثافة  $\vec{j}$  كما هو معلوم لمعادلة الاستمرارية للشحنة الكهربائية :

$$\text{div } \vec{j} = \text{div}(\sigma \vec{E}) = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.1)$$

ويرتبط الحقل الكهربائي بالشحنة الحجمية وفق معادلة بواسون :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \quad (3.2)$$

حيث أن  $\epsilon$  هو الثابت الكهربائي النسبي لشبه الموصل،  $\epsilon_0$  هو الثابت الكهربائي في الخلاء .

ينتج من المعادلتين (3.1) و (3.2) أن

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \rho \quad (3.3)$$

منه نجد قانون تغير الشحنة الحجمية بتابعية الزمن

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \quad (3.4)$$

حيث أن  $\rho_0$  هي كثافة الشحنة الحجمية في اللحظة  $t = 0$  و

$$\tau_\mu = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\sigma} \quad (3.5)$$

"الزمن الماكسويلي للارتخاء" أو الزمن المعزالي للارتخاء . نورد

وبحكم ذلك فاننا نتعامل في حالة السوية المرتفعة للحقن مع الزمن اللحظي للحياة الذي يساوي وفقا للمعادلة (2.11) :

$$\tau_{inst} = \frac{\Delta n}{\frac{d(\Delta n)}{dt}} \quad (2.13)$$

3.5. التولد الحراري أحادي القطب . الزمن الماكسويلي للارتخاء .

يمكن أن تختلف عمليات تولد الحوامل اللامتوازنة للشحنة في أشباه الموصلات المشوبة بشكل جوهري عن تلك التي تحدث في المواد ذات الناقلية الذاتية الصرفة . نخص بالدراسة شبه موصل مشوب بذرات مانحة غير مؤينة بشكل تام في درجة الحرارة المعطاه . ولنفرض أن تعريض شرم المذكور للضوء يؤدي الى قذف الالكترونات من السوية الشائبية الى منطقة الناقلية . وتدعى عملية الاشارة هذه "بالتولد الضوئي أحادي القطب" . وتتميز هذه العملية بتوليد تركيز اضافي للحوامل الأساسية للشحنة (الالكترونات في حالتنا) . ولا يخرق عندئذ الاعتدال الكهربائي لـ شرم ، ذلك لأن الشحنة الاضافية للالكترونات الحرة تقابلها شحنة الايونات الموجبة للذرات المانحة .

اذا انحصرت ولادة الالكترونات اللامتوازنة في منطقة معينة من العينة ، فان تركيز الالكترونات في هذه المنطقة يغدو مرتفعا ، أي  $n = n_0 + \Delta n$  . ويتسبب وجود التركيز الاضافي للالكترونات بمنطقة معينة في انتقالها الى المجالات التي لاتحدث فيها الولادة ، مما يؤدي الى نشوء شحنة حجمية . وتنشأ شحنة حجمية سالبة للالكترونات الاضافية خارج منطقة ولادتها ، بينما تتمركز في منطقة الولادة شحنة موجبة مرتبطة بالايونات الموجبة للشائبة

تقديرًا عدديًا للزمن الماكسويلي للارتخاء. يكون في حالة  $Ge$   $\tau_{\mu} = 10^{-12}$  ومنه  $\epsilon = 1.6$  و  $\sigma = 1 \text{ cm}^{-1}$ .

تفيد العلاقة (3.4)، بأن الشحنة الحجمية التي تنشأ نتيجة للتولد أحادي القطب تتناقص مع الزمن وفق قانون أسي وبشابت زمني  $\tau_{\mu}$ . وبعبارة أخرى: أن الشحنة الحجمية التي يشكلها التركيز الإضافي للحوامل الأساسية للشحنة تختفي نتيجة لجريان تيار الناقلية خلال زمن وسطي يساوي  $\tau_{\mu}$ . وبما أن زمن الارتخاء الماكسويلي  $\tau_{\mu}$  أشبه الموصلات صغير بشكل كاف، فإن السحابة الالكترونية للحوامل الناقلية للشحنة لا يمكنها الابتعاد عن أيونات الشائبة لمسافة معينة خلال هذا الزمن القصير، وبالتالي فإن التركيز المرتفع لحوامل الشحنة يتواجد في نفس الموضع الذي تحدث فيه الولادة. وهكذا فإن التولد أحادي القطب وإعادة توحد حوامل الشحنة يحدثان في نفس الموضع من شرم المشوب.

#### 4.5. أشكال إعادة التوحد.

يمكن تبعا لآليات إعادة التوحد للحوامل أن نميز بين ثلاثة أنماط مختلفة (أ) إعادة التوحد المباشر لحوامل الشحنة بين المناطق، (ب) وإعادة التوحد خلال المراكز الموضعية (المحلية)، (ج) وإعادة التوحد السطحي.

تتحقق إعادة التوحد المباشر عندما ينتقل الكترولون من منطقة الناقلية إلى منطقة التكافؤ مباشرة، ويرافق هذا الانتقال باختفاء الكترولون حر وثقب حر. ويراعى قانونا انحفاظ الطاقة وانحفاظ شبه الاندفاع عند تنفيذ هذه العملية. فإذا كانت  $\epsilon'$  طاقة الكترولون و  $P'$  شبه اندفاعه في منطقة الناقلية (قبل إعادة التوحد)، وكانت بعد إعادة التوحد  $\epsilon$  و  $P$  على الترتيب، فإن قانوني انحفاظ

الطاقة وشبه الاندفاع يكتبان على الشكل:

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{Q} \quad \text{و} \quad \epsilon' = \epsilon + \Delta\epsilon \quad (4.1)$$

حيث أن  $\vec{Q}$  ترمز هنا إلى شبه الاندفاع الذي يمنحه الكترولون إلى الشبكة البلورية، و  $\Delta\epsilon$  الطاقة الناتجة عن عملية إعادة التوحد. وتصنف عمليات إعادة التوحد المباشر تبعا للشكل الذي تظهر فيه الطاقة  $\Delta\epsilon$ ، إلى ثلاثة أنواع:

- إذا صدرت الطاقة المتحررة نتيجة لإعادة التوحد المباشر على شكل كوانتوم ضوئي، فإن إعادة التوحد المباشر تدعى "بالاشعاعية أو الفوتونية".

- إذا منحت الطاقة المتحررة أثناء عملية التوحد المباشر إلى الشبكة، أي إذا صرفت لتشكيل فونونات، فإن إعادة التوحد المباشر تدعى "بالفونونية أو بالاشعاعية".

- إذا منحت الطاقة الصادرة عن العملية إلى حامل حر ثالث للشحنة فإن إعادة التوحد المباشر تدعى "بالصدمية أو بإعادة التوحد لأوجي".

تحتوي بلورات شرم دائما على عيوب مختلفة، وتقع السويات الطاقية لهذه العيوب في المنطقة المحظورة، وبالتالي تجري بالتوازي مع إعادة التوحد المباشر منطقة - منطقة عملية إعادة التوحد خلال المراكز المحلية. ويدعى عيب الشبكة القادر على اقتناص الكترولون من منطقة الناقلية وثقب من منطقة التكافؤ وتحقيق إعادة التوحد فيما بينها "بمصيدة إعادة التوحد". وتنفذ في هذه الحالة عملية اختفاء الزوج الكترولوني-الثقبي (الكترولون منطقة الناقلية وثقب منطقة التكافؤ) بالاسلوب التالي: تقتنص مصيدة إعادة التوحد المعتدلة كهربائيا الكترولونا من منطقة

يكون تركيز حوامل الشحنة اللامتوازنة أثناء الانحراف عن حالة التوازن مساويا :

$$n = n_0 + \Delta n \quad \text{و} \quad p = p_0 + \Delta p$$

وتتميز هذه الحوامل، كما أشرنا في الفقرة 2.5، بنفس معامل إعادة التوحيد المباشر للحالة المتوازنة. وإذا بقيت الحالة الفطرية هي السائدة، فإن التناسب بين سرعة إعادة التوحيد المباشر  $R$  وجداء تركيزي الالكترونات والثقوب اللامتوازنة يبقى محفوظا. وبالتالي يمكن بعد تعيين  $\chi_r$  من (5.2)، أن نكتب:

$$R = \chi_r \cdot n \cdot p = \frac{n p}{n_i^2} R_{em}^0 \quad (5.3)$$

نقوم بتعيين زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة إعادة التوحيد الاشعاعي المباشر منطقة - منطقة. يكون  $\tau_{nr}$  من أجل الالكترونات، وفقا للمساواة (2.6)، مساويا:

$$\tau_{nr} = - \frac{\Delta n}{\frac{dn}{dt}} \quad (5.4)$$

وعندما ينزع التحريض الخارجي، تعين سرعة تغيير تركيز الالكترونات الحرة بالفرق بين شدة إعادة التوحيد المباشر  $R$  والتولّد المتوازن  $R_{em}^0$ . وبما أن  $R_{abs}^0 = R_{em}^0$ ، فإن

$$-\frac{dn}{dt} = R - R_{em}^0 \quad (5.5)$$

وبعد أخذ ذلك بعين الاعتبار، نعيد كتابة المساواة (5.4) بالشكل:

$$\tau_{nr} = \frac{\Delta n}{R - R_{em}^0} = \frac{\Delta n}{\Delta R} \quad (5.6)$$

حيث أن  $\Delta R$  تغير سرعة إعادة التوحيد المباشر أثناء انحراف

الناقلية، وبعد فترة قصيرة ينتقل هذا الالكترون الى منطقة التكافؤ. ويمكن لإعادة التوحيد خلال المراكز المحلية أن تكون فوتونية أو فيونونية، وذلك تبعا لشكل الطاقة الناتجة  $\Delta E$  عن عملية انتقال الالكترون الى سويات أخفض.

تدعى عملية إعادة توحيد حوامل الشحنة التي تتم على سطح شم "بإعادة التوحيد السطحي". وتحدث هذه العملية خلال مصائد إعادة التوحيد السطحية، ويمكن أن تجري مرفوقة بإصدار للضوء أو بدون ذلك (فوتونية أو فيونونية).

### 5.5. إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي منطقة - منطقة.

ينتقل الالكترون في عملية إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي منطقة - منطقة من منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ، ويصدر أثناء ذلك كوانتوم ضوئي (فوتون)، تساوي طاقته عرض المنطقة المحظورة:

$$h\nu = E_g \quad (5.1)$$

تكون كمية حوامل الشحنة التي يعاد توحيدها في واحدة الحجم وخلال واحدة الزمن المرفقة بإصدار فوتونات، في شروط التوازن الترموديناميكي - وفقا لمبدأ التوازن الدقيق - مساوية لعدد حوامل الشحنة المتولدة من أجل امتصاص نفس الفوتونات. وبتعبير آخر، تتساوى كثافة الاشعاع المتوازن  $R_{em}^0$  مع عدد الفوتونات الممتصة  $R_{abs}^0$  في واحدة الحجم وخلال واحدة الزمن. زد على ذلك، فإن شدة عملية إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي تتناسب مع جداء تركيزي الالكترونات والثقوب المتوازنة:

$$R_{abs}^0 = R_{em}^0 = \chi_r n_0 p_0 = \chi_r n_i^2 \quad (5.2)$$

حيث أن  $\chi_r$  معامل إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي منطقة - منطقة.

يكون في حالة شبه موصل ذاتي  $n_i = p_0 = n_0$  ، وبالتالي

$$\tau_{ir} = \frac{n_i}{2R_{em}^0} = \frac{1}{2\gamma_r n_i} = \frac{e^{E_g/2KT}}{2\gamma_r (N_c N_v)^{1/2}} \quad (5.13)$$

يكون في حالة المواد من النوع-n ( $p_0 \ll n_0$ ) :

$$\tau_r^n = \frac{p_0}{R_{em}^0} = 2 \frac{n_i}{n_0} \tau_{ir} = \frac{1}{\gamma_r n_0} \quad (5.14)$$

ويكون في حالة المواد من النوع-p ( $n_0 \ll p_0$ ) :

$$\tau_r^p = \frac{n_0}{R_{em}^0} = 2 \frac{n_i}{p_0} \tau_{ir} = \frac{1}{\gamma_r p_0} \quad (5.15)$$

يبين تحليل العبارات (5.13) - (5.15) ، أن زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة في شـم ذاتي وفي حالة إعادة التوحيد المباشر يكون أصغر كلما كانت درجة الحرارة أكبر وكلما صغر عرض المنطقة للمحظورة (انظر الجدول 5-1) . ويكون زمن الحياة للحوامل اللامتوازنة للشحنة في شم المشوب أصغر منه في شم الذاتي ، وتتناقص قيمته كلما ازدادت درجة الاشابة ودرجة الحرارة .

يعرض الشكل 3-5 تابعة زمن الحياة في حالة إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي لدرجة الاشابة ، أي لتركيز حوامل الشحنة في درجة حرارة ثابتة ، وذلك من أجل سوية منخفضة للاشارة . ويمكن أن ننظر على هذا الرسم الى المسطرة اللوغاريتمية لتركيز حوامل الشحنة على أنها مسطرة خطية لموضع سوية فرمي ، ذلك لأن

$$n = N_c e^{-(E_c - F)/KT}$$

اضف الى ذلك فان نقطتها المتوسطة توافق سوية فرمي لشبه

الجملة عن حالة التوازن .

يمكن بشكل مماثل أن نكتب علاقة تخص الثقوب :

$$\tau_{Pr} = \frac{\Delta P}{R - R_{em}^0} = \frac{\Delta P}{\Delta R} \quad (5.7)$$

وتعين  $\Delta R$  من الصيغتين (5.2) و (5.3) :

$$\Delta R = R - R_{em}^0 = R_{em}^0 \frac{n p - n_i^2}{n_i^2} \quad (5.8)$$

نعوض في العلاقة (5.8)  $n$  و  $p$  بقيمتها ، ونستبدل  $n_i^2$  بـ  $n_0 p_0$  فنحصل على :

$$\Delta R = R_{em}^0 \frac{n_0 \Delta P + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p}{n_0 p_0} \quad (5.9)$$

وتأخذ العبارة (5.6) عندئذ الشكل :

$$\tau_{nr} = \Delta n \frac{n_0 p_0}{R_{em}^0 (n_0 \Delta P + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p)} \quad (5.10)$$

وتبسط العلاقة (5.10) عندما يكون  $\Delta n = \Delta p$  :

$$\tau_{nr} = \tau_{Pr} = \frac{n_0 p_0}{R_{em}^0 (n_0 + p_0 + \Delta n)} \quad (5.11)$$

نقوم بتحليل العبارة الحاصلة : يكون لدينا في حالة **وتيرة** منخفضة للاشارة  $\Delta n \gg n_0 + p_0$  . وبالتالي تصبح (5.11) ، بعد الأخذ بعين الاعتبار (5.2) ، على الشكل :

$$\tau_{nr} = \tau_{Pr} = \frac{n_i^2}{R_{em}^0 (n_0 + p_0)} = \frac{1}{\gamma_r (n_0 + p_0)} \quad (5.12)$$

ويكون العدد الكلي للفوتونات ذات الاندفاع  $\vec{P}$  الصادرة ضمن الزاوية المجسمة  $d\Omega$  مساويا:

$$dn_{ph} = \frac{2}{h^3} f_{ph} P^2 dP^2 d\Omega \quad (5.18)$$

حيث أن ادخال الثابت 2 يعني الأخذ في الحسبان الاستقطاب المختلف للضوء. يرتبط اندفاع الفوتون بالطاقة ( $E = h\nu$ ) وفق العلاقة:

$$P = \frac{E}{v_{ph}} = \frac{h\nu}{v_{ph}} = \frac{\bar{n} h\nu}{c} \quad (5.19)$$

وترمز  $v_{ph} = \frac{c}{\bar{n}}$  هنا الى سرعة الفوتون في الوسط المعطى، و  $c$  الى سرعة الضوء في الخلاء، و  $\bar{n}$  الى قرينة انكسار الوسط. ونحصل من الصيغة (5.19) على:

$$dP = \frac{\bar{n} h}{c} d\nu \quad (5.20)$$

نضع هذه القيمة في (5.18) ونكامل في مجال الزوايا من 0 الى  $4\pi$ ، فنجد:

$$dN = \int_0^{4\pi} \frac{2}{h^3} f_{ph} P^2 dP d\Omega = \frac{8\pi}{h^3} f_{ph} P^2 dP = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\bar{n}^3 \nu^2 d\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (5.21)$$

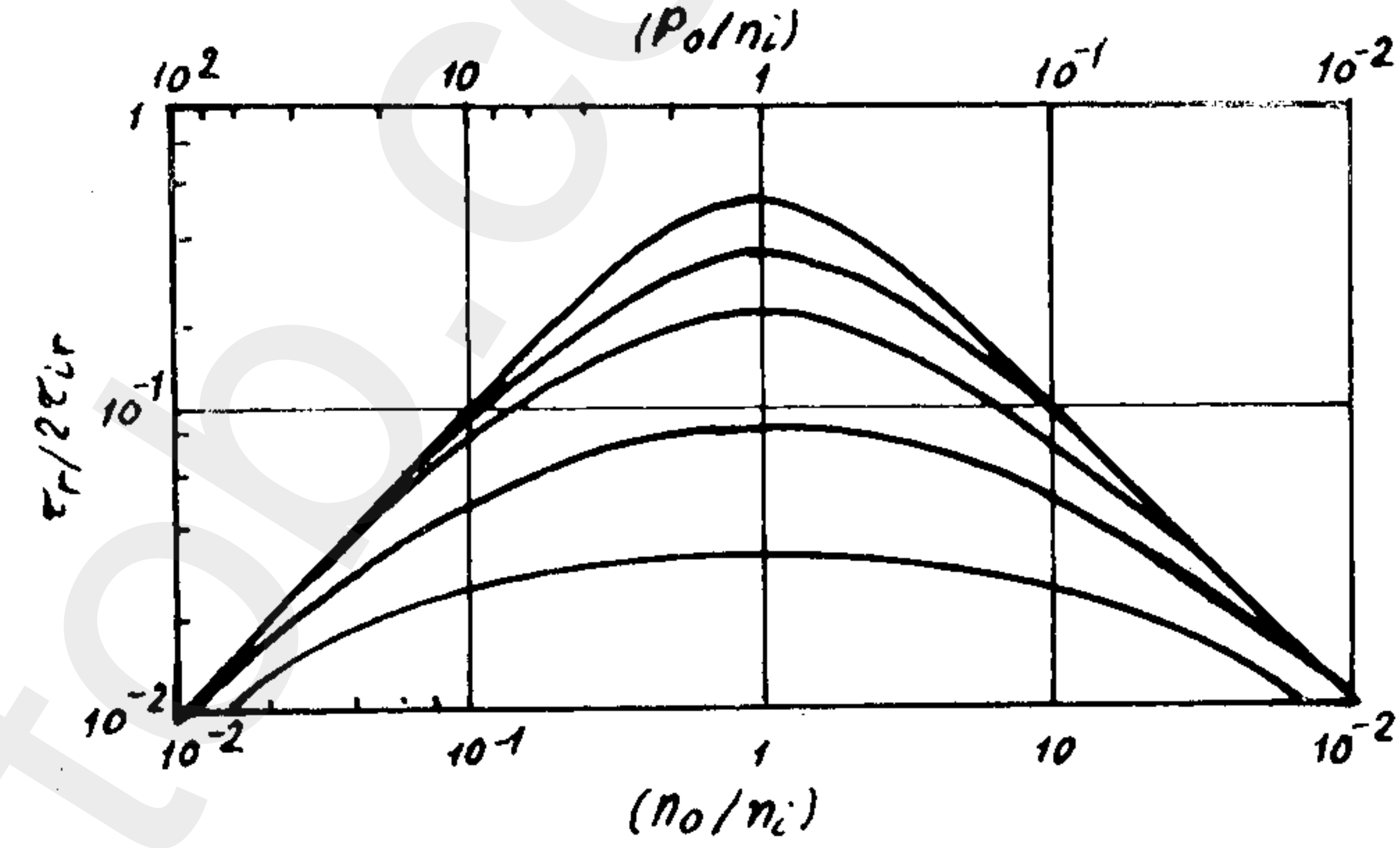
اذا رمزنا لاحتمال امتصاص الفوتون ذي التواتر  $\nu$  بـ  $g(\nu)$ ، فاننا نحصل من أجل شدة الامتصاص التي تساوي في شروط التوازن الترموديناميكي شدة الاشعاع، على العبارة التالية:

$$R_{abs}^0 = R_{em}^0 = \int_0^{\infty} g(\nu) dN = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\bar{n}^3 g(\nu) \nu^2 d\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (5.22)$$

ان زمن حياة الفوتون  $\tau_{ph}$  يساوي الى مقلوب احتمال امتصاصه.

الموصل الذاتي. ويتبين من التابعيات الواردة على الشكل أن زمن الحياة في شرم الذاتي يتناقص بشكل حاد عند زيادة سوية الاشارة، بينما يتناقص في شرم المشوب بشكل ضعيف.

نحسب المقدار  $R_{em}^0$ ، مستخدمين لهذه الغاية نظرية انشتين للاشعاع المتوازن. ان عدد الحالات الكوانتية للفوتونات المحصورة



الشكل 3-5 تابعة زمن الحياة في حالة اعادة التوحيد المباشر

الاشعاعي منطقة - منطقة لتركيز حوامل الشحنة في درجة حرارة ثابتة ومن أجل سوية اشارة منخفضة. تكون النسبة  $\Delta n/n_i = 0$  في النهايات العظمى للمنحنى العلوي، وتساوي النسبة المذكورة من أجل المنحنى اللاحقة 1، 3، 10، 30.

في مجال شبه الاندفاع  $\vec{P}$  و  $\vec{P} + d\vec{P}$  يساوي:

$$\frac{P^2 dP}{h^3} \quad (5.16)$$

ولكي نعين كمية الخلايا المشغولة بالفوتونات، ينبغي أن نضرب

(5.16) بدالة التوزع لبوز-انشتين:

$$f_{ph} = \frac{1}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (5.17)$$

ويمكن تعيين المقدار  $\tau_{ph}$  إذا علم طول القفزة الحرة  $l_{ph}$  وسرعة الفوتون  $v_{ph}$ . وبنفس الوقت يلاحظ أن طول القفزة الحرة للفوتون تتناسب عكسا مع معامل الامتصاص  $\alpha(\nu)$ ، أي أن  $l_{ph} = \frac{1}{\alpha(\nu)}$ . ونحصل في النتيجة على:

$$\tau_{ph} = \frac{1}{g(\nu)} = \frac{l_{ph}}{v_{ph}} = \frac{\bar{n}}{c \alpha(\nu)} \quad (5.23)$$

نعوض قيمة  $g(\nu)$  من (5.23) في (5.22) فنجد أن:

$$R_{em}^0 = \gamma_r n_i^2 = \frac{8\pi}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\bar{n}^2 \alpha(\nu) \nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (5.24)$$

يتضمن الجدول 5-1 قيم  $\tau_{ir}$  و  $R_{em}^0$  و  $n_i$  للانتقالات المرفقة

شبه الموصل	المنطقة المحظورة، eV	$n_i, cm^{-3}$	$R_{em}^0, cm^{-3} \cdot sec^{-1}$	$\tau_{ir}$	$\tau_{ext}, \mu sec$
Si	1,08	$1,5 \cdot 10^{10}$	$4,5 \cdot 10^5$	4,6 hour	2500
Ge	0,66	$2,4 \cdot 10^{13}$	$2,0 \cdot 10^{13}$	0,61 sec	150
GaAs	0,71	$4,3 \cdot 10^{12}$	$2,4 \cdot 10^{14}$	0,009 sec	0,37
InAs	0,31	$1,6 \cdot 10^{15}$	$5,4 \cdot 10^{10}$	15 $\mu sec$	0,24
InSb	0,18	$2,0 \cdot 10^{15}$	$1,6 \cdot 10^{22}$	0,62 $\mu sec$	0,12
PbS	0,41	$7,1 \cdot 10^{14}$	$2,4 \cdot 10^{19}$	15 $\mu sec$	0,21
PbTe	0,32	$4,0 \cdot 10^{15}$	$8,3 \cdot 10^{20}$	2,4 $\mu sec$	0,19
PbSe	0,29	$6,2 \cdot 10^{15}$	$1,5 \cdot 10^{21}$	2 $\mu sec$	0,25

الجدول 5-1. إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي في درجة الحرارة 300 كلفن لبعض أشباه الموصلات.

بالاشعاع من منطقة الناقلية الى منطقة التكافؤ من أجل بعض

أشباه الموصلات.

ينتج عن معطيات الجدول 5-1، أن زمن الحياة للحوامل اللامتوازنة في حالة إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي ينخفض بتناقص عرض المنطقة المحظورة. ويلاحظ أن القيم المحسوبة  $\tau_{ir}$  تكون قريبة من القيم التجريبية فقط من أجل أشم ذات المناطق المحظورة الضيقة. بينما يوجد فرق واضح بين القيم المحسوبة والقيم المقاسة في حالة أشم ذات المناطق المحظورة العريضة، ويرتبط ذلك بالاحتمال الكبير للانتقالات الغير مرفقة بالاشعاع من أجل أشم الأخيرة.

ينخفض زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة بزيادة درجة الاشابة، وذلك وفقا للعلاقتين (5.14) و (5.15). فعلى سبيل المثال، يكون زمن الحياة من أجل الجرمانيوم المشوب بشدة ( $n_0 = 10^{19} cm^{-3}$ ) مساويا:

$$\tau_r^n = 2 \frac{n_i}{n_0} \tau_{ir} \approx 2 \frac{2,4 \cdot 10^{13}}{10^{19}} 0,61 \approx 3 \cdot 10^{-6} sec = 3 \mu sec$$

يتهيأ لنا أن زيادة درجة الاشابة للمادة ينبغي أن تزيد من احتمال إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي منطقة منطقة. غير أن زيادة تركيز الشوائب ترافق بظهور عدد كبير من العيوب، ويؤدي ذلك الى سيطرة عملية إعادة التوحيد خلال المصادم. وبالتالي تتطلب دراسة عملية إعادة التوحيد المباشر الاشعاعي استخدام أشم نقية نسبيا.

6.5. إعادة التوحيد المباشر الصدمي منطقة - منطقة.

إذا حدث في نفس اللحظة اصطدام إلكترونين حريين مع ثقب

الترموديناميكي. وتجدر الإشارة الى أن أبعاد المعاملات المرافقة في الأنواع الأخرى لاعادة التوحد.

نعوض في العبارة (6.1) قيمتي  $n$  و  $p$  ونحصل  $\Delta p = \Delta n$ ، وننشر الحدود للمعادلة وفق قوى  $\Delta n$  فنحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta n = \frac{d}{dt} \Delta p = \Delta n \left( \sum^{(n)} n_0^2 + 2 \sum^{(n)} n_0 p_0 + 2 \sum^{(p)} n_0 p_0 + \sum^{(p)} p_0^2 \right) + \Delta n^2 \left( \sum^{(n)} p_0 + 2 \sum^{(p)} p_0 + \sum^{(p)} n_0 \right) + \Delta n^3 \left( \sum^{(n)} + \sum^{(p)} \right) \end{aligned} \quad (6.2)$$

نوجد عبارة زمن حياة المومل المتوازنة للشحنة في حالة اعادة التوحد المباشر الصدمي وفقاً لـ (6.2)، متعبرين بدرجة منخفضة للحقن ( $n_0 + p_0 \gg \Delta n$ ). نقوم من أجل ذلك بحذف الحدود الحافية على الأس الثاني والثالث لـ  $\Delta n$  في العبارة (6.2)، فنحصل على:

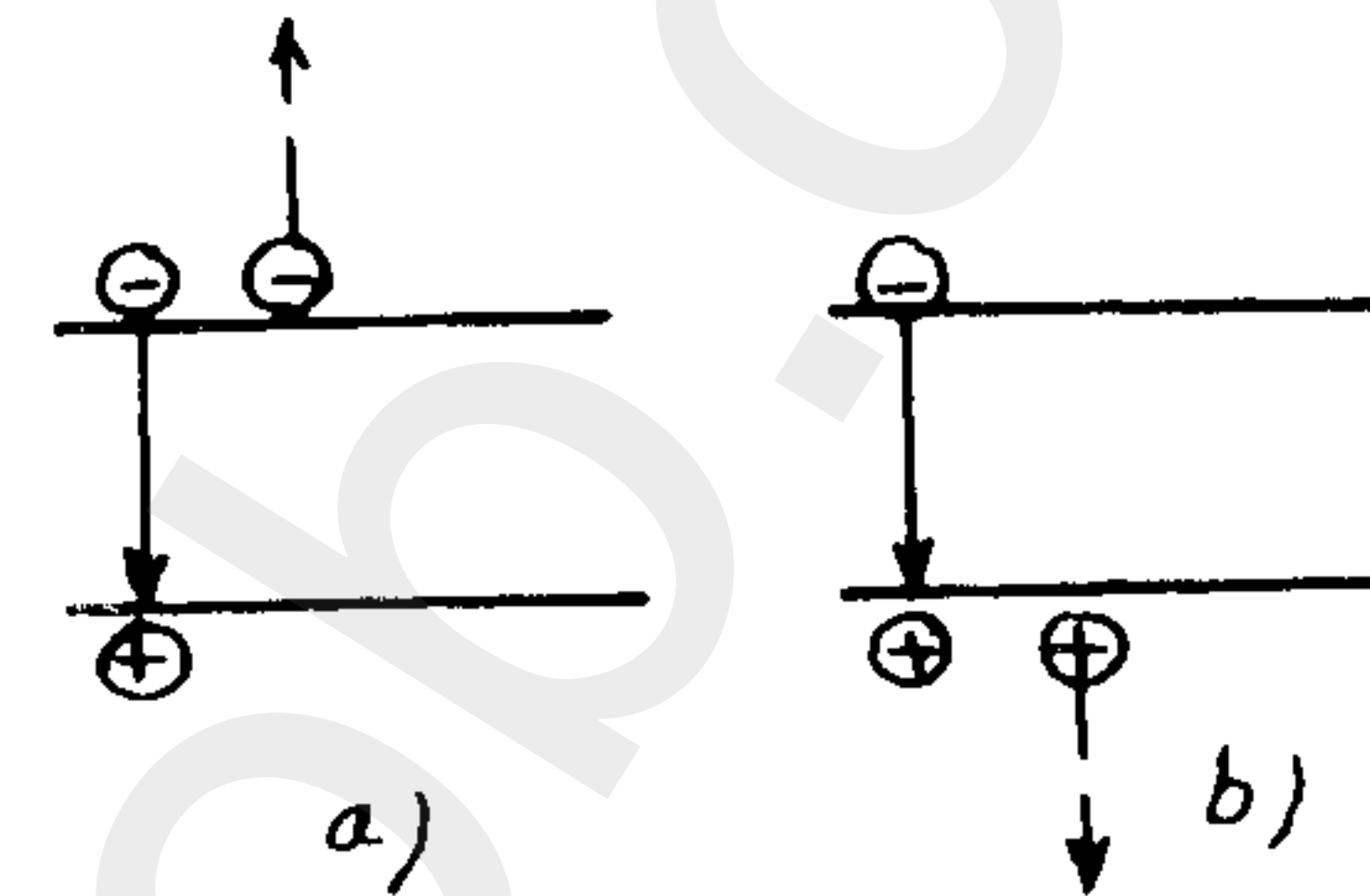
$$\tau_{nA} = \tau_{pA} = - \frac{\Delta n}{d\Delta n/dt} = \frac{1}{\sum^{(n)} n_0^2 + 2 \sum^{(n)} n_0 p_0 + 2 \sum^{(p)} n_0 p_0 + \sum^{(p)} p_0^2} \quad (6.3)$$

ندرس الحالات الخاصة التالية:

(1) شبه موصل ذاتي ( $n_0 = p_0 = n_i$ )

$$\tau_{LA} = \frac{1}{3 \left( \sum^{(n)} + \sum^{(p)} \right) n_i^2} = \frac{1}{3 \left( \sum^{(n)} + \sum^{(p)} \right) N_c N_v} e^{E_g/kT} \quad (6.4)$$

واحد أو حدث اصطدام ثقبين مع إلكترون حر واحد، فمن الممكن أن يعاد توحد اثنين منها وتمنح الطاقة الناتجة الى الحامل الثالث الذي ينتقل الى سوية أعلى للطاقة في المنطقة الطاقية الموافقة، ويصبح هذا الحامل "ساخناً". ويمنح الحامل الساخن طاقته الى الفونونات ويصبح في حالة توازن مع الشبكة البلورية. وتعد هذه العملية لاعادة التوحد عملية عكسية للتأين الصدمي أين ينشأ زوج ثقب-إلكترون على حساب الطاقة التي يمنحها الحامل الحر للشحنة عند انتقاله في المنطقة الى سويات طاقية أخفض. ويعرض الشكل 4-5 مخططاً لعملية اعادة التوحد المباشر الصدمي، حيث يقوم الإلكترون (a) أو الثقب (b) بدور الحامل الثالث للشحنة.



الشكل 4-5 مخطط اعادة التوحد الصدمي المباشر.

يكون احتمال اصطدام الأزواج الإلكتروني-ثقبية بالإلكترون الحر متناسبا مع  $n^2 p$  وبالثقب مع  $p^2 n$ . وهكذا فان تناقص تركيز الإلكترونات الحرة أو الثقوب نتيجة لاعادة التوحد المباشر الصدمي، يعين بالعلاقة:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{dp}{dt} = \sum^{(n)} n^2 p + \sum^{(p)} p^2 n - \sum^{(n)} n_0 p_0 - \sum^{(p)} p_0 n_0 \quad (6.1)$$

حيث أن  $\sum^{(n)}$  و  $\sum^{(p)}$  معاملا اعادة التوحد المباشر الصدمي باشتراك إلكترون كحامل ثالث للشحنة أو ثقب على الترتيب. ويعكس الحدان الأخيران في العبارة (6.1) شدة التولد في حالة التوازن

وتكون كمية الإلكترونات  $R_{ret}^n$  العائدة من المصاد إلى منطقة الناقلية نتيجة للإصدار، متناسبة مع تركيز الإلكترونات في المصاد

$$R_{ret}^n = \beta_n f_t N_t \quad (7.2)$$

حيث أن  $\beta_n$  معامل تحرر الإلكترونات من المصاد. ويعين تغيير تركيز الإلكترونات اللامتوازنة في منطقة الناقلية بالفرق بين وتيرتي الأسر والتحرر :

$$-\frac{dn}{dt} = R_{cap}^n - R_{ret}^n = \gamma_n n N_t (1 - f_t) - \beta_n N_t f_t \quad (7.3)$$

لكي نعين العلاقة بين المعاملين  $\beta_n$  و  $\gamma_n$  ، ينبغي دراسة حالة التوازن الترموديناميكي. يكون احتمال امتلاء سوية المصيدة بالإلكترونات في حالة التوازن الترموديناميكي مساويا :

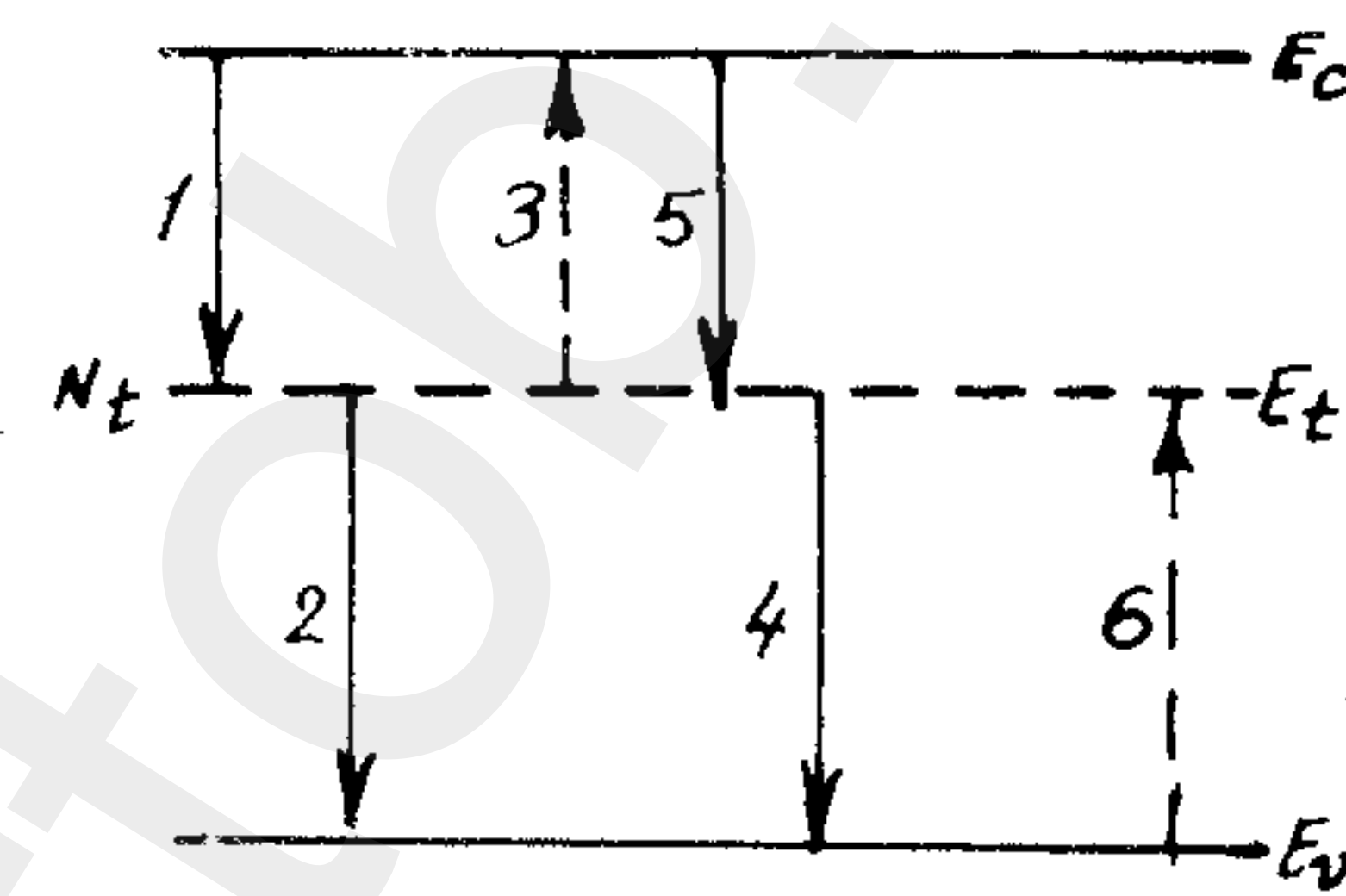
$$f_{ot} = f(E_t) = \frac{1}{e^{(E_t - F)/kT} + 1}$$

إذا بقي شرم فطريا في الحالة اللامتوازنة، فإن الجزء الأكبر من زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة لا يختلف فيزيائيا عن الحالة المتوازنة. وبالتالي يمكن أن تتميز الحوامل المتوازنة للشحنة أيضا بمعامل الأسر  $\gamma_n$  والتحرر  $\beta_n$ . ونجد اعتمادا على المساواة (7.3)، أين يكون  $\frac{dn_0}{dt} = 0$  في حالة التوازن الترموديناميكي، أن :

$$\beta_n = \gamma_n n_0 \left( \frac{1}{f_{ot}} - 1 \right) = \gamma_n N_c e^{-\frac{(E_c - F)/kT}{e}} \cdot e^{\frac{(E_t - F)/kT}{e}} = \gamma_n N_c \cdot e^{-\frac{(E_c - E_t)/kT}{e}} = \gamma_n n_1 \quad (7.4)$$

المعتدلة الكترونا من منطقة الناقلية، وتكتسب شحنة سالبة (المسلك 1)، وينتقل بعدئذ الإلكترون من سوية المصيدة السوية منطقة التكافؤ (المسلك 2)، مما يكافئ اقتناص المصيدة السالبة ثوبا من منطقة التكافؤ. وعند انخفاض تركيز الثقوب الحرة يصبح احتمال العملية الثانية ضعيفا، وتغدو ممكنة عودة الإلكترونات من المصيدة إلى منطقة الناقلية (المسلك 3).

إذا حوت المادة على كمية كبيرة من الثقوب الحرة، فإن اقتناصهم من قبل المصاد يتم بوتيرة مرتفعة، أي عبور الإلكترونات



الشكل 5-6 مسالك الإلكترونات المرتبطة بإعادة التوحيد خلال المراكز المحلية.

نتنقل الآن إلى الحسابات الكمية للعملية السابقة. إذا رمزنا

بـ  $f_t = f(E_t)$  إلى احتمال امتلاء المصيدة بالإلكترونات فإن  $1 - f_t$  يرمز إلى احتمال عدم وجود الإلكترون في المصيدة، أي احتمال كون المصيدة شاغرة. وتكون عندئذ وتيرة اقتناص الإلكترونات من قبل المصاد  $R_{capture}^n$  متناسبة مع تركيز الإلكترونات في منطقة الناقلية  $n$  ومع عدد الأمكنة الشاغرة على سوية المصيدة  $N_t (1 - f_t)$  :

$$R_{cap}^n = \gamma_n n N_t (1 - f_t) \quad (7.1)$$

حيث أن  $\gamma_n$  معامل أسر الإلكترونات اللامتوازنة من قبل المصاد.



حيث أن

$$n_1 = N_c e^{-(E_c - E_t)/kT} \quad (7.5)$$

يمثل التركيز المتوازن للالكترونات في منطقة الناقلية، وذلك عندما تنطبق سوية-فرمي على سوية المصيدة.

نعيد كتابة المعادلة (7.3) باستخدام المساواة (7.4) على

الشكل:

$$-\frac{dn}{dt} = \gamma N_t [n(1 - f_t) - n_1 f_t] \quad (7.6)$$

وتعين هذه العبارة سرعة تغير تركيز الالكترونات اللامتوازنة في منطقة الناقلية نتيجة لعملية أسر الالكترونات من قبل المصائد وتحرير الالكترونات من المصائد وعودتها الى منطقة الناقلية.

تصاغ عبارة سرعة تغير تركيز الثقوب اللامتوازنة في منطقة

التكافؤ بالشكل:

$$\frac{dP}{dt} = \gamma P N_t f_t - \beta N_t (1 - f_t) \quad (7.7)$$

ويبدل الحد الأول من الطرف الأيمن لهذه العلاقة على كمية الثقوب الأسرى من قبل المصائد، ويبدل الحد الثاني على عدد الثقوب

العائدة من المصائد الى منطقة التكافؤ. ويمثل المقداران  $\gamma_p$  و

$\beta_p$  معاملي الأسر والتحرر للثقوب على الترتيب.

نجد من شرط التوازن الترموديناميكي ( $\frac{dP_0}{dt} = 0$ )، أن:

$$\beta_p = \gamma_p P_0 \frac{f_{0t}}{1 - f_{0t}} = \gamma_p N_t \cdot e^{(E_v - F)/kT} \cdot e^{-(E_t - F)/kT} = \gamma_p N_t \cdot e^{(E_v - E_t)/kT} = \gamma_p P_1 \quad (7.8)$$

حيث أن

$$P_1 = N_v e^{(E_v - E_t)/kT} \quad (7.9)$$

يمثل التركيز المتوازن للثقوب في منطقة التكافؤ، عندما تنطبق سوية فرمي على سوية المصيدة.

نعوض العبارة (7.8) في (7.7)، فنجد:

$$-\frac{dP}{dt} = \gamma_p N_t [P f_t - P_1 (1 - f_t)] \quad (7.10)$$

وتعين هذه العبارة سرعة تغير تركيز الثقوب اللامتوازنة في منطقة التكافؤ نتيجة لأسر الثقوب من قبل المصائد ولتحررها من المصائد وعودتها الى منطقة التكافؤ.

ونجد باستخدام المعادلتين (7.6) و (7.10) تغير كمية

الالكترونات الموجودة في المصائد. وينعين هذا التغير بتغير تركيز الالكترونات اللامتوازنة في منطقة الناقلية والثقوب في منطقة التكافؤ:

$$N_t \frac{df_t}{dt} = \frac{dn}{dt} - \frac{dP}{dt} = \gamma_p N_t [P f_t - P_1 (1 - f_t)] - \gamma_n N_t [n(1 - f_t) - n_1 f_t] \quad (7.11)$$

نكتب شرط الاعتدال الكهربائي الموضعي لشبه موصل متجانس

يحتوي كمية ما من أيونات شائبة مانحة  $N_d^+$ . يكون هذا الشرط في حالة التوازن من الشكل:

$$n_0 + N_t f_{0t} = P_0 + N_d^+ \quad (7.12)$$

يمكن استنادا الى العلاقة السابقة تعيين زمن الحياة للحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة اعادة التوحد خلال المصاد. ونجد بعد الأخذ بعين الاعتبار المساويات:

$$n_1 p_1 = n_c^2 = n_0 p_0 \quad (7.18)$$

أن زمن الحياة:

$$\tau = - \frac{\Delta n}{\frac{dn}{dt}} = \frac{\gamma_n (n_0 + n_1 + \Delta n) + \gamma_p (p_0 + p_1 + \Delta p)}{\gamma_n \gamma_p N_t (n_0 + p_0 + \Delta n)}$$

$$= \frac{1}{\gamma_p N_t} \frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} + \frac{1}{\gamma_n N_t} \frac{p_0 + p_1 + \Delta p}{n_0 + p_0 + \Delta n} \quad (7.19)$$

ندخل الرمزين:

$$\tau_{p0} = \frac{1}{\gamma_p N_t} \quad \text{و} \quad \tau_{n0} = \frac{1}{\gamma_n N_t} \quad (7.20)$$

ونعيد كتابة العبارة (7.19) بالشكل التالي:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_1 + \Delta p}{n_0 + p_0 + \Delta p} \quad (7.21)$$

عندما تكون وتيرة الاشارة منخفضة، أي عندما  $n_0 + p_0 \gg \Delta n$  فان تابعة زمن حياة الحوامل اللامتوازنة للشحنة لموقع سويبة فرمي في درجة حرارة ثابتة، أي تابعيته لدرجة اشابة شبه الموصل، تكون من الشكل:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0} \quad (7.22)$$

وهكذا فان زمن حياة الأزواج الالكتروثقبية لايتعلق في حالة الوتيرة المنخفضة للاشارة بتركيز الحوامل الاضافية للشحنة، وإنما

سوف نعتبر أن عدد أيونات الشائبة المانحة لايتغير في الحالة اللامتوازنة - يكون عندئذ:

$$n + N_t f_t = p + N_d^+ \quad (7.13)$$

ونحصل بطرح (7.12) من (7.13) على علاقة للتركيز الاضافي لحوامل الشحنة:

$$n - n_0 + N_t (f_t - f_{t0}) = p - p_0 \quad (7.14)$$

$$\Delta n + N_t \Delta f_t = \Delta p \quad \text{أو}$$

اذا كان تركيز المصاد في ش م صغيرا بالمقارنة مع كثافة الحوامل الاضافية للشحنة، أي أن  $\Delta n \gg N_t$ ، فان كمية الالكترونات  $N_t \Delta f_t$  المستوطنة على المصاد يمكن اهمالها. ويكون ضمن هذا الشرط التركيز الاضافي للالكترونات مساويا للتركيز الاضافي للشحوب، أي أن

$$\Delta p = \Delta n \quad (7.15)$$

وبالتالي  $\frac{dn}{dt} = \frac{dp}{dt}$ ، ونستخرج من المعادلة (7.11) التي تصبح مساوية للمفر دالة التوزع للالكترونات الواقعة في المصاد:

$$f_t = \frac{\gamma_n n + \gamma_p p_1}{\gamma_n (n + n_1) + \gamma_p (p + p_1)} \quad (7.16)$$

نعوض القيمة الناتجة لـ  $f_t$  في العبارة (7.6)، فنحصل على:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\gamma_n \gamma_p N_t (np + n_1 p_1)}{\gamma_n (n + n_1) + \gamma_p (p + p_1)} \quad (7.17)$$

حامل الشحنة متناسبا مع المقطع العرضي للاقتناص، ومع السرعة الحرارية للحامل  $v_0$  :

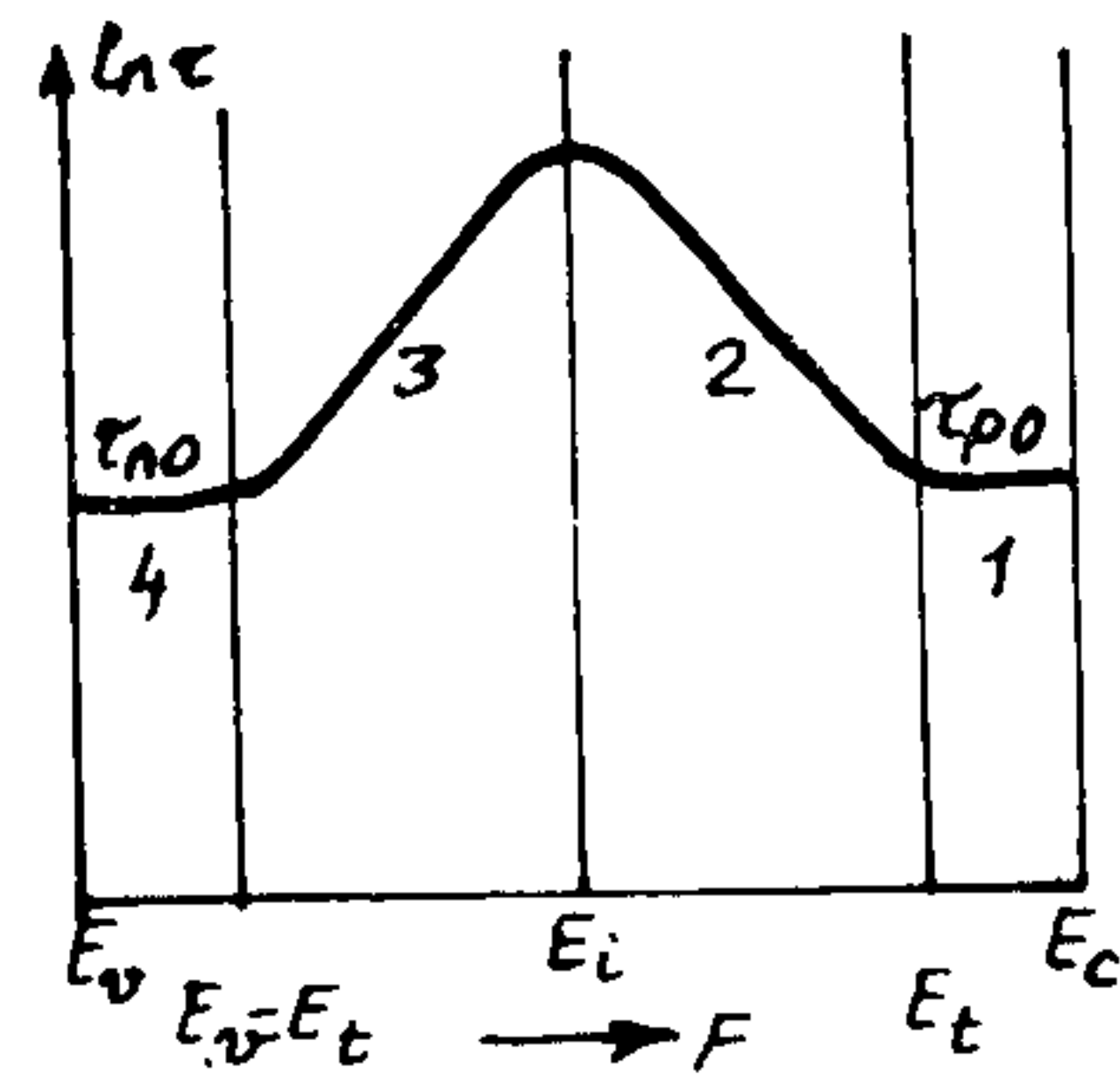
$$\gamma_p = \frac{\sigma_p}{P} v_0 \quad (7.24)$$

وبالتالي فان زمن حياة الثقب في شرم الالكتروني، يساوي:

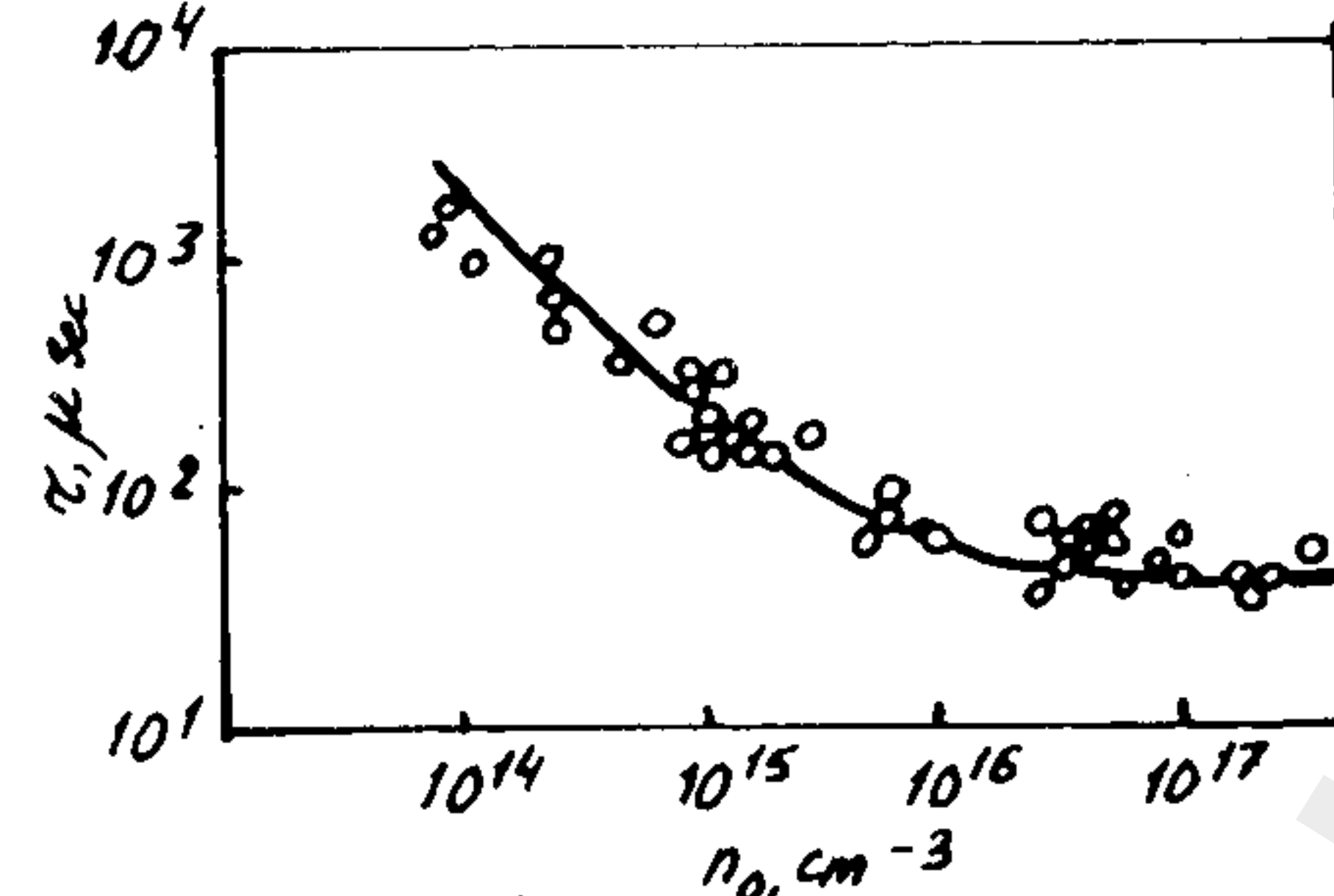
$$\tau = \tau_{p0} = \frac{1}{\gamma_p N_t} = \frac{1}{\sigma_p N_t v_0} \quad (7.25)$$

ويلاحظ أن قيمته تتناقص مع زيادة تركيز مصائد إعادة التوحيد ومع ارتفاع درجة الحرارة التي تؤدي الى زيادة  $v_0$ .

- المجال الثاني، ويخص شرم الالكتروني ذا الاشابة الضعيفة، بحيث أن سوية فرمي تقع في النصف العلوي للمنطقة المحظورة



الشكل 5-7 تغير زمن الحياة كتابع لموضع سوية فرمي.



الشكل 5-8 تابعة زمن حياة الثقوب في الجرمانيوم-n لتركيز الالكترونات المتوازن

وتحت السوية الطاقةية للمصائد، أي أن  $E_c > F > E_i$ . وتتحقق في هذه الحالة العلاقات التالية بين التراكيز:

$$n_0 \gg p_0, \quad n_0 \gg p_1, \quad n_0 < n_i$$

وتكتسب العبارة الموافقة لـ  $\tau$  الشكل التالي:

يُعيّن بقيمتي التركيزين المتوازنين للالكترونات والثقوب وبموضع السوية الطاقةية لمصائد إعادة التوحيد، هذه السوية التي تحدد  $p_1$  و  $n_1$ .

يمكن استنادا الى العلاقة (7.22)، أن ننشأ تابعة  $\tau$  لموقع سوية فرمي، ونميز أربعة مجالات أساسية (الشكل 5-7):

- المجال الأول، ويخص شرم الالكتروني المشوب بشدة. تكون سوية فرمي متموضعة بين أرضية منطقة الناقلية والسوية الطاقةية لمصائد إعادة التوحيد، أي أن  $E_c > F > E_i$ . وتنصح في هذه الحالة المتراجحات التالية لتراكيز حوامل الشحنة:

$$n_0 \gg p_0, \quad n_0 \gg n_1, \quad n_0 \gg p_1$$

ونحصل بعد الأخذ بعين الاعتبار هذه المتراجحات على:

$$\tau = \tau_{p0} = \frac{1}{\gamma_p N_t} \quad (7.23)$$

وهكذا فان زمن حياة الأزواج الالكتروثقبية اللامتوازنة في شرم المانح المشوب بشدة، يأخذ قيمة ثابتة  $\tau = \tau_{p0}$ ، ويساوي زمن حياة الحوامل الثانوية المتوازنة للشحنة (الثقوب). وتعيين في هذه الحالة سرعة عملية إعادة التوحيد بعدد حوادث اقتناص الثقوب من قبل المصائد المشغولة بالالكترونات. وتؤيد المعطيات التجريبية ذلك، حيث يتضح على الشكل 5-8 أن زمن حياة الثقوب في الجرمانيوم المشوب بشدة بشائبة مانحة يأخذ قيمة ثابتة.

نوضح ماتعنيه الصيغة (7.23). تعبر هذه المساواة عن أن كل ثقب متحرك في منطقة التكافؤ لمادة من النوع -n يتمتع باحتمال محدد لاخطافه من قبل المصيدة المشحونة سلبيا. ولكي نعبر عن هذا الاحتمال كميا، نستخدم مفهوم المقطع العرضي الفعال لاقتناص الثقب  $\sigma_p$ . يكون وفقا للعبارة (3.16 ف4) احتمال اقتناص

الالكترونات من المصاد وبتناقص زمن الحياة (الشكل 7-5).  
 - المجال الرابع، ويخص أشم الآخذة المشوبة بشدة. يعين موقع سوية فرمي في هذه المواد بالمتراجحة  $E_v - E_c > F > E_v$  ويكون في هذه الحالة:

$$P_0 \gg n_0 \quad , \quad P_0 \gg P_1 \quad , \quad P_0 \gg n_1$$

وينتج عن العلاقة (7.22)، أن

$$\tau = \tau_{n0} = \frac{1}{\delta_n N_c} = \frac{1}{\delta_n N_c \nu_0} \quad (7.28)$$

حيث أن  $\delta_n$  المقطع العرضي الفعال لاقتناص الالكترونات. وهكذا يكون في أشم الآخذة المشوبة بشدة زمن حياة الالكترونات الأزواج الالكتروثقبية ثابتا، ويساوي  $\tau = \tau_{n0}$  زمن حياة الالكترونات المتوازنة، أي الحوامل الثانوية للشحنة، ولا يتعلق بموقع سوية فرمي. وتكون جميع المصاد في مثل هذه المواد شاغرة من الالكترونات، ذلك لأن كل الكترون مقتنص يعاد توحيده آنيا مع ثقب من منطقة التكافؤ، أين يكون تركيز هذه الثقوب مرتفعا جدا. وتختفي بشكل تام تقريبا عملية عودة الالكترون من المصيدة الى منطقة الناقلية، مما يزيل مساهمة هذه العملية الأخيرة في تعيين زمن الحياة.

ندرس أخيرا حالة الوتيرة المرتفعة للاشارة، أي عندما يكون تركيز الحوامل الاضافية للشحنة مرتفعا:  $n_0 \ll \Delta n$  و  $p_0 \ll \Delta p$  وهذا يعني أن  $n_1 \ll \Delta n$  و  $p_1 \ll \Delta p$ . نحصل من المساواة (7.21) على:

$$\tau_{\infty} \approx \tau_{p0} + \tau_{n0} = \frac{\delta_n + \delta_p}{\delta_n \delta_p N_c} \quad (7.29)$$

$$\tau \approx \tau_{p0} \frac{n_1}{p_0} = \tau_{p0} \cdot e^{-(E_c - F)/kT} \quad (7.26)$$

ينتج عن العلاقة (7.26) أن زمن الحياة  $\tau$  يتناسب أسيا مع مقدار انخفاض سوية فرمي عن سوية المصاد. حيث أنه كلما انخفضت سوية فرمي كلما قلت درجة امتلاء المصاد بالالكترونات وكلما انخفض احتمال اقتناص الثقوب من قبل المصاد، مما يؤدي الى زيادة زمن حياة الثقوب. وتؤيد ذلك المعطيات التجريبية الواردة على الشكل 7-5.

- المجال الثالث، ويخص شم الآخذ من النوع-P ذا الاشابة الضعيفة، أين يعين موقع سوية فرمي بالمتراجحة  $E_c - E_c < F < E_c$  مما يؤدي الى العلاقات التالية بين تراكيز حوامل الشحنة:

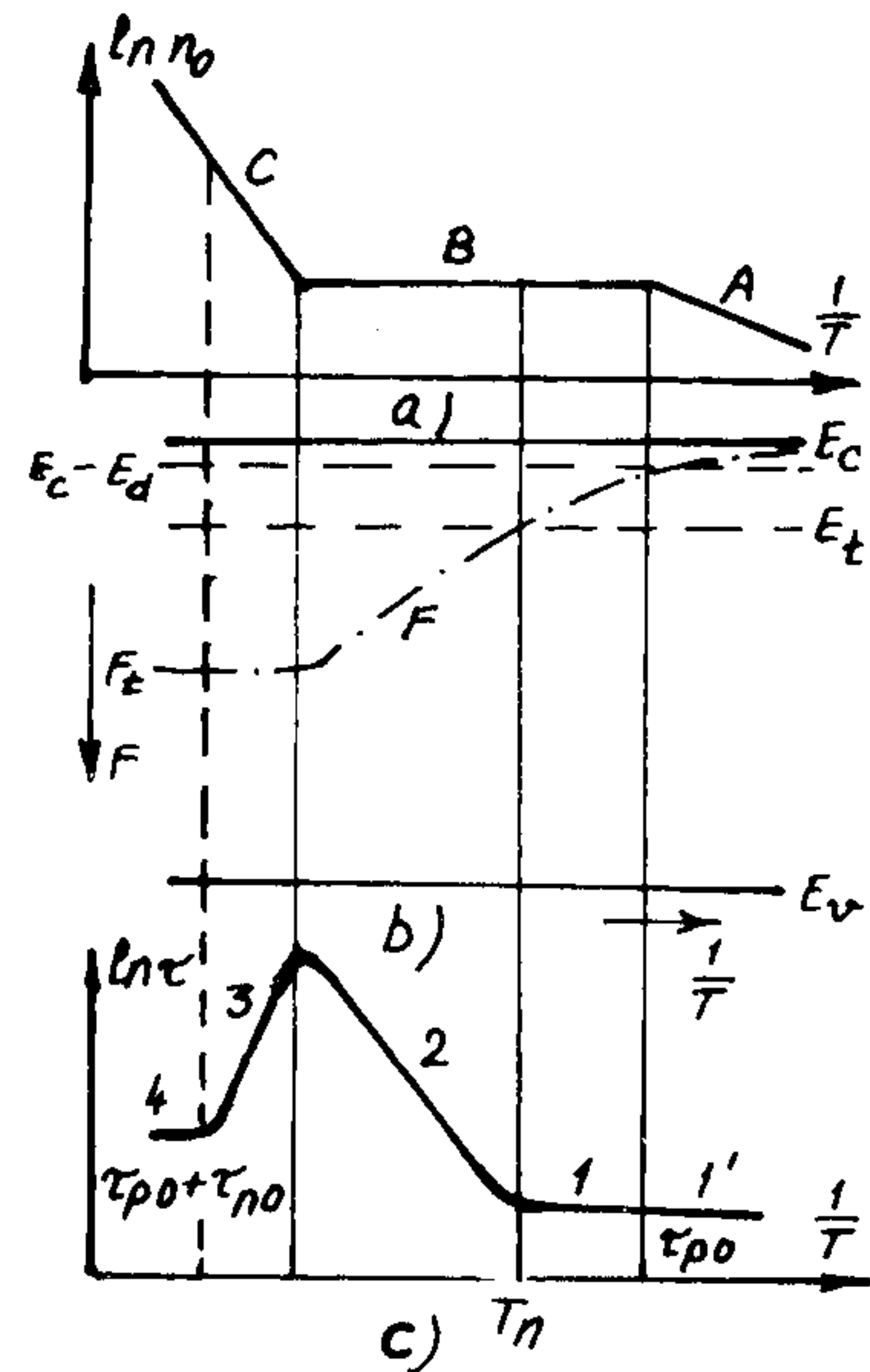
$$P_0 \gg n_0 \quad , \quad P_0 \gg P_1 \quad , \quad n_1 > p_1$$

ونحصل من الصيغة (7.22)، بعد الأخذ بعين الاعتبار العلاقات السابقة، على عبارة لزمن الحياة:

$$\tau \approx \tau_{p0} \frac{n_1}{p_0} = \tau_{p0} \frac{N_c}{N_v} e^{-\frac{E_c + E_v - E_c - F}{kT}} \quad (7.27)$$

ويتضح من هذه العلاقة أن زمن الحياة في أشم الآخذة يتناقص بقانونية أسية مع مقدار انخفاض سوية فرمي عن منتصف المنطقة المحظورة، هذا الانخفاض المرتبط بالاشابة. ويحدث ذلك لأن جميع المصاد تقريبا تكون شاغرة في شم الآخذ ذي الاشابة الضعيفة، وتتوق هذه المصاد لاقتناص الالكترونات من منطقة الناقلية. ويحدث عند زيادة كمية الثقوب نمو احتمال اعادة توحيدها مع الالكترونات التي تقع في المصاد، وتنخفض وتيرة عملية تحرر

الكامل للذرات المانحة انخفاض في موقع سوية فرمي لتبلغ السوية الطاقة للمصائد. ويبقى تركيز الإلكترونات ثابتا، بينما ينمو



الشكل 5-9 تابعة التركيز المتوازن (a) وسوية فرمي (b) وعمر الحوامل (c) لدرجة الحرارة في ش م الكتروني.

التركيز  $n_1 = N_c \cdot e^{-(E_c - E_f)/kT}$  بشكل أسي، إلا أنه يبقى (أي  $n_1$ ) أصغر بكثير من التركيز المتوازن  $n_0$ . إضافة إلى أن  $n_0$  يبقى أكبر بكثير من تركيز الشقوب  $p_0$  و  $p_1$ . وهكذا فإن العمر وفقا للعبارة (7.22) يبقى ثابتا أيضا، ويساوي  $\tau_{p0}$  (الجزء 1 من الرسم c-9-5).

تستمر سوية فرمي بالانخفاض مع الزيادة اللاحقة في درجة الحرارة لتقع تحت السوية الطاقة للمصائد (الجزء 2 على الرسم b-9-5). ويبقى  $n_0 = \text{const}$ ، بينما ينمو  $n_1$  بشدة، ونحصل من العبارة (7.27) على:

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_1}{n_0} = \tau_{p0} \frac{N_c}{n_0} e^{-(E_c - E_f)/kT} = \frac{\tau_{p0}}{n_0} \cdot 2 \cdot \left( \frac{2\pi m_n^* k}{h^2} \right)^{3/2} \cdot T^{3/2} \cdot e^{-(E_c - E_f)/kT} \quad (8.1)$$

أي أن العمر يطول برفع درجة الحرارة، ويزداد باطراد السوية أن تبلغ درجة الحرارة الحد الذي تبدأ معه الناقلية الذاتية

ويتبين من هذه العلاقة أن زمن حياة الإلكترونات والثقوب اللامتوازنة في حالة الوتيرة العالية للإثارة وفي حالة إعادة التوحيد خلال المصائد لايتعلق بتركيزي الإلكترونات والثقوب، وإنما يعين فقط بكمية وخواص المصائد.

### 8.5. تابعة عمر حوامل الشحنة لدرجة الحرارة في حالة إعادة التوحيد خلال المصائد:

ندرس في هذه الفقرة تابعة عمر حوامل الشحنة لدرجة الحرارة أثناء إعادة التوحيد خلال المصائد في ش م ذي تكوين معلوم، ونقوم بذلك من أجل ش م الكتروني. نفرض أن مجال درجات الحرارة الذي نتعامل معه يُمكن من ملاحظة المجالات الثلاث لتغير تركيز حوامل الشحنة في ش م المذكور (الشكل 5-9): أي مجال الناقلية الشائبية (الجزء A من المنحني)، ومجال الأشباع الذي تكون فيه جميع الشوائب المانحة متأينة، ويتميز هذا الجزء بتركيز ثابت لحوامل الشحنة (الجزء B)، ومجال الناقلية الذاتية (الجزء C). تكون سوية فرمي التي يبين الشكل b-9-5 مسارها الحراري واقعة من أجل المجال A بين سوية الشائبية المانحة وأرضية منطقة الناقلية، وتهبط هذه السوية برفع درجة الحرارة إلى سوية الشائبية المانحة. وبما أن سوية فرمي في المجال A تبقى من أجل جميع درجات حرارة هذا المجال واقعة فوق سوية مصائد إعادة التوحيد، فإن تركيز الإلكترونات يخضع للمتراجحات  $n_1 \ll n_0$ ،  $p_1 \ll n_0$  و  $p_0 \ll n_0$ . وبالتالي يبقى عمر الحوامل وفقا للعبارة (7.23) ثابتا في هذا المجال ويساوي  $\tau_{p0}$ . ويتفوق ذلك مع الجزء 1 من الرسم c-9-5 أين مثّلت التابعة الحرارية للعمر. ويساير ارتفاع درجة الحرارة أثناء الانتقال إلى مجال التأين

$$\tau \approx \frac{\tau_{n0}}{2} \left( \frac{N_D}{N_C} \right)^{1/2} \cdot e^{\frac{E_C + E_D - E_L}{2KT}} \quad (8.4)$$

ويميز الجزء الموافق على المنحني  $\ln \tau \left( \frac{1}{T} \right)$  تناقص زمن الحياة (الجزء 3 على الشكل c-9-5).

تتحقق مع الارتفاع اللاحق لدرجة الحرارة في مجال الناقلية الذاتية المتراجحة  $KT \ll \left( \frac{E_C + E_D}{2} - E_L \right)$ ، ويمكن عندئذ كتابة المعادلة (8.3) بالشكل التقريبي التالي:

$$\tau = \frac{\tau_{p0}}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{N_C}{N_D}} \right) + \frac{\tau_{n0}}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{N_C}{N_D}} \right) \quad (8.5)$$

ويسعى زمن الحياة في هذه الحالة الى قيمة ثابتة. وتأخذ العبارة السابقة اذا قبلنا أن  $N_C = N_D$  الشكل البسيط التالي

$$\tau = \tau_{p0} + \tau_{n0} = \frac{\delta_n + \delta_p}{\delta_n \delta_p N_L} \quad (8.6)$$

وهكذا فان زمن الحياة في مجال الناقلية الذاتية وفي درجات الحرارة المرتفعة حيث يكون تركيز الحوامل الحرة للشحنة مرتفعاً، يعين فقط ببارامترات (وسائط) مصاد إعادة التوحيد ولا يتعلق بدرجة الحرارة (الجزء 4 على الشكل c-9-5).

تُمكن معرفة تركيز الالكترونات في حالة الاشباع، من تقدير قيمة  $E_L$  بواسطة درجة حرارة العبور  $T_{passage}$  من المجال 1 الى المجال 2 (الشكل c-9-5)، أين نجد من الشرط  $T = T_{pass}$  و

$$n_0 = N_C \cdot e^{\frac{-(E_C - E_L)}{KT_{pass}}} : F = E_L \quad (8.7)$$

(الجزء 2 على الشكل c-9-5). وتحصل هذه الزيادة في قيمة  $\tau$ ، لأن رفع درجة الحرارة يؤدي الى زيادة وتيرة اصدار الالكترونات من سوية المصاد. وهكذا تتناقص درجة امتلاء المصاد بالالكترونات وبالتالي يطول عمر الحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) التي تحدد الزمن المقاس  $\tau$ .

يزداد في مجال الناقلية الذاتية تركيز حوامل الشحنة في منطقتي الناقلية والتكافؤ بشدة عند ارتفاع درجة الحرارة، بالرغم من أن موقع سوية فرمي يبقى عملياً ثابتاً (الشكل b-9-5)، وبالتالي يزداد امتلاء مصاد إعادة التوحيد بحوامل الشحنة، ويتناقص زمن حياتها: ويكون في هذا المجال

$$n_0 \approx p_0 \approx n_i = \left( N_C N_D \right)^{1/2} \cdot e^{-E_g/2KT} \quad (8.2)$$

ويمكن وفقاً لذلك إعادة كتابة (7.22) بالشكل:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{p0} \frac{n_i + n_1}{2n_i} + \tau_{n0} \frac{n_i + p_2}{2n_i} = \\ &= \frac{\tau_{p0}}{2} \left[ 1 + \left( \frac{N_C}{N_D} \right)^{1/2} \cdot e^{\frac{E_g + E_L - E_C}{2KT}} \right] + \frac{\tau_{n0}}{2} \left[ 1 + \left( \frac{N_D}{N_C} \right)^{1/2} \cdot e^{\frac{E_g - E_L + E_D}{2KT}} \right] = \\ &= \frac{\tau_{p0}}{2} \left[ 1 + \left( \frac{N_C}{N_D} \right)^{1/2} \cdot e^{\frac{E_C + E_D - E_L}{2KT}} \right] + \frac{\tau_{n0}}{2} \left[ 1 + \left( \frac{N_D}{N_C} \right)^{1/2} \cdot e^{\frac{E_C + E_D - E_L}{2KT}} \right] \quad (8.3) \end{aligned}$$

اذا كانت سوية مصاد إعادة التوحيد متموضعة على بعد كاف من منتصف المنطقة المحظورة، فاننا نستطيع مع بداية الناقلية الذاتية اقتطاع جزء تتحقق من أجله المتراجحة  $KT \gg \left( \frac{E_C + E_D}{2} - E_L \right)$  وتكتب العلاقة (8.3) عندئذ بالشكل التقريبي التالي:

$$E_c - E_t = k T_{pass} \ln \frac{N_c}{n_0} \quad (8.8)$$

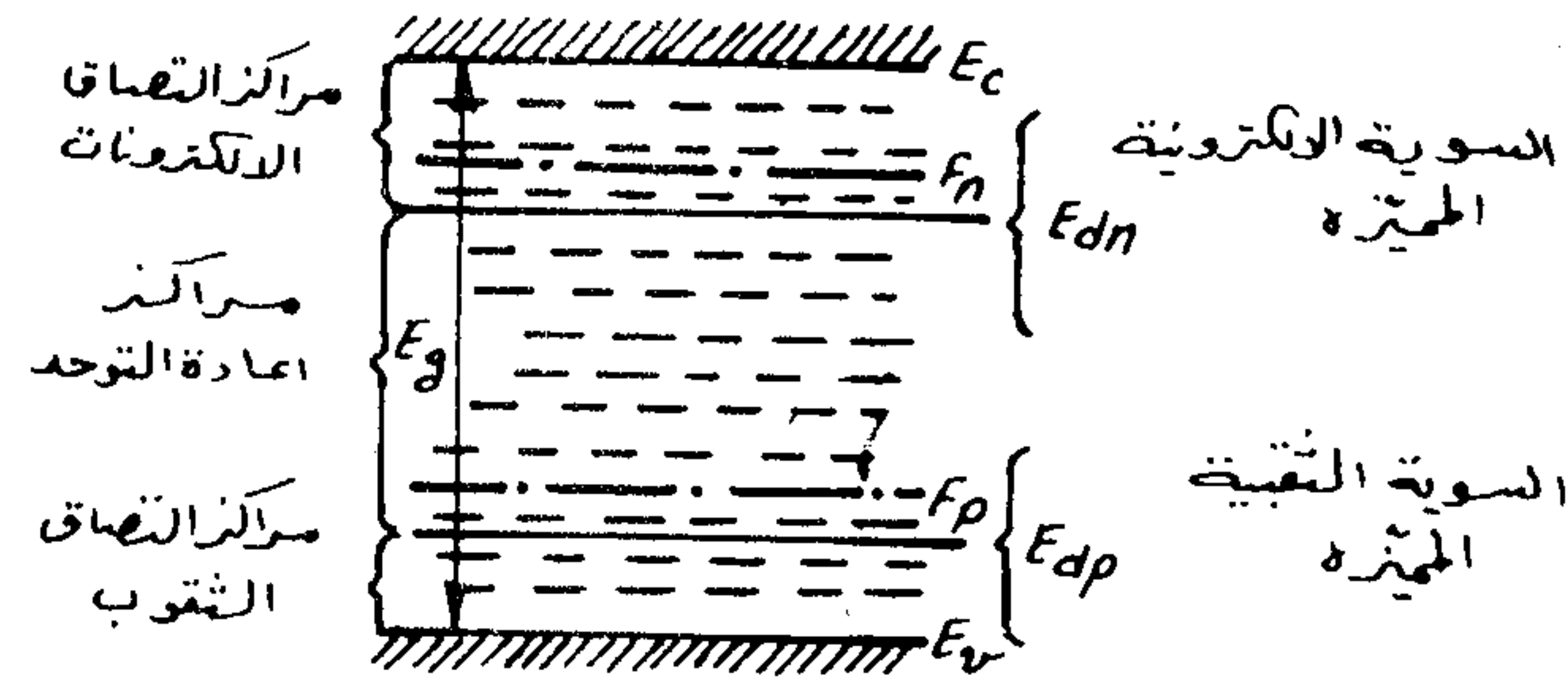
تحدد قيمة  $(\ln \tau_{p0} N_c / n_0)$  من تقاطع ممدد مستقيم المجال 2 مع محور العينات، وذلك وفقا للمساواة (8.1)، وبمعرفة  $\tau_{p0}$  من الجزء 1 نجد  $\ln(\frac{N_c}{n_0})$ ، ونعوض بعدئذ في المعادلة (8.8). وهكذا يمكن حساب عمق تموضع سوية مصائد اعادة التوحيد  $E_t$  بعد أخذ التابعية  $(\frac{1}{T}) \ln \tau$  تجريبيا، كما هو مبين على الشكل c- 9-5.

### 9.5. مصائد الأسر (الاقتناص) ومصائد اعادة التوحيد

لقد أخذنا بعين الاعتبار أثناء دراسة عمليات اعادة توحيد حوامل الشحنة خلال مصائد اعادة التوحيد حادثة اقتناص الثقوب والالكترونات من قبل المصائد وحادثة القذف الحراري للالكترونات والثقوب المأسورة من المصائد الى المنطقة الموافقة. وتؤدي عملية القذف الحراري للحوامل المختطفة من سوية المصائد الى زيادة زمن الحياة، وبالتالي الى نقصان سرعة اعادة التوحيد. ومن الواضح أن النسبة بين وتيرتي هاتين العمليتين (الأسر والقذف) تتعلق بموضع السوية الطاقية للمصيدة.

يعرض الشكل 5-10 مخططا طاقيا لشبه موصل حاو على مراكز محلية مميزة بسويات طاقية مختلفة في المنطقة المحظورة. ومن المعلوم أن قيم تراكيز الحوامل الحرة للشحنة في الحالات اللامتوازنة ترموديناميكيا، تعين بموضعي شبيهي سوية فرمسي للالكترونات  $F_n$  والثقوب  $F_p$ . واذا كانت السوية الطاقية للمصيدة واقعة بالقرب من أرضية منطقة الناقلية، فإن احتمال

التأين الحراري يكون كبيرا. وتبقى هذه المراكز في حالة تبادل مستمر للالكترونات مع منطقة الناقلية، ولا تساهم مساهمة محسوسة في عملية اعادة التوحيد. وتدعى هذه المصائد "بمصائد اقتناص الالكترونات". ويوجد على غرار ماتقدم مصائد لاقتناص الثقوب تقع الى الجوار المباشر لسقف منطقة التكافؤ. أما المصائد التي تفتنص الالكترونات والثقوب ويحدث من خلالها اعادة التوحيد للزوج الالكتروثقبي، فإن احتمال القذف



الشكل 5-10 المخطط الطاقى لشبه موصل يحوي مصائد اقتناص ومصائد اعادة التوحيد.

الحراري لحوامل الشحنة من هذه المصائد الى المنطقة الموافقة يكون ضعيفا. وبالتالي فإن السويات الطاقية لهذه المصائد التي تدعى "بمصائد اعادة التوحيد"، ينبغي أن تكون بعيدة بشكل كاف عن أرضية منطقة الناقلية.

ويمكن أن نصف كميًا النسبة بين عمليات الاقتناص وعمليات اعادة التوحيد بادخال المعامل  $k$  الذي يعبر عن احتمال اقتناص حامل شحنة باشارتين مختلفتين. ويساوي نسبة احتمال الاقتناص الى احتمال القذف الحراري. لنخص الالكترونات منطقة الناقلية بالرمز  $k_n$  الذي يساوي النسبة بين احتمال اقتناص ثقب من قبل مصيدة

مشحونة سلبيا واحتمال القذف الحراري للإلكترون من المصيدة الى منطقة الناقلية. وتفيد العبارة (7.7) بأن سرعة اقتناص المصيدة لثقب، يعين بالمقدار  $\delta_p N_c f_E P$ . وينتج عن (7.6) أن شدة عملية القذف الحراري للإلكترونات من المصائد يساوي  $\delta_n N_c f_E n_1$ . وتدل هنا  $\delta_p$  و  $\delta_n$  الى احتمالي اقتناص الكترون وثقب على الترتيب، و  $f_E$  الى دالة التوزيع اللامتوازن للإلكترونات الموجودة على المصائد، و  $P$  الى تركيز الثقوب اللامتوازنة في منطقة التكافؤ، و  $n_1$  الى التركيز المتوازن للإلكترونات في منطقة الناقلية عندما تنطبق سوية فرمي على سوية المصيدة.

نحصل، بعد أخذ ماتقدم بعين الاعتبار، على عبارة لـ  $k_n$  :

$$k_n = \frac{\delta_p P}{\delta_n n_1} = \frac{\delta_p P}{\delta_n N_c e^{-(E_c - E_t)/kT}} \quad (9.1)$$

تعد المصائد التي يكون من أجلها احتمال إعادة التوحيد أكبر من احتمال القذف الحراري، أي أن  $k_n > 1$ ، تعد مصائد إعادة التوحيد، بينما تكون المصائد التي من أجلها  $k_n < 1$  مصائد أسر. وتدعى السوية الطاقة للمصائد التي من أجلها  $k_n = 1$ ، أي عندما يتساوى احتمال إعادة التوحيد مع احتمال القذف الحراري "بالسوية الالكترونية المميزة"  $E_{dn}$ ، ويمكن إيجاد موضعها من

$$\delta_p N_c e^{(E_v - E_p)/kT} = \delta_n N_c e^{-(E_c - E_{dn})/kT} \quad (9.2)$$

ومنه نجد

$$E_{dn} = E_c + E_v - E_p - kT \cdot \ln \frac{\delta_n N_c}{\delta_p N_c} \quad (9.3)$$

تفيد العلاقة الأخيرة بأن موضع السوية المميزة للإلكترونات  $E_{dn}$  يتعلق بعرض المنطقة المحظورة وبموضع شبه سوية فرمي للثقوب والكتلتين الفعالتين للإلكترونات والثقوب، وبدرجة الحرارة وبوسيطي المصائد ( $\delta_p$  و  $\delta_n$ ). وتتناقص القيمة ( $E_p - E_v$ ) مع زيادة وتيرة الاشارة التي تؤدي الى زيادة تركيز الثقوب، وتقترب السوية الالكترونية المميزة من قاع منطقة الناقلية، ويبدأ في هذه الحالة تحول مصائد الأسر الى مصائد إعادة التوحيد. وتتحرك السوية الالكترونية المميزة مع ارتفاع درجة الحرارة نحو منتصف المنطقة المحظورة، ويبدأ تحول مصائد إعادة التوحيد الى مصائد أسر.

يمكن ادخال المعامل  $k_p$  من أجل مصائد إعادة التوحيد ومصائد الأسر التي تتوضع سوياتها الطاقة الى جوار سقف منطقة التكافؤ:

$$k_p = \frac{\delta_n n}{\delta_p P_1} \quad (9.4)$$

ونحصل من الشرط  $k_p = 1$  على موضع السوية الثقبية المميزة:

$$\delta_n N_c e^{-(E_c - E_n)/kT} = \delta_p N_v e^{(E_v - E_{dp})/kT} \quad (9.5)$$

أو

$$E_{dp} = E_c + E_v - E_n - kT \cdot \ln \frac{\delta_n N_c}{\delta_p N_v} \quad (9.6)$$

وهكذا اذا وقعت السوية الطاقة للمصيدة فوق السوية الالكترونية المميزة، فان المصيدة تعد مصيدة أسر للإلكترونات. وتعد المصائد التي تقع سوياتها الطاقة تحت السوية الثقبية



المميّزة تعد مصائد أسر للثقوب. وتقع بين هاتين السويتين السويات الطاقة لمصائد اعادة التوحيد (الشكل 10-5). وتجدر الاشارة هنا الى أن مثل هذا التصنيف للسويات الطاقة يعدّ شرطيا وتخطيطيا فقط، حيث اعتبر أثناء اجرائه أن النسبة بين معاملي الأسر  $\lambda_n$  و  $\lambda_p$  على وجه الخصوص تتغير بشكل ضعيف نسبيا حين ازاحة سويات المصائد. ويمكن لمصائد الأسر أن تساهم أيضا في عملية اعادة التوحيد بشكل ملحوظ، وخاصة في أشباه الموصلات التي لاتحوي عيوباً قادرة على تشكيل سويات طاقة في الجزء المتوسط للمنطقة المحظورة.

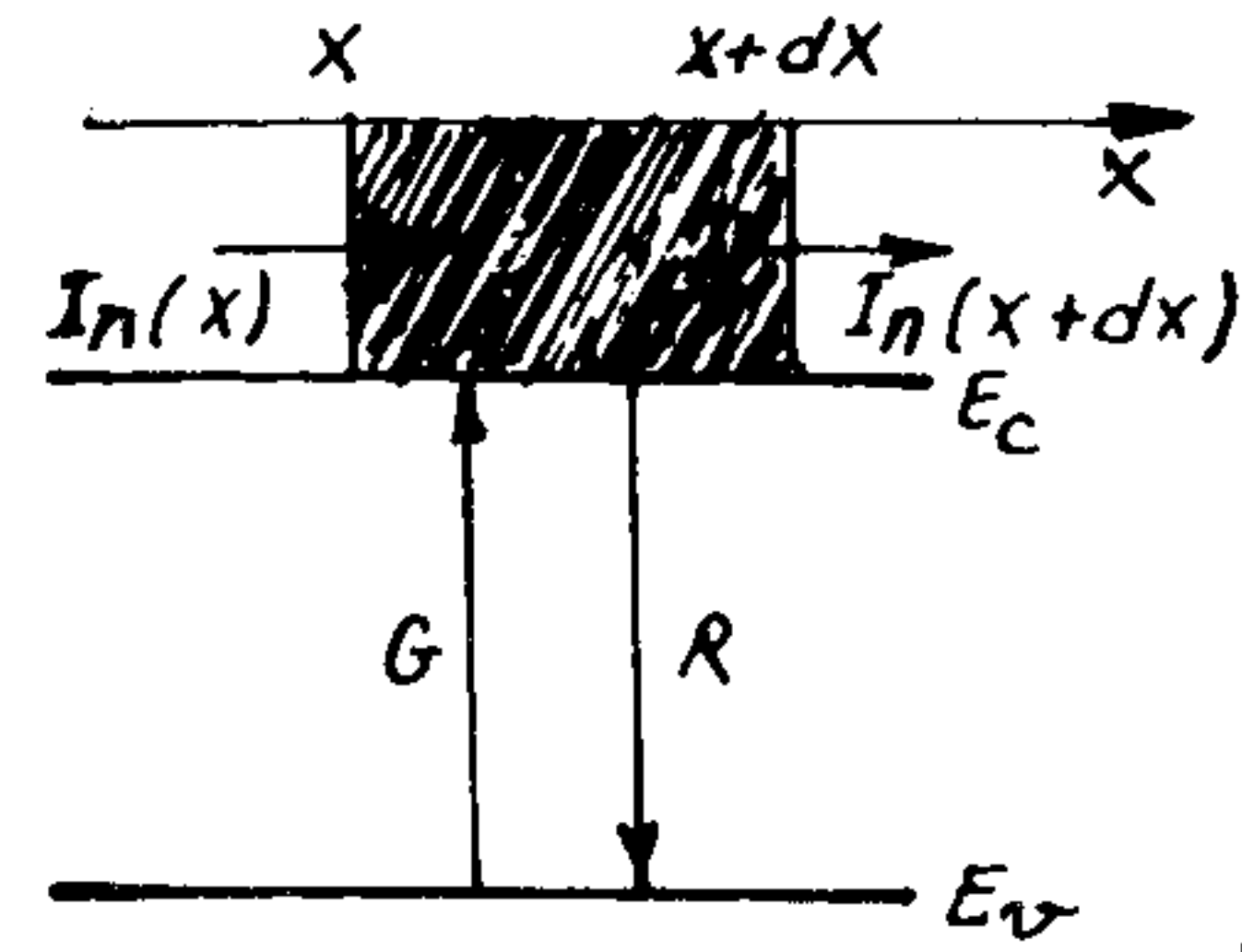
## الفصل السادس

انتشار وانسياب الحوامل الغير متوازنة للشحنة

### 1.6. معادلة الاستمرارية

ندرس شبه موصل تولدت فيه حوامل لامتوازنة للشحنة نتيجة خضوعه لتأثير عامل محرّض ما خارجي. ينبغي أن يكون في هذه الحالة تركيزا الالكترونات والثقوب اللامتوازنة تابعين للاحداثيات المكانية والزمن، أي أن  $n(x, y, z, t)$  و  $p(x, y, z, t)$ ، ويمكن أن يعبر عن سرعة تغيرهما باستخدام معادلة الاستمرارية. نقوم باستخراج معادلة الاستمرارية من أجل عينة متجانسة

وحيدة البعد، يتغير فيها تركيز



الالكترونات في اتجاه المحور x

فقط، كما هو مبين على الشكل 1-6.

نأخذ شريحة من شرم سمكها dx

ومقطعها يساوي 1 سم<sup>2</sup>. يكون ضمن

هذه المعطيات حجم الشريحة

مساويا عدديا dx. نفرض أن تركيز

الالكترونات في اللحظة t مساو

$n(x, t)$ ، يكون عندئذ عدد

الشكل 1-6. حول استنتاج معادلة الاستمرارية.

الالكترونات في الحجم المختار  $n(x, t) dx$ . ويصبح ذلك العدد

في اللحظة  $t + dt$  مساويا  $n(x, t + dt)$ ، ومنه فان تغير عدد

الالكترونات في الحجم dx خلال الزمن dt، يساوي:

$$[n(x, t + dt) - n(x, t)] dx = \frac{\partial n}{\partial t} dx \cdot dt \quad (1.1)$$

الالكترونات نتيجة لاعادة التوحيد R في الحجم dx خلال الزمن dt ، وفقا للعبارة (2.6 ف5) ، مساويا :

$$R dx dt = - \left( \frac{dn}{dt} \right) dx dt = \frac{n-n_0}{\tau_n} dx dt \quad (1.3)$$

3. يمكن اضافة لما سبق، أن يكون تغير كمية حوامل الشحنة في الحجم dx مرهونا بعمليتي الانتشار والانسحاق. اذا رمزنا بـ  $I_n(x, t)$  لعدد الالكترونات التي تعبر سطحاً مساويا 1 سم<sup>2</sup> خلال 1 ثانية، فان كمية الالكترونات التي تدخل المقطع x للشريحة المدروسة خلال الزمن dt ، مساوية  $I_n(x, t) dt$  ، وكمية الالكترونات الخارجة من المقطع x + dx مساوية  $I_n(x+dx, t) dt$  الكترونا. وبالتالي فان تغير عدد الالكترونات في الحجم dx نتيجة لوجود هذين التدفقين يعطى بالعلاقة التالية :

$$I_n(x, t) dt - I_n(x+dx, t) dt = - \frac{\partial I_n}{\partial x} dx dt \quad (1.4)$$

ويعطى التغير الكلي لعدد الالكترونات في الحجم dx خلال الزمن dt بالعلاقة :

$$\frac{\partial n}{\partial t} dx dt = G dx dt - \frac{\partial I_n}{\partial x} dx dt - \frac{n-n_0}{\tau_n} dx dt \quad (1.5)$$

ومنه نجد :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G - \frac{\partial I_n}{\partial x} - \frac{n-n_0}{\tau_n} \quad (1.6)$$

وتدعى المعادلة (1.6) "بمعادلة الاستمرارية للالكترونات".

وتكتب معادلة الاستمرارية للشحوب بشكل مماثل :

يمكن أن يحدث هذا التغير في عدد الالكترونات كنتيجة لعمليتي التولد واعادة التوحيد، ولوجود انتشار وانسحاق حوامل الشحنة أيضا. وندرس الآن هذه العمليات :

1. يفهم من عمليات التولد جميع تلك الآليات التي يمكن أن يحدث بواسطتها اشارة ثم انتقال للالكترونات الواقعة في منطقة التكافؤ أو على السويات الموضعية للشوائب، أو على سويات الالتصاق الى منطقة الناقلية. وينبغي في جميع هذه الحالات الأخذ بعين الاعتبار تولد الحوامل الحرة للشحنة كنتيجة للعمليات الحرارية أو للتأثيرات الخارجية. وينتسب الى التأثيرات الخارجية تأثير الضوء، الجسيمات النووية، الاشعاع اللامتوازن الذي يصدره شبه الموصل بحد ذاته في داخله، وعمليات مشابهة. نرمز الى سرعة التولد الحراري بـ  $G_0$  ولسرعة التولد من الأنواع الأخرى بـ  $G$ . تكون عندئذ السرعة الكلية لتولد حوامل الشحنة مساوية  $G_0 + G$ . سوف نعتبر في حالتنا هذه، أن اشارة الالكترونات تتم نتيجة لامتصاص الضوء من قبل شرم ، ونفرض أن عدد الأزواج الالكترونية ثقبية التي يولدها الضوء خلال 1 سم في 1 سم<sup>3</sup> يساوي  $G$ . تكون عندئذ كمية الالكترونات التي تنشأ نتيجة التولد الضوئي في الحجم dx خلال الزمن dt مساوية :

$$G dx dt \quad (1.2)$$

2. يحدث أيضا تغير في عدد حوامل الشحنة في الحجم dx نتيجة لاعادة التوحيد. ويمكن أن نقدم السرعة الكلية لاعادة التوحيد بالشكل  $R_0 + R$  ، حيث أن  $R_0$  سرعة اعادة التوحيد في حالة التوازن الحراري، و  $R$  سرعة اعادة التوحيد بوجود مؤثر خارجي. ويكون في حالة اعادة التوحيد الخطية، أي عندما لايتعلق عمر الالكترونات اللامتوازنة  $\tau_n$  بتركيز الالكترونات، يكون تغير عدد

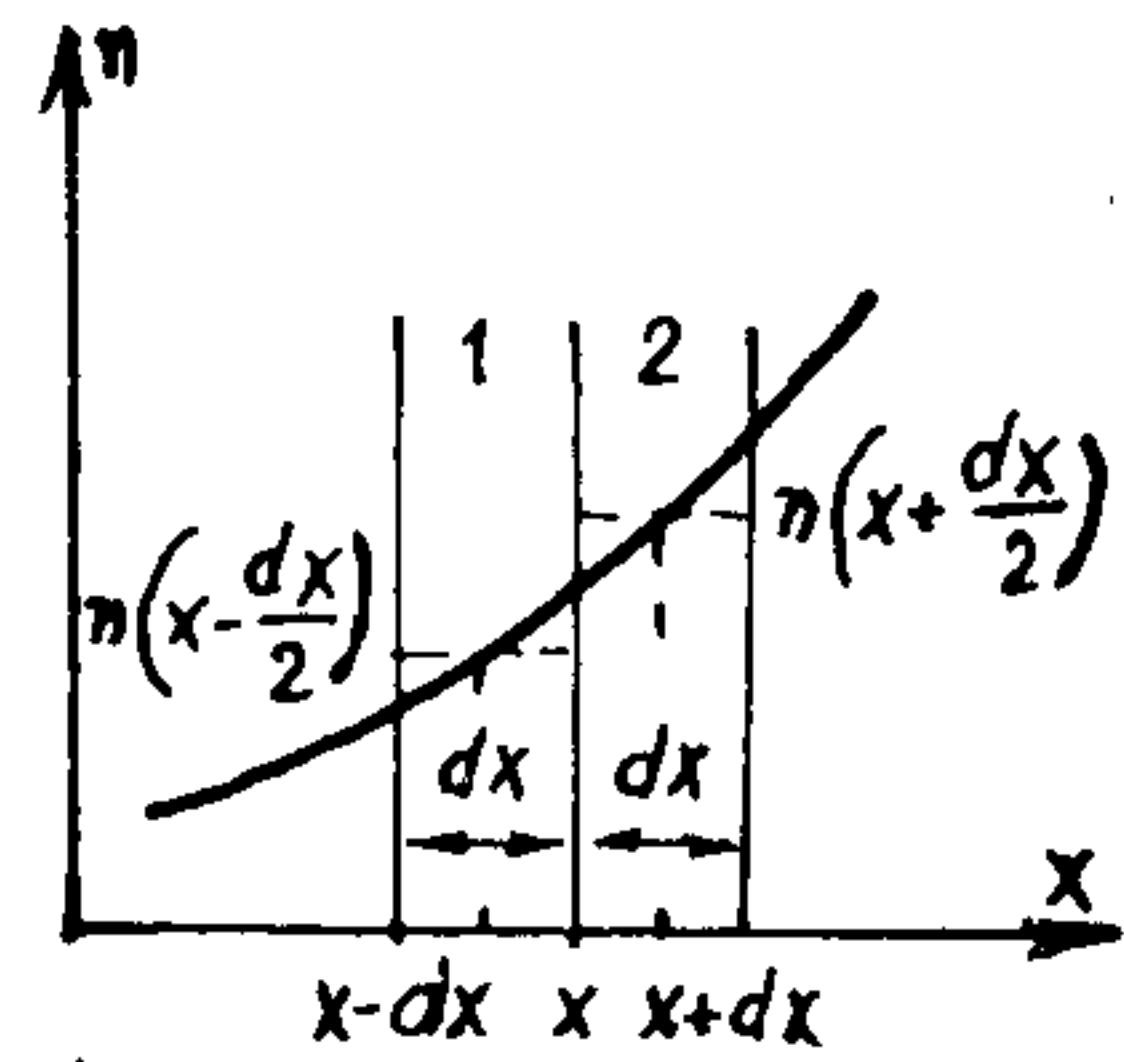
$$\frac{1}{e} \frac{\partial j_p}{\partial x} = G - \frac{P - P_0}{\tau_p} \quad (1.12)$$

تعتبر المعادلتان (1.11) و (1.12) عن شرط انحفاظ عدد حوامل الشحنة، أي أن تدفق الحوامل الخارجة من الحجم في الحالة المستقرة يساوي كمية حوامل الشحنة المشكّلة بالتحريض الخارجي مطروحا منها الحوامل التي حققت إعادة التوحيد في ذلك الحجم.

### 2.6. التياران الانتشاري والانسياقي

ندرس الآن شرم لامتجانس، يتغير فيه تركيزا الالكترونات  $n(\vec{r})$  والثقوب  $p(\vec{r})$  عند الانتقال من نقطة الى أخرى. ينبغي أن ينشأ في شرم اللامتجانس نتيجة للسبب المذكور أعلاه تيار انتشاري للالكترونات والثقوب، ويحدد هذا التيار انتشار حوامل الشحنة من المجالات التي تكون فيها كثافتها كبيرة الى المجالات ذات الكثافة الأصغر.

نفرض أن تركيز حوامل الشحنة في شرم يزداد في اتجاه المحور  $x$ ، كما هو مبين على الشكل 2-6. نمرر من النقطة  $x$



الشكل 2-6 حول حساب تدرج تركيز حوامل الشحنة.

سطحا عموديا على المحور  $x$ ، وندرس حركة حوامل الشحنة في شريحتين متوضعيتين الى جانبي السطح المذكور، سماكة كل منها  $dx$ . ان حوامل الشحنة تخرج من الشريحة  $dx$  نتيجة للحركة العشوائية، وبما أن احتمال انتقال أي الكترون الى اليمين يساوي احتمال انتقاله الى اليسار

$$\frac{\partial P}{\partial t} = G - \frac{\partial I_p}{\partial x} - \frac{P - P_0}{\tau_p} \quad (1.7)$$

يمكن التعبير عن تدفقي الالكترونات  $I_n$  والثقوب  $I_p$  بدلالة كثافة التيار وتكتبان بعد الأخذ بعين الاعتبار اشارة حامل الشحنة على الشكل:

$$j_n = -e I_n \quad (1.8)$$

$$j_p = e I_p$$

وتكتب معادلتا الاستمرارية، عندما تكون تراكيز حوامل الشحنة دوالا للاحداثيات  $(x, y, z)$ ، بدلالة كثافتي التيار الموافقتين

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G + \frac{1}{e} \text{div } \vec{j}_n - \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = G - \frac{1}{e} \text{div } \vec{j}_p - \frac{P - P_0}{\tau_p} \quad (1.10)$$

حيث أن

$$\text{div } \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}$$

نفرض وجود منبع للحوامل اللامتوازنة للشحنة في النقطة  $x=0$ ، ولندرس الحالة المستقرة. ان تركيزي الالكترونات  $n$

والثقوب  $p$  لا يتغيران مع الزمن، أي أن  $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$

وتأخذ معادلتا الاستمرارية عند توفر شرط الاستقرار في الحالة الأحادية البعد الشكل:

$$-\frac{1}{e} \frac{\partial j_n}{\partial x} = G - \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (1.11)$$

$$j_{n \text{ diff}} = e D_n \frac{dn}{dx} \quad (2.4)$$

$$j_{p \text{ diff}} = -e D_p \frac{dp}{dx} \quad (2.5)$$

وإذا كان  $n$  تابعا للاحداثيات  $(x, y, z)$  فان التيار الانتشاري للالكترونات، يكتب في الصياغة الشعاعية على الشكل:

$$j_{n \text{ diff}} = e D_n \vec{\text{grad}} n(\vec{r}) \quad (2.6)$$

ويكون من أجل الثقوب على الشكل:

$$j_{p \text{ diff}} = -e D_p \vec{\text{grad}} p(\vec{r}) \quad (2.7)$$

يقود التيار الانتشاري الناشئ عن وجود تدرج لتركيز حوامل الشحنة الى انفصال مكاني للشحن. ويولد هذا الانفصال حقلا كهربائيا ساكنا، ويؤدي هذا الحقل بدوره الى نشوء تيارين انسياقيين للالكترونات والثقوب. ويتساوى في حالة التنبؤ التوازن الترموديناميكي التيار الانسيابي مع التيار الانتشاري في كل نقطة من ش م ، وبالتالي يكون مجموعهما معدوما .

نسلط على ش م اللامتجانس حقلا كهربائيا ساكنا  $\vec{E}$  . تكتسب الالكترونات والثقوب تحت تأثير هذا الحقل الخارجي حركة موجهة، ويظهر نتيجة لذلك تيارا توصيل: الكتروني وثقبي. اذا كان الحقل الخارجي ضعيفا بحيث لا يغير مميزات حركة حوامل الشحنة، فان المركبتين الانسياقيتين لكثافة التيار تكتبان استنادا الى قانون أوم بالشكل:

$$j_{n \text{ drift}} = e n \mu_n E \quad (2.8)$$

$$j_{p \text{ drift}} = e p \mu_p E$$

فان نصف عدد الالكترونات تخرج من الشريحة 1 الى الشريحة 2. ولكن خلال نفس الفترة الزمنية التي تتم فيها عملية الانتقال المذكورة، يدخل الى الشريحة 1 حوامل من الشريحة 2. وبما أن عدد الالكترونات في الشريحة 2 أكبر منه في 1، فان التدفق العكسي للالكترونات (من 2 الى 1) يكون أكبر من التدفق الأمامي (من 1 الى 2). فاذا كان التركيز الوسطي للالكترونات في الشريحة 1 و  $n(x + \frac{dx}{2})$  في الشريحة 2، فان فضل تركيزي الالكترونات في الشريحتين يصبح مساويا:

$$n(x - \frac{dx}{2}) - n(x + \frac{dx}{2}) = - \frac{dn}{dx} dx \quad (2.1)$$

ويكون وفقا للعلاقة (2.1) فضل تركيزي الالكترونات متناسبا مع تدرج تركيزها. وبالتالي فان تدفق الالكترونات  $I_n$  الناتج عن عملية انتشارها في الاتجاه  $x$ ، يكون متناسبا مع تدرج تركيز الالكترونات في ذلك الاتجاه. ويمكن أن نصفه بالمعادلة:

$$I_n = - D_n \frac{dn}{dx} \quad (2.2)$$

حيث أن  $D_n$  معامل انتشار الالكترونات.

يعبر عن التدفق الانتشاري للثقوب بعلاقة مماثلة:

$$I_p = - D_p \frac{dp}{dx} \quad (2.3)$$

حيث أن  $D_p$  معامل انتشار الثقوب.

تبين المعادلتان (2.2) و (2.3) أن تدفقي الالكترونات والثقوب يجريان في اتجاه التركيز الأصغر لحوامل الشحنة. يوافق التدفق الانتشاري لحوامل الشحنة تياران انتشاريان للالكترونات وللثقوب

$$j_{n \text{ diff}} \text{ و } j_{p \text{ diff}}$$

وبما أن حقلا كهربائيا ساكنا  $\mathcal{E}_{st}$  يتواجد في شرم فان الالكترونات الواقعة في هذا الحقل تملك طاقة كامنة  $U = -e\psi$ . وبالتالي فان تركيز الالكترونات في منطقة الناقلية تحقق في حالة غياب اللافتيرية علاقة بولتزمان:

$$n = N_c \cdot e^{-(E_c + U - F)/kT} = n_0 \cdot e^{e\psi/kT} \quad (3.2)$$

حيث أن  $n_0 = N_c e^{-(E_c - F)/kT}$  تمثل التركيز المتوازن للالكترونات، و  $\psi$  الكمون الكهربائي الساكن. ونحصل بوضع قيم  $n$  و  $\frac{dn}{dx}$  في العلاقة (3.1)، بعد الأخذ بعين الاعتبار المساواة  $\mathcal{E}_{st} = -\frac{d\psi}{dx}$ ، على:

$$-\frac{\mu_n \cdot e}{n_0} \frac{d\psi}{dx} = -D_n \frac{en_0}{kT} e^{e\psi/kT} \frac{d\psi}{dx} \quad (3.3)$$

ومنه نحصل على العلاقة التالية من أجل الالكترونات:

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT} \quad (3.4)$$

ونكتب علاقة مشابهة من أجل الثقوب:

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT} \quad (3.5)$$

وتدعى العلاقة الرابطة بين معامل الانتشار لحوامل الشحنة الخاضعة لاحصاء ماكسويل وحركيتها في شروط التوازن الترموديناميكي "بعلاقة انشتين".

وكما تظهر التجربة فان علاقة انشتين تستخدم أيضا في حالة الحوامل اللامتوازنة للشحنة. ويعد هذا الأمر قانونيا تماما،

ويتشكل التيار الكلي من جمع تياريّ الانتشار والانسحاق. ويكتب من أجل الالكترونات على الشكل:

$$j_n = j_{ndrift} + j_{ndiff} = en\mu_n \mathcal{E} + eD_n \frac{dn}{dx} \quad (2.9)$$

ومن أجل الثقوب:

$$j_p = j_{pdrift} + j_{pdiff} = eP\mu_p \mathcal{E} - eD_p \frac{dP}{dx} \quad (2.10)$$

وهكذا فان كثافة التيار الكلي في أية نقطة من شرم لامتجانس وفي أية لحظة زمنية، تعين بالمعادلة:

$$j = j_n + j_p = e(n\mu_n + P\mu_p) \mathcal{E} + e(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dP}{dx}) \quad (2.11)$$

تجدر الإشارة هنا الى أن تيار الانتشار يتواجد فقط في أشرم ويحدث ذلك بفضل امكانية تغيير تركيز الالكترونات والثقوب في أشرم في مجالات كبيرة، بينما يكون تركيز الالكترونات في المعادن ثابتا عمليا.

### 3.6. علاقة انشتين.

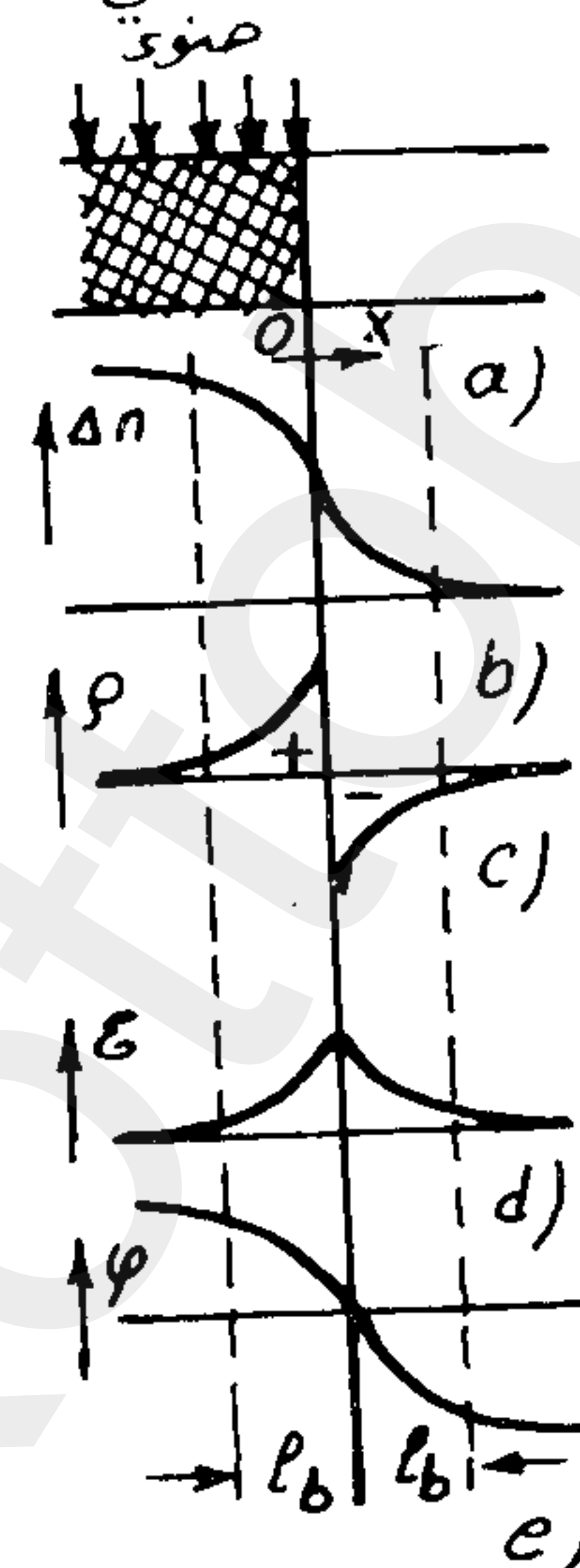
تكون كثافة شدة التيار في شرم اللامتجانس وفي شرم التوازن الترموديناميكي معدومة، أي أن  $j = j_n + j_p = 0$ . وتتساوى في هذه الحالة تيارات الناقلية مع تيارات الانتشار، ويمكننا أن نكتب استنادا الى (2.8) العلاقة التالية من أجل الالكترونات:

$$n\mu_n \mathcal{E}_{static} = -D_n \frac{dn}{dx} \quad (3.1)$$

ذلك لأن الحوامل اللامتوازنة للشحنة تتبادل الطاقة مع الشبكة خلال فترة زمنية أصغر بكثير من أعمارها، وبالتالي فإن توزيعها وفق الطاقات في حالة غياب اللاظرية لا يختلف عن توزيع الحوامل المتوازنة للشحنة.

#### 4.6. انتشار وانسياب الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب.

ندرس انتشار وانسياب الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة



الشكل 6-3 توزيع التركيز (a)، توزيع الشحنة (b)، الحجمية (c)، الحقل الكهربائي (d)، والكمون (e) وذلك عند أضاءة جزء من شرم مانح (a).

الناقلية أحادية القطب، وذلك عندما تنشأ الحوامل الحرة نتيجة لتولدها من السويات الشائبية فقط. نفرض أن جزءاً من بلورة طويلة بشكل كاف لشم متجانس من النوع  $n$  مثلاً قد تعرض لأشعة ضوئية تنحصر في المجال الضعيف للامتصاص. ينشأ في الجزء المضاء من شرم، أي من أجل  $x < 0$  (الشكل 6-3-a)، تولد للالكترونات فقط، وذلك نتيجة لانتقالها تحت تأثير الضوء من السويات الشائبية المانحة إلى منطقة الناقلية. ويعين تركيز الالكترونات اللامتوازنة  $n$  في هذه الحالة من تركيز الالكترونات المتوازنة  $n_0$ ، والالكترونات الإضافية  $\Delta n$  المتولدة

عن السويات الشائبية المانحة. وإذا اعتبرنا أن شرم خالياً من

المصائد، فإن عدد الالكترونات الإضافية  $\Delta n$  يساوي كمية الايونات الموجبة للشوائب المانحة  $\Delta N_d^+$  التي أثارها الضوء، أي أن:

$$\Delta n = \Delta N_d^+ \quad (4.1)$$

وتعبر هذه المساواة عن شرط الاعتدال الكهربائي في حالة الناقلية أحادية القطب (النوع).

بما أن تركيز الالكترونات في الجزء المعرض للضوء من شرم أعلى منه في الجزء المظلم (الغير مضاء)، فإن الالكترونات الإضافية تبدأ بالانتشار من الجزء المضاء إلى الجزء المظلم (الشكل 6-3-b). ويخرق نتيجة لذلك الاعتدال الكهربائي في بعض مناطق شرم، وتنشأ شحنة حجمية وحقل كهربائي. وتكون الشحنة الحجمية  $\rho$  في الجزء المظلم أين وصلت الالكترونات الإضافية المنتشرة، سالبة، بينما تكون هذه الشحنة موجبة في الجزء المضاء وذلك لوجود الشوارد الموجبة (الشكل 6-3-c). وتولد هذه الشحن حقلًا كهربائيًا شدته  $\vec{E}_{st}$ ، ويتجه هذا الحقل بحيث يعيق انتشار الالكترونات اللامتوازنة (الشكل 6-3-d). وهكذا فإن نشوء التيار الانتشاري  $j_{diff} = e D_n \frac{dn}{dx}$ ، يقود إلى ظهور حقل كهربائي شدته  $\vec{E}_{st}$ ، وبالتالي إلى نشوء تيار ناقلية (انسيابي)  $j_{drift} = e n \mu_n E_{st}$  متجه باتجاه معاكس لتيار الانتشار. وتكون شدة التيار الكلي في الحالة المستقرة معدومة:

$$j = j_{drift} + j_{diff} = e n \mu_n E_{st} + e D_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad (4.2)$$

يمكن أن نعين شدة الحقل الكهربائي من العلاقة (4.2)، وسوف نقوم بذلك في حالة اشارة ضوئية ضعيفة، أي عندما يكون تركيز الالكترونات الإضافية صغيراً بالمقارنة مع التركيز المتوازن (أي أن

نستخدم علاقة انشتين، فنحصل على:

$$\epsilon_{st} = -\frac{D_n}{\mu_n n} \frac{d\Delta n}{dx} = -\frac{kT}{e(n_0 + \Delta n)} \frac{d\Delta n}{dx} \approx -\frac{kT}{e n_0} \frac{d\Delta n}{dx} \quad (4.3)$$

نقوم بمفاضلة (4.3):

$$\frac{d\epsilon_{st}}{dx} = -\frac{kT}{e n_0} \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} \quad (4.4)$$

ونوجد  $\frac{d\epsilon_{st}}{dx}$  باستخدام معادلة بواسون:

$$\frac{d\epsilon_{st}}{dx} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \rho = -\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \Delta n \quad (4.5)$$

حيث أن  $\rho = -e \Delta n$  تمثل الشحنة الحجمية في الجزء المظلم من العينة.

ينتج عن المعادلتين (4.4) و (4.5):

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{e^2 n_0}{\epsilon \epsilon_0 kT} \Delta n = 0 \quad (4.6)$$

وإذا أدخلنا الرمز

$$l_b = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0 kT}{e^2 n_0}} \quad (4.7)$$

فان المعادلة (4.6) تكتب بالشكل:

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{l_b^2} = 0 \quad (4.8)$$

ويعطى الحل العام لهذه المعادلة بالشكل:

$$\Delta n = c_1 e^{\alpha_1 x} + c_2 e^{\alpha_2 x} \quad (4.9)$$

حيث أن  $c_1$  و  $c_2$  هما ثابتان يعينان من الشروط الحدودية و  $\alpha_1, \alpha_2$

جزرا المعادلة المميزة، ويساويان:

$$\alpha_1 = \frac{1}{l_b}, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{l_b} \quad (4.10)$$

ويكون في الجزء المظلم من شـم، أين يتناقص تركيز الإلكترونات الاضافية بمقدار درجة الابتعاد عن الجزء المضوء، يكون اتخاذ جزء الحل الحاوي على الاشارة السالبة في الأس ممكنا فقط، وبالتالي

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{x}{l_b}} \quad (4.11)$$

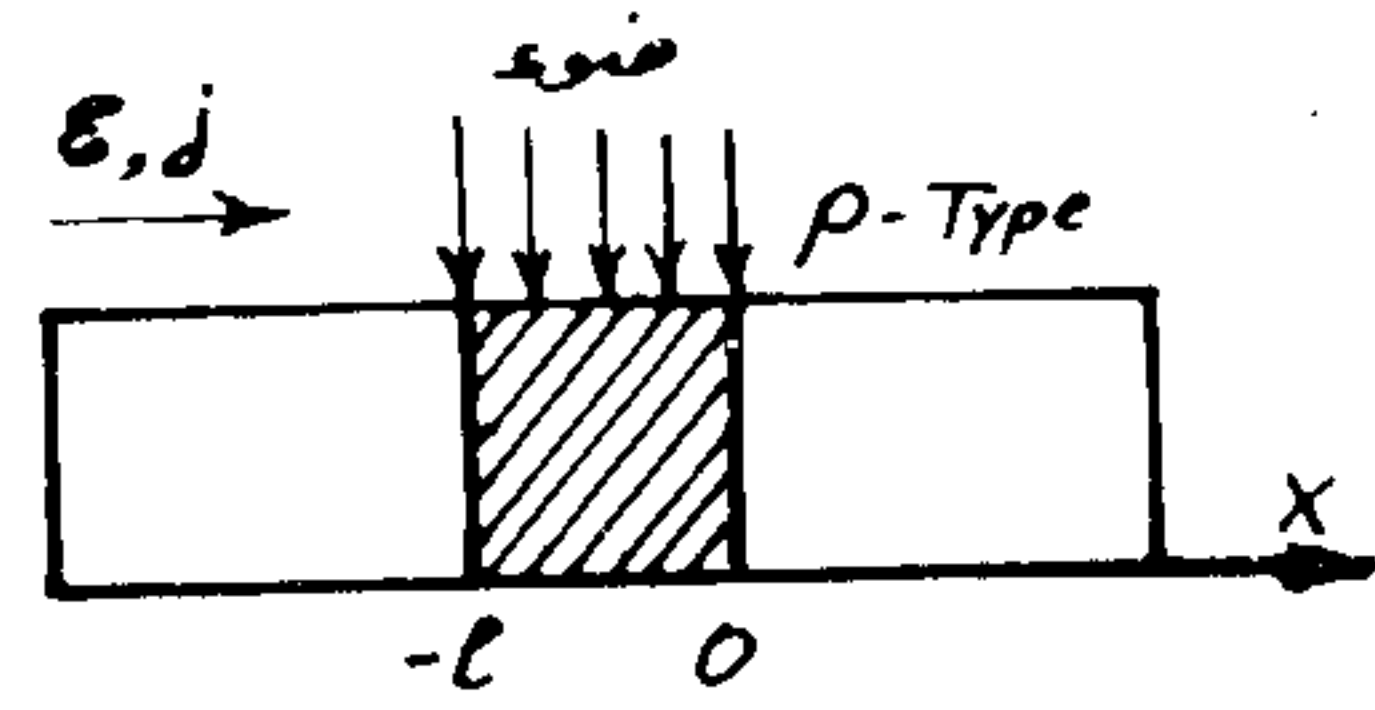
وهكذا فان تركيز الحوامل الاضافية للشحنة في حالة الناقلية أحادية النوع يتناقص في الجزء المظلم من شـم كلما ابتعدنا عن الجزء المضوء وفق قانون أسّي، ثابت تناقصه  $l_b$ ، ويدعى هذا الثابت "بنصف قطر (عمق) التغطية" أو "نصف قطر ديبي". ويتعلق عمق التغطية كما يبدو من العلاقة (4.7) بتركيز الحوامل الأساسية للشحنة، وبالتالي فان قيمته يمكن أن تتغير في مجال واسع وذلك تبعاً للناقلية النوعية لشـم. فعلى سبيل المثال يكون عمق التغطية في أشـم كالجرمانيوم والسيليكون من رتبة  $10^{-4}$  -  $10^{-6}$  سم. وبالتالي فان الحوامل اللامتوازنة للشحنة في مثل هذه الأشباه للموصلات وفي حالة الناقلية أحادية النوع الى عمق صغير جدا، وذلك بفضل القوى الكهروستاتيكية الجاذبة التي تطبقها الايونات الساكنة المالكة لشحنة معاكسة.

يمكن باستخدام العلاقة (4.1)، أن نحصل على الزمن الوسطي

$\tau_{\mu}$  اللازم لتشكيل الشحنة الحجمية نتيجة لفعل تيار الناقلية:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{x}{l_b}} \quad (4.12)$$

في الجزء المظلم . وتنشأ بفضل تدرج كثافة الثقوب عملية انتشارها . وتظهر نتيجة لانتشار الثقوب الى الجزء المظلم من العينة شحنة حجمية موجبة ، ويخرق بالتالي الاعتدال الكهربائي للعينة . وتولد الشحنة الحجمية حقلا كهربائيا ساكنا ، ويعمل هذا الحقل على اعادة



الشكل 4-6 النموذج أحادي البعد لعينة من ش م .

توزع حوامل الشحنة ، حيث تنجذب الالكترونات من الجزء المضاء الى الأجزاء المظلمة خلال زمن الارتخاء الماكسويلي ، وتعديل شحنة الثقوب الاضافية . ويتحقق التعديل الكامل للشحنة الحجمية اذا أصبح عدد الالكترونات الاضافية في أية نقطة من العينة مساويا لعدد الثقوب

الاضافية . وهكذا فان الحوامل الاضافية الثانوية (الثقوب) تجر أثناء انتشارها في عمق العينة كمية مساوية لها من الحوامل الأساسية للشحنة (الالكترونات) وبالتالي لا تتشكل شحنة حجمية ، ويحدث انتشار الحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) وكأنه انتشار لجسيمات معتدلة (غير مشحونة) . وتجري مع استمرار الحركة في عمق ش م اعادة توحيد الثقوب والالكترونات الاضافية ، ويتناقص بالتالي تركيزاهما كتابعين للمسافة .

اذا سُلِّط حقل كهربائي متجانس  $\vec{E}$  على ش م من النوع الموصوف آنفا ، فان الحوامل الاضافية للشحنة تنساق بهذا الحقل ويتم انسياقها بسرعة تساوي سرعة انسياق الحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) ، بحيث يبقى شرط الاعتدال الكهربائي متوفرا . وتقوم الثقوب في حالة الحقل المسرع بجذب الالكترونات معها ، واذا كان الحقل معيقا لحركة الثقوب لحصل في هذه الحالة اعادة

اذا قسمنا كثافة الشحنة الحجمية على واحدة قياس الشحنة ، فاننا نحصل على تغير تركيز الحوامل اللامتوازنة للشحنة بدلالة الزمن :

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_p}} \quad (4.13)$$

ينتج عن مقارنة العلاقتين (4.10) و (4.13) أن انتشار حوامل الشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب الى مسافة تساوي عمق التغطية  $l_b$  ، يتم خلال زمن مساو الى زمن الارتخاء الماكسويلي  $\tau_p$  الذي يعد في حالتنا الزمن الفعال اللازم لارساء التوازن الانتشاري-الانسيابي .

#### 5.6. انتشار وانسياق الحوامل الثانوية (الغير أساسية)

الاضافية في شبه موصل مشوب .

ندرس انتشار وانسياق الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة في ش م مشوب ، عندما يسלט عليه حقل كهربائي خارجي متجانس . نفرض أن ش م من النوع -  $n$  ( $n_0 \ll p_0$ ) ، وأن مقطع العرض أصغر بكثير من طوله . نعرض جزءا ضيقا جدا من ش م للضوء ( $0 \leq x \leq l$ ) بحيث يكون تولد الالكترونات والثقوب في الحجم الكلي للجزء المضاء من العينة منتظما (الشكل 4-6) . ونفرض أن تركيز الحوامل الأساسية للشحنة  $n_0$  عظيما بالمقارنة مع تركيز الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة  $\Delta p$  التي يساوي زمن حياتها  $\tau_p$  .

يصبح تركيز الثقوب اللامتوازنة  $p$  في الجزء المضاء من ش م الالكتروني أين تتولد الالكترونات والثقوب الاضافية بنفس الكمية  $\Delta n = \Delta p$  ، وهو أكبر بكثير من تركيزها  $p_0$



ويعطى الحل العام لهذه المعادلة على الشكل التالي:

$$\Delta P = C_1 e^{\alpha_1 x} + C_2 e^{\alpha_2 x} \quad (5.6)$$

حيث أن  $C_1$  و  $C_2$  ثابتان يعينان من الشروط الحدودية:

$$\Delta P \Big|_{x=0} = \Delta P \Big|_{x=-l} = \Delta P(0)$$

و  $p \rightarrow 0$  من أجل  $x \rightarrow \pm \infty$ ، و  $\alpha_1, \alpha_2$  هما جذرا المعادلة المميزة:

$$\alpha^2 - \frac{L_E}{L_p^2} \alpha - \frac{1}{L_p^2} = 0 \quad (5.7)$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{L_E \pm \sqrt{L_E^2 + 4L_p^2}}{2L_p^2} \quad (5.8)$$

وبالأخذ بعين الاعتبار تناقص تركيز الحوامل الثانوية اللامتوازنة للشحنة بمقدار الابتعاد عن الجزء المضاء من العينة، فإننا نحصل في النهاية من أجل  $x \geq 0$  على:

$$\Delta P = C_1 e^{-\frac{x}{L_1}} \quad (5.9)$$

حيث أن

$$L_1 = \frac{2L_p^2}{\sqrt{L_E^2 + 4L_p^2} - L_E} \quad (5.10)$$

ومن أجل  $x \leq -l$  على:

$$\Delta P = C_2 e^{x/L_2} \quad (5.11)$$

حيث أن

$$L_2 = \frac{2L_p^2}{\sqrt{L_E^2 + 4L_p^2} + L_E} \quad (5.12)$$

توزيع للحوامل الأساسية للشحنة بشكل موافق. وبالتالي فإن الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة تنساق أيضا في حالة تطبيق حقل كهربائي خارجي كالجسيمات المعتدلة، ولاتتشكل بالنتيجة شحنة حجمية.

يمكن أن نعين تركيز الثقوب الاضافية  $\Delta P$  بحل معادلة الاستمرارية:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = G - \frac{1}{e} \frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{P - P_0}{\tau_p} \quad (5.1)$$

نحل هذه المعادلة في حالة التوزيع المستقر للحوامل الاضافية للشحنة ( $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ ) وفي الجزء المظلم من شم ( $G = 0$ ). نقوم من أجل ذلك بمفاضلة عبارة كثافة التيار الثقبي (2.10) ونعوض الناتج في (5.1)، فنحصل على:

$$D_p \frac{d^2 \Delta P}{dx^2} - \mu_p E \frac{d \Delta P}{dx} - \frac{\Delta P}{\tau_p} = 0 \quad (5.2)$$

وتصح المعادلة الأخيرة في حالة الحقول الخارجية التي تبقي على المقادير  $D_p$ ،  $\mu_p$  و  $\tau_p$  مستقلة عنها.

نقسم طرفي المعادلة (5.2) على  $D_p$ ، وندخل الرمز

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \quad (5.3)$$

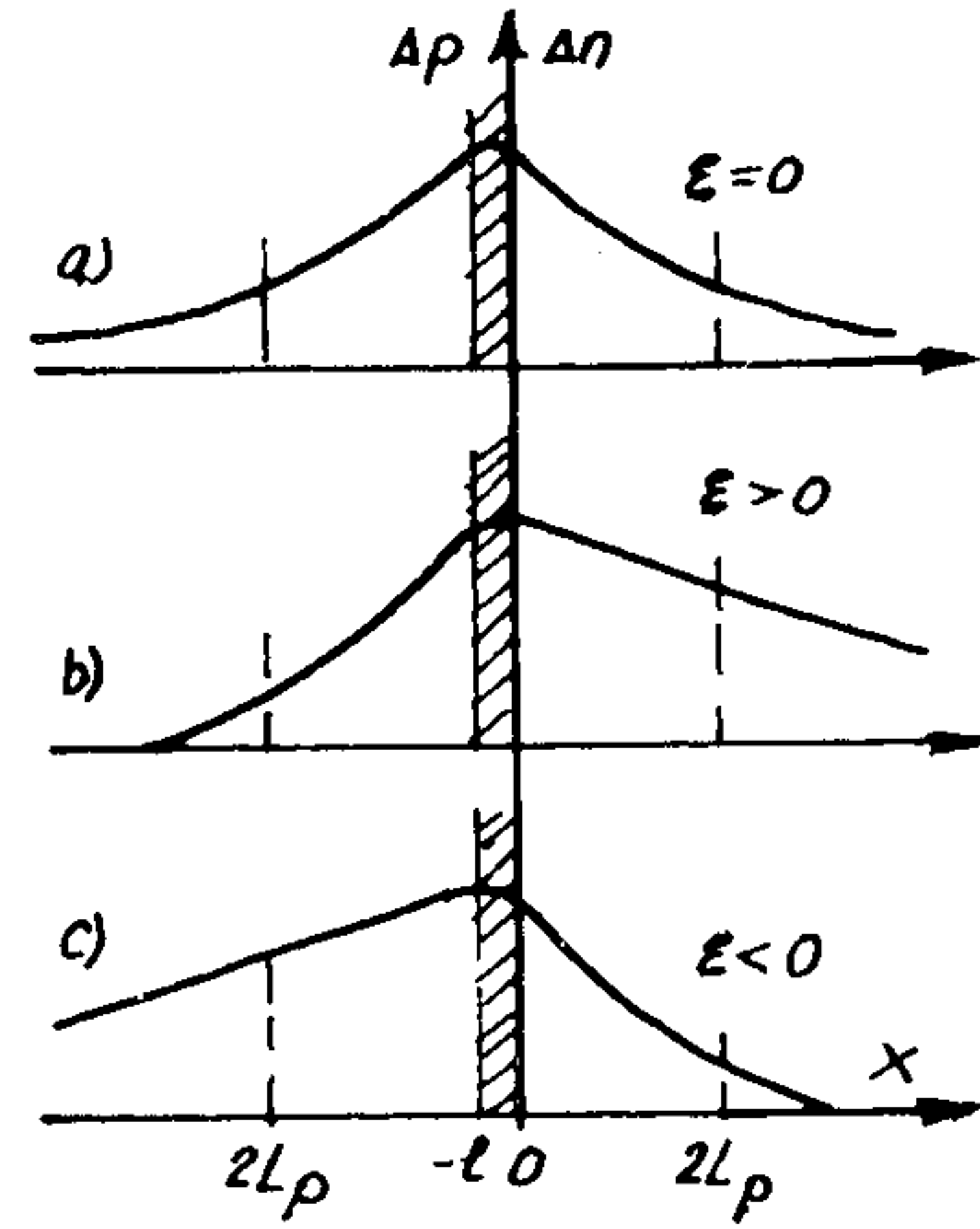
و

$$L_E = \tau_p \mu_p E \quad (5.4)$$

فتتحول المعادلة (5.2) الى الشكل:

$$\frac{d^2 \Delta P}{dx^2} - \frac{L_E}{L_p^2} \frac{d \Delta P}{dx} - \frac{\Delta P}{L_p^2} = 0 \quad (5.5)$$

أي أن التيار الانتشاري للحوامل الإضافية للشحنة يتغير مع الأحداثيات وفق نفس القانون الأسي الذي يعين تغير التركيز الإضافي للثقوب.



الشكل 5-6 توزيع تركيز الحوامل الإضافية للشحنة على طول العينة.

ويدعى المقدار  $v_D$  :

$$v_D = \frac{L_p}{\tau_p} = \frac{D_p}{L_p} \quad (5.15)$$

"بالسرعة الانتشارية". وتساوي عددياً تلك السرعة التي تقطع بها الحوامل اللامتوازنة للشحنة خلال زمن حياتها مسافة تساوي الطول الانتشاري.

ندرس الآن الحالة التي تكون فيها  $\epsilon \neq 0$ . إذا كان  $L_\epsilon \ll 2L_p$ ,

فان  $L_1 = L_2 = L_p$ . وبالتالي فان توزيع التركيز الإضافي للحوامل الثانوية للشحنة، يكون مرهوناً في حالة الحقل الكهربائي الضعيف بالانتشار، ويوصف بالمعادلة (5.13).

عندما يكون الحقل الكهربائي الخارجي شديداً، أي عندما

$|L_\epsilon| > 2L_p$ ، فان ثابتي التناقص (الانحدار)  $L_1$  و  $L_2$  يختلفان عن الطول الانتشاري  $L_p$ . ويكون أكبر أو أصغر من  $L_p$ ، وذلك تبعاً لاتجاه الحقل الكهربائي ( $\epsilon > 0$  أو  $\epsilon < 0$ )، فعلى سبيل المثال يكون من أجل  $\epsilon > 0$  في الجزء المظلم وفي المجال  $x < -L$  و  $x > 0$  :

$$L_2 = \frac{2L_p^2}{\sqrt{L_\epsilon^2 + 4L_p^2} + L_\epsilon} < L_p < \frac{2L_p^2}{\sqrt{L_\epsilon^2 + 4L_p^2} - L_\epsilon} = L_1 \quad (5.16)$$

وهكذا فان تركيز الحوامل الإضافية الثانوية للشحنة تتناقص إلى جانبي الجزء المضاء وفق قانون أسي بثابتي تناقص  $L_1$  و  $L_2$  ويدعى هذان الثابتان بطولَي الحجب.

نقوم الآن بتحليل العبارات التي حصلنا عليها. لنفرض أن الحقل الكهربائي الخارجي معدوم ( $\epsilon = 0$ ). ان الحوامل التي تنتشر في حالة انعدام الحقل تقتصر على الثقوب الإضافية فقط. وبما أن  $L_\epsilon = \tau_p \mu_p \epsilon = 0$ ، فان التركيز الإضافي للحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) سوف يتغير مع المسافة نتيجة لاعادة التوحيد وفق القانون:

$$\Delta p = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}} \quad (5.13)$$

وينتج عن هذه العبارة أن التناقص الأسي لتركيز الحوامل الثانوية للشحنة المرهون باعادة التوحيد، يكون متناظراً في كلا الجزأين المجاورين للجزء المضاء للعينة (الشكل 5-6)، ويُعرف بالقيمة  $L_p$  التي تدعى "بالطول الانتشاري" للحوامل الثانوية للشحنة (الثقوب) في الحالة المدروسة. وتعدّ  $L_p$  تلك المسافة الوسطية التي تنزاح بها الثقوب اللامتوازنة أثناء الانتشار خلال زمن الحياة. وبالتالي فان التركيز الإضافي للثقوب يتناقص في حالة انعدام الحقل بتابعية المسافة وفق قانون أسي (5.13). ويعد هذا التوزيع صحيحاً من أجل الإلكترونات اللامتوازنة أيضاً، وذلك لافتراض شرط الاعتدال الكهربائي  $\Delta n = \Delta p$  أثناء حل المسألة.

بما أن الانتشار مقتصر على الحوامل الإضافية للشحنة، فان التيار يعد تيار انتشاري، ونملك من أجل هذا التيار المعادلة

$$j_{p \text{ diff}} = -e D_p \frac{dp}{dx} = \frac{e D_p}{L_p} \Delta p = \frac{e L_p}{\tau_p} \Delta p = j_{p \text{ diff}}(0) \cdot e^{-x/L_p} \quad (5.14)$$

وينتج عن ذلك أن الحقل الكهربائي يؤدي الى اختلال التناظر في توزيع التركيز الاضافي لحوامل الشحنة .

ندرس بعدئذ حالة الحقول الشديدة التي تتحقق من أجلها المتراجحة  $L_p^2 \gg 4 L_E^2$  . يمكن أن نكتب هذا الشرط وفقاً للمعادلتين (5.4) و (5.15) بالشكل:

$$\frac{L_E^2}{4L_p^2} = \frac{(\tau_p \mu_p \varepsilon)^2}{4L_p^2} = \frac{\tau_p^2 v^2}{4L_p^2} = \frac{v^2}{4v_D^2} \gg 1 \quad (5.17)$$

حيث أن  $v = \mu_p \cdot \varepsilon$  سرعة الانسياب . ويساوي المقدار  $L_E$  عدديا المسار الذي تقطعه الحوامل اللامتوازنة للشحنة خلال زمن الحياة بسرعة تساوي سرعة الانسياب ، ويدعى "بالطول الانسيابي" . وبالتالي تكون شدة الحقل  $\varepsilon$  أكبر كلما كان طول الانسياب أكبر بكثير من الطول الانتشاري .

نعين طولي الحجب  $L_1$  و  $L_2$  في حالة حقل موجب  $\varepsilon > 0$  . يمكن انطلاقاً من العبارة (5.10) ، أن نكتب من أجل المجال  $x > 0$  :

$$L_1 = \frac{2L_p^2}{L_E} \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \frac{L_p^2}{L_E^2}} - 1} \approx \frac{2L_p^2}{L_E} \frac{1}{\frac{2L_p^2}{L_E^2}} = L_E \quad (5.18)$$

أي أن طول الحجب يساوي طول الانسياب:

$$L_1 = L_E = \tau_p \mu_p \varepsilon = \tau_p v \quad (5.19)$$

ويعطى توزيع التركيز الاضافي للثقوب بالعلاقة :

$$\Delta p_1 = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_1}} = \Delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{\tau_p \mu_p \varepsilon}} \quad (5.20)$$

أي أن هذه الحالة تماثل حالة الانتشار فقط ، فالتركيز الاضافي

للتقوب يهبط أسياً بازدياد  $x$  ، ولكن بثابت تناقص يساوي  $L_1 = L_E$  . وبما أن ثابت التناقص  $L_p < L_1$  ، فإن  $L_1$  تدعى

أيضاً "بالطول الانتشاري وفق الحقل" . ينتج من مقارنة (5.20) و (5.13) ، أنه من أجل  $L_p^2 \ll L_E^2$

يكون التركيز الاضافي لحوامل الشحنة في المجال  $x > 0$  من شـ م أكبر منه في حالة انعدام الحقل الخارجي ( الجزء الأيمن من الشكل 5-6-5) . وبالتالي يتم أثناء عبور التيار الذي يسببه الحقل الكهربائي الشديد ، أي عندما تفوق سرعة الانسياب السرعة الانتشارية بمقدار كبير ( $v \gg v_D$ ) ، وفي حالة الحقل الكهربائي الموجب ( $\varepsilon > 0$ ) انجذاب الثقوب الاضافية بواسطة الحقل في شـ م الالكتروني في المجال  $x > 0$  من شـ م ، ويغدو شـ م مغتنياً بالحوامل الثانوية للشحنة بمقدار أكبر بكثير من حالة تواجد الانتشار فقط ، أي في حالة انعدام الحقل الخارجي ( $\varepsilon = 0$ ) . وتدعى هذه الظاهرة "بحقن الحوامل اللامتوازنة للشحنة" .

وتلاحظ ظاهرة حقن الالكترونات في شـ م الثقبي عندما  $\varepsilon < 0$  . ندرس الآن توزيع الثقوب الاضافية في المجال  $x < -L$  ، عندما يكون  $\varepsilon > 0$  . يكون في هذه الحالة طول الحجب:

$$L_2 = \frac{2L_p^2}{L_E} \frac{1}{\sqrt{1 + (4L_p^2/L_E^2)} + 1} \approx \frac{L_p^2}{L_E} \frac{1}{2 + 2(L_p/L_E)^2} \approx \frac{L_p^2}{L_E} \quad (5.21)$$

ونحصل استناداً الى (5.11) على:

$$\Delta p_2 = \Delta p(0) \cdot e^{-x/L_2} = \Delta p(0) \cdot e^{-L_E/L_p^2} \quad (5.22)$$

على سبيل المثال، اضاءة موضعية للعينة . ونعتبر أيضا أن سوية الاثارة منخفضة، بحيث أن  $(n_0 + p_0) \Delta n = \Delta p \ll$  .  
ينشأ بفضل وجود الحقل الكهربائي الخارجي وتدرج تركيز حوامل الشحنة، تيارات انتشار وانسياب للالكترونات والثقوب، وتوصف هذه التيارات بالمعادلتين (2.9) و (2.10)، ويعطى التيار الكلي بالعلاقة :

$$j = j_n + j_p = e (n\mu_n + p\mu_p) \mathcal{E} + e (D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx}) \quad (6.1)$$

وتكون شدة التيار الكلي في شرم المعزول في الحالة المستقرة معدومة ( $j = 0$ ). ويتساوى عندئذ في كل نقطة من العينة تيارا الانتشار مع تيارا الانسياب المرهونين بوجود الحقل الكهربائي الساكن  $\mathcal{E}_{st}$ . ويمكن ايجاد قيمة  $\mathcal{E}_{st}$  من المعادلة (6.1) اذا وضعنا  $j = 0$  :

$$\mathcal{E}_{st} = \frac{D_p \frac{dp}{dx} - D_n \frac{dn}{dx}}{n\mu_n + p\mu_p} = \frac{D_p \frac{dp}{dx} - D_n \frac{dn}{dx}}{(n_0 + \Delta n)\mu_n + (p_0 + \Delta p)\mu_p} \quad (6.2)$$

يظهر من العبارة (6.2)، أنه في حالة انعدام التيار الكهربائي ( $j = 0$ )، تكون قيمة الحقل الكهربائي الساكن  $\mathcal{E}_{st}$  الذي ينشأ نتيجة لانتشار حوامل الشحنة أصغر كلما كان تركيز الالكترونات  $n_0$  والثقوب  $p_0$  المتوازنة أكبر. واذا كانت الناقلية الكهربائية لشم المدروس كبيرة بشكل كاف، وتركيز الحوامل الاضافية للشحنة  $\Delta n$  و  $\Delta p$  أصغر بكثير من تركيز الحوامل المتوازنة للشحنة، أي أن  $n_0 \gg \Delta n$  و  $p_0 \gg \Delta p$ ، فاننا نستطيع ضمن تقريب أولي اعتبار الحقل الكهربائي الساكن معدوما، وأن

ويلاحظ بسهولة أن زيادة شدة الحقل تؤدي الى زيادة  $L_2$ ، وتناقص  $L_1$ . وبما أن  $L_1 > L_2$  فان  $L_2$  تدعى "بالطول الانتشاري عكس الحقل"، ويكون في المجال  $x < -l$  وفي جميع نقاط شرم الواقعة على مسافة  $L_1$ ،  $\Delta p > \Delta n$ . ويعني هذا أنه في حالة الحقل الموجب  $\mathcal{E} > 0$  يُفَقَّر حجم شرم الالكترونوني في المجال  $x < -l$  بالحوامل الثانوية للشحنة عندما تزداد شدة الحقل الكهربائي (الجزء الأيسر من الشكل b - 5-6). وتدعى هذه الظاهرة "بصد حوامل الشحنة".

وتتحقق عملية صد الالكترونات في شرم الثقبي عندما  $\mathcal{E} < 0$ . يحدث عند تغيير اتجاه الحقل الخارجي  $\mathcal{E} < 0$  في المجال  $x > 0$  من شرم تناقص تركيز الحوامل الاضافية للشحنة، وزيادة لها في المجال  $x < -l$  (الشكل c - 5-6). وتدعى هاتان الظاهرتان على الترتيب بـ "انتزاع وتراكم الحوامل اللامتوازنة للشحنة". وتتحقق هاتان الظاهرتان في شرم الثقبي من أجل  $\mathcal{E} > 0$ .

6.6. انتشار وانسياب الحوامل اللامتوازنة للشحنة في شبه موصل ذي ناقلية قريبة من الذاتية.

ندرس في هذه الفقرة انتشار وانسياب الحوامل اللامتوازنة للشحنة في شرم يحوي على كمية متساوية تقريبا من الالكترونات والثقوب المتوازنة، أي في شرم ناقليته قريبة من الناقلية الذاتية. وسوف نعتبر أن الحوامل الاضافية للشحنة تنشأ نتيجة لتشرد المادة الأساسية، وبالتالي  $\Delta n = \Delta p$  :

نفرض، في شبه موصل متجانس كالموصوف آنفا، وجود توزيع غير متجانس للحوامل اللامتوازنة للشحنة وفق المحاور  $x$  :  
 $n(x) = n_0 + \Delta n(x)$  و  $p(x) = p_0 + \Delta p(x)$ ، يسببه،

للالكترونات والثقوب، ضمن شروط الاعتدال الكهربائي بالحركية الانسيابية الفعالة  $\mu_n \epsilon$  ومعامل الانتشار الفعال  $D$ ، ويأخذ هذان المقداران نفس القيمة للالكترونات والثقوب. ويدعيان بالحركية الانسيابية ثنائية القطب ومعامل الانتشار ثنائي القطب. لكي نعين  $\mu_n$  و  $D$ ، نكتب معادلتنا الاستمرارية (6.3) ونعوض فيهما قيمتي التيارين  $j_n$  و  $j_p$  من (6.4):

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \mu_n \epsilon \frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} + \mu_p \epsilon \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau}$$

نضرب المعادلتين (6.5) بـ  $\sigma_p$  و  $\sigma_n$  على الترتيب ونجمعهما، فنحصل بعد الأخذ بعين الاعتبار أن  $\Delta p = \Delta n$  على:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{D_n \sigma_p + D_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \frac{\mu_n \sigma_p - \mu_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} \epsilon \frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (6.6)$$

وتكتب المعادلة (6.6) في الحالة المستقرة، أي عندما  $\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0$  بالشكل:

$$\frac{D_n \sigma_p + D_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \frac{\mu_n \sigma_p - \mu_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} \epsilon \frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} = 0 \quad (6.7)$$

وتفائل (6.7) بهيئتها العبارة (5.2) التي تخص انتشار وانسياب الحوامل الثانوية للشحنة. ويقتصر الاختلاف بينهما على مضروبي المشتق الثاني والأول، حيث يوجد في (6.7) مضروبان أكثر

الاعتدال الكهربائي الذي تضمنه المساواة  $\Delta p = \Delta n$  في كل نقطة من العينة قائما. وهذا يعني أن الحوامل المنتشرة للشحنة تسحب معها أثناء عملية الانتشار حوامل للشحنة معاكسة لها بالإشارة، ومساوية لها بالكمية. وتجري في هذه الحالة عملية انتشار الالكترونات والثقوب الإضافية بشكل حر، كما هو الحال في انتشار الأزواج الالكتروثقبية المعتدلة المميزه بنفس زمن الحياة  $\tau$ .

لنفرض أن العينة التي شكلت فيها أزواج غير متوازنة للالكترونات والثقوب، أخضعت لتأثير حقل كهربائي خارجي متجانس  $\epsilon$  أكبر بكثير من الحقل الداخلي الساكن، أي  $\epsilon_{st} \ll \epsilon$ . ونقتصر على الحالة أحادية البعد لتبسيط المسألة، ونعتبر أن اتجاهي الحقل الخارجي وتدرج التركيز منطبقان على المحور  $x$ . ينبغي عندئذ أن نكتب معادلة الاستمرارية ومعادلة كثافة التيار من أجل الالكترونات ومن أجل الثقوب بنفس الشكل:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta n}{\partial t} &= \frac{1}{e} \frac{\partial j_n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \\ \frac{\partial \Delta p}{\partial t} &= -\frac{1}{e} \frac{\partial j_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

$$j_n = \sigma_n \epsilon + e D_n \frac{d \Delta n}{dx} \quad (6.4)$$

$$j_p = \sigma_p \epsilon - e D_p \frac{d \Delta p}{dx}$$

حيث أن  $\sigma_n = e n \mu_n$  و  $\sigma_p = e n \mu_p$  مركبتا الناقلية النوعية للالكترونات والثقوب.

تبدأ الأزواج الالكتروثقبية بالانسياب بسرعة ثابتة تحت تأثير الحقل الخارجي. ويوصف عندئذ الانتشار والانسياب المشترك

$$D = 2 \frac{D_n D_p}{D_n + D_p} = 2 \frac{kT}{e} \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \quad (6.12)$$

$$\mu_D = 2 \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \quad (6.13)$$

$$\mu_E = 0 \quad (6.14)$$

ينتج عن العلاقتين (6.12) و (6.14) أن انتشار الحوامل الإضافية للشحنة يعينها في شرم الذاتي معامل متعلق بمعامل انتشار (أو الحركية) للالكترونات والثقوب. ويشهد انعدام الحركية الانسيابية ثنائية القطب على أن الحقل الكهربائي الخارجي لا يؤثر في أشرم الذاتية على التوزيع الفضائي لحوامل الشحنة.

يكون في أشرم المشوبة التي يفوق فيها تركيز الحوامل الأساسية للشحنة بشكل كبير تركيز الحوامل الثانوية ( $p_0 \gg n_0$  أو  $n_0 \ll p_0$ )، يكون معامل انتشار ثنائي القطب  $D$  والحركية الانتشارية ثنائية القطب  $\mu_D$  والحركية الانسيابية ثنائية القطب  $\mu_E$  مساوية على الترتيب لمعامل انتشار وحركية الحوامل الثانوية للشحنة. فعلى سبيل المثال، يكون في شرم من النوع  $n$  ( $p_0 \ll n_0$ )

$$D = D_p$$

$$\mu_D = |\mu_E| = \mu_p \quad (6.15)$$

وبالتالي يعين في شرم المشوب انتشار وانسياب الحوامل الإضافية للشحنة بمعامل انتشار وحركية الحوامل الثانوية للشحنة.

تعقيدا، ويمكن أن نرسم لهما  $D$  و  $\mu_E$  على الترتيب. نحصل على معامل الانتشار ثنائي القطب  $D$ ، بالأخذ بعين الاعتبار أن  $n_0 \approx p_0$  و  $\mu_n \approx \mu_p$  (يكون هذا صحيحا عندما  $p_0 \gg \Delta p$ ،  $n_0 \gg \Delta n$ ) وباستعمال علاقة انشتين للالكترونات

$$\text{والثقوب} \left( \frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT} \right)$$

$$D = \frac{D_n \sigma_p + D_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{n_0 + p_0}{\frac{n_0}{\mu_n} + \frac{p_0}{\mu_p}} = \frac{kT}{e} \frac{n_0 + p_0}{\frac{n_0}{\mu_n} + \frac{p_0}{\mu_p}} \quad (6.8)$$

وتكتب علاقة الحركية الانسيابية ثنائية القطب على الشكل:

$$\mu_E = \frac{\mu_n \sigma_p - \mu_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{p_0 - n_0}{\frac{n_0}{\mu_p} + \frac{p_0}{\mu_n}} \quad (6.9)$$

إذا استعملنا علاقة انشتين، فإن معامل الانتشار ثنائي القطب يمكن تقديمه بالصيغة التالية:

$$D = \frac{kT}{e} \mu_D \quad (6.10)$$

نلاحظ من مقارنة (6.10) مع (6.8) أن دور الحركية في (6.8) يلعبه المقدار:

$$\mu_D = \frac{p_0 + n_0}{\frac{n_0}{\mu_p} + \frac{p_0}{\mu_n}} \quad (6.11)$$

الذي يدعى بالحركية الانسيابية ثنائية القطب.

يتضح من المعادلة (6.9) أن المقدار  $\mu_E$  يمكن أن يغير اشارته تبعاً لنسبة  $n_0$  و  $p_0$ . وينعدم عندما  $n_0 = p_0$ . لدينا من أجل شرم الذاتي الذي يكون فيه  $p_0 = n_0$ :

## الفصل السابع

### ظواهر الالتحام في أشباه الموصلات

1.7. دراسة شبه موصل خاضع الى تأثير حقل كهربائي خارجي. تكمن في آليات ظواهر الالتحام بعض الحوادث الفيزيائية التي تجري في شرم نتيجة لتأثير الحقل الكهربائي الذي ينشأ في منطقة الالتحام. ولكي نفهم هذه الحوادث لابد من معرفة خواص شرم الواقع في حقل كهربائي خارجي. ولهذا السبب نقوم بدراسة شرم الكتروني موضوع في حقل كهربائي متجانس لمكثفة مستوية (الشكل 7-1).

تكون الشحنة الحجمية في شرم معدومة في حالة غياب الحقل

الكهربائي. ويحدث في شرم عند تسليط

الحقل اعادة توزيع لحوامل الشحنة، وتنشأ

نتيجة لذلك شحنة حجمية كثافتها  $\rho(\vec{r})$  وحقل كهربائي  $\vec{E}(\vec{r})$ . ويتمركز تغيير

تركيز حوامل الشحنة الذي أدى الى

ظهور الشحنة الحجمية في المجال الملاصق

لسطح شرم. وتعمل الشحنة الحجمية على

تغطية (حجب *bliner*) الحقل الكهربائي

الخارجي، وبالتالي يخترق هذا الحقل فقط الطبقة المجاورة لسطح

شرم (الطبقة القشرية).

عندما يغلق منبع التغذية، كما هو مبين على الشكل (7-1)

يتزايد تركيز الإلكترونات في الطبقة القشرية (الشكل 7-2- a)،

وتنشأ بالتالي شحنة حجمية سالبة (الشكل 7-2- b). ويتناقص

التركيز الاضافي للإلكترونات، وبالتالي الشحنة الحجمية كلما

ابتعدنا عن السطح باتجاه عمق شرم. وتولّد الشحنة الحجمية السالبة حقلا كهربائيا شدته  $E_c$ ، وتكون هذه الشدة عظمى على سطح شرم (الشكل 7-2- c). ويقوم الحقل المذكور بتغيير الطاقة الكامنة للإلكترون (الشكل 7-2- d) بالقيمة  $U(\vec{r}) = -e \cdot \psi(\vec{r})$  حيث أن  $\psi(\vec{r})$  هو الكمون الكهرساكن لحقل الالتحام (الشكل 7-2- e). وبالتالي يسبب الحقل الكهربائي التواء في المناطق الطاقية لشرم، بشكل يكون معه:

$$E_c(\vec{r}) = E_c - U(\vec{r}) \quad (1.1)$$

$$E_v(\vec{r}) = E_v - U(\vec{r})$$

وتنفذ عندئذ جميع السويات الطاقية بما فيها السويات

الشائبية الموجودة في المنطقة المحظورة هذا الالتواء.

بما أن شرم يوجد في حالة توازن ترموديناميكي، فإن موضع

سوية فرمي يبقى ثابتا، وبالتالي تتغير المسافات بين سوية فرمي

ومناطق الطاقة المسموحة. فاذا كانت هذه السويات مساوية في

حالة غياب الحقل:

$$E_c - F \quad \text{و} \quad F - E_v \quad (1.2)$$

فانها تصبح في حالة وجوده مساوية:

$$E_c - U(\vec{r}) - F \quad \text{و} \quad F - [E_v - U(\vec{r})] \quad (1.3)$$

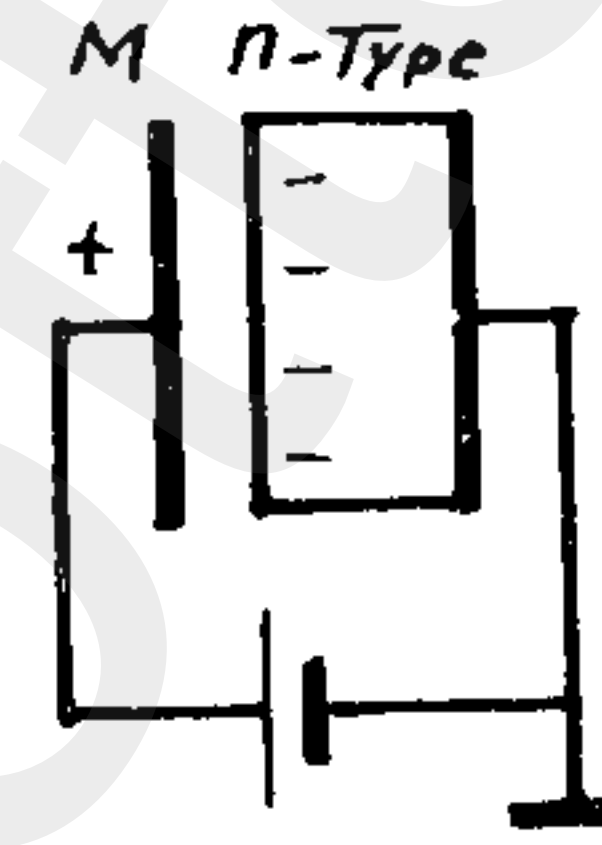
على الترتيب.

ينتج عن مقارنة العلاقتين (1.2) و (1.3) أن المسافة بين

$E_c$  و  $F$  تزداد بنفس المقدار الذي تتناقص فيه المسافة بين

$E_c$  و  $F$ ، أي بالمقدار  $U(\vec{r})$ . ويؤدي تغيير المسافات بين

سوية فرمي والمناطق الطاقية الى تغيير توزع الإلكترونات وفق



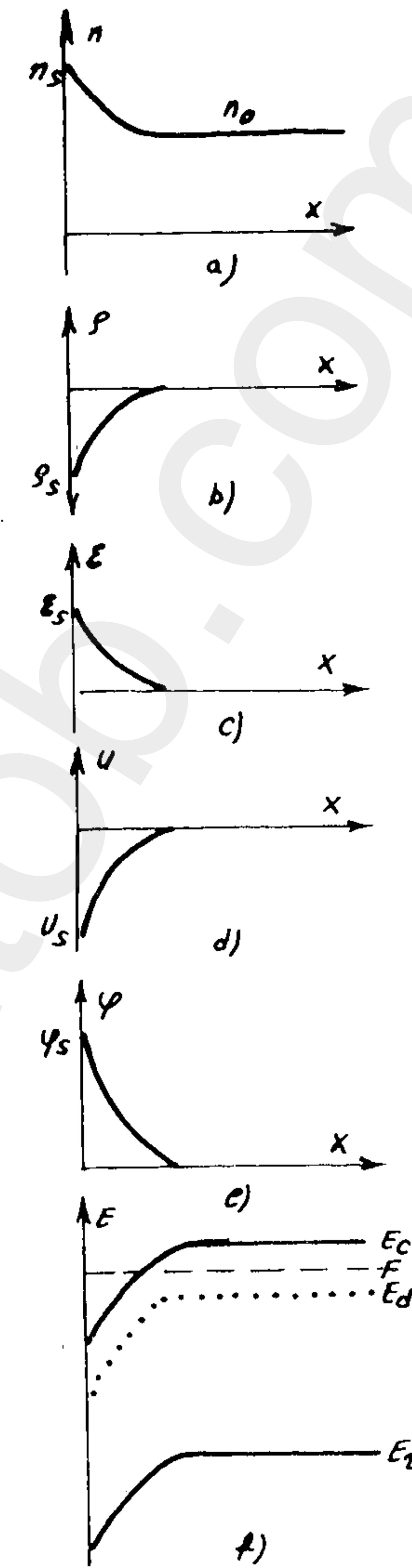
الشكل 7-1 شبه موصل خاضع لحقل كهربائي خارجي.

السويات الطاقية . ففي حالتنا المعروضة للدراسة مثلا (الشكل  $\phi - 2 - 7$ ) ، يملك شرم في المجال البعيد عن السطح ناقلية كهربائية الكترونية ، ويكون فطريا . وتتواجد الالكترونات على سويات الشائبة المانحة (ذلك لأن سوية فرمي تقع فوق هذه السويات) ، ويبقى شرم في المنطقة القشرية الكترونيياغير أنه يصبح لافطريا ، ذلك لأن سوية فرمي هنا تقع في منطقة الناقلية .

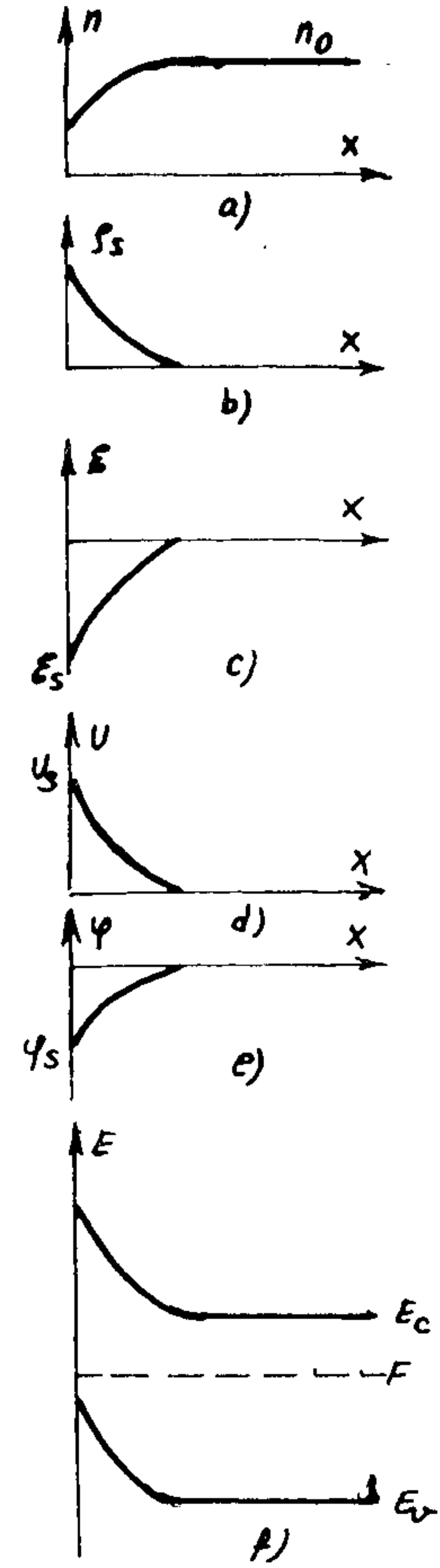
عندما يتغير اتجاه الحقل المسلط على شرم الالكتروني ، يصبح تركيز الالكترونات في الطبقة القشرية أقل منه في جوف شرم وتركيز الالكترونات أعلى (الشكل  $a - 3 - 7$ ) ، وتصبح اشارتا الشحنة الحجمية (الشكل  $b - 3 - 7$ ) وتغير الطاقة الكامنة (الشكل  $c - 3 - 7$ ) موجبتين . وفي حالتنا المعروضة على الشكل  $\phi - 3 - 7$  يحدث في الطبقة القشرية تغير في نوع الحوامل الأساسية للشحنة حيث يتحول شرم من الكتروني الى ثقبي ، أي تنشأ طبقة متحولة انقلابية ، وتظهر في شرم كهذا على مسافة ما من السطح طبقة تتمتع بناقلية كهربائية ذاتية ، سندعوها "بالطبقة  $\zeta$ " ، وتكون فيها سوية فرمي متموضعة في منتصف المنطقة المحظورة . ويدعى المجال من شرم الواقع الى جوار الطبقة  $\zeta$  والذي يتغير فيه نوع الناقلية الكهربائية "بالمعبر الفيزيائي  $n - p$  . ويختفي هذا المعبر

\* الشكل 7-2 تغير تركيز الالكترونات الحرة (a) ، الشحنة الحجمية (b) ، شدة الحقل (c) ، الطاقة الكامنة للالكترونات (d) ، كمون الحقل (e) ، وتقوس المناطق الطاقية لشبه موصل مانح (f) في حقل كهربائي خارجي . (الصفحة 376) .

\* الشكل 7-3 تركيز الالكترونات الحرة (a) ، كثافة الشحنة الحجمية (b) ، شدة الحقل الكهربائي (c) ، الطاقة الكامنة للالكترونات (d) ، كمون الحقل (e) ، ومواضع المناطق لشبه موصل مانح (f) أثناء تغير اتجاه الحقل الكهربائي الخارجي . (الصفحة 376) .



الشكل 7-2 (\*\*)



الشكل 7-3 (\*)



في سلسلة قوى ، مكتفين بالحد الأول من السلسلة ، فنحصل من (1.7) على:

$$\rho = \frac{en_0 U}{kT} = -\frac{en_0^2}{kT} \psi \quad (1.8)$$

نرمز بـ  $\ell_b^2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 kT}{e^2 n_0}$  ، فتأخذ (1.5) عندئذ الشكل:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} - \frac{1}{\ell_b^2} \psi = 0 \quad (1.9)$$

ويعطى حل هذه المعادلة بالشكل:

$$\psi = A_1 e^{-x/\ell_b} + A_2 e^{x/\ell_b} \quad (1.10)$$

بما أن  $\psi \rightarrow 0$  عندما  $x \rightarrow \infty$  ، فإن  $A_2 = 0$  ، ويكون في النقطة  $x=0$  :  $\psi = -\psi_s$  و  $A_1 = -\psi_s$  ، وبالتالي يعطى الكمون والحقل والطاقة الكامنة للالكترونات في مجال الطبقة القشرية بالعلاقات التالية على الترتيب:

$$\psi(x) = -\psi_s e^{-x/\ell_b} \quad (1.11)$$

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\psi}{dx} = -\frac{\psi_s}{\ell_b} e^{-x/\ell_b} = -\mathcal{E}_s e^{-x/\ell_b} \quad (1.12)$$

$$U(x) = -e \cdot \psi(x) = e\psi_s e^{-x/\ell_b} = U_s e^{-x/\ell_b} \quad (1.13)$$

وتصبح كثافة الشحنة الحجمية على السطح مساوية:

$$\rho_s = \frac{en_0}{kT} U_s \quad (1.14)$$

وهكذا فإن تسليط حقل كهربائي على شرم يؤدي الى التسواء

عندما ينعدم الحقل الكهربائي الخارجي.

نقوم الآن بدراسة تأثير الحقل الكهربائي الخارجي على شرم منتظم وفطري من النوع- $n$  ، وقد عرض مخططه الطاقى على الشكل 4-3-7. ان شدة الحقل الكهربائي  $\mathcal{E}$  ، كما هو معلوم ، مرتبطة مع الشحنة الحجمية  $\rho$  بمعادلة بواسون:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \cdot \rho(x) \quad (1.4)$$

واذا عبرنا عن شدة الحقل بدلالة تدرج الكمون  $\mathcal{E} = -\frac{d\psi}{dx}$  فان (1.4) تكتب على الشكل:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \cdot \rho(x) \quad (1.5)$$

نفرض أن تركيز الالكترونات في جوف شرم ( $x \rightarrow \infty$ ) يساوي  $n_0$  ، وفي الطبقة القشرية  $n$  . وبما أن شرم فطري ، فان

$$n = N_c e^{-\frac{E_c + U - F}{kT}} = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad (1.6)$$

تعيين الشحنة الحجمية في الطبقة القشرية بالايونات الموجبة للشوائب المانحة وبالالكترونات الحرة . وسوف نعتبر أن الشوائب المانحة متشردة بالكامل ، أي أن  $N_d^+ = n_0$  . تصبح عندئذ الشحنة الحجمية في الطبقة القشرية لشرم كهذا مساوية:

$$\rho = e(N_d^+ - n) = e(n_0 - n) = en_0(1 - e^{-\frac{U}{kT}}) \quad (1.7)$$

نقتصر على حالة الالتواء القليل للمناطق تحت تأثير الحقل الكهربائي ، أي عندما يكون  $|U| \ll kT$  . ونقوم بنشر العبارة  $e^{-U/kT}$



لكي نحسب  $j$  ، نستعمل العلاقة التالية :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha y^2} \cdot dy = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (2.7)$$

ونستعمل أيضا التكامل بـ  $v_x$  ، آخذين الحسبان العبارة (2.2) :

$$\int_{v_{x \min}}^{\infty} e^{-m^* v_x^2 / 2kT} \cdot v_x dv_x = \frac{kT}{m^*} e^{-m^* v_{x \min}^2 / 2kT} = \frac{kT}{m^*} e^{-\chi / kT} \quad (2.8)$$

نحصل استنادا على المساويات (2.6) - (2.8) على عبارة لكثافة تيار الاصدار الترموالكتروني :

$$j = \frac{4\pi e m^* k^2}{h^3} T^2 \cdot e^{-(E_a - F) / kT} = A \cdot e^{-\Phi / kT} \quad (2.9)$$

حيث أن

$$A = \frac{4\pi e m^* k^2}{h^3}$$

$$\Phi = \chi + E_c - F = E_a - F \quad (2.10)$$

يدعى المقدار  $\Phi$  "بجهد الخروج الترموديناميكي للالكترتون" ويصح استعمال العلاقة (2.9) في حالة المعادن أيضا، ولكن بعد ادراك الحقيقة التالية : وهي أن الالكترونات في المعادن تقع على سوية فرمي، بينما لا توجد الالكترونات على هذه السوية في أشم الفطرية. وتأخذ  $\Phi$  قيما مساوية لعدة الكترونات فولط في المعادن أو في أشم .  
بما أن موضع سوية فرمي في أشم يتعلق بدرجة الحرارة،

وفي حدود السرعة من  $v$  الى  $v + dv$  بالعلاقة (انظر الفقرة 1.3) :

$$dZ = 2 \left( \frac{m^*}{h} \right)^3 \cdot dv_x dv_y dv_z \quad (2.3)$$

بما أن  $E - F \gg kT$  من أجل الالكترونات القادرة على مغادرة شم ، فإن عددها يعطى بالعلاقة :

$$dn = f_0 \cdot dZ = 2 \left( \frac{m^*}{h} \right)^3 \cdot e^{-(E-F)/kT} \cdot dv_x dv_y dv_z \quad (2.4)$$

سوف نعتبر أن جميع الالكترونات التي تجتاز الحاجز الكموني لا ترجع الى شم . واذا كان تدفق الالكترونات المتحركة نحو سطح البلورة بالسرعة  $v$  مساويا  $dn \cdot v_x$  ، فإن كثافة التيار الذي يجري من الخلاء الى شم تكون مساوية :

$$j = e \int_{v_{x \min}}^{\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} dn \cdot v_x = 2e \left( \frac{m^*}{h} \right)^3 \cdot e^{F/kT} \cdot \int_{v_{x \min}}^{\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-E/kT} \cdot v_x dv_x dv_y dv_z \quad (2.5)$$

واذ أخذنا في الحسبان أن طاقة الالكترتون تساوي :

$$E = E_c + \frac{m^*}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

يمكننا كتابة المعادلة (2.5) بالشكل :

$$j = \frac{2e m^*{}^3}{h^3} \cdot e^{-(E_c - F) / kT} \int_{v_{x \min}}^{\infty} e^{-m^* v_x^2 / 2kT} \cdot v_x dv_x \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m^* v_y^2 / 2kT} \cdot dv_y \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-m^* v_z^2 / 2kT} \cdot dv_z \quad (2.6)$$

$$\Phi_p = \chi + E_g + \frac{E_v - E_a}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{g N_a}{N_a} \quad (2.14)$$

$$\Phi_p = \chi + E_g - kT \ln \frac{N_v}{N_a} \quad (2.15)$$

ينتج من مقارنة العلاقات (2.12) - (2.15) أن جهد الخروج للالكترونات من شـم الآخذ أكبر منه في حالة شـم المانع.

3.7. التـحـام معدن- معدن. فرق الكمون الالتحامي

نأخذ معدنين مختلفين معزولين  $M_1$  و  $M_2$  ، ولنفرض أن جهد الخروج  $\Phi_1$  وطاقة فرمي  $F_1$  للمعدن  $M_1$  أكبر من  $\Phi_2$  و  $F_2$  للمعدن  $M_2$  .

نجعل هذين المعدنين ملتحمين (متلامسين) في طرفين من أطرافها، ونبقي على فجوة خلائية بين الطرفين الآخرين (الشكل 7-5).

نقوم في البداية بدراسة الحوادث الجارية في اللحمة C . يبدأ المعدنان المتماسان بتبادل الالكترونات لحظة التماس. وبما أن  $F_2 < F_1$  ، فإن الأفضلية تكون

لانتقال الالكترونات من المعدن  $M_1$  الى المعدن  $M_2$  ، وبالتالي تظهر على المعدن  $M_1$  شحنة موجبة وعلى المعدن  $M_2$  شحنة سالبة. وهكذا ينشأ بين المعدنين حقل كهربائي عمودي على مستوي اللحمة C ، ويكون هذا الحقل محصور ضمن شريحة رقيقة



الشكل 7-5 التـحـام معدنين مختلفين.

وبطبيعة وتركيز الشوائب، فان قيمة جهد الخروج الترموديناميكي يتعلق أيضا بهذه الوسطاء (البارامترات).

نورد فيما يلي عبارات جهد الخروج لمختلف أش الموصلات، مستخدمين في ذلك الصيغة (2.10) والعلاقات الموافقة لسويات فرمي التي حصلنا عليها في الفقرتين 6.3 و 7.3 . يعطى جهد الخروج في شـم الذاتي بالعلاقة :

$$\Phi_c = \chi + \frac{1}{2} E_g + \frac{kT}{2} \ln \left( \frac{m_n^*}{m_p^*} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.11)$$

ويتضح من هذه العبارة أن جهد خروج الالكترونون من شـم الذاتي يتعلق بعرض المنطقة المحظورة ونسبة الكتلتين الفعاليتين للالكترونات والثقوب.

ويكون  $\Phi$  في شـم المانع المتمتع بتشرد ضعيف للشائبة مساويا :

$$\Phi_n = \chi + \frac{E_c - E_d}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{g N_c}{N_d} \quad (2.12)$$

والمتمتع بتشرد شديد للشائبة :

$$\Phi_n = \chi + kT \ln \frac{N_c}{N_d} \quad (2.13)$$

ويلاحظ أن جهد الخروج في حالة التشرد الشديد للشائبة المانحة يتعلق فقط بتركيز الشائبة وبدرجة حرارة شـم ، بينما يتعلق في حالة التشرد الضعيف للشائبة، أيضا بعمق تموضع سوية الشائبة في المنطقة المحظورة وبدرجة لافطريتها.

يعطى جهد الخروج في شـم الآخذ من أجل التشردين الضعيف والشديد للشائبة الأخذة بالعلاقتين التاليتين على الترتيب :

$$\frac{1}{m_1^*} P_{x1} \cdot dP_{x1} = \frac{1}{m_2^*} P_{x2} dP_{x2} \quad (3.5)$$

يكون في شروط التوازن الترموديناميكي عدد الإلكترونات العابرة نحو الأمام يساوي عدد الإلكترونات العابرة نحو الخلف، أي أن

$$dN_1 = dN_2 \quad (3.6)$$

وبالتالي عندما يتساوى التكاملان المضاعفان (3.1) و (3.2)، وهذا ممكن فقط عندما تتحقق المساواة:

$$E_1 - F_1 = E_2 - F_2 = E_1 - e\psi_i - F_2 \quad (3.7)$$

ومنه ينتج أن

$$e\psi_i = F_1 - F_2 \quad (3.8)$$

وهكذا فإن فرق الكمون الالتحامي الداخلي يعرف بفرق طاقتي فرمي للمعدنين المنفصلين (قبل الالتحام).

بما أن سوية فرمي في المعادن تتعلق بتركيز الإلكترونات:

$$F_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{3n_0}{8\pi} \right)^{2/3} \quad (3.9)$$

فإن

$$e\psi_i = \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \left( \frac{n_1^{2/3}}{m_1^*} - \frac{n_2^{2/3}}{m_2^*} \right) \quad (3.10)$$

وهكذا يحدد فرق الكمون الالتحامي بتركيز الإلكترونات في المعدنين المختلفين، وبكتلتيهما الفعاليتين. وتكون قيمة  $\psi_i$  في المعادن صغيرة وتتراوح بين  $10^{-3}$  -  $10^{-2}$  فولط. ندرس الآن العمليات التي تجري بين المعدنين في الفجوة

سمكها من رتبة  $10^{-8}$  سم. ويتوقف تدفق الإلكترونات من  $M_1$  إلى  $M_2$  في اللحظة التي تصبح فيها سوية فرمي واحدة للجمل ككل. ويدعى فرق الكمون الحاصل على اللحمة المتينة بين معدنين في حالة التوازن "بفرق الكمون الالتحامي الداخلي  $\psi_i$ ".

لكي نعين قيمة  $\psi_i$  لابد من حساب عدد الإلكترونات المنتقلة على طول المحور x من  $M_1$  إلى  $M_2$  وبالعكس. ويكون وفقا للعبارة (2.4)، عدد الإلكترونات المألقة للسرعة  $v_{x1}$  والمنتقلة من  $M_1$  إلى  $M_2$  مساويا:

$$dN_1 = 2 \frac{1}{m_1^* \hbar^3} P_{x1} dP_{x1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dP_{y1} \cdot dP_{z1}}{e^{(E_1 - F_1)/kT} + 1} \quad (3.1)$$

ويكون عدد الإلكترونات المنتقلة بالاتجاه المعاكس مساويا:

$$dN_2 = 2 \frac{1}{m_2^* \hbar^3} P_{x2} dP_{x2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dP_{y2} \cdot dP_{z2}}{e^{(E_2 - F_2)/kT} + 1} \quad (3.2)$$

بما أن المعدن  $M_1$  مشحون ايجابيا على الحد الفاصل c، فإن إلكتروناته تملك طاقة سالبة إضافية مساوية  $e\psi_i$  (الشكل 6-7). غير أن الطاقة الكلية للإلكترونات في حالة التوازن الترموديناميكي تكون في جميع الجمل متساوية، وبالتالي فإن:

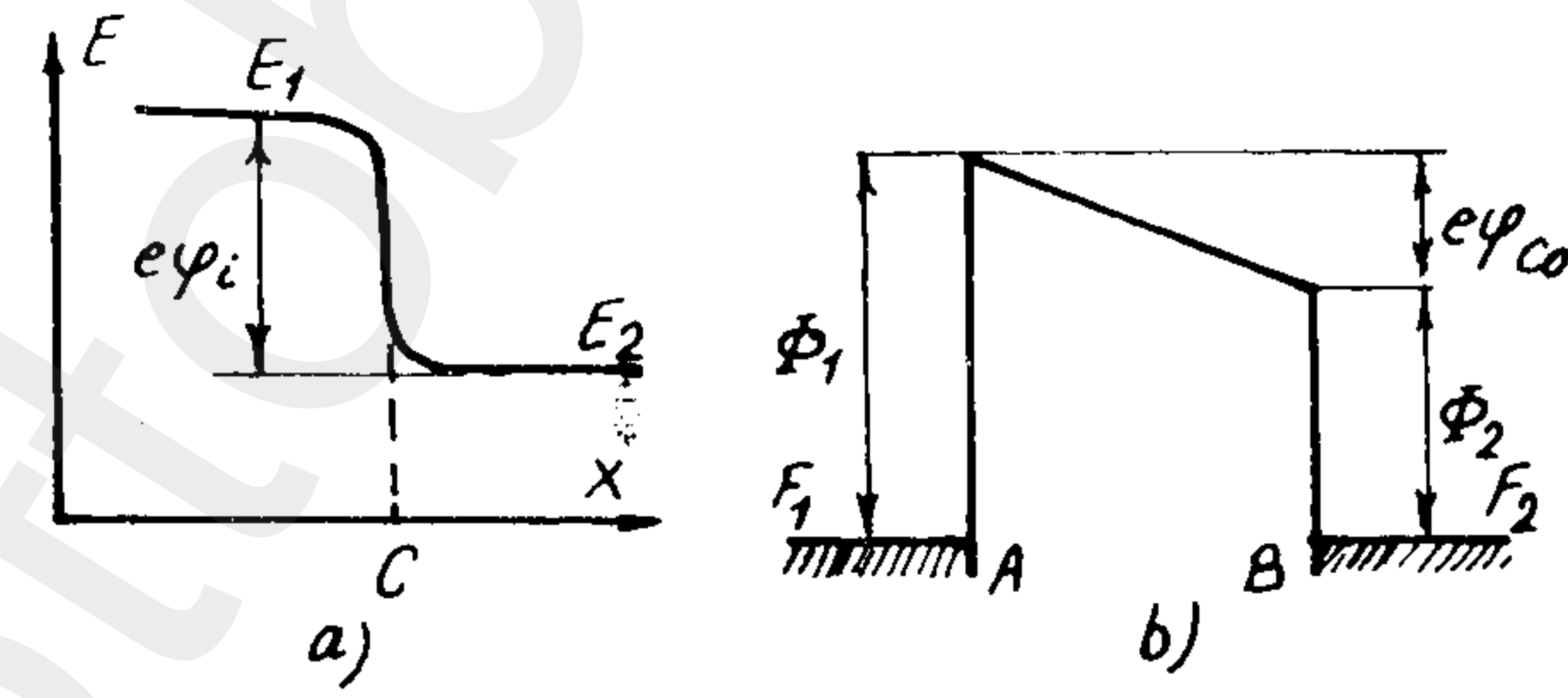
$$E_1 - e\psi_i = E_2 \quad (3.3)$$

وبما أن

$$\frac{\partial E_1}{\partial P_{x1}} dP_{x1} = \frac{\partial E_2}{\partial P_{x2}} dP_{x2} \quad (3.4)$$

فإن

الخلائية (على الجزء  $AB$ ، الشكل 5-7). بما أن جهد الخروج من المعدن  $M_1$  أكبر منه للمعدن  $M_2$ ، فإن التيار الترموإلكتروني المنبعث عن المعدن  $M_2$  يكون في بداية الزمن أكبر من التيار المنبعث عن  $M_1$ ، أي أن  $j_1 < j_2$ . وهذا يؤدي إلى ظهور شحنة موجبة في المعدن  $M_2$  (على السطح  $B$ )، وشحنة سالبة في المعدن  $M_1$  (على السطح  $A$ )، وبالتالي ينشأ حقل كهربائي يعيق انبعاث الإلكترونات من  $M_2$ . ويستمر التدفق الموجه للإلكترونات حتى يسود التوازن الديناميكي في الجملة، والذي يميزه ثبات سوية فرمي (الشكل 6-7). ويدعى فرق الكمون الالتحامي  $\psi_{co}$  الناشئ بين المعدنين في الفجوة الخلائية "بفرق الكمون الالتحامي الخارجي".



الشكل 6-7 فرق الكمون الالتحامي الداخلي (a) والخارجي (b).

بما أن تياريّ الإصدار متساويان في حالة التوازن الترمو-

ديناميكي :

$$j_{10} = j_{20} \quad (3.11)$$

أو

$$AT^2 \cdot e^{-\Phi_1/kT} = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_2 + e\psi_{co})/kT} \quad (3.12)$$

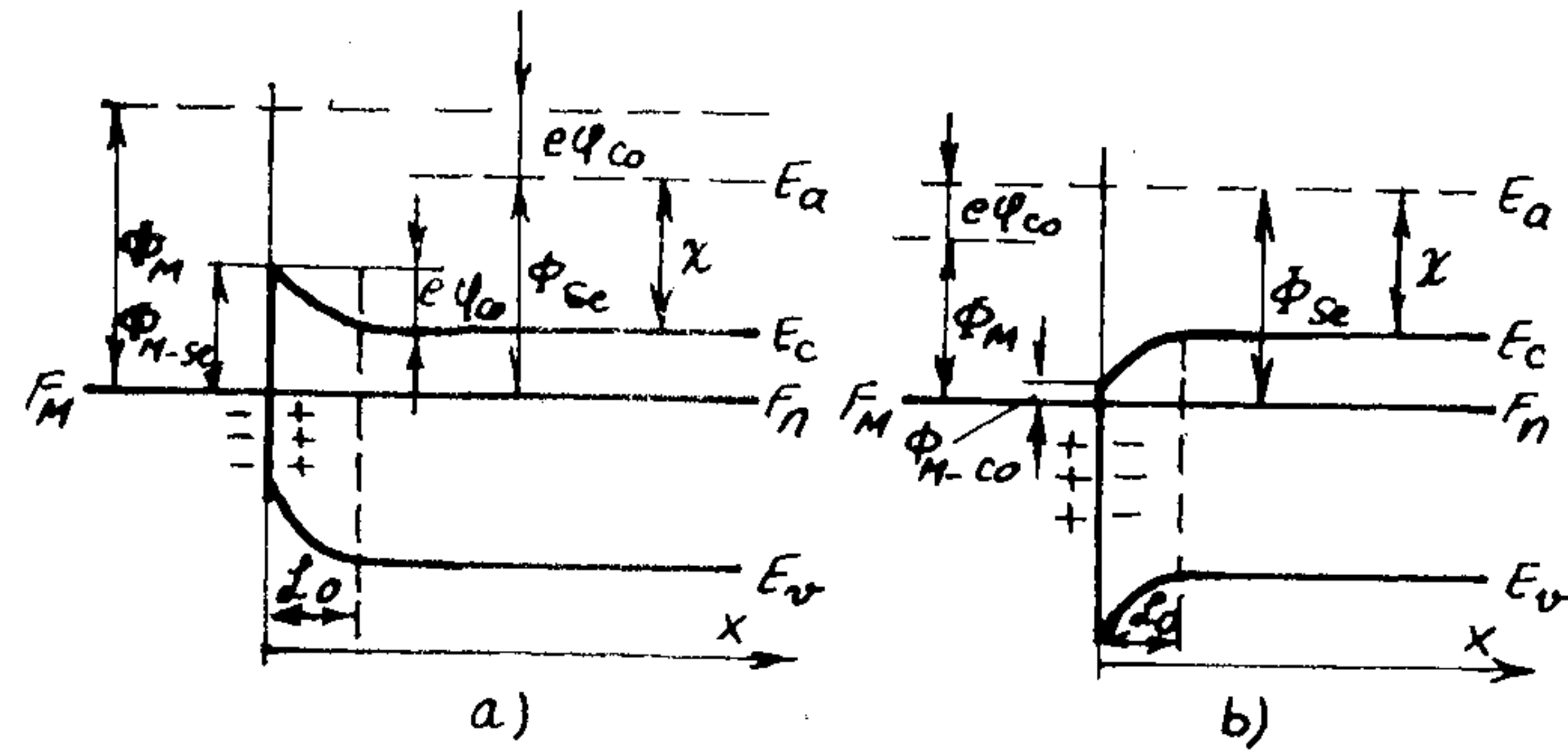
فان

$$e\psi_{co} = \Phi_1 - \Phi_2 \quad (3.13)$$

وهكذا يعين فرق الكمون الالتحامي الخارجي الناشئ بين المعدنين في الفجوة الخلائية بفرق جهديّ خروج الإلكترونات من هذين المعدنين.

#### 4.7. التحام معدن - شبه موصل.

نفرض أن لحمة متينة قد تمت بين معدن وشم إلكتروني. إذا كان موقع سوية فرمي  $F_M$  في المعدن المعزول أخفض من موقع سوية فرمي  $F_{Se}$  في شم، أي أن  $\Phi_{Se} < \Phi_M$ ، فان تدفق الإلكترونات من شم إلى المعدن يكون في لحظة تلامسهما أكبر من تدفقها في الاتجاه المعاكس. وبالتالي يشحن المعدن بشحنة سالبة و شم بشحنة موجبة، وينشأ حقل كهربائي  $E_{st}$  بين العينتين الملتحمتين يعيق دخول الإلكترونات من شم إلى المعدن. ويستمر التدفق الموجه للإلكترونات إلى أن تتساوى سوية فرمي في الجملة ككل (الشكل 7-7 a)، ويسود التوازن الديناميكي الذي تميزه المساواة



الشكل 7-7 لحمة معدن - شم إلكتروني، (a) يمثل حالة  $\Phi_{se} < \Phi_M$ ، (b) يمثل حالة  $\Phi_{se} > \Phi_M$ .

بين تياريّ الإصدار الترموإلكتروني:

$$j_{M0} = j_{se0} \quad (4.1)$$

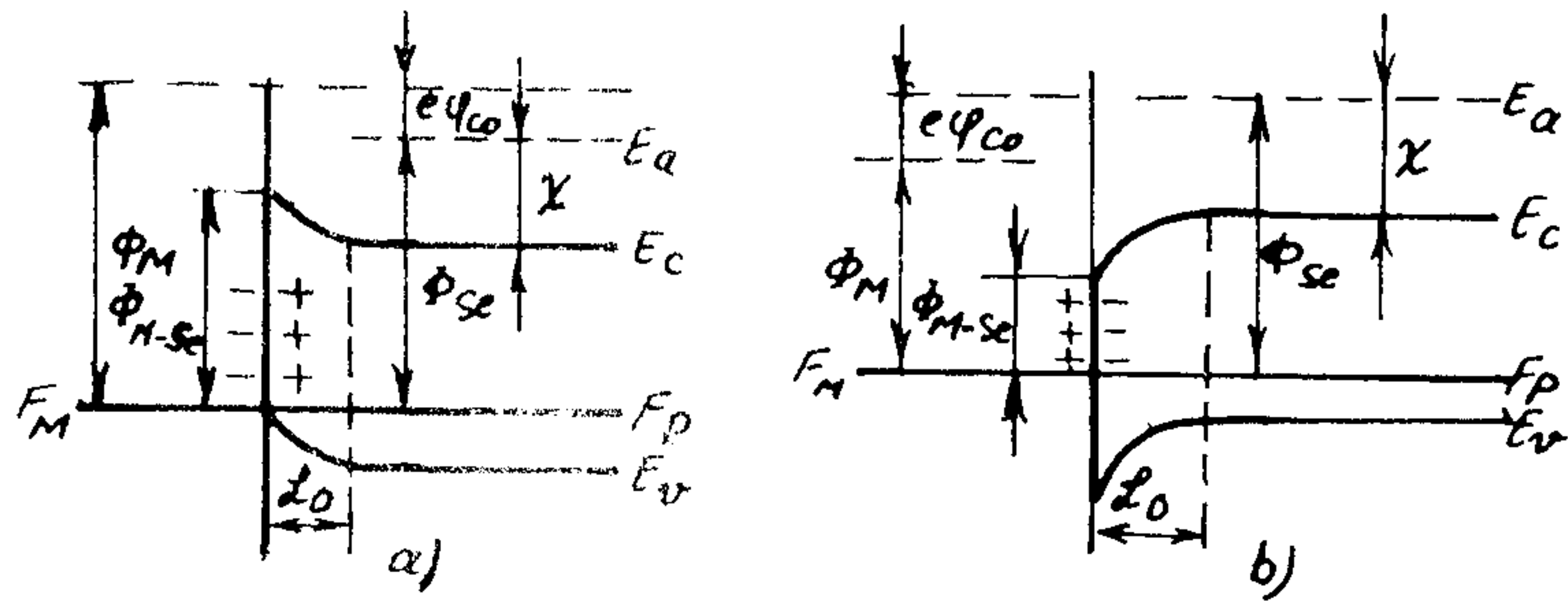
ومنه نجد فرق الكمون الالتحامي الناشئ على لحمة معدن-شم .

$$e\psi_{\omega} = \phi_M - \phi_{se} \quad (4.2)$$

بما أن شدة الحقل الكهربائي في طبقة الشحنة الحجمية  
 المادتين المتماستين، عندما تتساوى الشحنتان الحجميتان  
 ( $Q = const$ )، يتناسب مع سماكة طبقة الشحنة الحجمية  
 ( $\epsilon = \int \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \rho \cdot dx = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}$ ) ، فان فرق الكمون بين  
 المادتين المتماستين، عندما تتساوى الشحنتان الحجميتان  
 ( $Q = const$ )، يتناسب مع سماكة طبقة الشحنة الحجمية  
 ( $V = -\int_0^l \epsilon_{st} \cdot dx = -\frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} l$ ) . غير أن سمك طبقة الشحنة  
 الحجمية لا يتجاوز في المعدن القيمة  $10^{-7} - 10^{-8}$  سم، وهكذا  
 فان تغير الكمون الحاصل على طبقة الشحنة الحجمية في المعدن  
 يكون مهملًا أمام التغير الحاصل في شم . وبالتالي يمكن أن  
 نعتبر أن فرق الكمون الالتحامي  $\psi_{\omega}$  يحدث عمليًا بشكل كامل في  
 المنطقة من شم المجاورة لمستوي اللحمة . ولا تتجاوز شدة الحقل  
 الكهربائي الذي يشكله فرق الكمون الالتحامي في الشريحة المجاورة  
 لمستوي اللحمة القيمة  $10^6$  فولت/سم، بينما تساوي شدة الحقل  
 الناتج عن شوارد الشبكة البلورية القيمة  $10^8$  فولت/سم تقريبًا .  
 وبالتالي فان الزيادة الصغيرة التي يحدثها الحقل الالتحامي  
 لا تؤثر عمليًا على عرض المنطقة المحظورة لشم، وإنما تؤدي إلى  
 انحناء مناطق الطاقة بالنسبة لسوية فرمي، وهذا بدوره يغير  
 تركيز الإلكترونات والثقوب في الشريحة المجاورة لمستوي اللحمة .  
 وتنشأ عندئذ، فيما إذا كان جهد خروج الإلكترونات من شم  
 أصغر منه للإلكترونات المعدن، شحنة موجبة على شم، وتتقوس  
 المنطقة الطاقية في الشريحة المجاورة لمستوي اللحمة نحو

الأعلى . وبالتالي ينخفض تركيز الإلكترونات في منطقة الناقل  
 إلى جوار اللحمة، ويرتفع تركيز الثقوب في منطقة التكافؤ، وذلك  
 بالمقارنة مع تركيزهما في جوف شم . وهكذا فان تركيز الثقوب  
 في شم الإلكترونات إلى جوار اللحمة، عندما تكون  $\phi_M < \phi_{se}$ ، يصبح  
 أكبر منه في جوف شم (الشكل 7-7-أ)، ويعني هذا نشوء شريحة  
 بناقلية نوعية منخفضة . وتدعى الشريحة التي تتمتع بناقلية نوعية  
 منخفضة (أي التي تكون مغتنية بالخوامل الثانوية للشحنة)  
 "بالغالقة أو الموصدة" . ويكون تركيز الثقوب إلى جوار اللحمة في  
 شم الثقبي أكبر منه في جوف العينة (الشكل 7-8-أ)، وهذا  
 يعني نشوء شريحة بناقلية نوعية مرتفعة (أي مغتنية بالخوامل  
 الأساسية للشحنة)، وتدعى هذه الشريحة "بالفاتحة" .

إذا كان جهد الخروج من شم أكبر منه في المعدن، أي أن  
 $\phi_M < \phi_{se}$ ، فان شم يشحن سلبًا، وتنحني المنطقة الطاقية إلى

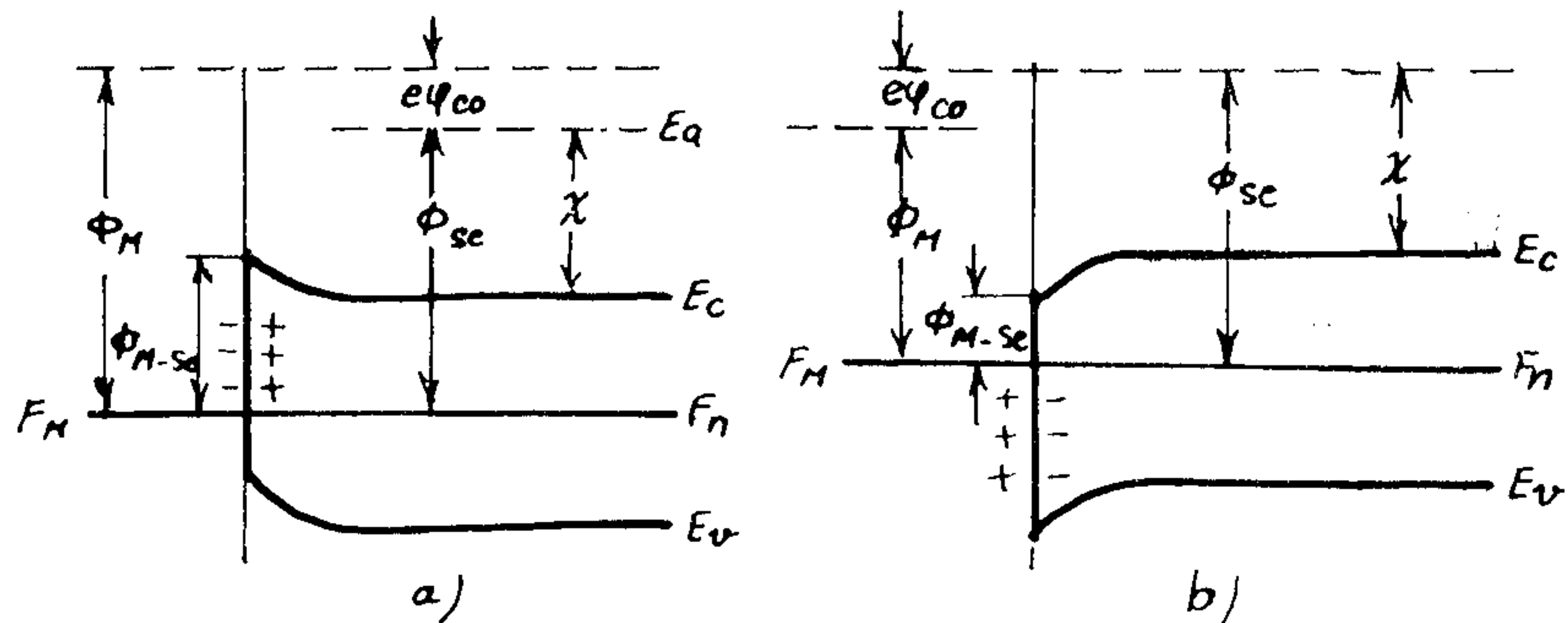


الشكل 7-8 لحمة معدن-شم ثقبي (أ)  $\phi_M < \phi_{se}$ ، (ب)  $\phi_M > \phi_{se}$  .  
 جوار اللحمة نحو الأسفل، وبالتالي يزداد عدد الإلكترونات إلى  
 جوار اللحمة في منطقة الناقلية، وينخفض عدد الثقوب في منطقة  
 التكافؤ . وهذا يعني نشوء شريحة فاتحة في شم الإلكتروني (الشكل  
 7-7-ب)، وشريحة غالقة في شم الثقبي (الشكل 7-8-ب) .

من شرم المجاورة للحممة، يمكن اعتبار  $kT \gg |e\psi(x)|$  وتكون الشحنة الحجمية في هذه الحالة :

$$\rho = e n_0 \quad (4.5)$$

وهذا يعني، أن الحقل الكهربائي يزيح الإلكترونات الحرة الموجودة ضمن مجال امتداده  $L_0$  من شرم، وتتركز بالتالي في الشريحة



الشكل 7-9 لحممة معدن شرم ذاتي (a)  $\Phi_M > \Phi_{Se}$  ،  $\Phi_M < \Phi_{Se}$  المجاورة للحممة شحنة موجبة ناتجة عن شوارد الشائبة المانحة. تكتب معادلة بواسون في مجال الشحنة الحجمية، بعد الأخذ في الحسبان المساواة (4.5)، بالشكل:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{e}{\epsilon\epsilon_0} n_0 = 0 \quad (4.6)$$

ويعد الحل العام لهذه المعادلة تابعا من الشكل:

$$\psi(x) = -\frac{e n_0}{2\epsilon\epsilon_0} (L_0 - x)^2 + A(L_0 - x) + B \quad (4.7)$$

بما أن الحقل يتوغل في شرم الى العمق  $L_0$  فقط، فإن المعادلة (4.7) ينبغي أن تحقق الشروط الحدودية :

$$\begin{aligned} \psi(L_0) &= 0 \\ \mathcal{E}(L_0) &= -\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=L_0} = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

يتشكل فيزيائيا في حالة الاغتناء الشديد للشريحة المجاورة للحممة بالحوامل الثانوية للشحنة، هذا الاغتناء الذي يؤدي الى تحول انقلابي للناقلية الكهربائية، يتشكل المعبر  $p-n$  ويمكن أن يؤدي الاغتناء الشديد للشريحة المجاورة للحممة بالحوامل الأساسية للشحنة الى لافطرية شرم.

يترافق انحناء المناطق الطاقية في شرم الذاتي، فيما اذا كان  $\Phi_{Se} < \Phi_M$  أو  $\Phi_{Se} > \Phi_M$ ، مع زيادة للناقلية النوعية في الشريحة المجاورة للحممة (الشكل 7-9).

نعيد كتابة العبارة (4.2) بالشكل التالي:

$$e\psi_{co} = (\Phi_M - \chi) - (\Phi_{Se} - \chi) = \Phi_{M-Se} - \Phi_{Se-M} \quad (4.3)$$

وتمثل هنا  $\Phi_{M-Se} = \Phi_M - \chi$  العمل اللازم بذله لنقل الإلكترون من سوية فرمي للمعدن الى أرضية منطقة الناقلية ل شرم في اللحممة (الشكلان 7-7 و 7-9)، و  $\Phi_{Se-M} = \Phi_{Se} - \chi$  الطاقة التي يتبغى انفاقها لنقل الإلكترون الواقع على أرضية منطقة الناقلية في جوف شرم الى المعدن مباشرة.

نفرض أن الحقل الكهربائي يتوغل في شرم الكتروني الى عمق يساوي  $L_0$  (الشكل 7-7 - a)، ونقوم بحساب هذا العمق في حالة شرم تأينت جميع شوائبه المانحة، أي أن  $n_0 = N_d^+$  وبما أن طاقة الإلكترونات على أرضية منطقة الناقلية في الشريحة المجاورة للحممة تساوي  $E_c + e\psi(x)$ ، فإن الشحنة الحجمية في هذه الشريحة تتعين وفقا ل (7.7) بالعلاقة :

$$\rho = e n_0 \left[ 1 - e^{-e\psi(x)/kT} \right] \quad (4.4)$$

وبما أن فرق الكمون الالتحامي يتم بالكامل ضمن الشريحة



وهكذا فان الشريحة المجاورة للحملة في شرم عندما يعقد غالقا ( الشكلان a-7-7 و b-7-8 ) تكون فقيرة بالحوامل الأساسية للشحنة، وبالتالي تتمتع بمقاومة مرتفعة (مزيّدة) بالمقارنة مع شرم أكثر سمكا. وتعدّ في الواقع جملة المعدن-الشريحة الغالقة المتمتعة بمقاومة مرتفعة والمحصورة بين معدن وشرم ذي ناقلية مرتفعة نسبيا، مكثفة مستوية. وهكذا فان لحمة المعدن مع شرم تملك سعة لواحدة المساحة، تساوي C :

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0}{L} = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0 e n_0}{2 \psi_{c0}}} \quad (4.13)$$

5.7. التقويم بواسطة لحمة معدن - شبه موصل.

نعود الى دراسة اللحمة بين معدن و شرم مانح، وذلك عندما يتحقق الشرط:  $\Phi_M > \Phi_{se}$ . يحدث في حالة التوازن التسواء للمناطق الطاقية في المجال المجاور للحمة، وتنشأ شريحة غالقة فقيرة بالالكترونات (الشكل a-7-7). ويكون تركيز الحوامل الحرة في جوف شرم ( $L_0 < x$ ) مساويا:

$$n_0 = N_c e^{-(E_c - F)/kT} = N_c e^{\xi_0/kT} \quad (5.1)$$

حيث أن  $E_c$  موضع أرضية منطقة الناقلية في شرم، و  $\xi_0 = F - E_c$  موضع سوية فرمي في جوف شرم محسوبة من قاع منطقة الناقلية. تكون سوية فرمي في حالة التوازن الترموديناميكي واحدة لجميع التركيب المذكور:

$$F = E_c + \xi_0 = E_c + e\psi(x) + \xi(x) = const \quad (5.2)$$

حيث أن  $e\psi(x)$  ترمز هنا الى طاقة الالكترونات في المنطقة

نعوض الشروط الحدودية في المعادلة (4.7)، فنحصل على

$$\psi(L_0) = B = 0 \quad (4.9)$$

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=L_0} = -A = 0$$

وبالتالي فان الكمون الكهربائي الساكن يتغير بتابعية الاحدائي x في المجال المجاور للحمة ل شرم الكتروني (الشكل a-7-7) بالشكل:

$$\psi(x) = -\frac{e n_0}{2 \epsilon \epsilon_0} (L_0 - x)^2 \quad (4.10)$$

لكي نعين قيمة  $L_0$ . نستعمل الشرط الحدودي في النقطة  $x=0$ ، يكون في هذه الحالة:

$$\psi(0) = -\psi_{c0} = -\frac{1}{e} (\Phi_M - \Phi_{se}) \quad (4.11)$$

يسمح هذا الشرط استنادا الى (4.10) بتعيين عمق توغل الحقل في شرم:

$$L_0 = \sqrt{\frac{2 \epsilon \epsilon_0 \psi_{c0}}{e n_0}} = \sqrt{\frac{2 \epsilon \epsilon_0 (\Phi_M - \Phi_{se})}{e^2 n_0}} \quad (4.12)$$

وينتج عن هذه المعادلة، أن عمق توغل الحقل الكهربائي الذي يولده فرق الكمون الالتحامي في شرم يكون أكبر كلما كانت درجة الاشابة أصغر، وكلما كان فرق جهد خروج الالكترونات من المعدن وشرم أكبر. ويكون عمق توغل الحقل في شرم من أجل فرق جهد للخروج حوالي 1 الكترون فولط أكبر بعشر مرات تقريبا من طول التغطية في حالة لحمة معدن - خلاء - شرم.

$$j = n \mu_n \frac{d(e\psi + \xi_1)}{dx} \quad (5.7)$$

ونحصل بمقارنة العلاقتين (5.7) و (5.3) على:

$$j = n \mu_n \frac{dF_n}{dx} \quad (5.8)$$

نوجد الأسلوب الذي تتغير وفقه شبه سوية فرمي بين نقطتين 1 و 2 من شـم تكون فيهما كثافة التيار واحدة:

$$\int_{(1)}^{(2)} dF_n = \int_{(1)}^{(2)} \frac{j dx}{n \mu_n} = e j s \int_{(1)}^{(2)} \frac{dx}{en \mu_n s} = e I \int_{(1)}^{(2)} dR \quad (5.9)$$

وترمز  $dR = \frac{dx}{\sigma s}$  إلى مقاومة جزء من شـم ، طوله  $dx$  ومقطعه العرضي  $s$  وناقليته النوعية  $\sigma = en \mu_n$  . نكامل المعادلة (5.9) ، فنحصل على:

$$\Delta F_n = F_{n2} - F_{n1} = e I (R_2 - R_1) = e (V_2 - V_1) \quad (5.10)$$

وهكذا فان تغير شبه سوية فرمي عند تطبيق منبع خارجي للتوتر ، يعين بفرق الكمون المطبق.

نقوم الآن بتعيين كثافة التيار الجاري عبر اللحمة بين معدن وشـم ، من أجل تطبيقين متعاكسين لقطبي منبع التغذية . نفرض أن القطب السالب للمدخنة (البطارية) متصل بشبه الموصل والقطب الموجب متصل بالمعدن (الربط الأمامي للمدخنة) . وسوف نفترض أن هبوط الكمون الخارجي يتم بأكمله على شريحة شـم المتاخمة للحمة والمالكة لمقاومة مرتفعة . يكون في هذه الحالة

الواقعة قرب اللحمة ، و  $\xi_1(x)$  موضع سوية فرمي في المجال الواقع قرب اللحمة والمقاس من أرضية منطقة الناقلية .

عندما يطبق توتر على لحمة معدن-شـم ، يبدأ التيار الكهربائي بالجريان . وبما أن حالة شـم تصبح غير متوازنة ، فان تركيز الكترولونات الناقلية يعين بشبه سوية فرمي (انظر الفقرة 1.5) التي تعين بالعلاقة :

$$F_n = \xi_c + e \psi(x) + \xi_1(x) \quad (5.3)$$

حيث أن  $\xi_1(x)$  موضع شبه سوية فرمي في المنطقة القريبة من اللحمة والمقاس من قاع منطقة الناقلية . وبالتالي فان تركيز الالكترولونات الحرة في مجال شـم المجاور للحمة ، أي في المجال  $0 < x < L$  ، يمكن كتابته قياسا على (5.1) بالشكل:

$$n(x) = N_c e^{\xi_1(x)/kT} \quad (5.4)$$

بما أن تركيز الالكترولونات في المجال المجاور للحمة يتعلق بـ  $x$  ، فان شبه سوية فرمي غير ثابتة في جميع مجال شـم . ولكي نعين تغيره ، نقوم بحساب التيار الجاري في شـم . يمكن التعبير عن كثافة التيار  $j$  :

$$j = en \mu_n \xi + e D_n \frac{dn}{dx} \quad (5.5)$$

بدلالة الكمون وتركيز الالكترولونات ، وذلك باستعمال الصيغة (5.4) . نحصل بالنتيجة على:

$$j = n \mu_n \frac{d(e\psi)}{dx} + \frac{e D_n}{kT} \frac{d\xi_1}{dx} \quad (5.6)$$

وتأخذ العلاقة السابقة باستخدام علاقة انشتين الشكل التالي:

ولا يتغير ارتفاع الحاجز الكموني من جهة المعدن عند تطبيق ازاحة أمامية على اللحمة، وبالتالي فان تدفق الالكترونات من المعدن نحو شرم لا يتغير في الحالة اللامتوازنة عنه في الحالة المتوازنة. ويشكل هذا التدفق تيار الاصدار الترموالكتروني المتجه من شرم الى المعدن، وتساوي قيمته  $j_2$ :

$$j_2 = AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/KT} \quad (5.13)$$

وتعطي محصلة كثافة التيار الذي يجري عبر اللحمة بالعلاقة:

$$j = j_1 - j_2 = AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/KT} \cdot (e^{eV/KT} - 1) = j_s (e^{eV/KT} - 1) \quad (5.14)$$

ويدعى المقدار

$$j_s = AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/KT} \quad (5.15)$$

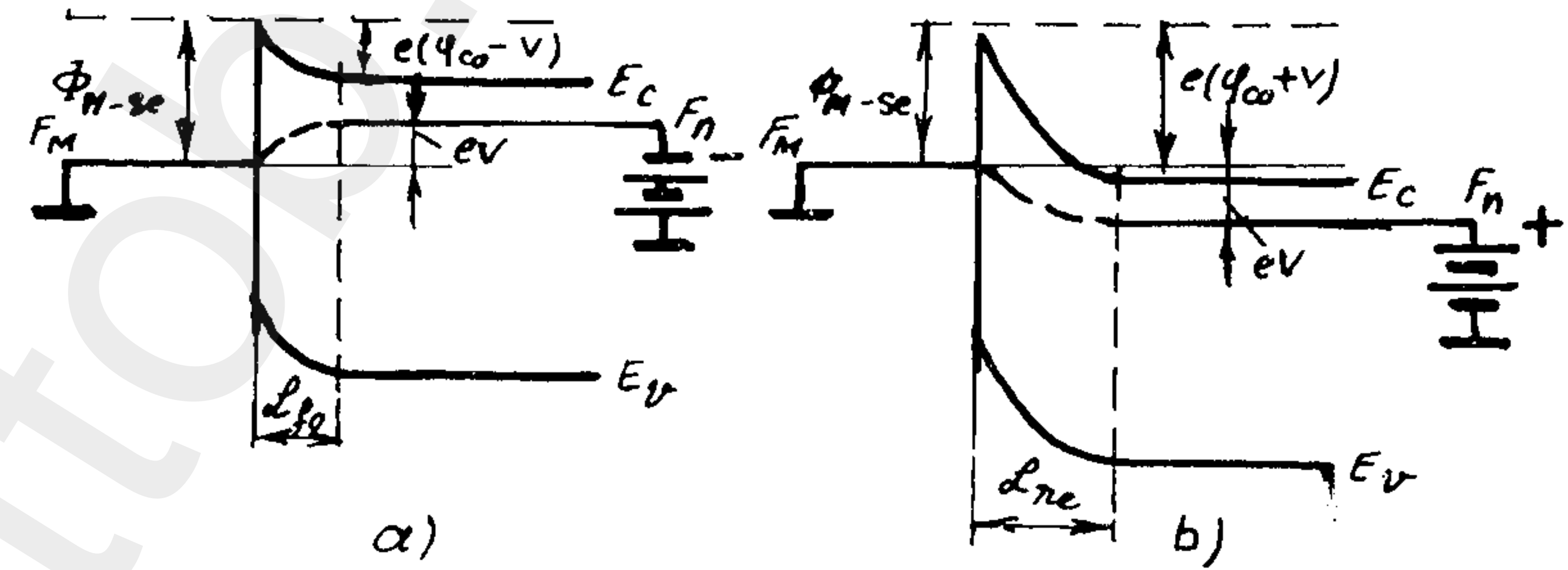
بتيار الاشباع".

يزداد في حالة الوصل العكسي للمدخرة (الشكل b - 10 - 7) الحاجز الكموني من جهة شرم بمقدار فرق الكمون المطبق، وتعطى عبارة كثافة التيار الذي يجري في اللحمة بالعلاقة:

$$j = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_{se} + e\psi_{co} + eV)/KT} - AT^2 \cdot e^{-\Phi_M/KT} = j_s (e^{-eV/KT} - 1) \quad (5.16)$$

إذا اعتبرنا أن قيمة  $V$  موجبة في حالة الربط الأمامي للمدخرة وسالبة في حالة الربط العكسي، فان المساواتين (5.14) و (5.16) يمكن كتابتهما بالشكل:

موضع سوية فرمي في جوف شرم ثابتا بالنسبة للسوية  $E_c$ ، غير أنه يصبح مزاحا بالنسبة لموضع سوية فرمي في المعدن بالمقدار  $eV$ . وبالتالي فان فرق الكمون الالتحامي بين المعدن و شرم يتناقص بالمقدار  $V$ ، ويصبح مساويا  $(\psi_{co} - V)$ ، ويتغير موضع شبه سوية فرمي في المجال المتاخم للحمة من القيمة  $F_n$  الى  $F_m$  (الشكل a - 10 - 7). ويخرق التوازن في الجملة نتيجة لانخفاض الحاجز الكموني من جهة شرم، ويجري تيار مساو لفرق تياريّ الاصدار الترموالكتروني، أحدهما متجه من المعدن الى شرم



الشكل 7-10 الوصل الأمامي (a) والعكسي (b) للمدخرة الى لحمة معدن - شبه موصل.

والآخر في الاتجاه المعاكس:

$$j = j_1 - j_2 \quad (5.11)$$

ويحفظ انخفاض الحاجز الكموني من جهة شرم نشطاً بالالكترونات للعبور من شرم الى المعدن بالمقارنة مع حالة التوازن. ويسبب هذا العبور للالكترونات تيار الاصدار الترموالكتروني المتجه من المعدن الى شرم، الذي يعطى بالعلاقة:

$$j_1 = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_{se} - e\psi_{co} - eV)/KT} = AT^2 \cdot e^{-(\Phi_M - eV)/KT} \quad (5.12)$$

الحالة التي يكون فيها الحقل الكهربائي ضعيفا، ويعبر عن ذلك الشرط:

$$\epsilon_s \ll \frac{kT}{e\ell} \quad (6.1)$$

وتأخذ شدة الحقل  $\epsilon_s$  قيمتها العظمى على الحد الفاصل بين المعدن و شرم (  $x=0$  ). وتعطى وفقا للعلاقتين (4.10) و(4.12) بالشكل:

$$\epsilon_s = \epsilon_{max} = - \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0} = - \frac{en_0 \ell_0}{\epsilon \epsilon_0} = - \frac{2\psi_{c0}}{\ell_0} \quad (6.2)$$

نعوض قيمة  $\epsilon_s$  التي حصلنا عليها في المتراجحة (6.1) فنحصل على شرط استخدام النظرية الانتشارية للتقويم:

$$\ell_0 \gg \frac{2e\psi_{c0}}{kT} \ell \quad (6.3)$$

إذا كانت العلاقة بين طول القفزة الحرة للإلكترونات  $\ell$  وسمك الطبقة الغالقة  $\ell_0$  محققة لمتراجحة معاكسة للمتراجحة (6.3)، أي أن:

$$\ell \gg \frac{kT}{2e\psi_{c0}} \ell_0 \quad (6.4)$$

كان بإمكاننا أن نعتبر أن الإلكترونات تطير خلال الطبقة الغالقة دون أن تقوم بأي اصطدام تقريبا. وتكون الطبقة الغالقة في هذه الحالة مماثلة للفجوة الخلائية بين الكترودي المصباح الإلكتروني. وبالتالي تدعى النظرية التي تُستخدَم في هذه الحالة لدراسة الخواص الفولتو أمبيرية للحملة معدن-شرم بالنظرية الديودية. وهكذا يكون وفقا للمتراجحة (6.4)، استخدام النظرية الديودية مرهونا بتحقيق الشرط التالي:

$$j = j_s (e^{eV/kT} - 1) \quad (5.17)$$

نستخلص من العلاقة (5.17) أن التيار في حالة الازاحة الأمامية ( $V > 0$ ) ينمو بقانونية أسية كتابع للتوتر، بينما يسعى إلى قيمة حدية  $j_s$  في حالة الازاحة العكسية ( $V < 0$ ). وهكذا فإن لحملة معدن-شرم تتمتع "بخواص تقويمية".

يعدّ مجال شرم المجاور للحملة شريحة لشحنة حجمية، يعطى سمكها في حالة غياب التوتر الخارجي بالعبارة (4.12). ويتصبح هذا السمك عند تطبيق التوتر الخارجي مساويا:

$$\ell = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(\psi_{c0} - V)}{en_0}} \quad (5.18)$$

حيث أن تحديد إشارة  $V$  تتعلق كما ورد في العلاقة (5.17) بقطبية التوتر المطبق. وهكذا يكون سمك الطبقة  $\ell$  في حالة الازاحة الأمامية ( $V > 0$ ) أصغر من سمك الطبقة الغالقة  $\ell_0$  المعينة في حالة التوازن الترموديناميكي، ويكون في حالة الازاحة العكسية ( $V < 0$ ) أكبر منه:  $\ell > \ell_0$  عكسي.

### 6.7. النظرية الديودية للتقويم.

يستخدم في حساب الخواص الفولتو أمبيرية للحملة معدن-شرم نظريتان: النظرية الديودية والنظرية الانتشارية. إذا كان طول القفزة الحرة للإلكترونات  $\ell$  أصغر بكثير من سمك الطبقة الغالقة  $\ell_0$ ، فإن العديد من حوامل الشحنة يتعرض للتشتت قبل عبور هذه الطبقة. وينبغي في هذه الحالة أن ندرس المركبتين الانتشارية والانسيابية للتيار. يصح قانون أوم لحساب المركبة الانسيابية للتيار فقط في

وبالتالي فان حساب الخواص الفولتوأمبيرية للحملة معدن-ش م يتطلب استخدام نظرية التقويم الانتشارية .

اعتبرنا عند دراسة لحملة معدن-ش م (الفقرة 4.7) ، أن الالكترونات القادرة على الخروج من المعدن بحرية ، هي تلك الالكترونات المالكة لطاقة تفوق القيمة  $\Phi_M$  . الا أن عدد الالكترونات المالكة لمثل هذه الطاقة الكبيرة في درجة الحرارة العادية صغير جدا . ولكن يمكن للالكترونات أن تتغلب على الحاجز الكموني الموجود بين العينات الملتحمة عندما يكون ذلك الحاجز رقيقا جدا ، وذلك بفضل "المفعول النفقي" .

ينتج عن معطيات الميكانيك الكوانتي أن السماحية  $D$  للحاجز الكموني ذي الارتفاع  $\Phi_0$  والسك  $\delta$  يعبر عنها بالعلاقة:

$$D = e^{-\frac{2\delta}{\hbar} [2m^*(\Phi_0 - E_x)]^{1/2}} \quad (6.6)$$

وهنا  $E_x = \frac{m^* v_x^2}{2}$  ، وترمز  $v_x$  الى سرعة الالكترونات نحو سطح العينة . واذا فبلنا أن  $\Phi_0 \approx 1 \text{ eV}$  و  $\delta = 10^{-8} \text{ cm}$  ، فان  $D = \frac{1}{3}$  من أجل  $E_x \ll \Phi_0$  . وهذا يعني أن الحواجز الكمونية تكون أكثر سماحية بالنسبة للالكترونات كلما كانت أكثر رقة . وبالتالي نفرض فيما يأتي لاحقا أن جميع الالكترونات التي تملك طاقة تفوق القيمة  $\Phi_{M-se}$  قادرة على العبور الى ش م .

وينبغي على الالكترونات التي تنتقل من ش م الى المعدن أن تملك سرعة كافية في الاتجاه  $x$  لكي تستطيع التغلب على الحاجز الكموني ذي العلو  $(\Phi_{co} - V)$  . ويعبر عن التيار المتولد عن مثل هذه الالكترونات ، وفقا للمعادلة (2.9) ، بالشكل:

$$j_x = e \int_{v_{x \min}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_x dn = \frac{4\pi e m^* (kT)^2}{\hbar^3} e^{-e(\Phi_{co} - V)/kT} \cdot e^{-e(\Phi_{co} - V)/kT} \quad (6.7)$$

$$\frac{kT L_0}{2e\Phi_{co} L} \ll 1 \quad (6.5)$$

وتزداد امكانية تحقيقه كلما كانت  $L$  كبيرة و  $L_0$  صغيرة . غير أن سمك الطبقة الغالقة يكون أصغر كلما كان التركيز المتوازن للالكترونات الحرة  $n_0$  أكبر (العلاقة 4.12) ، ويكون طول القفزة الحرة للالكترونات أكبر كلما كانت حركيتها أكبر (العلاقة 9.3 ف4) ، وبالتالي فان النظرية الديودية للتقويم تطبق في حالة أش م الحاوية على تراكيز مرتفعة لحوامل الشحنة ، بالإضافة الى تمتع هذه الحوامل بحركية مرتفعة .

يكون مثلا ، في حالة الجرمانيوم من النوع -  $n$  :  $\epsilon = 16,5$  ،  $\mu_n = 3900 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$  ،  $m_n^* = 0,3 m_0$  . ويكون من أجل  $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  و  $e\Phi_{co} = 0,3 \text{ eV}$  و  $L_0 = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$  و  $L = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$  . وهكذا فان قيمة النسبة :

$$\frac{kT L_0}{2e\Phi_{co} L} = 0,6 < 1$$

واذ رفعنا تركيز الالكترونات الى القيمة  $n_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  ، فان النسبة السابقة تصبح مساوية 0,06 ، ويغدو استخدام النظرية الديودية صحيحا تماما .

تتغير المسألة في حالة أش م ذات القيم المنخفضة لتراكيز وحركيات حوامل الشحنة . مثلا ، في أكسيد النحاس من النوع -  $p$  ، يكون :  $\mu_p = 60 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$  و  $\epsilon = 8,76$  . ويكون من أجل  $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  و  $e\Phi_{co} = 0,5 \text{ eV}$  و  $L_0 = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$  و  $L = 4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$  ، وتأخذ النسبة السابقة القيمة

$$\frac{kT L_0}{2e\Phi_{co} L} = 15 \gg 1$$

فان قيمته تعين بالسرعة الحرارية وتركيز الالكترونات على سطح شبه الموصل.

### 7.7. النظرية الانتشارية للتقويم.

ينبغي عند تحديد التيار العابر للحملة معدن شـم، استنادا الى النظرية الانتشارية للتقويم، أن نأخذ بعين الاعتبار المركبتين الانسيابية والانتشارية للتيار. ولكي نحسب الخواص الفولتو-أمبيرية، نتبع الاسلوب التالي: نضرب طرفي المعادلة (5.5) بالمقدار  $e^{e\phi(x)/kT}$  ونستخدم علاقة انشتين، ونعبر عن شدة الحقل بدلالة الكمون، فنحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{e^{e\phi(x)/kT}}{d \cdot e} &= n \frac{e^{e\phi(x)/kT}}{\mu_n} \left[ \frac{d(e\phi)}{dx} + \frac{\mu_n kT}{e} \cdot \frac{dn}{dx} \right] \\ &= \frac{\mu_n kT}{e} \cdot \frac{d}{dx} \left[ n \cdot e^{e\phi(x)/kT} \right] \quad (7.1) \end{aligned}$$

نكامل طرفي المساواة (7.1) بدلالة  $x$  بين القيمتين  $x=0$  و  $x=L$

$$\int_0^L e^{e\phi(x)/kT} \cdot dx = \frac{\mu_n kT}{e} \int_0^L \frac{d}{dx} \left[ n \cdot e^{e\phi(x)/kT} \right] dx \quad (7.2)$$

ونستنتج من هذه العلاقة كثافة التيار التي لاتتعلق بـ  $x$ :

$$j = \frac{\mu_n kT}{e} \left[ \frac{n(L) \cdot e^{e\phi(L)/kT} - n(0) \cdot e^{e\phi(0)/kT}}{\int_0^L e^{e\phi(x)/kT} \cdot dx} \right] \quad (7.3)$$

لكي نحسب قيمة صورة العلاقة (7.3)، نستخدم الشروط الحدودية: يكون الحقل في عمق (جوف) شم معدوماً، وبالتالي

ندخل في العبارة السابقة التركيز المتوازن للالكترونات في شم

$$n_0 = 2 \left( \frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-(F - E_c)/kT} \quad (6.8)$$

والسرعة الحرارية الوسطية لها

$$v_0 = \left( \frac{8kT}{\pi m^*} \right)^{1/2} \quad (6.9)$$

فنحصل على:

$$j_1 = \frac{1}{4} e n_0 v_0 \cdot e^{-e(\phi_0 - V)/kT} = \frac{1}{4} e n_s v_0 e^{eV/kT} \quad (6.10)$$

وهنا

$$n_s = n_0 e^{-e\phi_0/kT} \quad (6.11)$$

ترمز الى تركيز الالكترونات على سطح شم من أجل  $V=0$ . يحافظ الحاجز الكموني من جهة المعدن على قيمته (انظر الشكل 10-7)، وبالتالي فان تدفق الالكترونات من المعدن الى شم لايتعلق بقيمة الازاحة الخارجية، ويبقى مساويا لتدفق الالكترونات من شم في حالة التوازن الترموديناميكي:

$$j_2 = j_1 \Big|_{V=0} = \frac{1}{4} e n_s v_0 \quad (6.12)$$

وهكذا يعين التيار الحاصل العابر للحملة بالعلاقة:

$$j = j_1 - j_2 = \frac{1}{4} e n_s v_0 (e^{eV/kT} - 1) = j_s (e^{eV/kT} - 1) \quad (6.13)$$

حيث أن

$$j_s = \frac{1}{4} e n_s v_0 \quad (6.14)$$

تيار الازاحة للنظرية الديودية للتقويم، وكما يتضح من (6.14)

اهمال مساهمتها في قيمته . وهكذا يمكننا في الحساب التقريبي للتكامل أن نخرج  $(\frac{d\psi}{dx})^{-1}$  من داخل اشارة التكامل في النقطة

$$: x = 0 \quad (7.10) \quad \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^{-1} = -\frac{1}{\epsilon_s}$$

يمكن استنادا الى (7.10) أن نكتب:

$$\int_{\psi_0 - V}^0 e^{\psi(x)/kT} \cdot \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^{-1} d\psi = -\frac{1}{\epsilon_s} \frac{kT}{e} \left[1 - e^{\psi_0 - V/kT}\right] = \frac{1}{\epsilon_s} \frac{kT}{e} e^{\psi_0 - V/kT}$$

وقد أهملنا هنا الواحد الموجود ضمن القوسين المتوسطين، وذلك

$$\text{وفقا للشرط (7.6):} \quad \frac{e^{\psi_0 - V/kT}}{e} \gg 1 \quad (7.12)$$

نعوض (7.11) في (7.8) فنجد:

$$j = e n_0 \mu_n \epsilon_s \cdot e^{-e\psi_0/kT} \cdot (e^{eV/kT} - 1) \quad (7.13)$$

نحصل على عبارة الخواص الفولتو-أمبيرية للحمة معدن-ش-م ضمن النظرية الانتشارية للتقويم باستخدام العلاقة (7.7):

$$j = e n_s \mu_n \epsilon_s \cdot (e^{eV/kT} - 1) = j_s (e^{eV/kT} - 1) \quad (7.14)$$

ويلاحظ أن المقدار  $j_s = e n_s \mu_n \epsilon_s = e n_s v_{drift}$  الذي يعين قيمة التيار من أجل الازاحات العكسية الكبيرة، يختلف عن تيار الاشباع في النظرية الانسيابية، فهو يتعلق بالكمون المطبق ويعبر

$$\psi(L) = 0, \quad n(L) = n_0 \quad (7.4)$$

وتكون قيمة الكمون على حد الفصل مع المعدن ( $x=0$ ) مساوية:

$$\psi(0) = \psi_0 - V \quad (7.5)$$

نقوم الآن بدراسة الحالة التي تكون فيها قيمة الازاحة الخارجية صغيرة نسبيا، وتتواجد دوما طبقة غالقة في المجال المجاور للحمة:

$$\psi_0 - V \gg \frac{kT}{e} \quad (7.6)$$

يمكن ضمن هذه الشروط أن نقرر أن تركيز الالكترونات على سطح ش-م لا يتعلق عمليا بقيمة الازاحة، وبالتالي نستطيع أن نفرض دون ارتكاب خطأ كبير أن

$$n(0) = n_s = n_0 \cdot e^{-e\psi_0/kT} \quad (7.7)$$

وتصبح العلاقة (7.3) بعد الأخذ في الحسبان الشروط الحدودية (7.4)، (7.5) و (7.7) على الشكل:

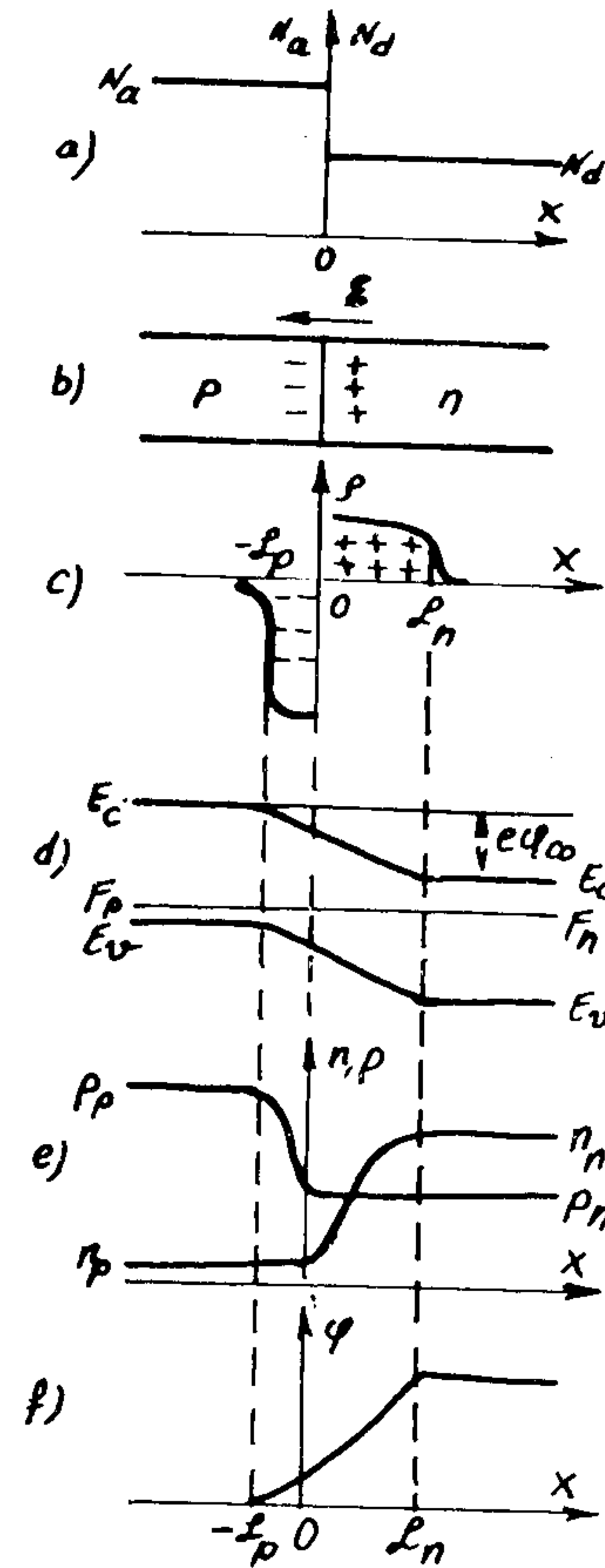
$$j = \frac{n_0 \mu_n kT (1 - e^{-eV/kT})}{\int_0^L e^{\psi(x)/kT} dx} \quad (7.8)$$

لكي نحسب قيمة مخرج الكسر (7.8) نستخدم التكامل التبادلي:

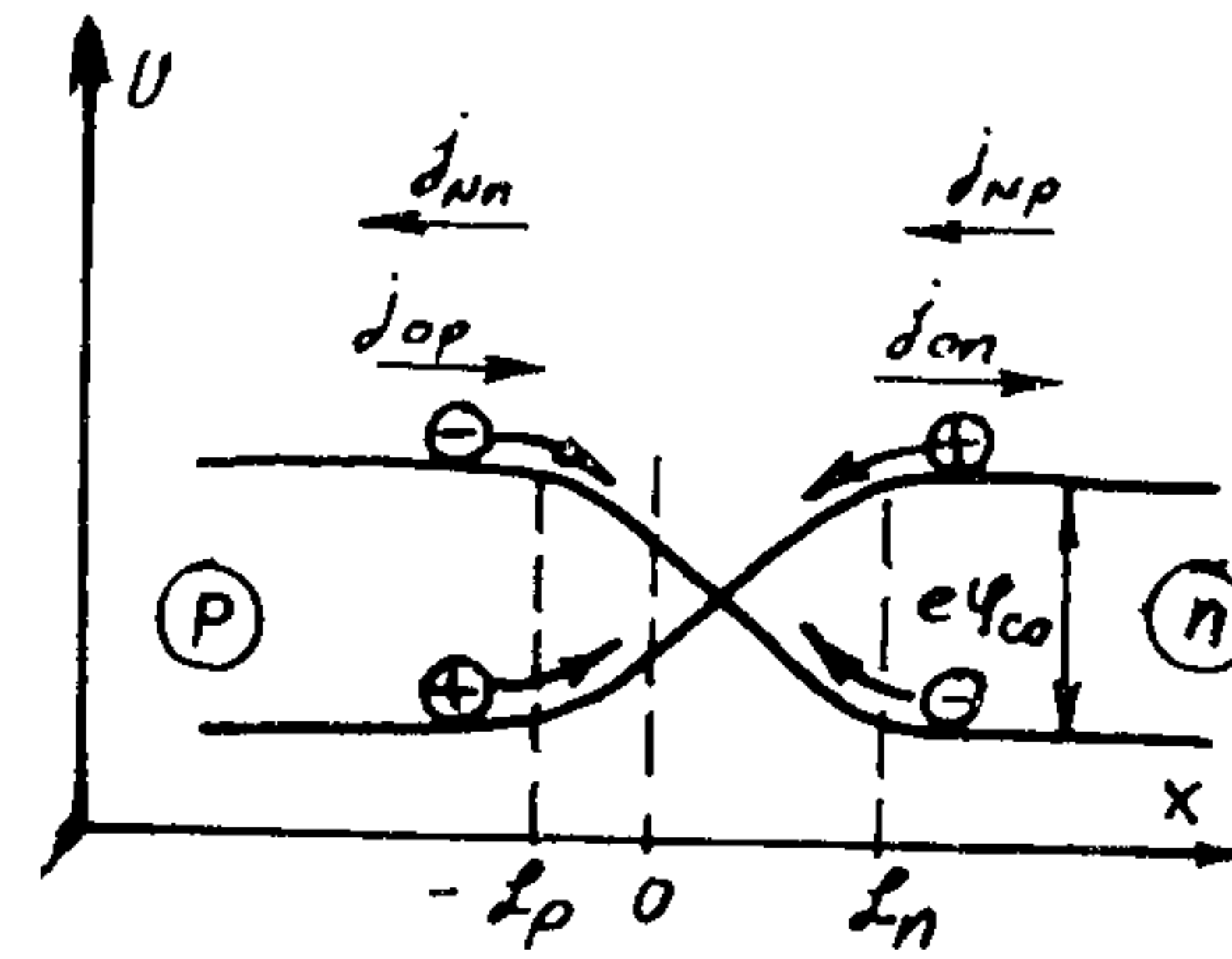
$$\int_0^L e^{\psi(x)/kT} dx = \int_{\psi_0 - V}^0 e^{\psi(x)/kT} \cdot \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^{-1} d\psi \quad (7.9)$$

ويساهم ذلك المجال التي تكون فيه قيمة  $\psi(x)$  عظمى، أي المجال المجاور لـ  $x=0$ ، بالمقدار الأكبر من قيمة التكامل (7.9). وتؤدي زيادة قيمة  $x$  الى تناقص  $\psi(x)$ . وبالتالي تتناقص قيمة الدالة الموجودة داخل اشارة التكامل بحدة، ويمكن

الحوامل الثانوية (الالكترونات) بـ  $n_p$  ، ونرمز في المجال  $n$  لتركيز الالكترونات  $n_n$  ولتركيز الثقوب بـ  $p_p$  . ونفرض أيضا أن



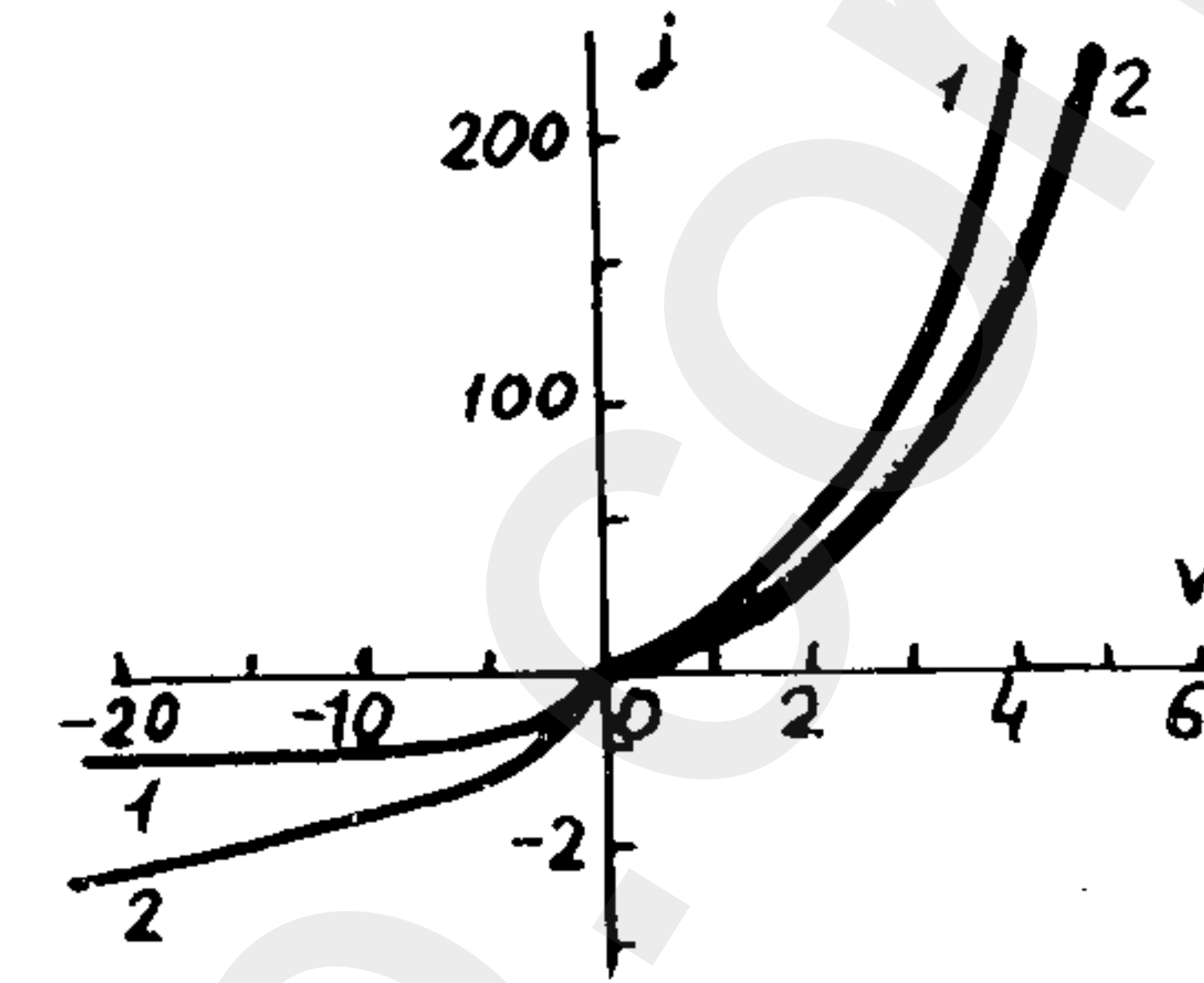
الشكل 7-12 توزيع الشوائب (a) ، فرز الشحن ونشوء الحقل الكهربائي (b) ، توزيع الشحنة الحجمية (c) ، البناء المنطق (d) ، توزيع الالكترونات والثقوب (e) ، تغير الكمون (f) في لحمة شبهي موصل الكتروني وثقبي .



الشكل 7-13 الحجزان الكمونيان للثقوب والالكترونات في المعبر  $p-n$  .

السويات الطاقة للموانح والآخذات متوضعة الى الجوار المباشر من أرضية منطقة الناقلية وسقف منطقة التكافؤ على الترتيب ،

عنه بدلالة السرعة الانسيابية للالكترونات على سطح ش.م . يعرض الشكل 7-11 الخواص الفولتو أمبيرية للحمة معدن ش.م في النظريتين الديودية (المنحني 1) والانتشارية (المنحني 2) .



الشكل 7-11 الخواص الفولتو - أمبيرية للحمة معدن - ش.م .  
1- النظرية الديودية  
2- النظرية الانتشارية (مأخوذة بواحدات قياس نسبية) .

### 8.7 . لحمة شبهي موصل الكتروني وثقبي .

نورد في هذه الفقرة الظواهر الناشئة على اللحمية بين شبه موصل الكتروني وآخر ثقبي . يمكن الحصول على مثل هذه اللحمية في ش.م بإدخال شوائب مانحة وأخرى آخذة ، بحيث يحوي أحد جزأي ش.م الشوائب المانحة ويتمتع بناقلية كهربائية الكترونية ويحوي الجزء الآخر الشوائب الآخذة ويتمتع بناقلية ثقبية ، وبالتالي يحدث في مجال محدد من البلورة تغير في الناقلية الكهربائية من الكترونية الى ثقبية . ويدعى مثل هذا المعبر بين مادتين تتمتعان بناقليتين كهربائيتين مختلفتين بالمعبر من النوع  $p-n$  .

ندرس في البداية المعبر  $p-n$  الحاد ، ونفرض أن الجزء الثقبي من ش.م مشوبا بدرجة أكبر من الجزء الالكتروني ، أي أن  $N_d < N_a$  (الشكل 7.12 - a) . وسوف نرسم لتركيز الحوامل الأساسية للشحنة في المجال  $p$  (الثقوب) بـ  $p_p$  ، ولتركيز



$J_{op}$  مع التيار الانسيابي للحوامل الأساسية  $J_{np}$  و  $J_{pn}$ ، ويكون التيار الاجمالي الذي يمر خلال المعبر  $p-n$  معدوماً. نفرض أن  $\Phi_n$  و  $\Phi_p$  جهدا الخروج للالكترونات من شـم الالكتروني و من شـم الثقبي. تحدد عندئذ قيمة الحاجز الكموني على المعبر  $p-n$  في حالة التوازن الترموديناميكي بالمعادلة:

$$e\psi_{co} = \Phi_p - \Phi_n = (\chi - E_c + E_p) - (\chi - E_c + E_n) = F_p - F_n \quad (8.2)$$

وبما أن جميع الشوائب المانحة والآخذة مؤينة تماماً، فإننا نحصل باستعمال العلاقتين (2.13) و (2.15) على:

$$e\psi_{co} = E_g - kT \ln \frac{N_v}{N_a} - kT \ln \frac{N_c}{N_d} \quad (8.3)$$

وإذا أخذنا في الحسبان المساواة:

$$n_i^2 = N_c N_v \cdot e^{-E_g/kT} \quad (8.4)$$

حصلنا من (8.3) على

$$e\psi_{co} = kT \ln \frac{n_p p_p}{n_i^2} \quad (8.5)$$

أو

$$\frac{p_p}{n_p} = \frac{n_p}{n_n} = e^{-e\psi_{co}/kT} \quad (8.6)$$

يلاحظ من (8.5) أن فرق الكمون الالتحامي للمعبر  $p-n$  يكون أكبر كلما كانت إشارات المجالين  $p$  و  $n$  من شـم أعلى، وتعطى القيمة العظمى لهذا الفرق في شـم الفطري بالعلاقة:

$$\psi_{co,max} = \frac{1}{e} E_g \quad (8.7)$$

بحيث أنها متأينة بشكل تام. يكون عندئذ  $p_b = N_a$  و  $n_n = N_d$ ، وتكون أيضاً المساواة التالية محققة في حالة التوازن الترموديناميكي وفي حالة غياب اللافتيرية:

$$p_p n_p = n_n p_n = n_i^2 \quad (8.1)$$

ينشأ عند تشكيل اللحمة بين شبهي موصل مختلفين بناقليتيهما في مجال المعبر  $p-n$  تدرج كبير لتركيز الالكترونات والثقوب. ويبدأ بالتالي انتشار للالكترونات من المجال  $n$  الى المجال  $p$ ، والثقوب من المجال  $p$  الى المجال  $n$ . ويؤدي نشوء التدفقات الانتشارية الى فرز للشحن الكهربائية، ويؤدي هذا بدوره الى ظهور شحنة حجمية موجبة ملاصقة للمعبر في المجال  $n$ ، وشحنة سالبة في المجال  $p$  ملاصقة أيضاً للمعبر (الشكلان  $c, b$  - 7-12). وتولد هذه الشحن الحجمية في مجال اللحمة حقلاً كهربائياً شديداً متجهاً من المجال  $n$  الى المجال  $p$ ، ويمنع هذا الحقل الالكترونات و الثقوب من الحركة. وتسود نتيجة لذلك حالة التوازن التي تتميز بثبات سوية فرمي في شـم ككل، ويحدث في منطقة المعبر أيون يتواجد الحقل الكهربائي التواء للمناطق الطاقية (الشكل  $d$  - 7-12). ويسبب هذا الالتواء في المناطق الطاقية إعادة توزيع تركيز الالكترونات والثقوب (الشكل  $e$  - 7-12)، وتغييراً في مسلك الكمون الكهرساكن في مجال المعبر  $p-n$  (الشكل  $f$  - 7-12). يلاحظ من الرسم 7-13، أن الحوامل الأساسية للشحنة لا يمكنها أن تعبر اللحمة الا اذا تغلبت على الحاجز الكموني ذي الارتفاع  $e\psi_{co}$ . بينما يتم عبور الحوامل الأساسية للشحنة تحت تأثير الحقل الكهربائي للمعبر  $p-n$ . ويتساوى في حالة التوازن الترموديناميكي التيار الانتشاري للحوامل الأساسية للشحنة  $J_{on}$  و

وتأخذ معادلة بواسون في هذا المجال الصيغة التالية:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{e p_p}{\epsilon \epsilon_0} \quad (8.11)$$

وتكون الشحنة الحجمية في المجال  $x > 0$  موجبة، وتعين قيمتها بتركيز الشوائب المانحة المتأينة:

$$s = e N_d^+ = e n_n \quad (8.12)$$

وتأخذ معادلة بواسون الشكل:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{e n_n}{\epsilon \epsilon_0} \quad (8.13)$$

وتعطي الشروط الحدودية في هذه الحالة بالشكل:

$$\psi(-L_p) = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=-L_p} = 0 \quad (8.14)$$

$$\psi(L_n) = \psi_{co}, \quad \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=L_n} = 0 \quad (8.15)$$

وتتنسجم هذه الشروط مع عبارات  $\psi$  التالية التي تعد وفقاً لـ (4.10) حلولاً للمعادلتين (8.11) و (8.13)، فمن أجل  $0 < x \leq -L_p$ :

$$\psi_p = \frac{e p_p}{2 \epsilon \epsilon_0} (L_p + x)^2 \quad (8.16)$$

ومن أجل  $x \geq 0$ :

$$\psi_n = \psi_{co} - \frac{e n_n}{2 \epsilon \epsilon_0} (L_n - x)^2 \quad (8.17)$$

ويكون الكمون ومشتقه من أجل  $x = 0$  (الشكل 7 - 12 - 7)

يمكن الحصول اعتماداً على العلاقة (8.6) على العلاقتين التاليتين لتركيز الحوامل الأساسية والثانوية للشحنة الكهربائية:

$$p_n = p_p \cdot e^{-e\psi_{co}/kT}, \quad n_p = n_n \cdot e^{-e\psi_{co}/kT} \quad (8.8)$$

يعد جهد الخروج للالكترونات من شرم كبيراً نسبياً (عدة الكترونات فولط)، ولا يمكن عملياً للالكترونات من مغادرة البلورة في درجة حرارة الغرفة لعدم امتلاكها طاقة كافية. فيغبر أن الالكترونات تستطيع الانتقال مباشرة من المجال  $n$  الى المجال  $p$  متغلبة بذلك على الحاجز الكموني المتولد عن الالتحام. مثلاً، تكون في حالة السيليكون الحاوي على القيم التالية للترانز  $p_p = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  و  $n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ،  $N_d = n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  و  $N_a = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  في درجة الحرارة 300 كلفن، قيمة الحاجز الكموني مساوية:

$$e\psi_{co} = kT \ln \frac{p_p}{p_n} = 0,25 \text{ e.v}$$

بما أن المجال  $p$  أكثر اشابة من المجال  $n$ ، فإن  $n_n \ll p_p$  وبالتالي فإن سمك الطبقة الحجمية للمنطقة الثقبية ذات المقاومة الأومية الأصغر  $L_p$  يكون أصغر من سمك الطبقة للمنطقة الالكترونية  $L_n$ ، أي أن  $L_n > |L_p|$  (الشكل 7-12-7)، ويكون السمك الاجمالي للشحنة الحجمية:

$$L_0 = L_n + L_p \quad (8.9)$$

تكون الشحنة الحجمية في المجال  $0 < x \leq -L_p$  سالبة، ويحدد قيمتها تركيز الشوارد الشائبة الآخذة:

$$s = -e N_a^- = -e p_p \quad (8.10)$$

مستمرين ، وبالتالي

$$\psi_p(0) = \psi_n(0) \quad (8.18)$$

$$\left. \frac{d\psi_p}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_n}{dx} \right|_{x=0} \quad (8.19)$$

ونحصل بتطبيق الشرط (8.19) على العبارتين (8.16) و (8.17) على المساواة :

$$n_n \mathcal{L}_n = p_p \mathcal{L}_p \quad (8.20)$$

وهكذا فان الشحنتين الحجميتين الموجودتين في المجالين المتاخمين للمعبر  $p-n$  متساويتان. ويعد ذلك شرط الاعتدال الكهربائي.

يمكن الحصول من المعادلة (8.20) على العلاقتين:

$$\frac{\mathcal{L}_n}{\mathcal{L}_0} = \frac{p_p}{n_n + p_p}, \quad \frac{\mathcal{L}_p}{\mathcal{L}_0} = \frac{n_n}{n_n + p_p} \quad (8.21)$$

ونحصل باستعمال الشرطين السابقين واستخدام المساواة (8.18) على:

$$\psi_{\omega} = \frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} (n_n \mathcal{L}_n^2 + p_p \mathcal{L}_p^2) = \frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} \mathcal{L}_0 \frac{n_n p_p}{n_n + p_p} \quad (8.22)$$

وينتج عما تقدم عبارة السمك الكلي لطبقة الشحنة الحجمية للمعبر  $p-n$ :

$$\mathcal{L}_0 = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0}{e} \psi_{\omega} \frac{n_n + p_p}{n_n p_p}} \quad (8.23)$$

ويتضح من العلاقة السابقة أن سمك طبقة الشحنة الحجمية  $\mathcal{L}_0$

يكون أصغر كلما كانت درجة أشابة شرم أكبر. وإذا كان أحد المجالين مشوبا بدرجة أكبر بكثير من الآخر، فان الجزء الأعظم من الهبوط الكموني الكهرساكن يحدث في المجال ذي المقاومة الأومية العالية (الشكل 7-12 - 7).

وكما يلاحظ من الرسم (7-12- e)، فان مجال المعبر  $p-n$  يحتوي على تركيز قليل لجوامل الشحنة، وينتج عن ذلك أن مقاومة المعبر كبيرة بالمقارنة مع مقاومة طبقة من أحد جزأي شرم  $n$  أو  $p$  لها نفس سماكة و سطح طبقة الشحنة الحجمية. وهكذا فان المعبر  $p-n$  يعد طبقة ذات ناقلية نوعية كهربائية منخفضة محصورة بين مجالين يملكان ناقلية نوعية مرتفعة، وبالتالي فانه (أي المعبر) يتمتع بخواص المكثفة، وتدعى سعة واحدة المساحات "بالسعة المانعة أو المعيقة"، ويمكن أن تعين بالصيغة:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\mathcal{L}_0} = \sqrt{\frac{e\epsilon\epsilon_0}{2\psi_{\omega}} \frac{n_n p_p}{n_n + p_p}} \quad (8.24)$$

9.7. التقويم في المعبر  $p-n$ .

ندرس في البداية الحالة التي يطبق فيها على المعبر  $p-n$  توتر خارجي  $V$ ، بحيث يتصل القطب السالب ب شرم الالكتروني والقطب الموجب بالثقب، أي أن تطبيق التوتر يتم بالاتجاه الأمامي (الشكل 7-14 - 7). وبما أن مقاومة طبقة الشحنة الحجمية للمعبر مرتفعة، فان الجزء الأكبر من الهبوط الكموني يتم في هذا المجال. وينخفض نتيجة لذلك علو الحاجز الكموني بالمقدار  $eV$  عما كان عليه في الحالة المتوازنة (الشكل 7-14 - a)، ويتغير بالتالي سمك الطبقة الغالقة. ويتطلب حساب هذا السمك استعمال الصيغة التالية بدلا من (8.23):

الثقوب في المجال  $n$  - الى جوار اللحمة بالعلاقة :

$$P = P_n + \Delta P \quad (9.3)$$

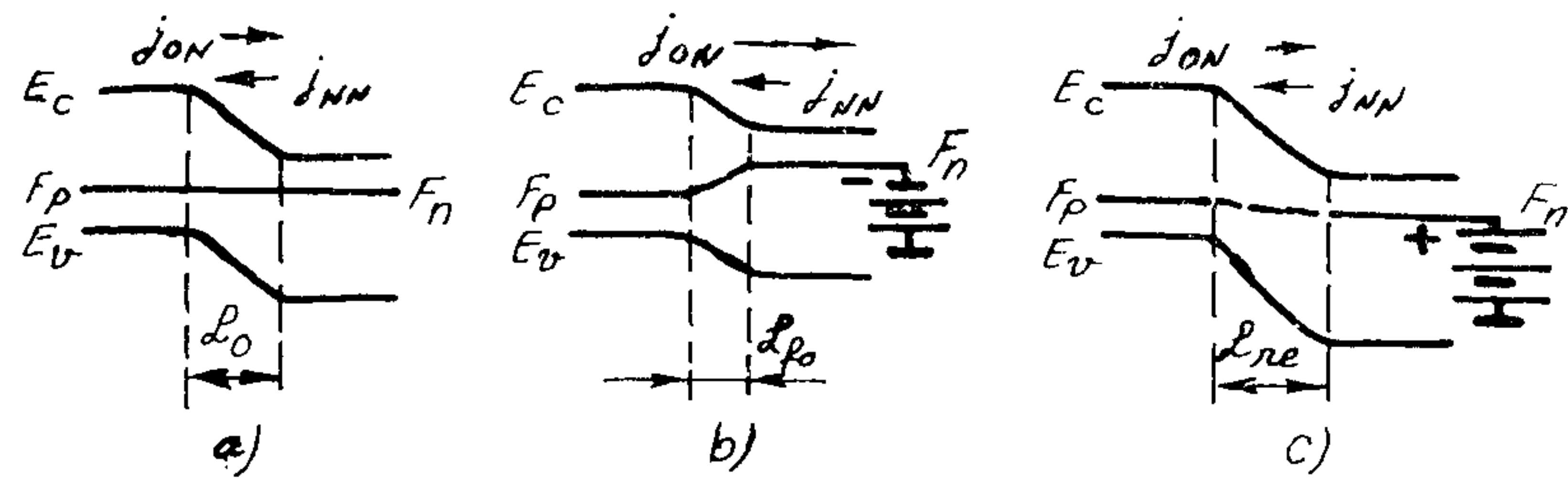
ويتطلب ايجاد هذا التركيز من أجل  $x = L_n$  في الحالة المتوازنة وفي الحالة اللاظرية، استبدال  $e\psi_{co}$  في العلاقة (8.8) بالقيمة  $e(\psi_{co} - V)$  :

$$P(L_n) = P_p \cdot e^{-(\psi_{co} - V)/kT} = P_n \cdot e^{eV/kT} \quad (9.4)$$

وتنتج عن ذلك عبارة تركيز الثقوب الاضافية في المجال  $n$  ، من أجل  $x = L_n$  :

$$\Delta P(L_n) = P - P_n = P_n (e^{eV/kT} - 1) \quad (9.5)$$

وتحدث عملية مماثلة في المجال  $p$  ، حيث تحقن الالكترونات



الشكل 7-14 المخطط الطاقي للمعبر  $p-n$  ، (a) حالة التوازن الترموديناميكي ، (b) تطبيق ازاحة أمامية على المعبر (c) تطبيق ازاحة عكسية .

من المجال  $n$  - في المجال  $p$  . ويعطى تركيز الالكترونات الثانوية من أجل  $x = -L_p$  بالعلاقة :

$$\Delta n(-L_p) = n_p (e^{eV/kT} - 1) \quad (9.6)$$

$$L_{np} = \sqrt{\frac{2 \epsilon \epsilon_0 (\psi_{co} - V) n_n + P_p}{e n_n P_p}} \quad (9.1)$$

ويؤدي انخفاض الحاجز الكموني الى زيادة تدفق الحوامل الأساسية للشحنة، حيث أن عددا كبيرا من الالكترونات يعبر من المجال  $n$  الى المجال  $p$  ، وعددا كبيرا من الثقوب يعبر من المجال  $p$  الى المجال  $n$  ، بينما يبقى تدفق الحوامل الثانوية للشحنة خلال المعبر ثابتا عمليا . ويجري في السدادة الخارجية نتيجة لذلك تيار مساو لفرق تيارَي الحوامل الأساسية والثانوية للشحنة، وينتج من المجال  $p$  الى المجال  $n$  (الشكل b-14-7)، أي أن:

$$J = J_{ON} - J_{NN} \quad (9.2)$$

وتشكل الحوامل الثانوية الاضافية للشحنة (الثقوب)  $\Delta P$

الموجودة في المجال  $n$  في اللحظة الأولى شحنة موجبة مجاورة للمعبر غير أن هذه الشحنة الموجبة تعدل خلال زمن قصير يحدده زمن الارتخاء الماكسويلي (انظر الفقرة 3.5) بالشحنة الحجمية للحوامل الأساسية (الالكترونات)، وتنجذب الكمية اللازمة للتعديل من عمق المجال  $n$  تحت تأثير الحقل الكهربائي الذي تولده الثقوب الثانوية، ويتم تعويض هذه الالكترونات من السدادة الخارجية . وهكذا يسود الاعتدال الكهربائي في جميع أجزاء شرم الالكترونوني ما عدا المجال المتاخم للحمة، أين يزداد تركيز الالكترونات والثقوب بالمقدار  $\Delta P = \Delta n$  مقارنة مع الحالة المتوازنة . وتدعى عملية ادخال حوامل الشحنة في شرم بمساعدة المعبر  $p-n$  عندما تطبق عليه ازاحة أمامية (توتر أمامي)، حيث تكون هذه الحوامل ثانوية "بعملية الحقن". وهكذا يعطى تركيز

يتجه من المجال-  $n$  الى المجال-  $p$  ، وتزداد قيمته بنسبة ضئيلة بزيادة التوتر العكسي المطبق وتسعى الى قيمة محدودة تدعى "تيار الاشباع". نستخلص مما تقدم أن المعبر  $p-n$  يتمتع بخواص فولتوأمبيرية غير خطية (الشكل 7-15).

#### 10.7. نمطية المعبر $p-n$ الرقيق.

نعرض في هذه الفقرة الخواص الفولتو أمبيرية للمعبر  $p-n$  مستنديين على عدد من الفروض المبسطة للمسألة .

1. ندرس حالة المعبر الرقيق، ونعني هنا ذلك المعبر الذي تتمكن فيه حوامل الشحنة من الطيران خلال الطبقة الحجمية للشحنة دون حدوث اعادة توحيد. وهذا يعني بدوره أن سمك الطبقة الغالقة أصغر بكثير من الطول الانتشاري:

$$L_0 \ll L_D \quad (10.1)$$

2. نفرض أن كلا جزأي ش م مشوبان بشدة، أي أن  $n_i \ll p_m$  و  $n_i \ll n_n$  . ويمكن بفضل ذلك اهمال الهبوط الكموني على العينة باستثناء المعبر.

3. نفترض أن لحمتي ش م مع المعدن الذي يستخدم لتطبيق التوتر الخارجي غير غالقتين ، وأنهما بعيدتان عن المعبر بحيث أن الحوامل الثانوية للشحنة يعاد توحيدهما بالكامل قبل الوصول الى اللحمتين المذكورتين. ونهمل أيضا الهبوط الكموني عليهما، بحيث يمكن اعتبار التوتر الخارجي مطبقا بأكمله على المعبر  $p-n$  .

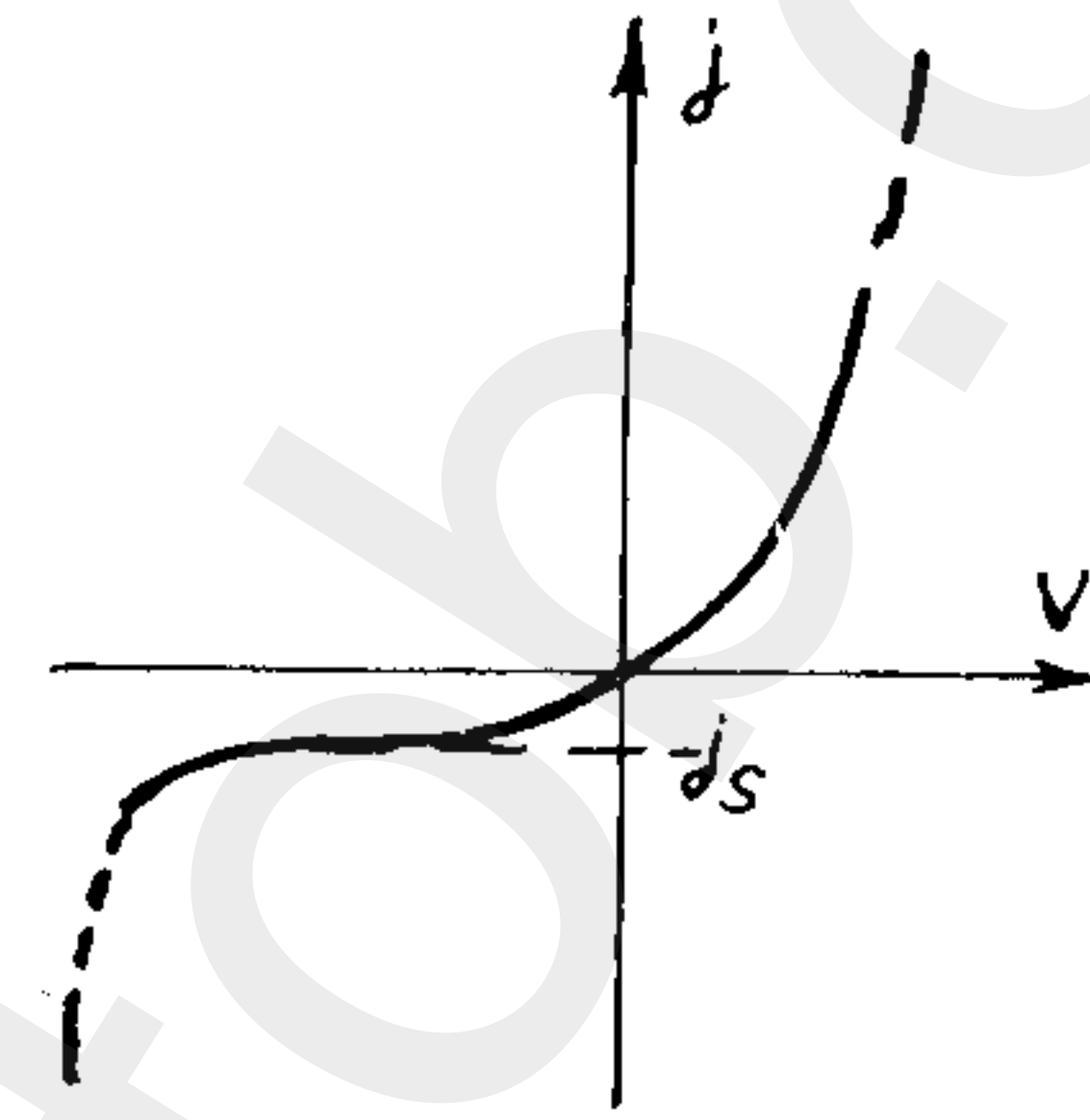
4. نهمل تأثير المصاد (أفخاخ الاقتران)، وتأثير اعادة التوحيد السطحي. ونفرض أن تناقص التركيز الاضافي لحوامل الشحنة يتم فقط نتيجة لاعادة توحيدها في حجم (جوف) ش م الذي سنعتبره خطيا.

ينتج عن العلاقتين (9.5) و (9.6) أن زيادة الازاحة الأمامية على المعبر  $p-n$  تؤدي الى نمو حاد في تركيز الحوامل الثانوية المحقونة، مما يؤدي بدوره الى زيادة حادة في قيمة التيار الذي يعبر اللحمة في الاتجاه الأمامي.

إذا كان التوتر الخارجي مطبقا في الاتجاه العكسي (الشكل c - 7-14)، أي أن القطب الموجب متصل بش م الألكتروني، فإن

الحاجز الكموني يرتفع، ويزداد سمك الطبقة الغالقة. ولكي نوجد قيمة ذلك السمك ينبغي أن نضع في الصيغة (9.4) قيمة التوتر  $V$

بإشارة سالبة. ويلاحظ أنه كلما ازداد التوتر المطبق على المعبر  $p-n$  في الاتجاه المعاكس، كلما صغرت كمية الحوامل الأساسية للشحنة القادرة على اجتياز الحاجز الكموني المرتفع. وتصبح وفقا لذلك كمية الحوامل الأساسية في المجال المجاور



الشكل 7-15 الخواص الفولتو-أمبيرية للمعبر  $p-n$ .

للحمة أصغر منها في حالة التوازن، وتقل أيضا كمية الحوامل الثانوية للشحنة كنتيجة للمحافظة على الاعتدال الكهربائي. وتدعى هذه الظاهرة "ببزل (اقتلاع) حوامل الشحنة". ويعين تركيز الالكترونات الاضافية في المجال-  $p$ ، كما هو الحال سابقا، بالعلاقة (9.6) غير أن  $V$  تقرر في هذه الحالة بإشارة سالبة.

وهكذا فإن ربط المدخرة بطريقة عكسية الى المعبر  $p-n$  يؤدي الى تناقص قيمة تيار الحوامل الأساسية للشحنة عما هي عليه في حالة التوازن، والى بقاء تيار الحوامل الثانوية على حاله تقريبا. وبالتالي فإن التيار الحاصل الذي يجري في المعبر  $p-n$

$$j_p^{(P)} \approx j_p^{drift} = e p \mu_p \mathcal{E} \quad (10.5)$$

تتحقق في المجال  $n$ - المتراجحتان  $p_n \ll \Delta p$  و  $p_n \ll n_n$  ويكون تركيز الثقب اللامتوازنة الى جوار المعبر  $p-n$  مساويا.  $\Delta p + p_n = p$  ، ويعينه بشكل أساسي كمية الثقب الاضافية المحقونة من المجال  $p$  . وبالتالي فان المركبة الانتشارية لتيار الثقب تفوق المركبة الانسيابية، أي أن  $j_p^{diff} \ll j_p^{drift}$  و

$$j_p^{(n)} \approx j_p^{diff} = -e D_p \frac{dp}{dx} \quad (10.6)$$

وتكتب معادلة الاستمرارية للثقب في المجال  $n$ - وفي الحالة المستقرة ( $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ ) ، بعد الأخذ بعين الاعتبار (10.6) ، بالشكل:

$$D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{p - p_n}{\tau_p} = 0 \quad (10.7)$$

ونحصل باستعمال العلاقة  $L_p^2 = D_p \tau_p$  على:

$$\frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{L_p^2} = 0 \quad (10.8)$$

ويملك الحل الكلي لهذه المعادلة الشكل:

$$\Delta p = A.e^{-x/L_p} + B.e^{x/L_p} \quad (10.9)$$

وبما أن تركيز الثقب الاضافية يسعى الى الصفر نتيجة حركتها في جوف شرم ( $x \rightarrow \infty$ ) ، ينبغي أن يأخذ الثابت  $B$

ولكي نحسب الخواص الفولتو أمبيرية للمعبر  $p-n$  ، لابد من ايجاد قانون التغير لتركيز الحوامل الحرة للشحنة وذلك بحل معادلتى الاستمرارية للثقب والالكترونات:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \frac{\partial j_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau_p} \quad (10.2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial j_n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_n} \quad (10.3)$$

ندرس تيار الثقب في المجالين  $p$  و  $n$  ، معتبرين أن قيمتي معامل الانتشار وحركية الثقب تبقيان على حالهما في كلا مجالَي ش م (تجدد الإشارة هنا الى أن هذا الاعتبار غير موثوق). يُعَيَّن التيار الكلي للثقب بجمع المركبتين الانسيابية والانتشارية:

$$j_p = e p \mu_p \mathcal{E} - e D_p \frac{dp}{dx} \quad (10.4)$$

حيث أن  $\mathcal{E}$  ترمز الى شدة الحقل الكهربائي الخارجي.

يكون تركيز الثقب اللامتوازنة في المجال  $p$ - من ش م في حالة الازاحة الأمامية (أي تطبيق التوتر الأمامي) للمعبر  $p-n$  مساويا  $p = p_p + \Delta p$  . وتدل هنا  $\Delta n = \Delta p$  على كمية الثقب المنجذبة من عمق المجال  $p$  نحو اللحمة لكي تعادل الالكترونات المحقونة من قبل الجزء الالكتروني ل ش م . وبما أن المجال  $p$ - مشوبا بشدة ، فان  $p_p \ll \Delta p$  و  $p \approx p_p$  ، وبالتالي فان المركبة الانسيابية للتيار  $j_p^{(P)}$  تكون أكبر بكثير من المركبة الانتشارية  $j_p^{diff}$  ، أي أن  $j_p^{drift} \gg j_p^{diff}$  . وهكذا يكون تيار الثقب  $p^{(P)}$  في المجال  $p$ - مساويا تقريبا للمركبة الانسيابية لتيار الثقب:

$$j_n^{(P)} = \frac{e D_n n_p}{L_n} (e^{eV/kT} - 1) \cdot e^{(x+L_p)/L_n} \quad (10.16)$$

يكون مجموع تيارَي الإلكترونات والثقوب في أي مقطع من شرم ثابتا:

$$j = j_p^{(P)} + j_n^{(P)} = j_n^{(n)} + j_p^{(n)} = \text{const.} \quad (10.17)$$

وبما أن سمك الطبقة الحجمية رقيقة جدا ولا يحدث داخلها إعادة توحيد للشحنة، فإن تيارَي الثقوب في المجالين  $n$ - و  $p$ - على حدود الطبقة الغالقة متساويان:

$$j_p^{(P)} \Big|_{x=-L_p} = j_p^{(n)} \Big|_{x=L_n} \quad (10.18)$$

وإذا أخذنا هذا في الحسبان، فإننا نستطيع استعمال العلاقة التالية من أجل التيار الكلي الذي يجري في المعبر  $p-n$ :

$$j = j_p^{(P)} \Big|_{x=-L_p} + j_n^{(P)} \Big|_{x=-L_p} = j_p^{(n)} \Big|_{x=L_n} + j_n^{(P)} \Big|_{x=-L_p} \quad (10.19)$$

ويعطى هذان التياران استنادا إلى (10.14) و (10.16) بالعلاقاتين:

$$j_p^{(n)} \Big|_{x=L_n} = \frac{e D_p p_n}{L_p} (e^{eV/kT} - 1) \quad (10.20)$$

$$j_n^{(P)} \Big|_{x=-L_p} = \frac{e D_n n_p}{L_n} (e^{eV/kT} - 1) \quad (10.21)$$

وبالتالي فإن الخواص الفولتو أمبيرية للمعبر  $p-n$  الرقيق

قيمة معدومة. يكون عندئذ:

$$p = p_n + \Delta p = p_n + A e^{-x/L_p} \quad (10.10)$$

ويعطى تركيز الثقوب اللامتوازنة على حدود الطبقة الغالقة ( $x = L_n$ )، وفقا للعلاقة (9.4)، بالمعادلة:

$$p(L_n) = p_n e^{eV/kT} \quad (10.11)$$

ونحصل من (10.10)، آخذين في الحسبان (10.11)، من أجل  $x = L_n$  على:

$$A = p_n (e^{eV/kT} - 1) \cdot e^{L_n/L_p} \quad (10.12)$$

وتأخذ الصيغة النهائية لقانون تغير تركيز الثقوب اللامتوازنة في المجال  $n$ ، من أجل  $L_n < x$  الشكل التالي:

$$p(x) = p_n + p_n (e^{eV/kT} - 1) \cdot e^{-(x-L_n)/L_p} \quad (10.13)$$

ونحصل استنادا إلى (10.6) على علاقة تيار الثقوب:

$$j_p^{(n)} = \frac{e D_p p_n}{L_p} (e^{eV/kT} - 1) \cdot e^{-(x-L_n)/L_p} \quad (10.14)$$

ويعطي إجراء حساب مماثل لما سبق العلاقة التالية لتغير تركيز الإلكترونات اللامتوازنة في المجال  $p$  من أجل  $x > -L_p$ :

$$n(x) = n_p + n_p (e^{eV/kT} - 1) \cdot e^{(x+L_p)/L_n} \quad (10.15)$$

وبالتالي تعطى المركبة الإلكترونية للتيار بالعلاقة:

توصف بمعادلة من الشكل:

$$j = e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \right) (e^{eV/kT} - 1) = j_s (e^{eV/kT} - 1) \quad (10.22)$$

حيث أن  $j_s$  تيار الاشباع:

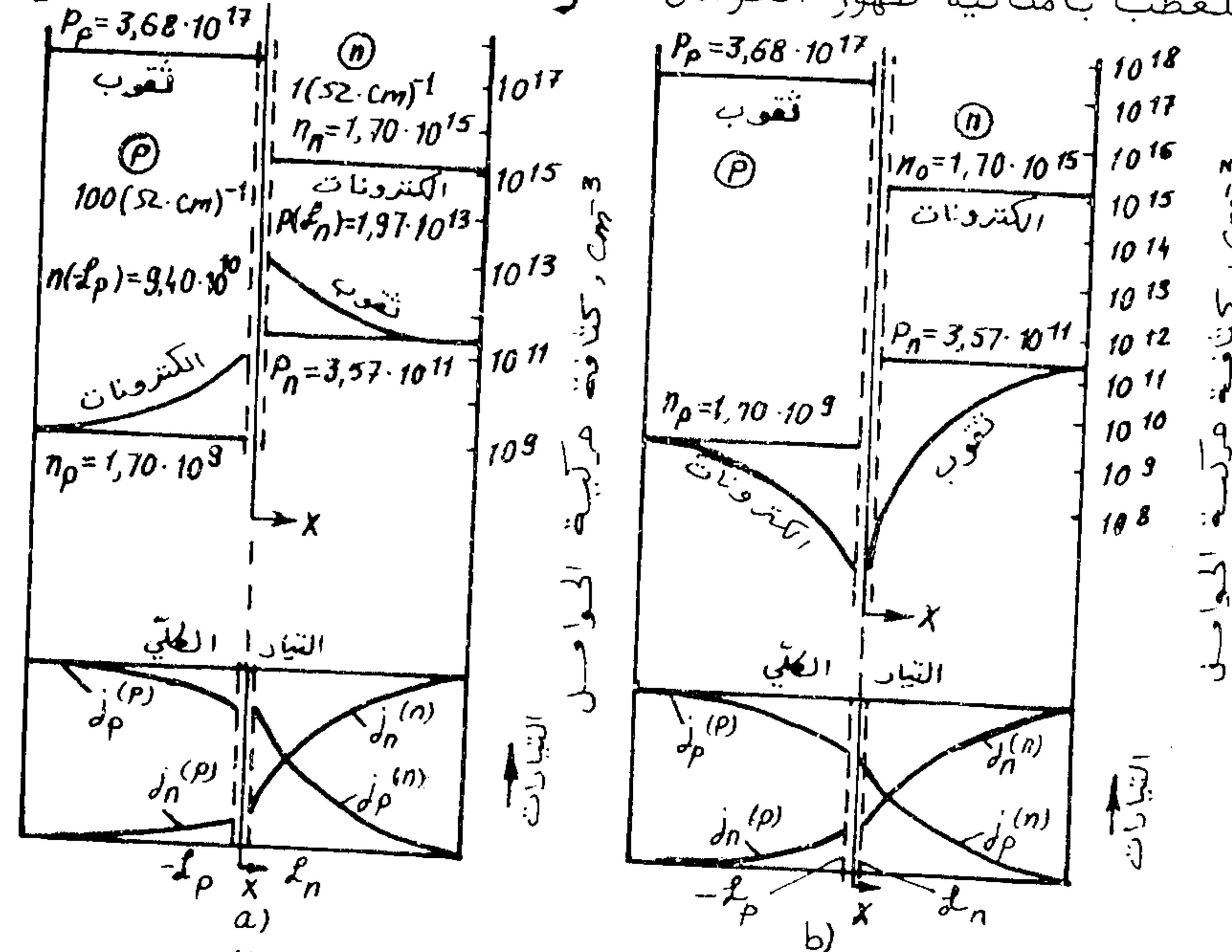
$$j_s = j_{sn} + j_{sp} = \frac{e D_n n_p}{L_n} + \frac{e D_p p_n}{L_p} = e n_i^2 \left( \frac{D_n}{L_n p} + \frac{D_p}{L_p n} \right) = e \left( \frac{n_p L_n}{\tau_n} + \frac{p_n L_p}{\tau_p} \right) \quad (10.23)$$

تعرض الأشكال 7-16 المنحنيات البيانية لتوزيع تركيز الحوامل المتوازنة والاضافية للشحنة والتيارات في المعبر  $p-n$  ، وذلك في حالتى الازاحة الأمامية والعكسية، وقد أنشأت هذه المنحنيات وفقا للصيغ (10.13) - (10.21).

تبين العلاقة (10.22) أن التيار الذي يعبر المعبر  $p-n$  في حالة زيادة الازاحة الأمامية ينمو بقانونية أسية، بينما يسعى هذا التيار الى القيمة  $j_s$  في حالة زيادة الازاحة العكسية. وتكون الخواص التقويمية للمعبر  $p-n$  أفضل كلما كان تيار الاشباع أصغر، ويتناقص تيار الاشباع وفقا للعلاقة (10.23) بزيادة تركيز الحوامل الأساسية للشحنة  $n_n$  و  $p_p$  (أي بزيادة درجة الاشابة)، وبزيادة فترة حياة الحوامل الثانوية للشحنة  $\tau_n$  و  $\tau_p$ . ويؤدي ارتفاع درجة الحرارة الى زيادة التركيز الذاتي  $n_i$  ، وبالتالي الى زيادة تيار الاشباع  $j_s$  .

إذا استمرت زيادة التوتر العكسي فاننا نصل الى قيمة محددة يحدث من أجلها تخريب (عطب) للمعبر  $p-n$  ، وتزداد قيمة

التيار بوحدة (الشكل 15-7). ويمكن أن نفسر تخرب المعبر  $p-n$  بأن الحقل الكهربائي الشديد يسبب ميلا للمناطق الطاقية، ويزداد في حالة حدوث هذا الميل تركيز الحوامل الحرة للشحنة نتيجة للعبور النفقي، وتنمو بالتالي شدة التيار الذي يعبر المعبر  $p-n$  بوحدة (الانفراج الزينيروفي). وترتبط الآلية الأخرى للعبط بامكانية ظهور الحوامل الحرة للشحنة نتيجة لانقطاع



الشكل 7-16 تركيز حوامل الشحنة والتيارات في المعبر  $p-n$  وذلك من أجل الازاحة الأمامية (a) والازاحة العكسية (b).

الروابط التكافؤية على حساب الطاقة الحركية التي تكتسبها حوامل الشحنة من الحقل الكهربائي عند عبورها للطبقة الغالقة. ويمكن أيضا للحوامل الحرة التي تسرع من قبل الحقل الكهربائي أن تساهم في تولد الأزواج الالكترونية-الثقبية. وتحدث زيادة



ثلاثة أمثال الطول الانتشاري ( $3L_n$ ) من المعبر، بالعلاقة:

$$n(3L_n) = n_p = N_c e^{-(E_c - E_p)/kT} \quad (10.25)$$

نعوض قيمة  $n_p$  (10.25) في العبارة (10.24) فنجد:

$$F_p = F_n(-L_p) - eV \quad (10.26)$$

وهكذا يحدث في حالة الازاحة الأمامية للمعبر  $P-n$  في المجال  $p$ - وعلى مسافة  $(2-3)L_n$  من المعبر، انخفاض لشبه سوية فرمي للالكترونات  $F_n(x)$  بالمقدار  $eV$ ، بينما يرتفع شبه سوية فرمي للثقوب  $F_p(x)$  في المجال  $n$ - وعلى مسافة من المعبر  $(2-3)L_p$  بالمقدار  $eV$  (الشكل 7-17 - a).

وبالتالي فان شبه سوية فرمي الثقبي  $F_p(x)$  في حالة الازاحة الأمامية للمعبر  $P-n$  يقترب في المجال  $n$ - من سقف منطقة التكافؤ، بينما يرتفع شبه سوية فرمي للالكترونات في المجال  $p$ - نحو أرضية منطقة الناقلية. ويحدد هذا التغير في موضعي شبهي سوية فرمي نمو التركيز للحوامل الثانوية للشحنة الى جوار المعبر.

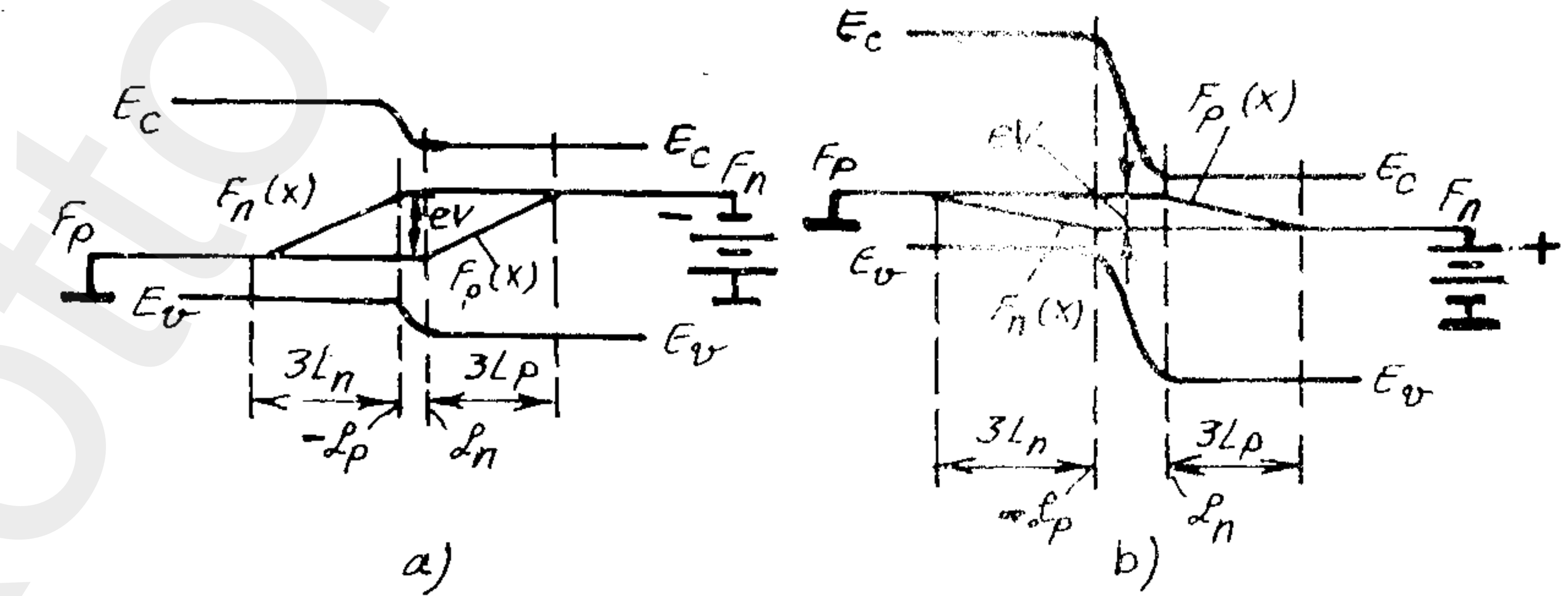
ويختلف الأمر في حالة الازاحة العكسية المطبقة على المعبر  $P-n$ ، حيث يحدث انخفاض لكمية الحوامل الثانوية للشحنة

الى جوار المعبر، ويبتعد شبه سوية فرمي  $F_n(x)$  و  $F_p(x)$  في المجالين المجاورين للمعبر عن المنطقتين الطاقتيتين الموافقتين (الشكل 7-17 - b).

ندرس الآن النسبة بين التيارات العابرة للمعبر  $P-n$ . تكون النسبة بين المركبة الالكترونية والثقبية للتيار وفقاً للعلاقتين (10.20) و (10.21) من الشكل:

مفاجئة (تبهورية *avalanche*) للتيار العكسي، ولهذا السبب يدعى هذا النوع من العطب "بالتبهوري".

عندما يطبق على المعبر  $P-n$  منبع للتيار، تغدو حالة شرم غير متوازنة، وتميز هذه الحالة بشبهي سوية فرمي  $F_n$  و  $F_p$ . فإذا كان التوتر الخارجي المطبق  $V$  صغيراً نسبياً، فان تركيزي الحوامل الاضافية للشحنة يتواجدان الى اليمين واليسار من المعبر على مسافة لا تتجاوز بضعة أطوال انتشارية  $L_n$  و  $L_p$ ، ويصبح شبه سوية فرمي تابعتين للاحداثي  $x$  (الشكل 7-17). لكي نوجد تغير موضع شبهي سوية فرمي، ينبغي تحديد التركيز اللامتوازن للالكترونات في النقطة  $x = -L_p$ . ويعطى هذا



الشكل 7-17 أشباه سوية فرمي في المعبر  $P-n$  من أجل الازاحة الأمامية (a) والازاحة العكسية (b).

التركيز بالعلاقة:

$$n(-L_p) = n_p \cdot e^{eV/kT} = N_c \cdot e^{\frac{E_c - F_n(-L_p)}{kT}} \quad (10.24)$$

حيث أن  $F_n(-L_p)$  شبه سوية فرمي للالكترونات من أجل  $x = -L_p$  ويعطى التركيز المتوازن للالكترونات  $n_p$  على مسافة تساوي

فهرس المصطلحات العلمية المستخدمة

A	acceptor	آخذ
	accumulation	تراكم (تكديس)
	activation energy	طاقة الفعالية (التنشيط)
	avalanche,	تِيهور (انهيار)
	breakdown voltage	توتر التعطيل (التدمير) التيهوري
	average	معدل، متوسط
B	band theory	نظرية التمنطق
	band to band recombination	اعادة التوحد المباشر منطقة منطقة
	barrier	حاجز، عائق
	bipolar	ثنائي القطب
	Boltzmann distribution,	توزيع بولتزمان
	statistics	احصاء بولتزمان
	boundary,	تخم، حد
	layer	الطبقة الحدودية
	breakdown	تعطل، عطب
C	capacitance	سعة
	capture	أسر، انتزاع
	carrier	حامل
	centers,	مراكز
	recombination	مراكز اعادة التوحد
	generation	مراكز التولد
	channel	قنال
	characteristic	مميزة، صفة مميزة
	charge	شحنة
	chemical potential	الكمون الكيميائي
	collision,	تصادم، صدم
	time interval between collision	الفترة الزمنية بين اصطدامين
	complete ionization	التأين التام (الكامل)
	concentration,	التركيز
	gradient	تدرج التركيز
	condition	شرط، حالة

$$\frac{j_n}{j_p} = \frac{j_{sn}}{j_{sp}} = \frac{D_n n_p L_p}{D_p p_n L_n} = \frac{\mu_n n_p L_p}{\mu_p p_n L_n} = \frac{\sigma_n L_p}{\sigma_p L_n} \quad (10.27)$$

ويتضح من المساويات السابقة أن النسبة بين تيارَي الإلكترونات والثقوب تحدد بشكل أساسي بالنسبة بين تركيزَي الحوامل الأساسية للشحنة في المجالين  $n$ - و  $p$ - . فإذا كانت درجة اشابة كلا الجزأين متساوية تقريبا (  $\sigma_n \approx \sigma_p$  )، فإن مثل هذا المعبر يقوم بحقن الإلكترونات والثقوب بنفس النسبة، ويعين التيار الكلي بالعلاقة:

$$j = (j_{sn} + j_{sp}) (e^{eV/kT} - 1) \quad (10.82)$$

وإذا كان المجال  $p$ - مشوبا بدرجة أكبر من المجال  $n$ - (  $\sigma_n \ll \sigma_p$  )، فإن  $j_{sn} \ll j_{sp}$ ، ويجري خلال المعبر بشكل أساسي التيار الثقبي. وعلى العكس، إذا كانت  $\sigma_p \ll \sigma_n$  فإن المساهمة الأساسية في التيار الكلي تعود إلى المركبة الإلكترونية.

extern		خارجي
extraction, of carriers		اقتلاع ، انتزاع اقتلاع الحوامل
	F	
Fermi -Dirac distribution, distribution function statistics		توزيع فرمي - ديراك تابع التوزيع احصاء
Fermi level, potential		سوية فرمي كمون سوية فرمي
finite		محدود
flux		تدفق
forbidden gap		الفجوة المحظورة (المنطقة المحظورة)
formaulas		صيغ
forward, current		أمامي التيار الأمامي
frequency		تواتر
	G	
generation, rate		تولد
grade		معدل سرعة التولد
gradient		مرحلة ، درجة تدرج
	H	
hole		ثقب
horizontal		أفقي
	I	
illumination		إضاءة ، استنارة
impurity		إشابة
injection		حقن ، ادخال
insulation, insulator		عزل ، عازل
intrinsic carrier concentration		تركيز الحوامل الذاتية
inversion		عكس ، قلب
ionization energy		طاقة التأين
	J	
junction		اتصال ، وصل ، معبر
	K	
kinetics		علم الحركة

conduction , band		توصيل ، نقل منطقة الناقلية
band edge		حد منطقة الناقلية
conductivity, type		الناقلية نوع الناقلية
continuum		تواصل
critical		حرج
crystal structure		التركيب (البناء) البلوري
current		تيار
current - voltage characteristics		الخواص الفولتو- أمبيرية
	D	
decay		تناقص
degenerat semiconductor		شبه موصل (ش م) غير فطري (متحلل)
density, of states		كثافة كثافة الحالات
dielectric constant		ثابت العزل الكهربائي
diffused junction		المعبر الانتشاري
diffusion, current		انتشار تيار الانتشار
length		طول الانتشار
diffusivity		انتشارية
distribution, function		توزع ، توزيع دالة التوزيع
drift, velocity		سوق ، جرف السرعة الانسيابية
donor		مانح
	E	
effective, densities		فعال الكثافات الفعالة
mass		الكتلة الفعالة
electric field		الحقل الكهربائي
electrostatic potential		الكمون الكهروساكن
emission probability, of electrons, of holes		احتمال اصدار الالكترونات ، الثقوب
energy gap		الفجوة انطاقية
equilibrium		توازن

resistivity	المقاومة
reverse, current	عكسي معكوس التيار العكسي
diffusion	الانتشار العكسي
temperature dependence	التابعة العكسية لدرجة الحرارة
saturation current	تيار الاشباع
scattering	تشتت
segregation	عزل، فصل
semiconductor, degenerate	شبه موصل غير فطري
space-charge, region	الشحنة الحجمية
specific	منطقة الشحنة الحجمية
step by step	مميز
surface, potential	تدرجي سطح، سطحي الكمون السطحي
temperature dependence	التابعة لدرجة الحرارة
thermal conductivity,	الناقلية الحرارية
velocity of carriers	السرعة الحرارية للحوامل
transit	عبور
trap	فخ، مصيدة
tunnel	نفق
uniform, distribution	منتظم توزع منتظم
valence band, edge	منطقة التكافؤ (عصبة التكافؤ)
velocity	حد منطقة التكافؤ السرعة
work	العمل الجهد
work function difference	فرق دالة الجهد

lattice, constant	L	شبكة ثابت الشبكة
layer		طبقة
lifetime, band to band recombination		زمن الحياة، العمر عمر اعادة التوحيد المباشر طبقة - طبقة
linear, coefficient		خطي معامل خطي
linear region		منطقة خطية
majority carriers	M	حوامل أساسية
masking		حجب
thickness of masking layer		سمك طبقة الحجب
minority carriers		الحوامل الثانوية
mobility		الحركية
multiplication		تضاعف
narrow	N	ضيق
non-equilibrium conditions		غير متوازن (اللامتوازن) شروط اللاتوازن
n-type conductivity	P	الناقلية من النوع - $n_1$
p-n junction		المعبر p-n
Poisson's equation		معادلة بواسون
polarization		استقطاب
potential energy		الطاقة الكامنة
property		خاصة، صفة
p-type conductivity		الناقلية من النوع p-
quasi-equilibrium	Q	شبه التوازن
quasi-Fermi levels		شبهها سوية فرمي
radiation	R	الاشعاع
rate		معدل
recombination		اعادة التوحيد
rectification		تقويم

## الفهرس

- 1 -تقديم  
2 -دلالات
- الفصل الأول: بعض خواص أشباه الموصلات
- 8 1.1. تصنيف المواد وفق قيم الناقلية الكهربائية
- 15 2.1. الظواهر الحركية في أشباه الموصلات  
(أ) الناقلية الكهربائية (16، ب) مفعول هول (18، ج) تغيير  
المقاومة في الحقل المغناطيسي (22، د) القوة المحركة  
الكهربائية الحرارية (24، هـ) مفعول تومسون (26، و) مفعول  
بيلته (28، ز) مفعول نيرنست - ايتنغهاوزن (30، ح) مفعول  
ريغا - ليدوك (31، ط) المفاعيل الحرارية الطولية 32
- 34 3.1. زمن الارتخاء
- 37 4.1. النظرية الأساسية للظواهر الغلفانومغناطيسية  
(أ) موتر (تينسون) الناقلية الكهربائية في الحقل  
المغناطيسي (37، ب) زاوية هول وثابت هول (42، ج) المقاومة  
المغناطيسية 45.
- 37 5.1. الناقلية المختلطة  
(أ) مفعول هول (49، ب) المقاومة المغناطيسية 54.
- 54 6.1. بعض النتائج التجريبية  
(أ) الناقلية الالكترونية والثقبية (54، ب) الناقلية  
الذاتية والشائبية (56، ج) منطقة الطاقة المحظورة (61، د)  
الناقلية الكهربائية النوعية (65، هـ) الحركية (67، و) التركيز  
الذاتي للالكترونات (71، ز) المقاومة المغناطيسية 74.
- الفصل الثاني: أسس نظرية التمنطق في أشباه الموصلات
- 77 1.2. معادلة شريدينغر للبلورة

## المراجع

1. فيزياء أشباه الموصلات، كيربيف ب.س. (اللغة الروسية)
2. فيزياء أشباه الموصلات، شاليموفا ك.ف. (اللغة الروسية)
3. فيزياء أشباه الموصلات، بونش-برويفتش ف. ل. ،  
كلاشينكوف س.ج. (اللغة الروسية)
4. مدخل الى فيزياء أشباه الموصلات أدلير ،  
سميث (اللغة الانكليزية)
5. مقدمة في فيزياء الجسم الصلب ، كيتل (اللغة الانكليزية)
6. احصاء الالكترونات في أشباه الموصلات،  
بليكمور (اللغة الروسية)
7. مقدمة في نظرية أشباه الموصلات، انسيلم (اللغة الروسية)
8. المفاعيل الحركية في أشباه الموصلات،  
اسكيروف (اللغة الروسية)

202	(1) شبه الموصل المانع (195، 2) شبه الموصل الأخذ
205	8.3. تابعية موضع سوية فرمي لدرجة الحرارة في شبه الموصل الفطري ذي الشوائب المتعادلة جزئياً
211	9.3. المناطق الشائبة
	<u>الفصل الرابع: آليات تشتت حوامل الشحنة في أشباه الموصلات ، وبعض الظواهر الحركية</u>
218	1.4. المعادلة الحركية لبولتزمان
227	2.4. الحالة المتوازنة
228	3.4. زمن الارتخاء
234	4.4. المقطع الفعال للتشتت ، أشكال مراكز التشتت
238	5.4. التشتت على الشوائب المتشردة
245	6.4. التشتت على ذرات الشوائب والانزياحات
247	7.4. التشتت على الاهتزازات الحرارية للشبكة
259	8.4. دوال التوزيع اللامتوازنة
263	9.4. الناقلية النوعية لأشباه الموصلات
268	10.4. تابعة حركية حوامل الشحنة لدرجة الحرارة
	(أ) التشتت الشبكي (268، ب) التشتت على الشوائب
	المتأينة (269، ج) التشتت على الشوائب المتعادلة (271،
	د) التشتت على الانزياحات (272، هـ) الألية المقعدة
	للتشتت (272، و) تابعة الناقلية النوعية لدرجة الحرارة
	275
	11.4. الناقلية الكهربائية لأشباه الموصلات في حقل كهربائي شديد
278	12.4. مفعول غانا
286	13.4. التشرذم الصدمي
294	

79	2.2. التقريب الكظوم والتقريب التكافوي
81	3.2. التقريب أحادي الالكترون (تقريب الالكترون الممثل)
88	4.2. تقريب الالكترونات شديدة الارتباط
99	5.2. عدد حالات الالكترونات في المنطقة الطاقية
103	6.2. شبه الاندفاع
105	7.2. منطقة بريليون
109	8.2. الامتلاء الممكن للحالات الالكترونية في منطقة التكافؤ
112	9.2. تابعة طاقة الالكترون للشعاع الموجي الى جوار أرضية وسقف المنطقة الطاقية
118	10.2. حركة الالكترونات في البلورة عند تسليط حقل كهربائي خارجي
128	11.2. الكتلة الفعالة لحوامل الشحنة
139	12.2. التجاوب الدوراني المغناطيسي (السيكلتروني)
141	13.2. التركيب الممنطق لبعض أشباه الموصلات
150	14.2. طريقة الكتلة الفعالة
153	15.2. النظرية الأساسية للحالات الشائبة
	<u>الفصل الثالث: احصاء الالكترونات والثقوب في أشباه الموصلات</u>
160	1.3. كثافة الحالات الكوانتية
165	2.3. دالة التوزيع لفرمي-ديراك
168	3.3. درجة امتلاء السويات الشائبية
171	4.3. تركيز الالكترونات والثقوب
176	5.3. شبه الموصل المشوب
187	6.3. شبه الموصل الذاتي
	7.3. تابعة موضع سوية فرمي لتركيز الشوائب ولدرجة الحرارة في شبه الموصل الفطري
193	

	<u>الفصل السابع: ظواهر الالتحام في أشباه الموصلات</u>
374	1.7. دراسة شبه موصل خاضع لتأثير حقل كهربائي خارجي
380	2.7. جهد الخروج
385	3.7. التحام معدن-معدن، فرق الكمون الالتحامي
389	4.7. التحام معدن - شبه موصل
395	5.7. التقويم بواسطة لحمة معدن - شبه موصل
400	6.7. النظرية البيودية للتقويم
405	7.7. النظرية الانتشارية للتقويم
408	8.7. لحمة شبيهي موصل الكتروني وثقبي
415	9.7. التقويم في المعبر $p-n$
419	10.7. نظرية المعبر $p-n$ الرقيق
429	- فهرس المصطلحات العلمية
434	- المراجع
435	- فهرس الكتاب

298	14.4. المفعول النفقي والتأين الكهرساكن
	<u>الفصل الخامس: تولّد واعادة توحد الحوامل اللامتوازنة للشحنة</u>
303	1.5. الحوامل المتوازنة واللامتوازنة للشحنة
308	2.5. التولّد ثنائي القطب النفقي لحوامل الشحنة
	3.5. التولد الحراري أحادي القطب ، الزمن الماكسويلي للارتقاء
312	4.5. أشكال اعادة التوحد
314	5.5. اعادة التوحد المباشر الإشعاعي منطقة - منطقة
316	6.5. اعادة التوحد المباشر الكهربي منطقة - منطقة
323	7.5. اعادة توحد حوامل الشحنة خلال مصاد اعادة التوحد
327	8.5. تابعة عمر حوامل الشحنة لدرجة الحرارة في حالة اعادة التوحد خلال المصاد
338	9.5. مصاد الأسر (الاقتناص) ومصاد اعادة التوحد
342	<u>الفصل السادس: انتشار وانسياب الحوامل الغير متوازنة للشحنة</u>
347	1.6. معادلة الاستمرارية
351	2.6. التياران الانتشاري والانسيابي
354	3.6. علاقة انشتين
	4.6. انتشار وانسياب الحوامل اللامتوازنة للشحنة في حالة الناقلية أحادية القطب
356	5.6. انتشار وانسياب الحوامل الثانوية الاضافية في شبه موصل مشوب
360	6.6. انتشار وانسياب الحوامل اللامتوازنة للشحنة في شبه موصل ذي ناقلية قريبة من الذاتية
368	